

논문 2005-42C1-5-10

# 면 축약 방식을 이용한 체적 보존 메쉬 간략화

(Volume Conserving Mesh Simplification Using Face Constriction)

이 준 영\*, 장 태 정\*\*

(Jun-Young Lee and Tae-Jeong Jang)

## 요 약

본 논문에서는 면 축약 방식을 이용하면서 3D 모델의 체적이 보존되는 메쉬 간략화 알고리즘을 제안하였다. 면 축약은 축약 대상 삼각형의 세 정점을 새로운 정점 하나로 모아 한 번에 4개의 면을 제거함으로써 에지 축약에 비해 빠른 간략화를 수행하는 방식이다. 어떤 방식이든 어느 면 또는 에지부터 축약할 것인가 하는 간략화 우선순위 적도가 매우 중요한데, 본 논문에서는 면 축약에 있어서 최근 제시되었던 한 방법의 문제점을 지적하고 이를 보완한 새로운 가중치 함수를 사용하여 축약 우선순위를 결정하였다. 또한 축약 대상 삼각형들을 대신할 새로운 한 정점을 결정하는데 있어서 체적이 보존되면서 삼각형 세 정점 주변의 곡률 차이 등을 반영할 수 있는 체적 기준점을 결정하는 새로운 방법을 제시하였다. 시뮬레이션을 통하여 본 논문에서 제시한 방식이 체적을 보존하면서 기존의 다른 방식에 비해 뒤지지 않는 축약 성능을 보여주는 것을 확인하였다.

## Abstract

In this paper, a mesh simplification algorithm using face constriction is proposed which considers the conservation of the volume of a 3D model. The face constriction method replaces three vertices of the candidate triangle with a new vertex, removing four faces at once. We propose a modified method, compensating an existing method, of considering curvature in the decision of the removing order of triangles. We also propose a method of determining a new vertex replacing the candidate triangle, which reflects curvature difference of the three surrounding areas of the three vertices of the triangle, while conserving the volume. It is shown by simulation that the proposed method conserves the volume and shows good constriction performance comparable to the other methods.

**Keywords** : mesh simplification, volume conservation, face constriction

## I. 서 론

레인저 스캐닝 시스템(range scanning system)과 같은 장치들의 출현으로 컴퓨터 그래픽스와 기하학적 모델링 분야에서는 매우 복잡한 메쉬 모델을 흔히 볼 수 있게 되었다. 컴퓨터 기술의 발달로 인해 3차원 모델을 쉽게 표현할 수 있게 되었지만 아직까지도 3차원 모델의 방대한 데이터를 실시간으로 렌더링 하기란 쉬운 일

이 아니다. 이를 극복하기 위해 LOD(Level of Detail) 기술을 사용하는데, LOD란 대용량 3차원 모델의 형상을 구체적인 단계에서 단순한 단계까지 여러 형상을 다 단계 모델의 구조로 생성하는 기술을 말한다. 이때 다 단계 모델의 형상을 생성하는 과정에서 메쉬 간략화 알고리즘이 사용된다.

메쉬 간략화(mesh simplification)란 원본 모델의 모양과 특징을 유지하면서 메쉬의 기반이 되는 다각형(polygon)의 수를 줄이는 기술로 원본 메쉬 모델에서 필요 이상의 위상학(topology)적, 기하학(geometry)적 정보(vertex, edge, face)를 제거하여 모델을 단순화 시키는 방법이다. 메쉬 간략화는 이 밖에도 컴퓨터 애니메이션, 3D 게임의 LOD 제어 기술, 인터넷의 3D 그래픽 솔루션, 실시간 3D 그래픽스 시뮬레이션 등 많은 분

\* 정회원, 한국전자통신연구원 차세대 PC 연구그룹 (Post-PC Research Group, ETRI)

\*\* 정회원-교신저자, 강원대학교 전기전자정보통신공학부 (Dept. of Electrical and Computer Engineering, Kangwon National University)

※ 이 논문은 강원대학교 두뇌한국21 사업에 의하여 지원되었음.

접수일자: 2005년7월6일, 수정완료일: 2005년9월5일

야에서 활용되고 있다.

메쉬 간략화를 수행하기 위해선 간략화 평가의 척도가 필요하다. 이 척도는 간략화 전후의 오차 척도로 정의되며 일반적으로 원본 모델과 간략화 된 모델 사이의 기하학적인 거리 오차가 사용된다<sup>[2,4,9,16]</sup>. 하지만 기하학적인 거리 대신 다른 성질들(색, 법선, 텍스처, 좌표, 체적)을 포함하는 방법이 사용되기도 한다. 무기억 간략화(memoryless simplification)<sup>[10]</sup>에서는 오차 척도를 부피와 넓이 같은 기하학적인 성질로 정의하고, 이미지 척도 간략화(image driven simplification)<sup>[17]</sup>에서는 이미지 척도로 정의하여 두 이미지의 픽셀 차이를 기반으로 간략화 한다. 또한 거리 오차 척도에 탄젠트 오차 척도와 곡률 오차 척도를 추가한 미분 오차 척도를 사용하기도 한다<sup>[11]</sup>.

본 논문에서는 김 등<sup>[12]</sup>이 제안한 것처럼 메쉬 모델의 체적(volume) 보존에 중점을 두고 있다. 하지만 간략화 우선순위를 정하는 척도로 QEM(quadric error metric)을 사용하지 않고 Wu 등<sup>[15]</sup>이 제시한 삼각형 메쉬의 기하학적 특성들을 고려한 가중치 함수를 보완하여 사용하였다. 또한 체적을 유지하는 새로운 정점을 결정하는데 있어서 체적 계산시 오차가 발생할 수 있던 기존 방법<sup>[12]</sup>의 문제를 해결하기 위해 체적 기준점을 결정하는 새로운 방법을 제안하였다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. II장에서는 기존의 관련 연구에 대해 간략히 설명하고, III장에서는 본 논문에서 제안하는 체적 보존을 고려한 간략화 알고리즘에 대해 설명한다. IV장에서 주요 알고리즘에 대한 결과 분석 후 V장에서 결론을 맺는다.

## II. 관련 연구

메쉬 간략화(mesh simplification) 기술은 크게 정점 군집화(vertex clustering), 정점 선별제거(vertex decimation), 에지 축약(edge contraction), 면 축약(face constriction) 등의 방법으로 나눌 수 있다.

