

변형 가능한 물체를 위한 효과적인 시뮬레이션 제어

홍민[†] · 최민형^{†*}

요 약

변형 가능한 물체들 간의 자연스럽고 그럴듯한 상호작용을 얻거나, 시뮬레이션을 사용자가 원하는 시작 조건으로 설정하기 위해서는 이를 제어할 수 있는 기하학적인 제한을 직관적으로 정의하거나 제어 할 수 있어야 한다. 또한 사용자가 시뮬레이터의 증대한 변경 없이 시뮬레이션을 다양한 환경의 시뮬레이션문제를 풀기위한 기반으로 사용할 수 있어야 한다. 본 논문에서 제안된 물리학 기반의 기하학적 제한 시뮬레이션 시스템은 변형 가능한 물체를 표현하기 위해서 비선형적인 유한요소 해석 방법을 사용하였으며, 제약 조건을 지키기 위해서 물체의 노드에 기하학적인 제한을 설정함으로써 제한 힘이 생성된다. 또한 사용자가 기하학적인 제한을 설정하고 변경 할 수 있도록 해주며, 이러한 제약들은 지속적으로 시뮬레이션 시스템을 통제 할 수 있도록 제한 힘으로 변환된다. 따라서 시뮬레이터는 물체에 적용되는 선형적, 각도, 부등식 등의 기하학적 제한을 통제 할 수 있다. 본 연구의 실험적인 결과들은 전체 시뮬레이션 동안 기하학적 제한이 작은 오차 범위 내에서 잘 지켜지고, 변형 가능한 물체의 원하는 형태를 잘 보존하고 있음을 보여준다.

키워드 : 시뮬레이션, 변형 가능한 물체, 기하학적 제한, 비선형 유한 요소법

Effective Simulation Control for Deformable Object

Min Hong[†] · Min-Hyung Choi^{†*}

ABSTRACT

To achieve a natural and plausible interaction with deformable objects and to setup the desirable initial conditions of simulation, user should be able to define and control the geometric constraints intuitively. In addition, user should be able to utilize the simulation as a problem solving platform by experimenting various simulation situations without major modification of the simulator. The proposed physically based geometric constraint simulation system solves the problem using a non-linear finite element method approach to represent deformable objects and constraint forces are generated by defining geometric constraints on the nodes of the object to maintain the restriction. It allows user to define and modify geometric constraints and an algorithm converts these geometric constraints into constraint forces which seamlessly integrate controllability to the simulation system. Simulator can handle linear, angular, inequality based geometric constraints on the objects. Our experimental results show that constraints are maintained in the tight error bound and preserve desired shape of deformable object during the entire simulation.

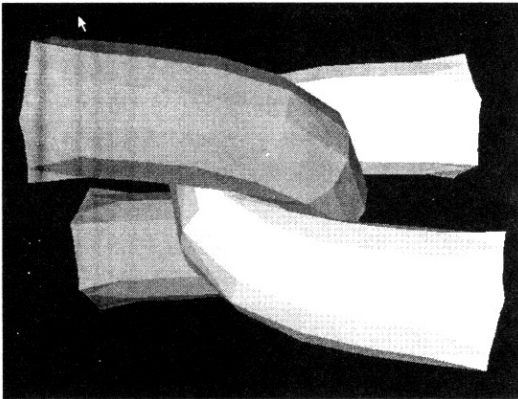
Keywords : Simulation, Deformable Object, Geometric Constraint, Non-linear FEM

1. 서 론

컴퓨터 애니메이션과 의료 영상에 있어서 급증하고 있는 사실감 있는 컴퓨터 시뮬레이션의 요구로 인해서, 보다 현실감 있는 변형 가능한 물

[†] 준 회 원: 콜로라도대학교 생명정보학과 박사과정
^{†*} 콜로라도대학교 컴퓨터공학과 교수 (교신저자)
 논문접수: 2004년 11월 12일, 심사완료: 2005년 1월 13일

체에 대한 시뮬레이션이 중요한 요소가 되고 있다. 따라서 보다 정교하고 사실감 있는 시뮬레이션을 얻기 위해서는, 물리학 기반의 물체 변형에 대한 표현이 필수적인 방법이 되고 있다. 그림 1은 본 논문에서 제안된 비선형 유한 요소 방법(FEM)에 의해서 시뮬레이션 된 부드러운 두 물체가 서로 충돌하여 물체의 형태가 변형된 결과를 보여주고 있다.



