韓國産業應用學會論文集, 제9권, 제2호, 85-95, 2006.5
J. Korean Society of Industrial Application, Vol.9, No.2, 85-95, May, 2006

KOSPI200 선물 유지증거금률에 대한 실증연구
Analysis of the maintenance margin level in the KOSPI200 futures market

김 준*, 김영식**
Joon Kim*, Young-Sik Kim**

<Abstract>

The margin level in the futures market plays an important role in balancing the default probability with the investor's opportunity cost. In this paper, we investigate whether the movement of KOSPI200 futures daily prices can be modeled with the extreme value theory. Based on this investigation, we examine the validity of the margin level set by the extreme value theory. Moreover, we propose an expected profit-maximization model for securities companies. In this model, the extreme value theory is used for cost estimation, and a regression analysis is used for revenue calculation. Computational results are presented to compare the extreme value distribution with the empirical distribution of margin violation in KOSPI200 and to examine the suitability of the expected profit-maximization model.

Key words: Extreme Value Theory, KOSPI200, margin

1. 서 론

선물시장에서 증거금은 선물거래자들이 투자시 가격변동에 따른 투자자의 결제불이행 위험을 줄이기 위하여 예치해야 하는 금액이다. 즉, 증거금은 선물가격이 상승 또는 하락할 때, 미결제 약정을 가지고 있는 고객의 결제 이행을 위한 담보역할을 하게 된다. 증거금이 적게 설정되면 고객의 파산 가능성이 증가하여 시장의 안정성을 저해하게 될 것이다. 반면 증거금이 지나치게 크게 설정되면 거래자들의 유동성을 저해하여 기회비용을 증가시키며, 이는 선물시장에 대한 참여를 제한하는 요인으로 작용할 수 있다. 따라서 선물시장 관리자 입장에서 시장 안정성과 거래자들의 비용 증가를 고려하여 적절한 증거금을 설정하는 것은 매우 중요하다. 우리나라의 경우 한국주가지수200을 대상지수로 하는 KOSPI200 (Korea Composite Stock Price Index 200) 선물시장 거래량이 거래의 초기부터 지금까지 지속적으로 증가하는 추세를 보이고 있다. 따라서 시장의 안정성을 고려한 증거금의 적정 수준에 대한 연구가 필요하다.

증거금은 결제불이행을 방지하기위해 선물거래소가 증권회사로부터 받는 매매증거금과 증권회사가 개별투자자로부터 받는 위탁증거금으

* 고려대학교 산업시스템정보공학과 대학원
E-mail : guruthki@korea.ac.kr

** 한국증권전산, 공학석사

* Dept. of Industrial systems and Information Eng. Korea Univ. E-mail : guruthki@korea.ac.kr

** Korea Securities Computer Corp.

로 구분된다. 위탁증거금은 다시 개시증거금과 유지증거금으로 구분 가능하다. 우리나라 선물시장의 증거금은 통합 위험 포트폴리오 증거금 시스템(Portpolio Risk-Based margining system)을 사용하여 선물과 옵션을 함께 고려하여 이루어진다. 본 연구에서는 통합 위험 포트폴리오 증거금 시스템 중 선물의 유지증거금률에 대한 연구를 진행한다. 현재 우리나라 선물시장에서는 선물거래소가 최소 유지증거금률을 제시하고, 각 증권사에서는 이보다 높은 수준으로 유지증거금률을 설정한다. 선물거래소에서 설정하는 유지증거금률은 수익률을 정규분포로 추정하여 산출되어진다.

증거금을 설정하는 방식에 대한 연구는 크게 경제적 모형을 이용하는 방법과 통계적 이론을 이용한 방법으로 구분된다. 경제적 모형을 이용한 방법은 증거금 수준을 내부적으로 결정하는 방식이다. Telser(1981)는 시장의 안정성과 기회비용을 고려한 증거금 설정방식을 제시하였다. 반면 Duffie(1989)는 청산소(clearing house)가 증거금 설정에 통계적 이론을 적용할 수 있음을 보이고, 증거금은 특정기간동안 받아들여질 수 있는 가격변화를 초과할 수 있는 수준 이상으로 설정되어야 한다고 제안하였다. Figlewski(1984)는 증거금 위반확률을 고객계좌가 유지증거금 이하가 되는 초기 증거금 위반확률과 고객의 계좌예치 금액이 0보다 작아지는 확률로 구분하고, 선물가격 변화를 확률과정(Stochastic Process)으로 모형화 하여 초기 증거금 위반확률을 도출하였다. Gay(1986) 등은 수익률의 분포를 정규분포로 가정하고 정규분포에 보수적인 인자를 추가한 증거금 설정방식을 제안하였다. 또한 Warshawsky(1989)는 실제 선물가격변화의 시계열을 사용하여 증거금을 설정하는 방식을 제안하고, 꼬리부분에서 실제적으로 나타난 선물가격 변화가 정규분포의 경우보다 더 많이 발생함을 보였다.

한편 Longin(1996)은 증거금 설정에서 큰 가격변화가 중요하다는 가정 하에, 극단적인 상황을 고려하는 극단치이론(Extreme Value Theory)을 제안하였으며, Booth(1997), Longin (1999)은 극단치이론을 적용하여 각각 핀란드 주가지수 선물시장과 미국 상품 선물시장에서의 증거금 설정방안을 제안하였다. Cotter (2001)은 극단치이론을 유럽 각국의 주가지수 선물시장에 적용하였다. Broussard(2001)은 가격제한이 있는 경우에도 극단치 분포를 이용한 증거금 설정이 타당하다는 것을 밝혔다.