정점 군집화(vertex clustering)란 메쉬 모델의 정점들을 군집화하고 그 군집에 대해 대표되는 하나의 정점을 결정하는 방법으로 단지 하나의 군집 또는 정점이 남을 때까지 반복적으로 군집을 병합하여 좀 더 큰 군집으로 만들어 내는 과정을 통해 메쉬 모델을 간략화한다. 좌표계의 양자화나, 옥트리(octree) 등의 알고리즘을 통한 군집화는 다른 간략화 방법에 비해 빠르면서도 간단한 방법이다. 하지만 종종 부정확한 결과를 낳는다

거나 간략화의 정도가 양자화 매개 변수에 의해 간접적인 제어만이 가능하다는 단점을 갖는다<sup>[1]</sup>.

정점 선별제거(vertex decimation) 방법은 한 정점과 그 정점을 둘러싼 영역의 면들을 제거하여 홀(hole)을 만들고, 이렇게 만들어진 홀은 새로운 정점 없이 재삼각화 한다<sup>[2,3,4]</sup>. 초기 간략화 알고리즘들의 대부분은 이 방법에 기초한 것들이다. Schroeder 등<sup>[2]</sup>은 우선순위 결정을 위해 한 정점으로부터 그 정점을 둘러싼 정점들의 평균 평면(average plane)까지의 거리를 사용하였다. 이 방법은 메쉬 간략화의 속도는 빠르지만 이전 정보를 유지하지 않고 간략화 되어진 모델을 사용하므로 예러가 누적된다는 것과 메모리 요구량이 크다는 단점을 갖는다.

에지 축약(edge collapse or edge contraction) 방법은 한 에지를 하나의 정점으로 축약하고 그 에지의 이웃한 두 면을 제거하는 방법이다. 이 방법은 가장 일반적인 방법 중 하나로 광범위하게 연구되어 왔다<sup>[5-10,12]</sup>. Hoppe은 프로그레시브 메쉬(Progressive Mesh)<sup>[8]</sup>에서 에지 축약 기반의 알고리즘으로 점진적인 메쉬의 전송이 가능한 알고리즘을 제안했다. 복잡한 모델에서 단순한 모델로의 변환이 가능하도록 하였으며, 특히 각 간략화 단계에서 잃어버리는 정보를 보존하는 것에 착안하였다. Garland와 Heckbert<sup>[9]</sup>는 평면에서 한 점과의 거리 제곱의 합을 간단하면서도 빠르게 수행되는 이차(quadric) 형식으로 표현하는 QEM 알고리즘을 제안하였고 모델의 간략화 속도와 품질을 향상시켰다. 또한 새로운 정점의 최적 위치를 구하는 방법에서도 QEM 알고리즘을 사용할 수 있었다.

Hamaan<sup>[13]</sup>과 Gieng 등<sup>[14]</sup>은 면 축약 (Face Constriction) 방법을 사용하면서 축약 대상 면의 우선순위를 결정하기 위해 곡률을 평가하는 방법을 제안하였으며, 그 곡률은 축약 대상 면에 이웃한 면들 간의 이면각을 통해 추정되었다. Hamann<sup>[13]</sup>은 선별제거(decimation)를 통해 면들을 축약하는 방법을 제안하였다. 이 방법은 축약 대상 면과 그 면을 둘러싼 모든 면들을 제거 한 후 새로운 정점 없이 남겨진 부분에 대해서 재삼각화 하는 것이다. Gieng 등<sup>[14]</sup>이 제안한 면 축약 방법은 축약 대상의 한 면을 하나의 정점으로 축약시키고 축약 면과 에지를 공유하던 이웃한 면들은 새로운 정점으로 이어지는 에지로 축약시키는 것이다. 이 방법은 이전에 설명한 방법들에 비해 좀 더 복잡하지만 원본 메쉬의 위상학적 특성을 유지하는 이점을 갖는다. 본 논문에서도 이와 유사한 방법을 사용한다.

### III. 면 축약 방식 체적 보존 메쉬 간략화 알고리즘

#### 1. 제안하는 간략화 알고리즘 개요

본 논문의 간략화 알고리즘은 반복적인 면 축약 방법을 이용하여 모델의 점진적인 간략화를 수행한다. 메쉬 간략화에서 가장 중요한 두 가지 결정 사항은 (1) 간략화 할 대상의 우선순위 부여에 관한 방법과 (2) 새로운 정점의 위치를 계산하는 방법이다. 본 논문에서는 간략화 할 대상의 우선순위 부여를 위해 삼각형의 기하학적인 특징으로 삼각형의 면적과 축약 후 새로운 정점을 둘러싸는 면들의 수, 각 정점을 둘러싼 면들의 이면각 등의 정보를 이용한 가중치 함수를 사용한다. 그리고 새로운 정점을 계산하는 방법으로 기하학적인 특징을 기반으로 결정된 정점을 체적이 최대한 보존되는 지점으로 이동시키는 방법을 사용한다.

반복적인 면 축약 과정은 축약 면과 그 면의 세 정점이 갖는 기하학적인 정보로부터 계산된 우선순위에 따라 축약 면  $T$ 가 결정되면서 시작된다. 축약 면  $T$ 가 결정되면 실제로 축약이 가능한지를 판단하기 위해 유효성 검사를 한다. 모든 유효성 검사를 통과하면 본 논문에서 제안하는 알고리즘을 통해 체적이 최대한 유지되는 점으로 새로운 정점을 결정한다. 면 축약 후 마지막으로 주변 면들의 변화된 기하학적인 정보를 통해 우선순위를 갱신하고, 위의 모든 과정은 원하는 간략화 수준까지 반복된다. 본 논문에서 제안하는 메쉬 간략화 과정을 그림 1에 나타내었다.

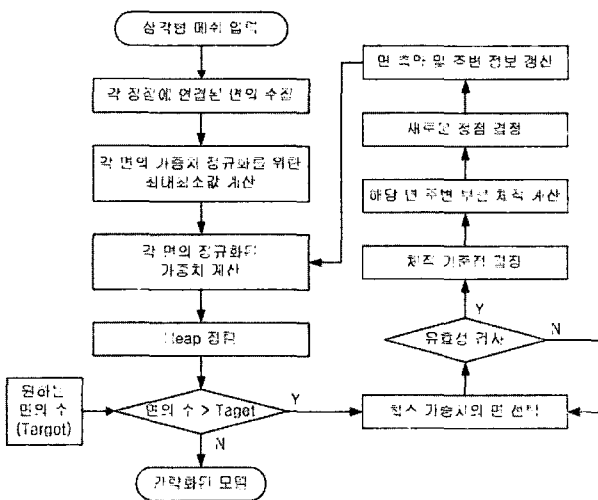


그림 1. 제안하는 메쉬 간략화 과정  
Fig. 1. Suggested mesh simplification process.