<그림 1> 부드러운 원기둥 모양 물체들의 충돌

변형 가능한 물체는 단단한 물체(Rigid body)와는 다르게, 물체의 모양을 계속해서 바꾸고, 이를 표현하기 위해서 우리는 변형 가능한 부드러운 물체를 많은 노드들로 모델링 해야 한다. 이러한 환경에서 물체의 행동을 제어하는 일은 쉬운 일이 아니기 때문에 이를 직관적인 방법으로 제어할 수 있는 방법이 필요하다.

특히 수술 시뮬레이션을 위한 변형 가능한 인간 장기(Organ) 모델링은 매우 어렵다. 예를 들면, 인간의 관절은 조직, 뼈, 인대, 힘줄등과 같은 여러 개의 조직으로 구성되어 있다. 게다가 인간의 장기는 다른 장기에 의해서 둘러 싸여 있고, 아직까지 이러한 인간의 장기나 조직에 대한 정확한 물리적 특성은 잘 모르고 있다. 따라서 직관적인 기하학적인 제한이 수술 시뮬레이션을 제어 하는데 있어서 중요한 역할을 할 수 있다.

주어진 외부 힘에 대한 물체의 변형에 관련된 모델링과 시뮬레이션은 질량-스프링 모델(Mass-spring model), 유한 요소 방법(Finite element method), 경계 요소 방법(Boundary element method)등과 같은 다양한 방법에 의해

서 잘 연구되어 왔다. 하지만, 다양한 시뮬레이션 환경에서 변형 가능한 물체를 실용적으로 사용하기 위해 직관적으로 정의하고 적용 할 수 있는 방법에 대한 연구는 아직까지 잘 이루어지지 않고 있다. 불이익 방법(Penalty method)은 접근하는 탄성 있는 두 물체간의 내부 중첩(Inter-penetration) 현상을 막기 위해서 임시의 에너지를 사용하였으나, 이 방법은 모든 경우에 대해서는 정확하지 않고 내부 침투현상을 막기 위한 적당한 불이익 계수를 찾아내는 것은 매우 어렵다[11]. 게다가 불이익 방법이 시각적으로 만족스러운 애니메이션을 얻기 위해서는 아주 작은 시간간격을 사용해야만 한다[12]. 이러한 단점은 막대한 계산 시간을 요구하기 때문에 실시간 시뮬레이션이 불가능하다. 본 논문에서 제안한 시뮬레이터는 두 노드간의 제약을 유지하기 위해서 기하학적인 제한이 형성, 적용되었고, 유한 요소 방법에 의한 변형 가능한 부드러운 모델에 아주 잘 적용 되었다.

2. 관련 연구

기하학적인 제한에 관련된 연구는 기계 공학 분야[13]에서 연구 되어 왔지만, 컴퓨터 그래픽스 응용분야에서 사용되는 방법과는 관점이 다르다. 기계 공학에서는 그 정확성에 초점을 맞추고 있는 반면에, 본 논문의 목적은 변형 가능한 물체에 대한 시뮬레이션에 관한 적당한 시각적인 모양과 정확성을 보장하는 것이다. 이전의 연구들은 주로 기하학적인 제한을 단단한 물체를 제어 하는 데에 적용하여 왔다. 딱딱한 스프링(Hard spring)을 기하학적인 제한 대신에 이용한 방법이 비슷한 효과를 주기는 했지만, 이 방법은 수학적으로 풀기 어려운 강성 조건(Stiff condition)을 야기 할 수 있다. 이러한 강성 조건의 단점은 시뮬레이터가 다음 상태를 예측하기 위해서 사용하는 시간간격을 작게 사용하도록 제약하고, 이는 불필요하고 과도한 계산을 초래한다. 따라서 이 방법은 변형 가능한 물체와 상호작용이 있는 실시간 시뮬레이션에 사용 될 수 없다. Witkin[1, 6]과 Baraff[2, 7]는 단단한 물체의 동적인 시뮬레이션을 구현하기 위해서 라그랑지

폼(Lagrange multipliers) 방법을 사용하였다.