본 연구에서는 KOSPI200 선물거래에서의 유지증거금률을 설정함에 있어 극단치이론의 적용 가능성을 검토하고, 극단치이론이 조건을 달리한 상황에서도 적용이 가능한지를 실증적으로 분석한다. 또한 선물거래소 관점의 유지증거금률 설정뿐만이 아니라 개별 증권사의 입장에서 유지증거금률 설정 모형을 제안하고 이의 타당성을 실험을 통해 검토한다.

본 논문은 다음과 같이 구성되어 있다. 2장에서는 증거금 설정의 기본적인 사항과 극단치이론을 소개한다. 3장에서는 극단치이론의 적용 가능성을 검토하고 경험분포를 이용한 결과와 비교 실험을 수행한다. 또한 보다 현실에 맞게 적용하기 위해 몇 가지 조건을 달리한 상황에서 정규분포, 코시분포와 비교실험을 수행한다. 4장에서는 개별 증권회사의 관점에서의 유지증거금률 설정과 현재 설정된 유지증거금률의 타당성을 검토한다. 마지막으로 5장에서는 결론을 제시한다.

2. 배경지식 및 극단치이론

2.1 증거금률 설정 방식

증거금률 설정은 증거금률과 증거금 위반확률의 관계로 설명된다. 따라서 일정한 증거금률 하에서 위반이 일어날 확률을 정의해야 한다. Figlewski(1984)는 증거금 위반확률을 고객계좌가 유지증거금 이하가 되는 초기 증거금 위반확률과 고객의 계좌예치 금액이 0보다 작아지는 확률로 구분한다. 본 연구에서 사용하는 증거금 위반확률은 선물 수익률이 증거금 수준보다 클 확률로 정의한다.

본 논문에서 사용되는 기호는 다음과 같다.

η^{sh} η^{l}	매도, 매수 시 증거금위반확률
ML^{s} ML^{l}	매도, 매수 시 증거금률
R	t일의 수익률
F	t일의 선물 종가지수
A	t일의 선물의 거래 평균지수

M	계약당 거래액
$L(ML^s$	계약당 손실액
$\sigma(ML^s$	거래량(계약 수) 함수
$\sigma^h(ML$	거래량(미결제 약정) 함수
$f(r)$	수익률의 확률밀도함수
c	허용 가능 증거금 위반확률
ℓ	증거금 위반 발생 시 추가 증거금 납부하지 않을 확률

매도와 매수에 대한 각각의 증거금 위반확률과 일별 수익률은 다음과 같이 정의 된다.

$$R_t = 100ln(P_t/$$

$$p^{sh} = Pr(R > ML^{sh}) = 1 - \quad (1)$$

$$p^{lo} = Pr(R < -ML^{lo}) = F^l \quad (2)$$

지불유예기간이 하루인 일별 수익률 R은 i.i.d를 따른다고 가정한다. 수익률R은 기간에 따라 달라지므로 기간에 독립인 로그수익률을 사용한다. 식 (1), (2)에서 알 수 있듯, 증거금 설정에서 중요한 것은 수익률의 분포함수이다. 수익률의 분포함수로 실제 나타난 데이터를 그대로 이용한 분포(경험분포)를 이용하는 것이 효과적인 방법이지만, 경험분포는 이용하기 힘들고, 나타나지 않은 부분에 대한 예측이 어렵다. 현재 우리나라 선물거래소에서는 수익률의 분포를 정규분포로 가정하고 증거금을 설정한다. Booth(1997), Longin(1999), Cotter (2001)는 극단치분포를 이용한 증거금 설정방식을 제안했다. KOSPI200 선물시장에도 극단치이론을 적용하기 위해 다음으로 극단치이론을 알아본다.

2.2 극단치이론

본 연구에서 이용하는 극단치이론은 분포함수를 결정함에 있어, 현재 우리나라 증거금 설정에 사용되는 정규분포와 달리 자료 중 일부분만을 이용하여 분포를 추정하는 방식이다.

Gumbel(1958)은 장기간 관찰된 극단치의 분포는 일반적 자료의 분포와 독립적으로 결정됨을 밝혔다. 따라서 극단 관측치의 확률계산을 위해서는 모 분포가 아닌 극단치의 분포를 구할 수 있는 통계 이론이 이용된다. 이러한 통계 이론은 Gumble(1958), Kinnison (1985)등에 의해 연구되었다.

n개의 i.i.d 확률변수 $X_1, X_2, \ldots,$ 가운데 양의 극단치 MA와 음의 극단치 MI의 분포는 아래 GI에 분포 수렴한다.

$$G(x) = exp[-(1-\tau^{ma} \quad (3)$$

$$G(x) = 1 - exp[-(1+\tau^{m} \quad (4)$$

식 (3), (4)에 표준화된 극단치 $(MAX-\beta$, $(MIN-\beta$를 각각 대입하면 다음과 같은 일반화된 극단치분포(Generalized Extreme Value Distribution)를 얻게 된다.

$$F(MAX) = exp[-(1-\tau^{max}\frac{MAX-}{\alpha} \quad (5)$$

$$F(MIN) = 1 - exp[-(1+\tau^{min}\frac{MIN-}{} \quad (6)$$

이때, 모수 τ는 꼬리지수(Tail Index)라고 불리며 분포의 형태를 결정한다. α는 분포의 분산에 영향을 주는 산포모수(Dispersion Parameter)이고, β는 평균에 영향을 주는 위치모수(Location Parameter)이다. 극단치이론은 모 변수의 분포에 상관없이 극단치의 극한분포는 같은 분포가 되며, 표준화된 모수로 구별 가능하다.