#### 2. 우선순위 결정

본 논문에서는 축약 대상이 되는 면  $T$ 의 기하학적

특성들에 대해 각각 별도의 가중치를 두어 우선순위를 결정하는 Wu 등<sup>[15]</sup>이 제시한 가중치 함수 식 (1)을 보완하여 사용한다.

$$W(T) = BF_n(A(T))\{wbG(T) + (1-wb)B(T)\} \quad (1)$$

여기서  $A(T)$ 는 축약 면  $T$ 의 면적이다. 면적의 단위는 거리의 제곱으로 비선형 특성을 갖고 있으므로 우선순위 가중치에 대한 균형을 맞추기 위해 비선형 함수인  $BF_n(x) = x^n$ 을 사용한다. 이때 지수  $n$ 이 0.5의 값을 가지면 거리 제곱의 단위를 갖는 면적은 단순히 거리의 단위로 바뀌게 된다.  $G(T)$ 는 축약 면  $T$ 의 세 정점을 둘러싸고 있는 면들의 가중치가 적용된 이면각의 평균 값으로 메쉬의 곡률에 대한 척도이다.  $G_i$ 와  $VAR_i$ 를 각각 축약 면  $T$ 의  $i$ 번째 정점에 대한 이면각 평균과 분산이라 하면 면  $T$ 에 대한 곡률 척도는 다음 식 (2)로 정의된다.

$$G(T) = \frac{G_1 VAR_1 + G_2 VAR_2 + G_3 VAR_3}{VAR_1 + VAR_2 + VAR_3} \quad (2)$$

이때 에지  $E$ 에서의 이면각은 그림 2에서처럼 이웃한 두 면의 단위법선벡터로부터 구해지며 이 값은 다음 식 (3)을 통해 0에서 2 사이의 값으로 정해진다.  $G(T)$

$$D_E = DT_1, T_2 = 1 - N_1 N_2 \quad (3)$$

한 정점의 이면각 평균  $G_i$ 는 그 정점을 둘러싼 모든 에지에서의 이면각들을 모두 합하여 평균한다. 이렇게 계산된  $G(T)$ 의 정규화된 값을  $G(T)$ 로 표기한다.  $B(T)$ 는 축약 후 새로운 정점을 둘러싸는 면(또는 에지)의 수이며 전체적으로 균일한 축약이 이루어질 수 있도록 조절하는 척도이다. 축약 면  $T$ 의 세 정점을 둘러싼 면의 수를 각각  $B_1, B_2, B_3$ 라고 하면 다음 식 (4)로 간단히 구할 수 있다.

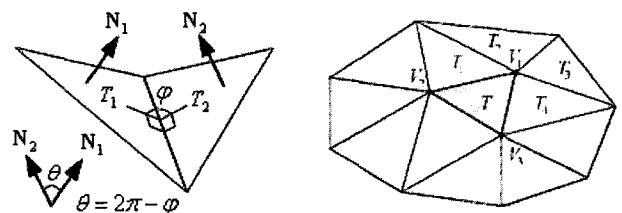


그림 2. 이면각  $\theta$ 와 한 정점  $V_1$ 에서의  $G(T)$ 를 계산하기 위한 주변 삼각형들  
Fig. 2. The dihedral angle and surrounding triangles of a vertex  $V_1$  for computing  $G(T)$ .

$$B(T) = (B_1 + B_2 + B_3) - 9 \tag{4}$$

이 값의 정규화된 값을  $B(T)$ 로 표기한다. 상수  $wb$ 는  $G(T)$ 와  $B(T)$ 에 대한 비중을 조율하는 가중치이다.

여기서 주변 곡률 척도로 사용되는  $G(T)$  계산 시 분산에 대한 영향을 생각해 보자. 기존 방법의 경우 그림 3에서와 같이 이면각이 동일한 면들로 둘러싸인 정점에 대해 이면각 평균이 아무리 큰 값을 갖더라도 분산이 0이기 때문에  $G(T)$ 의 계산 시  $V \cdot VAR$  값이 0이 되어 간략화 우선순위가 앞서게 된다.

이러한 문제를 해결하기 위해 본 논문에서는 다음과 같은 새로운 곡률 척도 함수를 제안한다. 우선 앞서 설명한 분산이 0이 되는 문제를 해결하기 위해 한 정점에서의 이면각 분산 대신 이면각 편차의 최대값을 지수로 하는 지수함수를 사용한다. 한 정점  $V_i$ 를 둘러싼 면의 집합을  $S_{V_i}$ 라 할 때, 이 집합에 속한 임의의 인접한 두 면  $T_j$ 와  $T_k$ 의 이면각을  $DT_j, T_k$ 라 하고  $M_i$ 를 다음 식 (5)와 같이 정의한다.

$$M_i = M(V_i) = \exp\left[ \text{UNEROVER} \max_{T_j, T_k \in S_{V_i}} \{DT_j, T_k\} - G_i \right] \tag{5}$$

이때 exp 함수의 지수부는 이면각의 최대 편차를 나타낸다. 위 식의  $M_i$ 는 분산  $VAR_i$ 의 역할을 보완하며, 본 논문에서는 (2)의  $G(T)$ 를 대신하여 새로운 곡률 척도  $C(T)$ 를 다음 식 (6)과 같이 제안한다.

$$C(T) = \frac{G_1 M_1 + G_2 M_2 + G_3 M_3}{M_1 + M_2 + M_3} \tag{6}$$

그리고 Wu등<sup>[15]</sup>이 제시한 (1)을 대신하여 다음과 같은 가중치 함수를 사용하여 우선순위를 결정하게 된다.

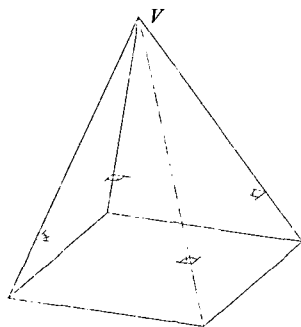


그림 3. 이면각이 동일한 면들로 둘러싸인 정점  $V$   
Fig. 3. Vertex  $V$  surrounding faces with equal dihedral angle.

$$P(T) = BF_n(A(T))\{wbC(T) + (1 - wb)B(T)\} \tag{7}$$

이때  $C(T)$ 는  $C(T)$ 의 정규화된 값을 의미한다.