변형 가능한 물체의 모델링 관점에서, 부드러운 물체에 대한 기존의 오랜 연구는 자유 형태 변형(Free form deformation)에서부터 유한 요소 방법까지 발전되어 왔다. 하지만 기존의 연구의 주요 관점은 주어진 외부 힘에 대한 변형 모델링에 있었다. 시뮬레이션 동안 변형 가능한 물체의 행동을 시뮬레이션의 시나리오를 통해서 직관적으로 제어 하는 방법은 아직까지 제안되지 않았었다.

유한 요소 방법은 애니메이션이나 시뮬레이션에서 물체의 변형을 구현하기 위해서 사용되어 왔다. Terzopoulos[4]는 탄성 원리를 이용한 변형 가능한 탄성 물체를 제안했고, Bro-Nielsen[5]은 수술 시뮬레이션을 구현하기 변형 가능한 인간의 장기들의 모델링을 위해 유한 요소 방법을 사용하였다. 좀더 빠른 상호작용을 얻기 위해서, Cotin[8]은 유한 요소 방법의 계산 속도를 향상시킬 수 있는 복합 방법(Hybrid method)을 제안하였다. 이 방법은 선행 계산(Pre-computation) 기술과 텐서-질량 방법(Tensor-mass method)을 혼합하여 학습을 통해 체적 변형과 절개 수술의 실시간적인 가상 수술 시뮬레이션을 구현하였다. 유한 요소 방법과는 달리 경계 요소 방법은 오직 경계 구역만을 나누기 때문에 정확한 물체 변형을 계산하기는 어려우나 적은 계산 시간이 요구되기 때문에 상호작용이 필요한 실시간 시뮬레이션에 적합한 방법이다[9].

3. 유한 요소 방법

부드러운 물체의 변형을 시뮬레이션 하는 것은 뉴턴의 운동 법칙에 의해서 매 시간 간격마다의 물체를 구성하고 있는 노드들의 이동을 찾아내는 것이다. 질량-스프링 모델은 프로그래밍하기가 쉽고, 시뮬레이션의 다음 상태를 계산하는데 걸리는 시간이 빠르기 때문에 물체의 변형을 구현하는 방법으로 사용 될 수 있다. 하지만 이 방법은 물체의 물리적인 특성을 표현하기 위한 적당한 스프링 계수를 찾기 힘들고, 물체의 비압축성을 표현하기 어렵기 때문에 적절한 정확도의 물체 변형을 구현하기 어려운 단점이 있다.

유한 요소 방법은 탄성 분석을 통해서 물체를 구성하는 모든 노드들의 이동을 계산해 내는 잘 알려진 수치적 연속체(Numerical continuum) 방법이다. 이 방법에서 변형 가능한 물체는 적당한 숫자의 유한 요소들로 나누어진다. 물체 변형의 분석은 내부와 외부의 힘과 처음에는 알지 못하는 구성 노드의 이동으로 구성된다. 이미지의 변수는 물체의 움직임을 지배하는 몇 개의 기본 수식을 폼으로써 구할 수 있다. 부드러운 물체는 일반적으로 큰 변형을 일으키는데, 선형 유한 요소 방법은 이러한 큰 변형을 표현 하는 데는 정확성이 떨어진다. 따라서 본 논문은 부드러운 변형 가능한 물체를 표현하는데 광범위하게 사용될 수 있는 비선형 유한 요소 방법을 사용하였고, 빠른 계산 속도를 얻기 위해 명시적 상미분 방법과 함께 적용하였다. 비선형 유한 요소 방법에 있어서 내부 힘과 변형은 비선형적으로 변하는 변형률(Strain)과 속도, 응력(Stress)에 의해서 계산된다. 본 논문에서는 변형률을 Cauchy-Green 변환 텐서, $C = F^T F$ 에 의해서 계산 하였다. 선형 유한 요소 방법을 계산하기 위한 수식은 아래와 같다.