모수추정의 첫 단계는 확률변수 중 극단치를 구하는 것이다. nN개의 관측치 $R_1R_2 \ldots R_{Nn}$ 가운데 초기 n개의 관측치중에서 극단치를 구하고, 다음 n개에 대해서도 동일하게 적용한다. 즉,

$$MAX_1 = max(R_1,$$
$$MAX_2 = max(R \ldots R$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$MAX_N = max(R_{(N-1)} \ldots R_N$$

이들 N개의 극단 관측치를 오름차순으로 정렬하여 다음과 같이 순서화된 통계량(Ordered Statistics)을 얻을 수 있다.

$$MAX'_{.} < MAX' < \quad <$$

이중 m번째 극단치의 누적확률밀도함수 $F(MAX$는 평균이 $m/(N+$인 0과 1사이의 확률변수가 된다. 따라서 순서화된 극단치 MAX를 식 (5)에 대입하여 기대값을 구하면 다음과 같다.

$$E[F(MAX'_m)] = \frac{m}{N+1} \tag{7}$$

$$as \ \exp\Big[\ \Big(1 \quad \tau^{\max} MAX'_m -$$

음의 극단치에 대해서도 동일한 방법으로 식 (6)에 적용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$E[F(MIN_m)] = \frac{m}{N+1} \tag{8}$$

$$as \quad \Big[\ \Big(\quad MI$$

식 (7), (8)의 양변에 두 번 자연로그를 취하면 아래와 같은 회귀 방정식을 얻을 수 있다.

$$-ln\left[-ln\left(\frac{m}{N+1}\right)\right] \overset{as}{=} \frac{1}{\tau^{\max}} lnc$$

$$1 \quad ln\big[\ \alpha^{\max} \quad \tau^{\max}\big(MAX'$$

$$-ln\left[-ln\left(\frac{N+1-m}{N+1}\right)\right] \overset{as}{=} \frac{}{\tau}$$

$$1 \quad ln\big[\ \alpha^{\min} \ + \ \tau^{\min}\big(MIN'$$

위 식과 비선형 최소 자승법을 이용하면, 모수를 추정할 수 있다. 추정된 모수를 대입하면 극단치분포함수가 결정되고, 극단치분포의 누적확률밀도함수를 이용하면 증거금 설정을 설정할 수 있다. 극단치분포의 증거금 위반 확률은 다음과 같다.

$$\pi^{lo} = 1 - \tag{9}$$

$$\exp\Big[-\Big(1 + \tau^{\min}\Big(\frac{-ML^{lo} -}{}$$

$$\pi^{sh} = 1 - \tag{10}$$

$$\exp\Big[-\Big(1 - \tau^{\max}\Big(\frac{ML^{sh} - \xi}{}$$

극단치분포에서의 위반확률 π는 n일 동안 증거금 위반이 발생하지 않을 확률이다. 매수인 경우는 수익률이 음일 때, 매도인 경우는 수익률이 양인 경우 증거금 위반이 발생하므로, 매도는 식 (5)를 매수는 식 (6)을 이용한다.

3. KOSPI200 선물시장에 극단치이론 적용

3.1 실험의 개요 및 방법

증거금 위반확률은 수익률에 영향을 받으므로 수익률 분포를 결정하는 것이 중요한 문제가 된다. 이 장에서는 수익률 분포를 결정하기 위해 정규, 극단치, 코시, 세 가지 분포를 비교한다. 정규분포는 우리나라 선물 증거금 설정에 사용되는 분포이고, 극단치 분포는 본 논문에서 사용하고자 하는 분포이며, 코시분포는 꼬리부분의 확률이 큰 경우를 비교적 잘 예측한다고 알려진 분포이다. 세 분포의 비교는 경험분포와의 차의 제곱 합으로 한다.

실험에 사용하는 자료는 증권거래소에서 제공하는 것이며, 기간은 1996년 5월 처음 KOSPI200 선물시장이 개장된 이후 2002년 12월까지 1769일간으로 한다. 실험은 크게 두 가지로 구분된다. 첫째, Booth(1997)가 핀란드 주가지수 선물시장에 적용하였던 가정과 동일한 가정 하에서 실험하고, 둘째, Booth(1997)의 가정을 완화시킨 상태에서 실험한다.

Booth(1997)의 가정은 다음과 같다.

1) 극단치 선택기간 5일.
2) 만기효과를 고려한 최근월물.
3) 양의 극단치는 양수, 음의 극단치는 음수만을 사용한다.

Booth(1997)의 가정이 아닌 상황 속에서도 동일하게 극단치분포의 이용이 타당할 것인지를 알기 위해 극단치 선택기간, 실험기간, 선물의 대표치 세 가지 인자를 변화시키면서 실험한다. 먼저, 극단치분포에서 극단치는 일정기간 동안의 일별 수익률 중 최저수익률과 최고수익률로 설정하였다. 이 경우, 극단치를 선택하는 기간에 따라 극단치가 달라지므로, 극단치 선

택 기간이 먼저 결정되어져야 한다. 실험에서는 5일(1주일), 20일(1달), 60일(1분기)로 기간을 다르게 설정하고 가장 적합한 기간를 실험을 통해 결정하였다. 실험 기간은 1년, 4년, 7년으로 구분하고, 선물이 3, 6, 9, 12월물 네 가지 상품이 동시에 시장에서 거래가 되어지므로, 선물수익률의 시계열을 형성하기 위해서 Geiss(1995)가 제안한 다음의 세 가지 방법을 사용하였다.

1) 만기효과를 고려한 최근월물 수익률(만기가 가까워지면 가격변동이 클 수 있다).

2) 만기효과를 고려하지 않은 최근월물 수익률.

3) 거래량에 가중치를 부과한 수익률.

이때 비교대상이 되는 결과치는 경험분포와 각 분포의 차의 제곱 합을 사용하였다.

3.2 실험결과

두 가지 실험에 대한 결과는 다음과 같다.

