Journal of Korean
Data & Information Science Society
2005, Vol. 16, No. 2, pp. 289~300

Quick Variance Change Point Detection for Time Series in Progress

Yoon Sung Park[1] · Kyoung Hwa Park[2] · Sung Hwan Choi[3] · Tae Yoon Kim[4]

Abstract

In this article quick variance change point (VCP) detection problem for time series is considered. For this variance VCP detector equipped with tuning parameters is proposed. A major tool for the detector is moving variance ratio (MVR) which monitors variance change of a given time series. Tuning process of detector is investigated via simulation, which shows that tuning parameters are critical in achieving sensitivity and adaptiveness of detector.

Keywords : time series data, tuning parameter, Variance change point detector

1. 서 론

경제 및 재정적 시계열 자료에서 정책의 변경, 사회경제 여건의 변화 등과 같은 외부요인에 의하여 평균, 분산 등과 같이 자료의 설명에 핵심적인 역할을 하는 모수의 변화가 흔히 발생한다. 특히 디지털화된 금융 경제 정보가 빠르게 확산되는 요즈음 관련 시계열자료 내의 모수들이 자주 변화하는 경향을 보이고 있다.

이 논문에서는 이러한 모수변화 중 분산변화 특히 분산변화시점 탐지 문제를 연구하고자 한다. 이제까지 분산 변화점 탐지 문제는 시계열 데이터를 대상으로 주로 연구되었는데 대부분의 경우 과거에 관찰된 시계열 데이터를 분석하여 과거에 발생한 분산 변화점을 추정하는 문제가 주된 연구대상 이었다. 이러한 문제에 대한 연구로서는 Hsu, Miller 와 Wichern(1977), Bagshaw 와 Johnson(1977), Picard(1985), Kramer,

1) First Author : Department of Statistics, Keimyung University, Daegu, 704-701, Korea.
2) Instructor, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu, 704-701, Korea.
3) Instructor, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu, 704-701, Korea.
4) Corresponding Author : Professor, Department of Statistics, Keimyung University, Daegu, 704-701, Korea.

Ploberger 와 Alt(1988), Tang 와 MacNeil(1993), Inclan 와Tiao(1994)을 들 수 있으며 최근의 논문으로는 Lee 와 Park(2001)을 들 수 있다.

이 논문에서 다루고자 하는 문제는 이러한 기존의 문제와 성격을 달리한다. 즉 현재에 계속 발생하는 시계열 데이터에 분산변화가 일어날 경우 분산 변화점(variance change point, VCP)을 빠른 시간 내에 탐지하는 문제를 다루고자 한다. 계속 변화하고 있는 시계열을 관찰해야 할 때 이러한 문제는 대단히 중요한데 예를 들어 금융시장 변동성의 감시를 통해 시장 폭락으로 진행될지의 여부를 판단하거나 (김태윤 등, 2004) 또는 금융상품의 매수와 매도 시점 (박덕환 등, 2003) 결정하고자 할 때 분산 변화 탐지는 매우 중요한 역할을 할 것으로 기대된다.

독립적인 데이터들로부터 VCP의 빠른 탐지문제는 박경화 등(2005)에 의해 연구된 바 있다. 본 논문에서는 그들의 결과를 확장하여 진행중인 시계열 데이터에 대해 민감성과 적합성을 조절하는 기능을 갖춘 VCP 탐지기를 제안하며 그에 따른 적절한 VCP 탐지기 조절 문제를 연구한다. 여기서 민감성과 적합성은 변화가 일어났을 때 이를 빠르게 탐지하고 적응하는 능력을 뜻한다. 본 논문의 구성은 다음과 같다. 2절에서는 VCP 탐지기의 정의 및 특성에 대해 논하고, 3절에서는 모의 실험을 통한 VCP 탐지기 조절문제를 연구하며, 4절에서 이 논문의 결론이 주어진다.

2. 분산변화점 탐지기

분산 변화점 탐지 문제및 분산 변화점(VCP) 탐지기의 논의를 위해 먼저 다음과 같은 용어들을 정의한다.

(분산변화점) $X_{1,}\cdots,X_n$을 분산 변화점을 포함하고 있는 시계열 데이터라고 가정하고

$$\frac{\mathrm{Var}(X_{i+1})}{\mathrm{Var}(X_i)} = \alpha_{i+1} \tag{1}$$

일 때, 만일 α_ν가 1이 아니면 $X_1,\ldots,X_n$는 ν시점에서 크기 α_ν의 분산변화를 겪는다고 말한다.

(이동분산비 Moving variance ratio, MVR)

$v_{p,t}=\sum_{i=t-p+1}^{t}(X_i-\overline{X}_{p,t})^2$ 이고 $\overline{X}_{p,t}=\frac{1}{p}\sum_{t-p+1}^{t}X_i$ 이라고 할 때 이동분산비 (MVR)는 다음과 같이 정의된다.

$$r_{p,q,t}=\frac{v_{p,t}}{v_{p,t-q}} \tag{2}$$

위 정의에서 $v_{p,t-q} = \sum_{i=t-q-p+1}^{t-q} (X_i - \overline{X}_{p,t-q})^2$ 이고

$\overline{X}_{p,t-q} = \frac{1}{p} \sum_{i=t-q-p+1}^{t-q} X_i$ 이며 p는 $v_{p,t}$ 와 $v_{p,t-q}$ 계산에 사용된 데이터 개수, q 는 계산된 두 개의 제곱합 $v_{p,t}$ 와 $v_{p,t-q}$ 간의 시차들이다. 따라서 이동분산비 (MVR) $r_{p,q,t}$ 는 t 시점의 분산과 $t-q$시점간의 분산 비를 추정하는 통계량으로써 제안되고 있으며 MVR이 VCP 빠른 탐지에 효과적인 도구가 되기 위해 조절모수 p와 q를 도입한다. 본 논문에서는 p는 정보조절모수, q는 시차조절모수로 부른다. 참고로 현재 대부분의 금융시계열에서 $p=1$와 $q=1$일 때의 r_t 를 사용하고 있다 (예, 어제에 대한 오늘의 지수 변동비 등).