$$M\ddot{u} + D\dot{u} + Ku = f$$

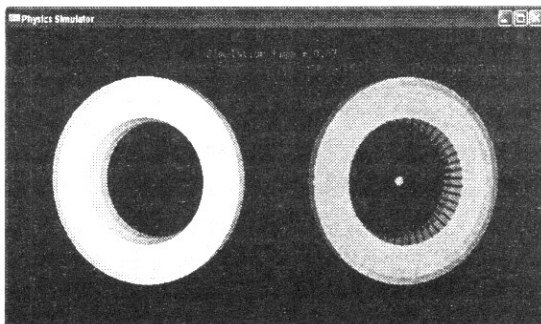
위 식에서 M은 질량 행렬(Mass matrix)이고, D는 감쇠 행렬(Damping matrix), K는 강성 행렬(Stiffness matrix)이다. u는 n차원의 이산 이동 벡터이고, f는 물체에 작용되는 힘 벡터 이다. 위의 수식에 대한 비선형 방법은,

$$M\ddot{u} + D\dot{u} + R(u) = 0$$

이고 R(u)는 물체의 변형으로 인해 생기는 내부 힘이다. 부드러운 물체의 특성이 작은 값의 강성 행렬의 계수를 요구하기 때문에 비교적 큰 시간 간격을 이용한 명시적인 다음 상태 계산이 가능하도록 한다[12]. 따라서 비교적 큰 망(Mesh) 모델에 대해서는, 적당한 시간 간격을 통한 비선형 유한 요소 방법이 실시간 시뮬레이션을 가능하도록 해준다.

4. 기하학적인 제한

기하학적인 제한은 시뮬레이션 동안 노드간의 거리, 두 벡터간의 각도 등의 기하학적 특성을 유지하도록 한다. 모든 시뮬레이션은 각각 독특한 시작 환경과 외부 힘, 시뮬레이션 동안 지켜져야 할 관계 등을 정의하는 각각의 시나리오가 있고, 이러한 제약들은 앞에서 언급한 기하학적 특성을 유지하게 함으로써 구현 될 수 있다. 따라서 사용자가 각각의 시나리오를 정의 할 수 있도록 지켜져야 할 제한들을 정의하고 변경 할 수 있도록 해 주는 것은 매우 중요한 일이다. 이러한 제한들은 $C(q) = 0$ 라는 다항식을 통해서 정의 될 수 있다. 위 식에서 q 는 변형 가능한 물체를 구성하는 노드들의 구조를 표현하는 벡터이다. 기하학적인 제한들이 변형 가능한 물체를 구성하고 있는 사면체 망의 여러 쌍의 노드들에 적용되고, 이러한 노드들은 어떠한 외부 힘이 물체에 가해져도 상대적인 노드들의 관계를 유지해야 한다. 예를 들면, 아래 그림 2과 같은 자동차 타이어를 시뮬레이션하기 위해서는 타이어의 안쪽면에 타이어의 중심을 임의의 점으로 하고 안쪽면의 노드들까지의 거리를 유지하도록 하는 임의의 점-노드 거리 제약(point-node constraint)들을 규정함으로써 자동차 타이어의 행동을 시뮬레이션 할 수 있다. 이 그림에서 파란색 선들이 임의의 점-노드 제약들 이다.



<그림 2> 기하학적인 제약 설정

기본적으로 시뮬레이터에는 다양한 성질의 부드러운 물체들이 적용될 수 있으며, 사용자가 요구하는 조건들을 잘 만족시키는 자연스러운 시뮬레이션이 되는지 안 되는지는, 얼마나 기하학적인

제한들이 잘 적용되었는가에 따라서 결정될 수 있다. 따라서 부자연스럽고, 이상한 시뮬레이션이 되지 않게 하기 위해서는 사용자가 직관적으로 이러한 제약들을 설정하고 변경할 수 있는 기능이 필수적이다.

어떠한 노드들 간의 상대적인 상태가 대수학 방정식으로 표현 될 수 있고, 그 수식의 편미분이 존재한다면, 이러한 상태들은 기하학적인 제한들로 구성 될 수 있으며, 모든 시뮬레이션에 사용 될 수 있다. 다음에 설명되는 기본적인 제한 수식들이 이에 대한 몇 가지 예제들이다.

• 노드-노드 제약 (Node-node constraint)

노드-노드 제약은 변형 가능한 물체를 구성하고 있는 두 노드간의 거리를 제약한다.

$$|q_i - q_j|^2 - R^2 = 0$$

위 수식에서 q_i 와 q_j 는 두 노드들의 좌표이고, $q_i \neq q_j$ 이다. R 은 시뮬레이션 동안 두 노드들이 지켜져야만 할 사용자가 원하는 거리이다.