(1) Booth(1997) 가정 하에서의 실험

Booth(1997)의 가정 하에서 각 분포와 경험분포와의 유사도를 보기 위해 경험분포와의 차의 제곱 합을 계산하였다. 그 결과 코시분포 1.14, 정규분포 0.44, 극단치분포 0.19로 나타났다. 차이의 제곱 합이 작을수록 경험분포와 유사하다고 볼 수 있으므로, 극단치분포가 경험분포를 가장 잘 추정하고 있음을 알 수 있다. 보다 상세히 알기 위해 세 가지 분포와 경험분포를 도시하면 다음과 같다.

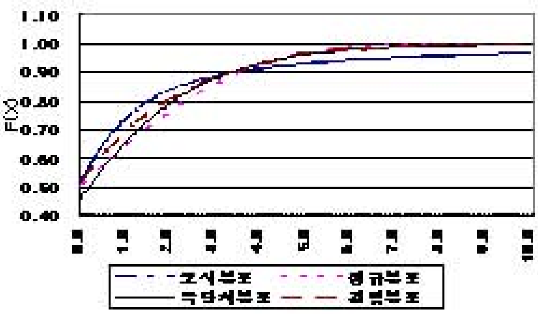

Fig.1 Distribution function1 of R

Fig.1은 로그수익률이 0-4 정도까지는 세 가지 분포(극단치, 정규, 코시)중 특별히 경험분포와 유사한 형태로 나타나는 분포가 없음을 보인다. 하지만, 이후 부분에서는 코시분포의 꼬리부분 확률이 크게 나타난다. 따라서 코시분포는 정규분포와 극단치분포에 비교해볼 때, 경험분포를 예측하는데 적절치 않다. Fig.1에서는 꼬리부분의 분포 간 비교가 명확하지 않으므로 Fig.2에서 꼬리부분의 정규와 극단치분포의 상세 비교를 도시하였다.

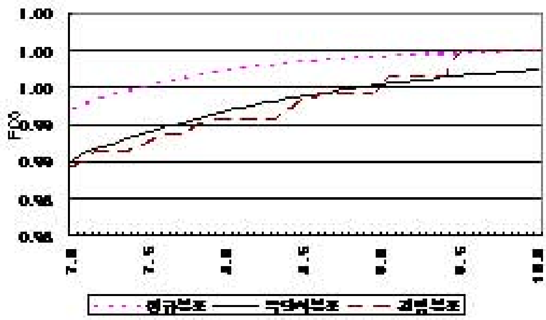

Fig.2 Distribution function2 of R

Fig.2에서 볼 수 있듯이 꼬리부분(7이상)은 경험분포와 극단치분포가 유사하다. 경험적으로 나타난 적이 있는 범위에서는 극단치분포가 경험분포를 비슷하게 추정해 나가지만, 나타난 적이 없는 부분에서는 바로 누적확률밀도가 1로 올라가게 된다. 따라서 Fig.2는 경험분포로는 표현되지 못하는 미 실현 부분을 예측할 때, 극단치이론을 사용하는 것이 타당하다는 것을 보여준다.

Table.2 Maintenance margin Level of each distribution

증거금	매도			매수		
위반 확률	정규	경험	극단치	정규	경험	극단치
0.1	3.65	3.59	3.22	3.51	3.41	3.34
0.05	4.66	4.75	4.42	4.51	4.99	4.51
0.04	4.96	4.84	4.80	4.80	5.06	4.67
0.03	5.33	5.41	5.26	5.15	5.36	5.32
0.02	5.82	6.43	5.96	5.63	6.21	5.95
0.01	6.59	7.46	7.12	6.57	7.16	6.99
0.005	7.50	8.55	8.27	7.06	7.57	7.96
0.004	7.52	9.02	8.64	7.27	7.47	8.29
0.003	7.79	9.45	9.12	7.53	7.55	8.69
0.002	8.16	9.50	9.79	7.89	10.11	9.24
0.001	8.76	9.53	10.93	8.47	10.53	10.16
0.0005	9.33	n.a.	12.07	9.02	n.a.	11.06
0.0001	10.54	n.a.	14.70	10.19	n.a.	12.95

또한 극단치분포는 꼬리부분의 확률이 정규분포보다 크기 때문에, 극단치이론을 이용하여 증거금을 설정한다면, 정규분포를 이용한 것보다 보수적인 증거금 설정 방법이 된다. Booth의 가정에 따른 KOSPI200 선물시장의 분포별 유지증거금률은 Table.2와 같다. 각 분포함수마다 증거금 위반확률에 따른, 증거금 수준이 결정된다. Fig.1과 Fig.2에서와 같이 증거금 위반확률에 대한 증거금 수준은 일정 확률 이하에서 극단치분포가 정규분포보다 다 크게 나타난다. 이는 극단치분포를 이용한 증거금 설정방식이 정규분포를 이용한 것 보다 더 보수적인 것을 보여준다. 사용 가능한 자료의 수가 증가한다면, 더 작은 증거금 위반확률에 대한 경험분포상의 증거금 수준을 보여주겠지만, 자료의 한계로 인하여, 증거금 위반확률이 작은 경우는 극단치분포를 이용하여 추정이 가능 할 것이다.

(2) Booth(1997)의 가정을 완화시킨 실험

앞 절의 실험에서 극단치분포가 정규분포나 코시분포에 비해 경험분포를 잘 예측하는 것을 볼 수 있었다. 하지만, 이러한 실험결과는 Booth(1997)가 가정한 조건 하에서 얻어졌다. 조건을 다르게 설정한 상황에서도 동일한 결과를 얻을 것인지에 대한 실험을 위해서 먼저 극단치 기간을 선택하고, 이를 적용한 극단치분포를 사용하였다. 각 조건에서 경험분포와의 차의 제곱 합을 결과치로 하였으므로, 값이 작을수록 경험분포와 유사하다는 것을 의미한다.