### 3. 유효성 검사

본 논문에서는 정규화된 메쉬 모델을 다룬다. 하지만 실제로 정규화된 메쉬 모델에서는 non-manifold 상황이나 경계를 포함하는 경우가 많다. 또한 적은 수의 면으로 이루어지는 메쉬 모델의 경우 간략화시 non-manifold 상황을 만들기도 한다. 따라서 이러한 상황들에 대해 간략화를 수행할 수 있도록 본 논문에서는 면 축약 방식에서 일반적으로 알려진 다음의 네 단계 유효성 검사를 시행한다.

- ① non-manifold 검사
- ② 경계 검사
- ③ 사이클 검사
- ④ 연결 및 접힘 검사

#### 가. non-manifold 검사

그림 4에 표시된 두 가지 경우가 non-manifold 상황에 해당한다<sup>[15]</sup>. 즉, 축약 대상인 면에 속한 한 에지가 세 개 이상의 이웃한 면을 갖는 경우와 한 정점을 중심으로 완전히 둘러싸는 면의 연결고리가 두 개 이상인 정점을 갖는 경우이다. 본 논문에서는 이러한 상황 이외에 축약 면  $T$ 를 둘러싸고 있는 면들의 경우에는 모두 연결 검사를 하고 non-manifold 상황인 경우 축약 대상에서 제외시켰다. 이러한 non-manifold 상황은 한번 발생하면 결코 제거되지 않는다. 따라서 초기화 과정에서 유일하게 non-manifold 상황에 관한 유효성 검사를 하게 된다.

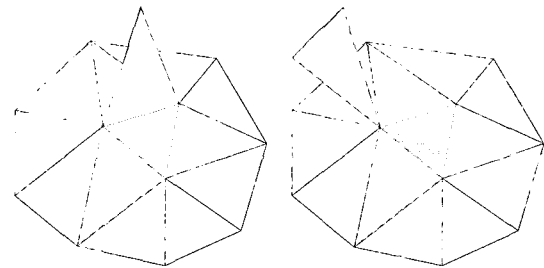


그림 4. Non-manifold 상황  
Fig. 4. Non-manifold condition.

#### 나. 경계 검사

축약 면이나 축약 면을 둘러싼 면들이 경계 상황에

놓여있을 때 체적 보존 메쉬 간략화 알고리즘의 일관성을 지키면서 새로운 정점을 구하는 것은 불가능한 일이다. 본 논문의 알고리즘은 체적 기준점을 기준으로 만들어지는 체적에 대해 체적 오차를 줄이는 방향으로 새로운 정점을 결정한다. 이것은 면 축약 시 제거되는 면들에 대해 남는 면들이 새로운 정점을 중심으로 둘러싸면서 동일한 체적의 메쉬를 만드는 방법이다. 하지만 경계 상황에 놓여있을 경우 그림 5와 같이 체적 오차가 발생하므로 체적을 유지하는 새로운 정점을 찾을 수 없게 된다. 본 논문에서는 경계 상황에 대하여 체적 보존 알고리즘을 사용하지 않고 상황에 따라 일반적인 면 축약 방식과 에지 축약 방식을 적용하였다.

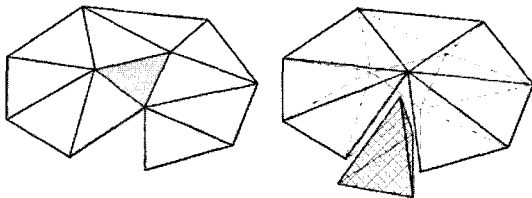


그림 5. 경계 상황의 축약 면과 체적 오차  
Fig. 5. Boundary condition and volume error.

다. 사이클 검사

사이클 상황이란 그림 6에서와 같이 축약 면의 에지를 공유하는 면들의 외곽 정점이 세 개의 면으로 둘러싸여 있는 경우를 말한다. 이 상황에서 면 축약이 이루어지면 그림 6의 오른쪽 그림과 같이 사이클을 이루고 있던 두 면이 동일한 세 정점을 공유하게 되어 완전히 포개지는 것을 알 수 있다. 본 논문에서는 이러한 경우 축약 대상에서 제외하였다.

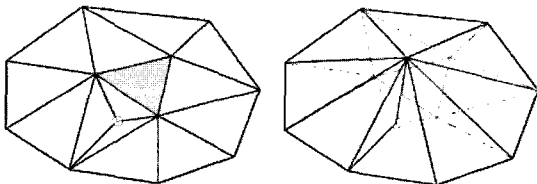


그림 6. 사이클을 갖는 경우의 면 축약  
Fig. 6. Face constriction under cycle condition.

라. 연결 및 접힘 검사

마지막 유효성 검사인 연결 및 접힘 검사는 축약 면을 중심으로 둘러싸고 있는 면들과 외곽 정점에 대한 연결 리스트를 구성하면서 시작된다. 연결 검사는 그림 7에서와 같이 이웃하지 않은 두 개 이상의 면이 외곽 정점을 공유하는 경우 축약 후 non-manifold 상황이 발

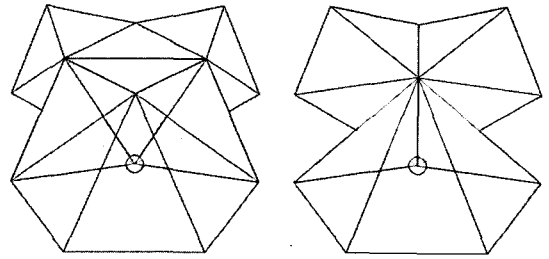


그림 7. Non-manifold 상황이 발생하는 경우  
Fig. 7. Cause non-manifold condition.

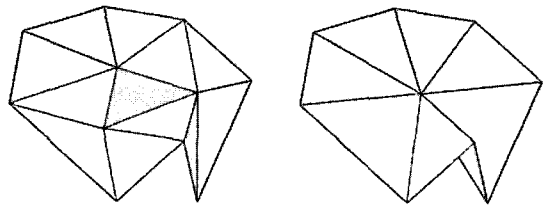


그림 8. 면 축약 후 접히는 상황  
Fig. 8. Cause triangle folding.