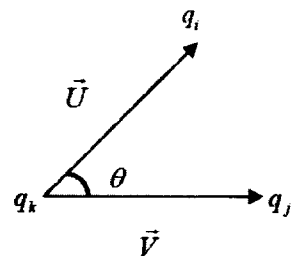
• 임의의 점-노드 제약

임의의 점-노드 제약은 임의의 점과 물체를 구성하고 있는 노드간의 거리를 유지한다. 이 제약은 어떤 물체를 공간상의 한점에 매달거나 가상의 벽과 같은 경계를 만드는데 유용하게 사용될 수 있다.

$$|q_i - q_c|^2 - R^2 = 0$$

위 수식에서 q_c 는 임의의 점에 대한 좌표로서 물체를 구성하는 노드가 아닌 점이다.

• 각도 제약 (Angular constraint)



각도 제약은 두 벡터, 즉 세 노드들 간의 각도를 유지한다. 아래 식에서 벡터 \vec{U} 는 노드 좌표 q_i 와 q_k 이고, 벡터 \vec{V} 는 노드 좌표 q_j 와 q_k 이고, θ 는 시뮬레이션 동안 두 벡터가 유지해야 할 각도이다.

$$|\vec{U} \cdot \vec{V}|^2 - \theta^2 = 0$$

• 부등식 제약 (Inequality constraint)

부등식 제약은 두 노드들의 좌표가 지정해준 반지름 안에 위치하도록 제약한다. 선형 시스템(Linear system)이 부등식 문제를 풀 수 없기 때문에 변수 W 를 추가하여 등식 문제로 풀 수 있도록 한다.

$$|q_i - q_j|^2 - R^2 - W^2 = 0$$

5. 수학적 해법

먼저 기하학적 제한이 정의되면, 전체 시뮬레이션 동안 주어진 제약들을 유지하기 위해서 제한 힘(constraint force)이 계산되고 적용된다. 기하학적 제한들은 몇 개의 수식에 의해서 정의된다. 예를 들면, 시뮬레이션이 변형 가능한 물체를 구성하고 있는 두 노드간의 거리를 유지하도록 노드-노드 제약이 정의 되었다고 가정하자.

x_1, y_1, z_1 가 하나의 노드 좌표를 표현하고, x_2, y_2, z_2 가 다른 하나의 노드 좌표를 표현하고, 이 두 노드가 시뮬레이션 동안 계속해서 거리 r 을 유지해야 한다면, 이를 만족시키는 노드-노드 제약은 다음과 같은 수식이 된다.

$$C = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2 + (z_1 - z_2)^2 - r^2 = 0$$

만약 변형 가능한 물체가 n 개의 구성 노드들로 이루어져 있다고 가정한다면, $3n$ 벡터 크기의 q 가 각각의 노드들의 좌표를 표시할 수 있고, W 는 $3n \times 3n$ 크기의 역 행렬에 의해서 대각 원소들(Diagonal elements)로 표현되는 노드 질량이다. F 는 $3n$ 크기의 전체 힘 벡터이다. 시뮬레이션이 이미 정의된 기하학적 제한에 따라서 올바른 위치와

속도에서 시작 되었다고 가정한다면, $C = \dot{C} = 0$ 이고 \ddot{C} 은 추가적으로 적용된 제한 힘인 F_C 에 의해서 0에 가깝도록 최소화 되어야 한다. 여기에서 \dot{C} 는 정의된 제약 C 에 대한 편미분에 의해서 구해질 수 있다. 따라서 C 에 대한 위치의 편미분은

$$\dot{C} = \frac{\partial C}{\partial q} \dot{q} = 0$$

이고, 이 식에서 $\frac{\partial C}{\partial q}$ 은 J 로 치환될 수 있다. J 는 각각의 제약에 대한 제한 힘에 작용되어야 할 방향을 알려주는 행렬로서 C 의 자코비안 행렬(Jacobian matrix)이라고 한다. 이 자코비안 행

렬에 대한 시간 편미분은 $\ddot{C} = \frac{\partial^2 C}{\partial q \partial t} \dot{q} + \frac{\partial C}{\partial q} \ddot{q} = 0$

$$\frac{\partial^2 C}{\partial q \partial t}$$

이고 $\frac{\partial^2 C}{\partial q \partial t}$ 는 J 로 치환될 수 있다. 따라서 정의된 제한에 대한 두 번의 편미분은 아래에 있는 식 (1)이 된다.