Table.3 Difference of extreme value term

	5일	20일	60일
7년	0.19	5.51	19.84
4년	0.56	19.25	36.36
1년	0.62	23.57	37.10

Table.3은 극단치 기간이 5일(1주일)일 때가 경험분포와 가장 유사함을 보여주고 있다. 극단치분포의 경우는 실험 데이터의 수가 충분한 경우 유의한 결과를 얻을 수 있다[15]. 실험데이터의 수가 작아질수록, 극단치분포가 경험분포와 차이가 커짐을 볼 수 있다.

극단치분포에서 극단치 기간을 5일로 하고 실험기간, 대표치, 분포를 인자로 하는 삼원배치 실험을 실시하였다. 정규분포와 코시분포의 모수 추정을 위해서 매수와 매도 각각의 경우에 대해 대칭화(Symmetrized)시킨 자료를 이용하였다. 이는, 극단치분포에서 양의 극단치는 양 값, 음의 극단치는 음 값만을 이용했기 때문이다. 매수, 매도의 각 경우 거래자에게 불리한 상황만을 고려해야하므로, 매수의 경우는 음의 극단치를 이용한 결과이고, 매도의 경우는 양의 극단치를 이용한 결과이다.

Table.4 Difference between empirical distribution and each distribution

		매도			매수		
		코시	정규	극단치	코시	정규	극단치
만기고려 최근월물	7년	1.14	0.44	0.19	1.25	0.54	0.04
	4년	1.66	0.14	0.56	1.45	0.50	0.56
	1년	1.60	0.54	0.62	1.65	0.46	1.02
최근월물	7년	1.24	0.54	0.10	1.25	0.25	0.04
	4년	1.58	0.16	0.66	1.56	0.51	0.42
	1년	1.65	0.26	0.99	1.63	0.26	0.90
가중치 부과 수익률	7년	1.22	0.55	0.07	1.16	0.50	0.04
	4년	1.76	0.11	0.58	1.41	0.51	0.45
	1년	1.65	0.50	0.72	1.61	0.25	0.79

Table.4는 인자들 중 선물 수익률의 종류는 결과에 영향을 주지 않는 반면, 실험기간과 분포는 영향을 주는 것을 나타낸다. 실험기간이 1년인 경우는 매년 실험한 결과의 평균값으로 나타냈고, 4년인 경우도 동일하게 실험 기간을 4년으로 구한 결과들의 평균으로 하였다. Table.4는 실험기간이 짧아질수록 극단치분포보다 정규분포가 경험분포와 유사하다는 것을 보여주고 있다. 즉, 실험기간이 긴 경우에는 정규분포 및 코시분포에 비해 극단치분포가 경험분포를 잘 근사화(Approximate)하는 반면 실험기간이 짧은 경우는 정규분포가 극단치분포보다 더 나은 추정 분포로 사용될 수 있다.

4. 개별 증권회사의 유지증거금률 설정

앞장에서 살펴본 증거금 설정 방식은 선물거래소에서 KOSPI200 선물시장 유지증거금률 설정에 대한 적절성을 수익률 분포를 중심으로

평가 해보았다. 시장전체가 아닌 개별 증권사의 유지증거금률은 선물거래소에서 설정한 최소 유지증거금률을 고려하여 그보다는 더 크게 설정되어진다. 이 장에서는 개별 증권회사의 유지증거금률이 적절한지 검토한다.

사용되는 가정은 다음과 같다.
1) 수수료율 α는 거래금액에 상관없이 동일하다. 수수료의 경우 오프라인 선물 거래에서 수수료율은 거래금액에 따라 다르게 나타날 수 있다. 하지만, 온라인 선물 거래에서의 수수료율은 거래금액에 상관없이 동일하게 적용된다.
2) 개별 증권사의 선물 거래에 대한 수입은 선물 수수료 뿐 이다.
3) 개별 증권사의 비용은 운영비는 고려하지않고 증거금 위반으로 발생하는 비용만을 고려한다.
4) 고객이 증권사에 추가증거금을 납부하지 않을 확률은 추가증거금의 크기 또는 거래량에 상관없이 동일하게 β로 한다.
5) 5. 수익률의 분포는 앞장에서 살펴본 극단치분포를 이용한다.

4.1 모형

본 연구에서는 개별 증권사의 유지증거금률 설정을 위해 증권사의 관점에서 이익을 최대화하는 모형을 제시한다. 개별 증권사의 선물 거래에 대한 수입은 선물 거래 수수료, 비용은 증거금 위반으로 인해 발생할 수 있는 금액만으로 가정한다. 수리적 모형은 아래와 같다.

$$\max \quad (11)$$
$$E[\alpha \cdot M_t \cdot q_t(ML^{sh}) \quad L_t(ML^{sh})$$
$$s.t.$$
$$\int^{\infty} f(x)dx$$

(1) 목적식에 대한 설명

식 (11)에서 사용하는 약정수량의 자료는 유지증거금률 변경으로 인해 발생할 수 있는 변화를 반영한다. 하지만, 현실 데이터는 유지증거금률 변경 효과를 반영하고 있지 않으므로 유지증거금률에 따른 약정수량은 다음 식으로 사용된다.

$$q_t(ML^{sh}) = q_t \cdot r($$

여기서 q는 실제 거래되는 약정수량의 자료이고 $r(ML$는 유지증거금률 변화가 약정수량에 미치는 영향을 비율로 나타낸 것이다.
식 (11)에서 계약당 거래액 M은 선물의 거래평균지수 A와 KOSPI200 선물의 계약당 거래액 50만원의 곱으로 표현된다.