생하는 것을 알 수 있고 이는 축약 대상에서 제외된다. 본 논문에서 사용하는 접힘 검사는 Ronfard 등<sup>[7]</sup>과 Garland 등<sup>[9]</sup>이 사용한 방법으로 면 축약 전후의 각 면들에 대한 법선 벡터들의 차이로 면의 접힘을 검사한다. 그림 8에서와 같이 축약 후 이웃하는 면들의 이면각의 차이를 계산하고 이 값이 일정 한계값을 넘어서면 면이 접힌 것으로 간주하게 된다.

4. 새로운 정점의 위치

본 논문에서는 체적 보존을 고려하여 체적 기준점  $V_0$ 로부터 축약 면의 중점  $V_C$ 의 방향으로 해당 면을 하나의 정점으로 축약하여 이동시킨다. 이를 위해 체적 기준점  $V_0$ 로부터 면 축약 전의 체적을 구하고 축약 면의 중점  $V_C$ 를 기준으로 가상으로 축약된 체적을 구한다. 여기서 구해진 두 체적의 비율만큼 체적 기준점  $V_0$ 로부터  $V_C$ 의 방향으로 이동하면 축약 전의 체적이 보존되는 새로운 정점  $V_{NEW}$ 를 구할 수 있다. 그림 9는

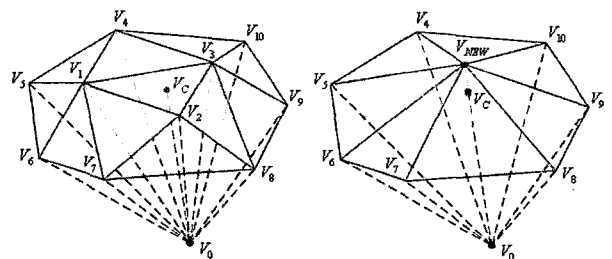


그림 9. 면 축약 전후의 메쉬 모델  
Fig. 9. Before and after face condition.

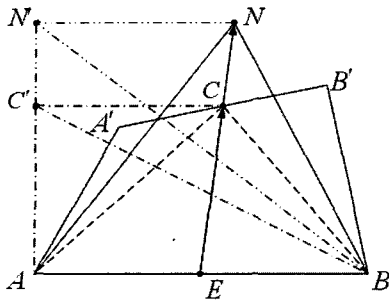


그림 10. 새로운 정점의 위치  
Fig. 10. New vertex placement.

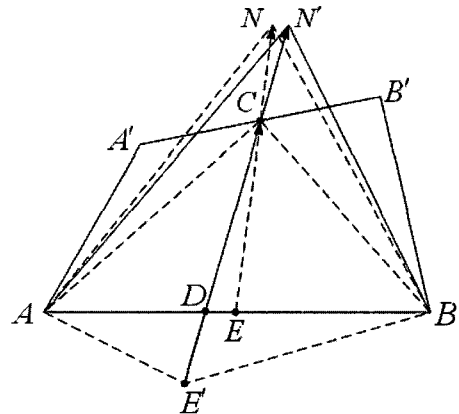
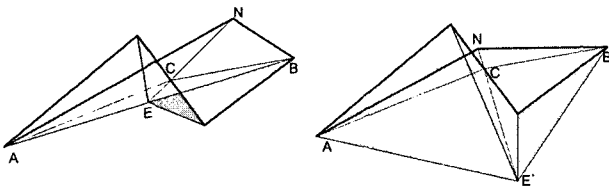


그림 12. 체적 기준점의 이동  
Fig. 12. Movement of volume base vertex.



(a) 체적계산의 오류 (b) 체적 기준점 이동

그림 11. 기존 알고리즘의 왜곡과 제안하는 알고리즘  
Fig. 11. Distortion of established algorithm and suggested algorithm.

체적 보존 알고리즘을 이용한 면 축약 전후의 메쉬 모델을 보여준다.

본 논문의 체적 보존 알고리즘은 에지 축약 기반의 기존 알고리즘<sup>[12]</sup>을 응용한 것이다. 기존 알고리즘은 그림 10과 같이 2차원으로 단순화시켜 설명할 수 있다.  $\overline{AB}$ 를 밑변으로 갖는 사각형은 삼각형  $\triangle ABC$ 와 밑변을 공유하며 삼각형  $\triangle ABC$ 로 변형 후에도 밑변은 변하지 않는다. 밑변이 고정된 삼각형은 그 면적이 높이에 비례하므로 축약 전 사각형의 면적과 삼각형  $\triangle ABC$ 의 면적비를 알면 삼각형의 높이에 면적비를 곱하여 기존의 사각형과 같은 면적을 갖는 삼각형  $\triangle ABN$ 을 구할 수 있다. 하지만 면 축약 방식에서 기존의 알고리즘<sup>[12]</sup>만을 적용할 경우 그림 11의 (a)에서와 같이 중복된 체적 계산의 오류로 체적이 유지되지 않는 잘못된 정점을 구할 수 있다.

그림 11의 (b)는 체적 기준점을 옮김으로써 이 문제를 해결할 수 있다는 것을 보여준다. 따라서 본 논문에서는 체적 기준점을 이동하는 알고리즘을 제안하여 기존 논문의 체적 계산법과 체적 기준점 계산을 보완하였다.

5. 체적 기준점 결정

기존 알고리즘<sup>[12]</sup>의 개념을 좀 더 확장하여 그림 12에서처럼 체적의 비율로 새로운 점  $N$ 을 구하는데 있

어서 기준이 되는  $E$  점을  $E$ 와 같은 다른 점으로 바꾸는 문제에 대해 알아보자. 두 벡터  $\overline{EC}$ 와  $\overline{EN}$ 는 방향은 같고 크기가 다른 벡터이다. 이 두 벡터의 길이의 비를  $k$ 라고 하면

$$\overline{EN} = k \cdot \overline{EC}, \quad k = \frac{\|\overline{EN}\|}{\|\overline{EC}\|} \tag{8}$$

이다. 두 벡터의 길이의 비  $k$ 는 새로 추가된  $\overline{DE}$ 로 만들어지는 삼각형  $\triangle ABE'$ 로 인해 기존 알고리즘과는 다른 비율을 갖는다. 하지만 밑변  $\overline{AB}$ 가 고정되어있기 때문에 전체 면적은  $\overline{EN}$ 의 크기에 비례하여 변한다. 따라서  $k$ 는 다음 식 (9)로 유도된다.

$$k = \frac{\|\overline{EN}\|}{\|\overline{EC}\|} = \frac{\overline{E'D} + \overline{DN'}}{\overline{E'D} + \overline{DC}} \tag{9}$$

$$= \frac{A(\triangle ABE') + A(\triangle ABN')}{A(\triangle ABE') + A(\triangle ABC)}$$

이때  $A(T)$ 는 면  $T$ 의 면적을 의미한다. 이 사실로부터 체적 기준점은 적절한 기준과 방법에 따라 임의로 설정해 주는 것이 가능하다는 것을 알 수 있다.