$$\ddot{C} = \dot{J}\dot{q} + J\ddot{q} = 0 \tag{1}$$

모르는 제한 힘인 F_C 를 구하기 위해서는 F_C 를 앞에서 언급한 전체 힘 벡터인 F 와 더해서 뉴턴의 제 2 법칙에 적용시키면, 가속도인 \ddot{q} 는 $W(F + F_C)$ 에 의해서 구해질 수 있다. 따라서 수식 (1)은

$$\ddot{C} = \dot{J}\dot{q} + JW(F + F_C) = 0 \tag{2}$$

이 되고, F_C 는 작용 방향과 크기인 $J^T \lambda$ 로 나누어 질수 있는데 여기서 벡터 λ 가 라그랑지 곱이다. 또한 수식을 풀 때 발생하는 오차를 줄이기 위해서 $-k_s C - k_d \dot{C}$ 를 추가하여 수식 (2)를 정리하면 다음과 같은 수식 (3)이 된다.

$$JWJ^T \lambda = -\dot{J}\dot{q} - JWQ - k_s C - k_d \dot{C} \tag{3}$$

수식 (3)에서 k_s 는 스프링 계수(Spring constant)이고 k_d 는 감쇠 계수(Damping constant)이다. 따라서 위 수식에서 모르는 변수는 오직 라그랑지 곱인 λ 이기 때문에, 이 λ 를 선형 시스템을 이용하여 풀 수

있다. 따라서 우리가 구하고자하는 제한 힘 F_C 는 $F_C = J^T \lambda$ 에 의해서 구해진다. 노드 위치에 대한 편미분인 자코비안 행렬 J 와 J 은 거리 제한일 경우에는 아래와 같은 형태의 행렬로 표현된다.

$$J = \begin{bmatrix} A & B & 0 & \dots & 0 \\ 0 & C & D & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{bmatrix}$$

위 행렬의 크기는 행의 크기는 제한의 수이고 열의 크기는 변형 가능한 물체를 구성하는 노드들의 수의 3배(x, y, z 에 관한 좌표를 가지고 있기 때문에)이다. 따라서 행의 관점에서 보면 어떤 노드와 노드간의 제한이 정의 되어 있는지를 알 수 있다. 이전의 그림 2에서 사용된 임의의점-노드 제약들을 예로 자코비안 행렬을 만든다고 가정하고, x_i, y_i, z_i 가 변형 가능한 물체에 존재하는 한 노드의 위치이고 임의의 점의 위치가 C_x, C_y, C_z 이면 위의 자코비안 행렬에 해당되는 A, B, C, D는 다음과 같다.

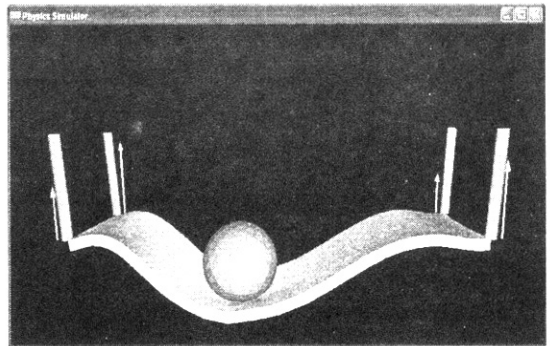
$$\begin{aligned} A &= [2(x_0 - C_x) \quad 2(y_0 - C_y) \quad 2(z_0 - C_z)] \\ B &= [-2(x_0 - C_x) \quad -2(y_0 - C_y) \quad -2(z_0 - C_z)] \\ C &= [2(x_1 - C_x) \quad 2(y_1 - C_y) \quad 2(z_1 - C_z)] \\ D &= [-2(x_1 - C_x) \quad -2(y_1 - C_y) \quad -2(z_1 - C_z)] \end{aligned}$$

J 은 위에서 계산된 J 의 행렬에서 사용한 위치 대신에 속도를 사용함으로써 구할 수 있다. 위와 같이 구한 제한 힘을 유한 요소 방법의 시물레이션에 사용하는 전체 힘에 반영시키고, 명시적인 상미분 방정식에 의해서 변형 가능한 물체를 구성하고 있는 노드들의 다음 위치를 구할 수 있다.