$$M_t = A_t \cdot 500$$

약정대금에 대한 수수료액을 Y로 표현하면 아래식과 같다.

$$Y_t = \alpha \cdot M_t$$

개별 증권사의 수입에 대한 기대값은 아래 식처럼 약정대금에 대한 수수료액과 유지증거금률 변화에 따른 비율의 곱으로 표현된다.

$$E[\alpha \cdot M_t \cdot q_t(ML^{sh})] = E[Y_t] \qquad (12)$$

개별 증권사의 손실부분도 수입과 동일하게 나타난다. 미결제약정수량은 다음 식과 같이 약정수량과 동일하게 유지증거금률 변화의 비율의 곱으로 표현될 수 있다.

$$q_t^h(ML^{sh}) = q_t \cdot r^h($$

수익률이 증거금 수준보다 작은 경우에는, 증권사가 개별 고객에 대해 유지하고 있는 증거금액이 발생할 수 있는 손실보다 크므로 증권회사의 입장에서 손실이 발생하지 않는다. 하지만, 그 반대의 경우에는 수익률이 증거금 수준을 초과하는 비율만큼 손실이 발생한다. 이 경우 증권사를 통해 선물을 거래하는 개별 투자자는 추가 증거금을 납부해야한다. 추가증거금을 납부하지 않는 경우 손실이 발생하고 그 확률을 β로 한다. 개별 증권사의 손실비율 D는 다음 식으로 표현된다.

$$D_t = \beta \cdot (R_t - M$$

$$(R_t - ML^{sh})^+ = \begin{cases} 0 & R_t \\ 1 & R \end{cases}$$

여기서 R_t는 iid인 확률변수이므로 D_t는 시간 t에 독립으로 나타나게 된다.

개별 증권사의 손실은 손실비율 D_t와 전일 미결제 금액 W_t 증거금률 변화에 따른 미결제 약정수량의 변화 비율의 곱으로 표현된다.

$$W_t = P_{t-1} \cdot 50000$$

$$L_t(ML^{sh}) \cdot q^h_{t-1}(M$$

$$E[L_t(ML^{sh}) \cdot q^h_{t-1}(ML^{sh})] \quad (13)$$

$D_t(ML$의 기대값은 수익률의 분포함수를 이용하여 구할 수 있다.

식 (12)와 (13)를 식 (11)에 대입하면, 목적함수는 다음과 같이 재정의 될 수 있다.

$$E[Y_t \cdot r(ML^{sh}) - D_t(ML^{sh}) \cdot V \quad (14)$$

(2) 제약식에 대한 설명

선물거래소는 증거금 위반확률이 허용 가능한 것 보다 작아지도록 유지증거금률을 설정한다. 따라서 개별 증권사도 동일하게 적용가능할 것이다. 하지만, 개별 증권사의 유지증거금률은 선물거래소에서 정한 최소 유지증거금률보다 작을 수 없다는 규정이 있으므로, 본 연구에서는 허용 가능한 증거금 위반확률은 고려하지 않고 개별 증권사의 유지증거금률을 현행 유지증거금률보다 더 크게 유지한다. 본 논문에서는 목적함수만을 이용하여 이익을 최대화하는 유지증거금률을 설정하고 이 값이 현재의 유지증거금률인 10%와 어느 정도 차이가 나는지 검토한다.

4.2 실험방법

실험에 사용되는 데이터는 시장 전체의 데이터를 사용한다. 개별 증권사의 관점에서 이익을 최대화하는 모형이지만, 전체 시장을 하나의 증권사로 간주하여 시장에서 거래된 과거의 가격과 거래량을 활용한다. 전체 데이터를 이용하는 이유는 거래량이 증거금률에 의해서만 영향을 받는 것이 아니라, 증권사의 서비스 수준에 의해 달라질 수 있기 때문이다. 또한 전체 시장 자료를 이용하면, 특정 증권사에 해당하는 형태가 아닌 일반적인 개별 증권사에 적합한 모형으로 도출 가능하다. 본 문제는 운영비 항목을 비용에서 고려하지 않으므로 개별 증권사의 특성은 수리적 모형에 반영되어있지 않다. 목적함수 식 (14)은 다음과 같이 전개 되어진다.

$$E[Y_t \cdot r(ML^{sh}) - D_t(ML^{sh}) \cdot V$$
$$= E[Y_t] \cdot r(ML^{sh}) - E[D_t(ML^{sh})] \cdot$$

(1) $E[Y_t], E[$

$E[Y$는 약정대금과 시간 t의 회귀방정식을 이용하여 구할 수 있다. $Y_t = \alpha \cdot A_t$이므로 A_t, t의 식을 이용하여 값을 추정할 수 있지만, A와 q_t가 서로 독립이 아니고, 상관관계를 명확히 수식으로 나타내지 못하므로, 회귀방정식을 이용하여 $E[Y$을 추정한다.

회귀방정식은 다음의 1차, 2차, 3차 회귀방정식 중 하나를 따른다고 가정한다.

$$Y_t = a_0 + a_1 t$$
$$Y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t$$
$$Y_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 +$$

$E[Y$는 일정 시점 t에서의 기대값이므로, 증거금을 설정하고자 하는 기간(T)동안의 평균값을 이용한다.

$$E[Y] = \sum_{t=}^{T}$$

$E[Y$는 회귀식을 구하는데 사용되는 데이터의 기간과 증거금을 설정하고자 하는 기간(T)에

의해 달라진다. $E[W$도 $E[Y$와 동일하게 회귀분석을 사용하여 계산되어진다.