본 논문에서는 그림 9에 주어진 것과 같은 체적 기준점  $V_0$ 를 결정하기 위해 축약 면을 둘러싼 면들의 단위

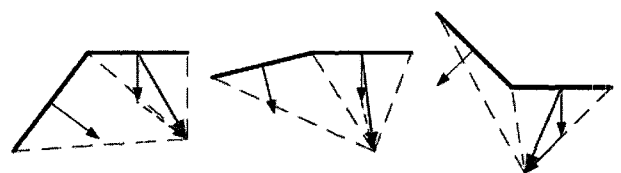


그림 13. 단위법선벡터의 합으로 표현된 체적 기준점  
Fig. 13. The volume center vertex represented sum of normal unit vectors.

법선벡터를 사용한다. 그림 13은 각 면의 단위법선벡터를 이용하여 모든 면을 한쪽 편에서 바라볼 수 있는 체적 기준점을 구하는 것을 보여준다.

체적 기준점을 나타내는 벡터의 방향은 축약 면을 둘러싼 면들을 같은 방향에서 바라보기 위한 방향을 의미한다. 이 방향은 그림 13에서처럼 평평한 면 보다 곡률이 큰 면일수록 큰 영향을 미친다는 것을 알 수 있다. 이렇게 각 곡률에 대해 비중을 달리하기 위해 축약 면의 단위법선벡터를 기준으로 둘러싸고 있는 각 면의 단위법선벡터에 대해 기울어진 정도를 반영한 벡터들의 합을 사용한다.  $N_T$ 를 축약 면  $T$ 의 단위법선벡터라고 하고 축약 면을 둘러싼 면들의 집합  $S_T$ 의 면의 개수를  $n$ ,  $i$ 번째 면의 단위법선벡터를  $N_i$ 라 하자. 본 논문에서는 새로운 체적 기준점으로 다음 식 (10)을 제안한다.

$$V_0 = N_T + \sum_{i=1}^n (1 - N_T \cdot N_i)N_i \quad (10)$$

$$\overrightarrow{V_0 V_C} = L_T \cdot \frac{V_0}{V_0}$$

이때  $(1 - N_T \cdot N_i)N_i$ 의 크기와 방향은 그림 14에서 굵은 벡터로 표현되며 크기는 이면각  $\theta$ 가 클수록 커짐을 알 수 있다. 식 (10)에서 구해진  $V_0$ 는 단순히 방향의 의미만을 갖는 벡터이다. 단위법선벡터로 계산된 벡터이므로 축약 면의 크기에 대해 고려되어 있지 않기 때문이다. 체적 기준점  $V_0$ 로부터 축약 면의 중심점  $V_C$ 로 향하는 벡터  $\overrightarrow{V_0 V_C}$ 의 크기는  $L_T$ 에 의해 결정된다. 본 논문에서  $L_T$ 는 축약 면  $T$ 의 기하학적인 특성, 특히 세 변의 길이를 고려하여 정한다. 삼각형 세

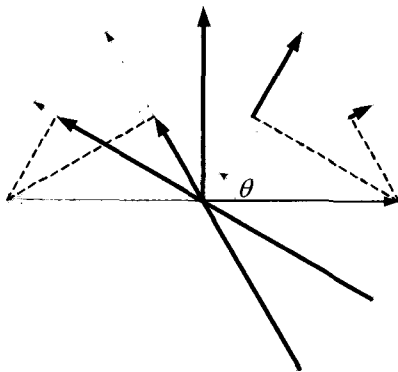


그림 14.  $(1 - N_T \cdot N_i)N_i$ 의 크기와 방향  
Fig. 14. The magnitude and orientation of  $(1 - N_T \cdot N_i)N_i$ .

변의 길이를 각각  $l_1, l_2, l_3 (l_1 \geq l_2 \geq l_3)$ 라고 하면 다음 식 (11)과 같은 부등식이 성립한다.

$$\frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} \leq l_1 \leq \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} < l_2 + l_3 \quad (11)$$

이 부등식으로부터 삼각형 길이에 대한 값의 범위를 유추할 수 있고, 이로부터 가장 긴 변  $l_1$ 과 나머지 두 변  $l_2$ 와  $l_3$  길이의 합 사이의 값에 해당하는 식 (12)로  $L_T$  값을 정하였다.

$$L_T = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{2} \quad (12)$$

이러한 방법으로 기존의 체적 보존 알고리즘에서 발견하지 못했던 체적 계산에 대한 오류 문제를 많이 줄일 수 있지만 그래도 이런 문제가 생길 가능성은 있다. 따라서 실제 축약과정에서도 유효성 검사를 계속하여 만약 이러한 현상이 생기면 그 부분의 축약 우선순위를 뒤로 미룸으로써 오류가 생기는 것을 원천적으로 방지하도록 하였다.

#### IV. 결과 분석

본 논문의 간략화 알고리즘은 Intel Pentium 4 2.6GHz, 512 RAM, Microsoft Windows XP Professional Service Pack 2 환경의 컴퓨터에서 수행되었으며, 알고리즘 구현을 위해 Michael Garland<sup>[9]</sup>에 의해 만들어진 OpenGL 기반의 MixKit 라이브러리를 사용하였다. 실험에 사용된 메쉬 모델은 많은 간략화 알고리즘에서 사용되는 SMF 파일 형식의 bunny, cow 등을 사용하였으며 색깔이나 텍스처 등과 같은 메쉬 모델의 추가적인 속성 값들은 제외하고 모델의 정점과 면의 정보만을 사용하였다.