6. 실험 결과

우리는 원하는 물체를 만들기 위해서 적당한 수의 겹 표면이 삼각형 모양인 사면체를 이용하였다. 아래에 명시된 예제들은, NETGEN[3]을 이용하여 3차원의 여러 개의 사면체로 구성된 변형 가능한 물체를 만들어서 시물레이터에서 사용하였다. 아래 그림 3에서는 단단하지만 그래도 변형이 가능한 공이 부드러운 보드에 의해서 뒹겨

져 올라오는 시물레이션을 구현하였다. 이 예제에서 우리는 보드의 네 모서리를 네 개의 단단한 막대기들을 이용하여 고정시키는 효과를 임의의 점-노드 제한을 사용하여 표현하였다. 또한 제한 힘이 여러 방향으로 작용되도록 하기위해서 우리는 아주 부드러운 보드를 사용하였다. 공을 보드보다 높은 곳에서 중력에 의해 떨어뜨렸기 때문에 공이 보드에 부딪혀서 아래 방향으로 생기는 힘에 반해서, 제한된 거리를 유지하기 위해서 제한 힘이 위쪽 방향으로 생긴다.

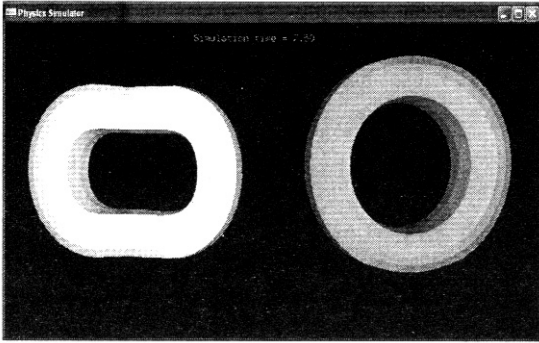


<그림 3> 공과 보드 시물레이션

이 그림에서 네 개의 화살표들은 제한 힘이 작용되는 방향과 크기를 나타낸다. 그림에 있어서 화살표들의 방향과 크기들이 약간씩 다른 이유는 공이 정확하게 보드의 가운데에 떨어지지 않았기 때문이다. 비록 떨어진 공이 부드러운 보드에 부딪혀서 생기는 힘의 크기와 방향이 아주 어려운 상황을 만들지만, 이 예제에 적용된 기하학적 제한들은 전체 시물레이션 동안 잘 지켜지고, 자연스럽게 현실적인 시물레이션 결과를 만들었다.

그림 4는 변형이 가능한 자동차 타이어 모델에 대해서 그림 3에서 설명한 임의의점-노드 제한을 왼쪽 타이어에는 적용하지 않고 오른쪽 타이어에는 적용한 후에 양쪽 타이어의 위쪽과 아래쪽에 힘을 주어서 위아래 쪽에서 누르는 형태의 시물레이션 결과 이다. 따라서 오른쪽 타이어는 가상의 자동차 타이어 테두리가 기하학적 제한에 의해서 모방된 것이다. 그림 3이 보여주듯이 왼쪽 타이어는 위아래에서 누르는 힘에 의해서 타이어 안쪽의 형태가 많이 찌그러진 반면에, 오른쪽 타

이어는 위아래 쪽이 누르는 힘에 의해서 약간 찌그러졌지만, 안쪽의 형태는 마치 자동차 타이어의 테두리가 존재하는 것처럼 기하학적인 제한들에 의해서 원래의 형태를 잘 유지하고 있다.



<그림 4> 자동차 타이어 시뮬레이션

본 연구에서는 일정한 거리를 유지해야 하는 임의의 점-노드 제약이 주로 사용 되었으며, 이를 사용한 결과, 자연스러운 물체의 행동과 제한된 거리가 잘 유지 되었다. 제한된 거리를 유지하기 위한 제한 힘이 제대로 적용 되었는지를 입증하기 위해서 우리는 자동차 타이어 시뮬레이션에서 사용된 135개의 임의의 점-노드 제한들에 대한 오차를 계산 하였다. 이 오차는 매 시간마다 제한들에 적용된 현재의 거리와 지정해준 거리간의 차이에 대한 절대 값들을 모두 합산함으로써 측정 하였다. 그림 5에 나와 있는 그래프는 매 시간마다의 누적된 오차들이 최대 2.5e-05 근처에서 잘 유지 되고 있음을 보여 주고 있다.