(2) $r(ML^s$

Dutt와 Wein(2003)은 증거금과 거래량(약정수량)은 반비례 관계에 있다고 밝히고 있다. 따라서, 본 연구에서는 거래량 변화비율을 다음 식으로 표현한다.

$$r(ML^{sh}) = \frac{1}{\ldots} \qquad (15)$$

식 (15)는 거래량과 증거금률의 반비례 관계를 나타내므로 α는 0보다 큰 값이고, α값이 증가할수록 증거금률에 따른 거래량 변화비율이 민감하게 반응한다. m은 현재의 유지증거금률이다. 증거금수준이 현재 유지증거금률이면, 증거금 의한 거래량의 비율 $r(ML$은 1이 된다.

(3) $E[D_t(ML$

기대손실 비율 $E[D_t(ML$은 수익률의 분포함수를 이용하면 다음 식으로 구해진다.

$$E[D_t(ML^{sh})] = \int^{\infty} \beta \cdot (r - \ldots$$

$$(r - ML^{sh})^{+} = \begin{cases} 0 \\ \ldots \end{cases}$$

수익률의 확률밀도 함수 $f(r$은 앞장에서 살펴본 수익률의 경험분포와 유사하게 나타나는 극단치분포를 이용한다.

4.3 실험 결과

약정대금과 미결제 금액 각각에 대한 실험기간별 결정계수는 Table.5와 같다. Table.5를 보면, 3차식의 회귀방정식이 실험기간과 예측기간의 크기에 상관없이 약정대금과 미결제금액 모두 결정 계수가 크게 나타난다. 따라서 본 연구에서는 3차 회귀방정식으로 약정대금과 미결제금액의 기대값을 추정한다.

Table.5 R^2 of regression analysis

	회귀분석의 결정계수 (약정대금)			회귀분석의 결정계수 (미결제금액)		
	1차	2차	3차	1차	2차	3차
7년	0.8115	0.8465	0.8666	0.7575	0.7566	0.7715
4년	0.5076	0.7606	0.7765	0.5769	0.6077	0.5945
1년	0.3305	0.3641	0.3644	0.6026	0.5222	0.5669

3차 회귀방정식을 이용하여 구한 약정대금, 미결제약정금액의 기대값은 실험기간과 예측기간에 따라 아래표와 같이 나타난다.

Table.6 Expected turnover and nominal value of open interest using regression analysis

예측기간		실험기간 7년	실험기간 4년	실험기간 1년
1년	약정대금	1.19E+13	1.45E+13	1.43E+13
	미결제금액	4.22E+12	5.97E+12	6.66E+12
1분기	약정대금	1.01E+13	1.13E+13	1.12E+13
	미결제금액	3.62E+12	4.43E+12	3.56E+12
1달	약정대금	9.71E+12	1.07E+13	1.06E+13
	미결제금액	3.50E+12	4.16E+12	3.34E+12

(단위: 원)

개별 증권사의 이익을 최대화시키는 유지증거금률은 분포함수, 약정대금 및 미결제 금액의 기대값, 그리고 β에 의해 달라진다. Table.7은 네 가지 인자의 수준을 달리하여 얻어진 결과를 보여준다.

β값이 작아지면, 증권사의 수입에는 영향이 없고, 증거금 위반으로 인한 증권사의 손실 기대값이 작아지므로, 최적 증거금 수준은 낮아지게 된다. 실험기간이 1년인 경우가 실험기간이 4년 또는 7년과 다르게 나타나는 것은 앞장에서 살펴 본 것과 같이 실험 기간이 1년인 경우 극단치분포가 수익률의 분포를 정확하게 예측하지 못하기 때문에 나타나는 현상으로 분석된다. 따라서 개별증권사의 이익 최대화 모형에서도 앞 장의 실험과 같이 실험기간이 짧은 극단치분포는 적절하지 않을 것이다. 또한, 예측기간은 이익을 최대화하는 유지증거금률 결정에 있어서 큰 영향을 미치지 않는 것을 볼 수 있다.

Table.7 Maintenance margin level of the profit-maximization model

예측기간	β	실험기간 7년			실험기간 4년			실험기간 1년		
		a= 0.5	a=1	a=2	a=0.5	a=1	a=2	a=0.5	a=1	a=2
1년	0.1	14.76	14.62	14.44	14.78	14.65	14.49	13.45	12.91	12.38
	0.01	13.38	12.72	12.01	13.58	13.04	12.48	10.65	10.04	10
	0.001	10	10	10	10.72	10	10	10	10	10
1분기	0.1	14.77	14.62	14.45	14.77	14.63	14.47	13.05	12.45	11.86
	0.01	13.4	12.74	12.04	13.54	12.98	12.41	10.33	10	10
	0.001	10	10	10	10.64	10	10	10	10	10
1달	0.1	14.77	14.62	14.45	14.77	14.63	14.46	13.05	12.44	11.85
	0.01	13.4	12.74	12.04	13.53	12.97	12.4	10.32	10	10
	0.001	10	10	10	10.63	10	10	10	10	10

증거금과 거래량의 관계를 나타내는 a값은 증가할수록 거래량이 민감하게 변화하는 것을 의미함으로, 증거금에 대한 거래량의 변화가 민감할수록 증권사의 이익을 최대로 하는 증거금률은 낮게 결정됨을 알 수 있다.

실험 중 유지증거금률에 따른 개별 개별증권사의 이익을 그래프로 표시하면, Fig.3과 같다. Fig.3은 실험기간을 7년으로 하고 예측기간을 1년, β를 0.01, a=1인 경우에 대한 결과이다.