본 논문에서는 체적 보존에 중점을 두고 실험하였다. 간략화 시 수행시간에 대한 결과는 모든 알고리즘에서 동일하게 수행되는 부분을 제외한 각 알고리즘의 독립적인 수행시간만을 고려하였다. 체적 변화에 대해선 메쉬 모델의 경계부분으로 인해 정확한 전체 체적을 구할 수 없으므로 축약 시 계산되는 체적의 오차를 누적함으로써 각 알고리즘의 체적 변화를 계산하였다. 실험에서는 본 논문에서 제안한 알고리즘을 비롯하여 Wu 등<sup>[15]</sup>이 제안한 알고리즘과 예지 축약 기반의 기존 체적보존 알고리즘<sup>[12]</sup>의 간략화 수행시간과 체적 변화를 기준으

로 이루어졌다.

우선 본 논문의 알고리즘이 QEM 알고리즘을 사용하지 않고 Wu 등<sup>[15]</sup>이 제안한 가중치 함수를 보완하여 사용하였으므로 이를 토대로 비교하였다. Wu 등<sup>[15]</sup>의 알고리즘에서는 새로운 정점을 축약 면의 곡률척도를 계산하는 식 (2)와 비슷하게 다음 식 (13)과 같이 구한다.

$$V_{NEW} = \frac{V_1 VAR_1 + V_2 VAR_2 + V_3 VAR_3}{VAR_1 + VAR_2 + VAR_3} \quad (13)$$

이때  $V_1, V_2, V_3$ 는 축약 면의 세 정점이다. 본 논문에서 제안한 알고리즘은 간략화 과정의 수행시간에서는 표 1에서처럼 근소한 차이를 보였지만, 간략화된 두 메쉬 모델의 체적 오차에서는 표 2에서처럼 확연한 차이를 보였다. 시물레이션에는 일반적으로 간략화 알고리즘에서 많이 사용되는 그림 15의 69451면을 갖는 bunny 원본 모델을 사용하였고, 두 알고리즘의 시물레이션 결과로 그림 16과 그림 17에서 간략화된 모델들을 보여준다.

다음으로 기존 에지 축약 방식의 체적 보존 메쉬 간략화 알고리즘<sup>[12]</sup>과의 비교에서는 표 1과 표 2에서 보여주는 것처럼 본 논문에서 제안하는 알고리즘의 수행시간과 체적 변화에 대해 큰 차이를 보이지 않았다. 면의 수가 10000개가 될 때까지 본 논문의 알고리즘이 수행시간이 빠른 것은 면 축약 방식의 특성상 에지 축약 방

표 1. Bunny 간략화 수행 시간 (sec)  
Table 1. Bunny simplification time (sec).

면의 수	Wu 등이 제안한 알고리즘	본 논문의 알고리즘	기존 체적보존 알고리즘
40000	0.667612s	0.606213s	0.681351s
20000	0.986870s	1.011717s	1.054126s
10000	1.118030s	1.140314s	1.232057s
5000	1.235968s	1.292101s	1.275745s
1000	1.307679s	1.758097s	1.341572s

표 2. Bunny 간략화 체적 변화  
Table 2. Bunny simplification volume error.

면의 수	Wu 등이 제안한 알고리즘	본 논문의 알고리즘	기존 체적보존 알고리즘
40000	+2.989381e-005	-1.574952e-022	-2.967117e-021
20000	+7.550231e-005	+4.872094e-022	-3.801406e-021
10000	+1.386927e-004	-2.216844e-022	-4.984222e-021
5000	+2.236603e-004	-3.326920e-021	-3.384248e-021
1000	+5.432480e-004	-4.034987e-021	-8.088011e-021

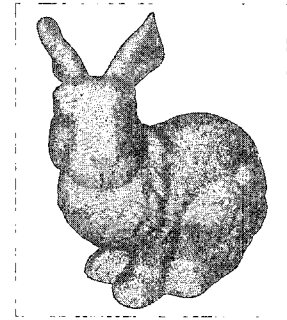


그림 15. 69451 면의 원본 bunny 모델  
Fig. 15. Original bunny model with 69541 faces.

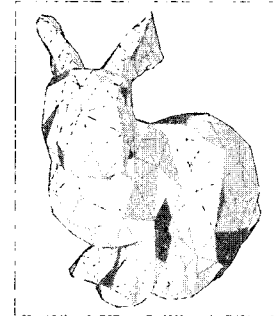


그림 16. 제안한 알고리즘을 사용한 997 면의 bunny  
Fig. 16. Bunny with 997 faces by suggested algorithm.

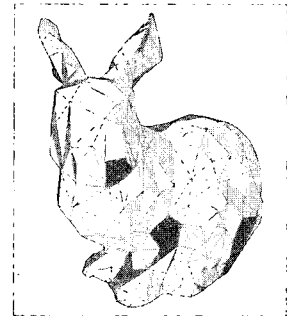


그림 17. Wu 등이 제안한 알고리즘을 사용한 999면의 bunny  
Fig. 17. Bunny with 999 faces by Wu's algorithm.

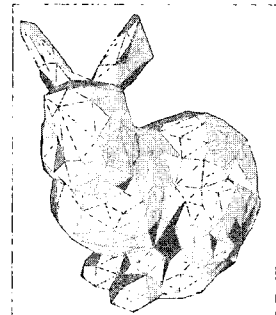


그림 18. 기존 알고리즘을 사용한 999면의 bunny  
Fig. 18. Bunny with 999 faces by Kim's algorithm.

식에 비해 수행속도가 빠르기 때문이다. 하지만 간략화가 계속되면서 메쉬 모델의 면의 크기가 커지고 그만큼 이면각이 커지게 되어 유효성 검사에서 축약 불가능



로 판단되는 경우가 늘어나게 된다. 이렇게 유효성 검사의 수행시간이 늘면서 간략화에 의한 면의 수가 줄어들수록 수행시간이 기존 체적보존 알고리즘에 비해 길어지는 것을 알 수 있다. 기존 체적 보존 알고리즘의 간략화 결과는 그림 18에서 보여준다.