<그림 5> 누적된 오차의 그래프

7. 결 론

본 논문은 기하학적 제한들이 얼마나 잘 물리 기반의 변형 가능한 물체의 시뮬레이션을 직관적이고 효과적으로 통제할 수 있는지를 보여주고 있다. 또한 사용자가 쉽게 다양한 종류의 환경에서 전체 시뮬레이션의 코드 변경 없이 여러 종류의 기하학적 제한들을 정의하고 변경할 수 있는지를 제시하고 있다. 제안된 방법은 비선형 유한 요소 방법에 의해 사용자가 정의한 기하학적 제한들을 제한 힘으로 변환하여 변형 가능한 물체를 제어 하였다. 본 논문에서 제시된 예제를 통해서 원하는 모양의 형태를 유지하면서도 작은 오차 범위에서 기하학적 제한이 잘 지켜졌음을 보여주고 있다.

참 고 문 헌

- [1] A. Witkin and W. Welch(1990). Fast Animation and Control of Nonrigid Structures. ACM SIGGRAPH 1990 Conference Proceedings. 24, 4, 243-252.
- [2] D. Baraff(1996). Linear-Time Dynamics using Lagrange Multipliers. Computer Graphics. 30, 137-146.
- [3] NETGEN is an automatic 3d tetrahedral mesh generator.
<http://www.sfb013.unilinz.ac.at/~joachim/netgen/>
- [4] D. Terzopoulos, J. Platt, A. Barr, and K. Fleischer(1987). Elastically Deformable Models. ACM SIGGRAPH 1987 Conference Proceedings. 21(4), 205-214.
- [5] M. Bro-Nielsen(1998). Finite Element Modeling in Surgery Simulation. Journal of the IEEE. 86(3), 490-503.
- [6] D. Baraff(1993). Issues in Computing Contact Forces for Non-penetrating Rigid Bodies. Algorithmica. 10, 292-352.
- [7] A. Witkin, M. Gleicher, and W. Welch(1990). Interactive Dynamics. In Proceedings 1990 Symposium on

Interactive 3d Graphics. 24, 11-21.

- [8] S. Cotin, H. Delingette, and N. Ayache(2000). A Hybrid Elastic Model for Real-time Cutting, Deformations, and Force Feedback for Surgery Training and Simulation. The Visual Computer. 16, 7, 437-452.
- [9] D. L. James, and D. K. Pai(1999). ArtDefo - Accurate Real Time Deformable Objects. ACM SIGGRAPH 1999 Conference Proceedings. 65-72.
- [10] X. Wu, M. S. Downes, T. Goktekin, and F. Tendick(2001). Adaptive Nonlinear Finite Elements for Deformable Body Simulation using Dynamic Progressive Meshes. EUROGRAPHICS.
- [11] G. Hirota, S. Fisher, A. State, H. Fuchs and C. Lee(2001). An Implicit Finite Element Method for Elastic Solids in Contact. Proceeding of Computer Animation.
- [12] Y. Zhuang, and J. F. Canny(1999). Real-Time Simulation of Physically Realistic Global Deformations. IEEE Visualization Late Breaking Hot Topics Proc.
- [13] H. Goldstein. Classical Mechanics. Wesley. Reading.

최민형



1990 중앙대학교
전산학과 (전산학학사)
1992 중앙대학교 공과대학
전산학과 (전산학석사)
1992 아이오와대학교
전산학과 (전산학 석사)

1999 아이오와대학교 전산학과 (전산학Ph.D)
1999~현재 콜로라도대학교 컴퓨터공학과 교수
관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 컴퓨터 시뮬레이션
E-Mail: Min-Hyung.Choi@cudenver.edu

홍민



1995 순천향대학교 공과대학
전산학과(전산학학사)
2001 콜로라도대학교 공과대학
전산학과(전산학석사)

2001~현재 콜로라도대학교 의과대학
생명정보학과 박사과정
관심분야: 컴퓨터 그래픽스, 컴퓨터 시뮬레이션
E-Mail: Min.Hong@UCHSC.edu