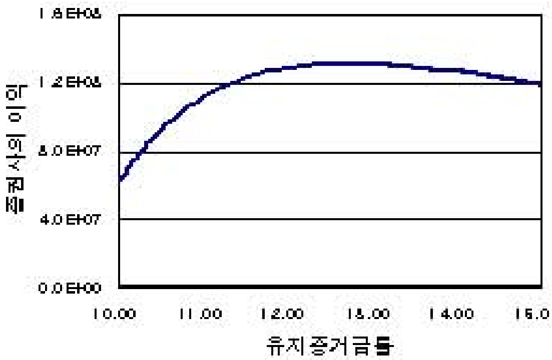

Fig.3 The securities company's profit by maintenance margin level

위 실험의 조건하에서, 이익을 최대화하는 유지증거금률은 12.72이다. 각 모수에 따라 조금씩 차이는 있지만, 현행 유지증거금률보다 큰 이익 최대 유지증거금률을 보이는 경우는 Fig.3과 유사한 형태를 나타낸다.

실험결과 개별증권사의 증거금 설정을 위해 식 (11)에서 제시한 모형을 이용하여 실험기간, 예측기간, 추가증거금을 납부하지 않을 확률, 증거금과 거래량의 관계 등의 네 가지 모수를 달리한 상황에서 개별증권사의 이익을 최대화하는 유지증거금률을 구할 수 있었다. 현재 개별 증권사들은 선물시장 전체에 대한 선물거래소의 최소 유지증거금률인 10%를 개별 증권사의 유지증거금률로 설정하고 있다. 실험을 통해 얻은 결과만을 이용하여 분석하면, 일정한 조건에서 유지증거금률을 상향 조정하면, 개별증권사의 선물거래를 통한 이익의 증가가 기대된다.

5. 결론 및 향후 연구 과제

본 논문은 KOSPI200 선물시장에서의 극단치이론을 적용한 증거금 설정의 타당성을 검토해보았다. 극단치분포는 실험적으로 정규분포와 코시분포에 비해 경험분포를 유사하게 나타냈다. 다만, 급격한 화폐가치 변화 등으로 인해 과거의 누적된 자료를 사용하지 못하는 경우에는 즉 단기간의 새로운 자료만을 이용해야 하는 경우에는 극단치분포보다 정규분포가 유지증거금률 설정에 더 유용할 수 있다는 결론을 실험을 통해 얻게 되었다. 또한, 선물시장 전체가 아닌 개별 증권사의 관점에서 이익을 최대화 하는 증거금 설정 모형을 연구했다. 이 모형에서 비용의 기대값은 증거금 위반으로 발생하는 것만으로 가정하고, 앞 실험에서 얻은 KOSPI200 선물가격의 수익률 분포가 극단치분포를 따른다는 결론을 이용하여 계산되었다.

KOSPI200 선물시장의 특성 중 수익률을 중심으로 유지증거금률을 설정하였다. 수익률과 더불어 이자율, 금리 등 각종 경제지표가 증거금 결정에 영향을 미치게 되며, 또한 개별증권

사 이익 최대화 모형의 경우 운영비용과 서비스 수준 등의 회사별 특성이 추가로 고려될 필요가 있다. 또한 KOSPI200에 대한 증거금 설정방식은 선물만 독자적으로 이루어지는 것이 아니라 옵션을 고려한 통합 위험 포트폴리오 증거금 시스템에 따라 결정되므로, 옵션을 포함하여 극단치분포를 적용한 연구가 필요하다. 추후 우리나라 선물시장과 옵션시장, 개별 증권사의 특성을 충분히 고려한 복합적인 증거금 설정 모형에 대한 연구가 요구된다.

참고문헌

1) Telser, L. G : Margins and futures contracts. Journal Of Futures Markets 1, 225- 253, 1981
2) Duffie, D. : Futures markets, Prentice Hall , Engelwood Cliffs, NJ., 1989
3) Figlewski, S. : Margin and Market Integrity . Journal of Futures Markets, 4, 385 -416, 1984
4) Gay, G. D., Hunter, W. C., & Kolb, R. W. : A comparative analysis of futures contract margins. Journal Of Futures Markets 6, 307-324, 1986
5) Warshawsky, M. J. : The adequacy and consistency of Margin Requirements. Review of Futures Research, 8, 420-437, 1989
6) Longin, F. M : The Asymptotic Distribution of Extreme Stock Market Returns. Journal of Business, 69(3), 383-408, 1996
7) Booth, G. G, Broussard, J. P., Martikainen, T. and Puttonen, V. : Prudent Margin Levels in the Finnish Stock Index Market. Management Science, 43(8), 1177-1188, 1997
8) Longin, F. M : Optimal Margin Level In Futures markets. Journal of Futures Markets, 19(2), 127-152, 1999
9) Cotter J. : Margin Exceedences for European Stock Index Futures Using Extreme Value Theory. Journal Of Banking & Finance 25, 1475-1502, 2001
10) Broussard J. P. : Extreme-value and margin setting with and without price limits. The Quarterly Review of Economics and Finance, 41, 365-385, 2001
11) Gumbel, E. J. : Statistics of Extremes, Columbia University Press, New York, 1958
12) Kinnison, R. R. : Applied Extreme Value Statistics, Battelle Press, Columbus, OH, 1985
13) Christopher K. M, Jeffrey M. Mercer, Matthew A. Walker : Rolling Over Futures Contracts: A Note. Journal Of Futures Markets 12, 203-207, 1992
14) Geiss, C. G. : Distribution-free futures price series. Journal Of Futures Markets 15 , 805-831, 1995
15) Dutt H. R., Wein I. L. : Revisiting the Empirical Estimation of the Effect of Margin Changes on Futures Trading Volume. The Journal of Futures Markets . 23, 561-576, 2003

(2004년 11월 17일 접수, 2005년 5월 20일 채택)