## V. 결 론

본 논문에서는 면 축약 방식을 이용하면서 3D 모델의 체적 보존을 고려한 메쉬 간략화 알고리즘을 제안하였다. 축약 면의 우선순위 결정을 위해 메쉬 모델의 기하학적 특성들에 대한 별도의 비중을 두는 Wu 등<sup>[15]</sup>이 제안한 가중치 함수의 치명적인 문제점을 보완한 새로운 우선순위 결정 방식을 제안하였고, 체적 보존을 위해 기존 에지 축약 방식을 이용한 체적 보존 메쉬 간략화 알고리즘<sup>[12]</sup>을 보완하여 적용하였다. 기존 체적 보존 알고리즘에서 발견하지 못했던 체적 계산에 대한 오류 문제를 최소화하기 위해 적절한 체적 기준점을 결정하는 새로운 알고리즘을 제안하고, 축약과정에서도 이러한 현상이 일어나는지에 대한 유효성 검사 또한 계속하여 이러한 현상이 생기면 그 부분의 축약 우선순위를 뒤로 미룸으로써 오류가 생기는 것을 원천적으로 방지하였다.

본 논문에서 사용한 면 축약 방식은 해당 면을 하나의 정점으로 축약시키고 그 면의 에지들을 공유하는 이웃한 면들을 각각 에지로 축약 시키는 것이다. 이 방법은 다른 메쉬 간략화 방법에 비해 간략화가 빠른 장점을 갖지만 그만큼 복잡하고 고려해야 할 부분이 많은 방법이다. 특히 앞서 설명한 유효성 검사의 일부분으로 경계 부분에 대해 체적 보존에 대한 처리가 명확하지 않고 면 축약 방식으로 축약이 불가능한 경우가 많이 발생한다. 표면이 완전히 면으로 채워져 있지 않고 구멍이 뚫린 경우에는 어떤 방법으로 축약을 하더라도 경계 부분 처리의 불확실성을 해결할 수는 없다. 특히 체적 보존을 주 방법으로 하는 본 논문의 경우에는 근본적으로 해결할 수 없는 문제라고 할 수 있다. 이 문제에 대해 본 논문에서는 일부 에지 축약 방법을 병행하는 방법을 사용하였지만 부분적으로 체적을 좀 더 고려할 수 있는 방법에 대해서는 계속해서 연구해볼 여지가 있을 것으로 생각된다. 대신 본 논문에서 제시한 방법은 구멍 뚫린 부분 등 경계 부분이 없는 완전한 메쉬에 대해서는 체적 보존이 보장될 수 있다.

## 참 고 문 헌

- [1] J. Rossignac and P. Borrel, "Multi-resolution 3D approximations for rendering complex scenes," *Geometric Modeling in Computer Graphics*, pp.455-465, 1993.
- [2] W. J. Schroeder, J. A. Zarge, and W. E. Lorensen, "Decimation of Triangle Meshes," *Proceedings of the ACM SIGGRAPH '92*, pp. 65-70, 1992.
- [3] M. Soucy, and D. Laurendeau, "Multiresolution Surface Modeling Based on Hierarchical Triangulation," *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 63, no. 1, pp. 1-14, 1996.
- [4] J. Cohen, A. Varshney, D. Mandcha, et al., "Simplification Envelopes," *Proceedings of the ACM SIGGRAPH '96*, pp. 119-128, 1996.
- [5] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, et al., "Mesh Optimization," *Proceedings of the ACM SIGGRAPH '93*, pp. 19-26, 1993.
- [6] A. Guezic, "Surface Simplification Inside a Tolerance Volume," *Proceedings of the 2nd Annual International Symposium on Medical Robotics and Computer Aided Surgery*, pp. 132-139, 1995.
- [7] R. Ronfard, J. Rossignac, and J. Rossignac, "Full-range approximation of triangulated polyhedra," *Proceedings of the Eurographics, Computer Graphics Forum*, vol. 15, no. 3, pp. 67-76, Aug. 1996.
- [8] H. Hoppe, "Progressive Meshes," *Proceedings of the ACM SIGGRAPH '96*, pp. 99-108, 1996.
- [9] M. Garland and P. S. Heckbert, "Surface Simplification Using Quadric Error Metrics," *Proceedings of the ACM SIGGRAPH '97*, pp. 209-216, 1997.
- [10] P. Lindstrom and G. Turk., "Fast and Memory Efficient Polygonal Simplification," *Proceedings of the IEEE Conf. on Visualization '98*, pp. 279-286, 1998.
- [11] 김수균, 김선정, 김창현, "미분 오차 척도를 이용한 메쉬 간략화 알고리즘," *정보과학회논문지(시스템 및 이론)*, 제 31권, 제 5호, pp. 288-296, 2004년 6월.
- [12] 김종영, 장태정, "체적 보존을 고려한 메쉬 간략화 알고리즘," *전자공학회논문지*, 제 41권, CI편, 제 5호, pp. 493-500, 2004년 9월.
- [13] B. Hamann, "A Data Reduction Scheme for Triangulated Surfaces," *Computer Aided Geometric Design*, vol. 11, no. 2, pp. 197-214, April 1994.
- [14] T. S. Gieng, B. Hamann, K. I. Joy, et al.,

- "Smooth Hierarchical Surface Triangulations," *Proceedings of the IEEE Conf. on Visualization '97*, pp. 379-386, 1997.
- [15] Jian-Hua Wu, Shi-Min Hu, Jia-Guang Sun, and Chiew-Lan Tai, "An Effective Feature-Preserving Mesh Simplification Scheme Based on Face Constriction," *Proceedings of the 9th Pacific Conf. on Computer Graphics and Applications*, pp. 12-21, 2001.
- [16] W. J. Schroeder. "A Topology Modifying Progressive Decimation Algorithm," *Proceedings of the IEEE Conf. on Visualization '97*, pp. 205-212, 1997.
- [17] P. Lindstrom and G Turk, "Image-Driven Simplification," *ACM Transactions on Graphics*, vol. 19, no. 3, pp. 204-241, July 2000.

---

 저 자 소 개
 

---



이 준 영(정회원)

2003년 강원대학교 전기전자정보  
통신공학부 학사 졸업.

2005년 강원대학교 통신멀티미디어  
공학과 석사 졸업.

2005년~현재 한국전자통신연구원  
차세대 PC 연구그룹.

<주관심분야 : 컴퓨터, 신호처리, 제어계측, 스마트  
인터페이스>



장 태 정(정회원)

1986년 서울대학교 제어계측  
공학과 학사 졸업.

1988년 서울대학교 제어계측  
공학과 석사 졸업.

1994년 서울대학교 제어계측  
공학과 박사 졸업.

1995년~현재 강원대학교 전기전자정보통신공학부  
부교수

<주관심분야 : 햅틱 인터페이스, 가상현실, 디지털  
통신 및 신호처리, 제어이론 및 응용>