(VCP 탐지기)

$c < \frac{1}{2}$일 때, $v_c(p,q)$를 $r_{p,q,t}$ 의 분포 $H(p,q)$의 $c\times 100$ percentile 이라 하자. 만일 $r_{p,q,t_0} < v_c(p,q)$ 이거나 혹은 $r_{p,q,t_0} > v_{1-c}(p,q)$ 이면 $V_c(p,q,t)$로 표현되는 t 시점의 VCP 탐지기는 t_0 에서 분산변화 신호를 발생한다.

$V_c(p,q,t)$ 의 실행을 위해 $r_{p,q,t}$의 분포 $H(p,q)$를 알고 있거나 추정하여야 함은 쉽게 알 수 있다. 예를 들어 만일 데이터가 정규분포이며 $\alpha=1$이고 q가 크다면 $r_{p,q,t}$의 분포는 $F(p,p)$의 분포에 가까울 것이다.

(VT 비) 주어진 실험기간 내에서

$$\text{VT 비} = \frac{\text{유효한 신호수}}{\text{총 신호수}} \tag{3}$$

으로 정의된다. 여기서 유효한 신호는 VCP 탐지기 $V_c(p,q,t)$에 의해 실제 분산변화점인 ν 를 포함한 짧은 구간 ($\nu \pm b$. 작은 양수 b)내에서 발생한 신호로 정의된다.

탐지기의 정확성 측정을 위해 위에서 정의된 VT비는 그 값이 1 에 가까울수록 바람직한 분산변화 탐지 결과를 뜻한다.

이제 조절모수 p,q 들이 VCP 탐지기의 민감도 및 적합도와 어떤 관련이 있는지 간략하게 살펴보자. p (정보조절모수)가 크면 $r_{p,q,t}$는 분산비를 정확하게 추정할 수 있지만 분산 변화점의 추정은 어렵게 될 것이며 반대로 p가 작으면 그와 반대 현상이 일어날 것이다. 시차조절모수 q의 경우 q 가 큰 경우 두 제곱합 $v_{p,t}$와 $v_{p,t-q}$가 독립에 가깝게 되고 그에 따라 분산비에 대한 효율적인 추정이 가능하리라고 판단되지만 q가 작은 경우($p < q$) $v_{p,t}$와 $v_{p,t-q}$가 의존적이 되어 분산비에 대한 효율적

추정이 어려울 것으로 기대된다. 이러한 점은 데이터의 의존성이 추정의 정확도에 문제를 일으킨다는 사실에 기인한다. 또한 $\nu \le t < \nu + 2p + q$ 일 때 $v_{p,t}$ 와 $v_{p,t-q}$는 각각 두 개의 다른 모집단으로부터 추출되고, $t < \nu$ 이고 $\nu + 2p + q \le t$ 일 때 동일한 첫 번째 또는 두 번째 모집단으로부터 $v_{p,t}$ 와 $v_{p,t-q}$가 각각 추출된다. 따라서 p와 q가 모두 큰 경우 ν 이후에 잘못된 신호들을 상당기간 발생시킬 수 있다는 점을 쉽게 알 수 있다.

3. 모의실험

p와 q를 통한 VCP 탐지기 조절과정을 연구하기 위해 모의실험을 수행한다. 먼저 $\rho = -0.3, -0.5, \cdots, 0, \cdots, 0.7, 0.9$, 일 때 다음과 같은 다른 분산을 가지는 2개의 자기회귀 (autoregressive, AR) 시계열 데이터를 생성한다. 즉

$$X_i = \rho \times X_{i-1} + \sqrt{1-\rho} \times e_i, \quad e_i \sim \mathrm{N}(0, \sigma_1^2), \quad i = 1, \cdots, 50, \quad \sigma_1^2 = 1 \tag{4}$$

$$X_i = \rho \times X_{i-1} + \sqrt{1-\rho} \times e_i, \quad e_i \sim \mathrm{N}(0, \sigma_2^2), \quad j = 51, \cdots, 60, \quad \sigma_2^2 = 3,\ 5,\ 10 \tag{5}$$

이 되어 $X_1, \ldots, X_{50} \sim N(0,1)$이고 $X_{51}, \ldots, X_{60} \sim N(0, \sigma_2^2)$ 인 시계열 데이터를 생성하게 된다. 여기서 생성된 시계열 데이터는 시점 $\nu = 51$에서 분산변화를 겪게 되며 그에 따라 $\alpha_{51} = \dfrac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}$의 값은 각각 3, 5, 10이 된다. 첨부하여 $X_1, \cdots, X_{50}$과 $X_{51}, \cdots, X_{60}$은 독립적으로 생성되었음을 밝혀둔다. 분산 변화가 일어난 후 두 번째 AR 시계열 데이터 크기를 상대적으로 작은 10개로 제한한 이유는 빠른 VCP 탐지라는 모의실험 목적상 큰 크기의 두 번째 모집단이 불필요한 것으로 판단되기 때문이다. 그림 1 에 $\rho = 0.7$, $\alpha = 3, 5, 10$ 경우의 시계열 시도표가 주어져 있다. 모의실험에서 $r_{p,q,t}$는 자유도 (p, p)의 F분포를 따른다고 가정하고 $F(p, p)$ 분포의 100 $(1-c)$ percentile인 $v_{1-c}(p, q)$를 임계치로 갖는 VCP탐지기를 사용하였는데 이 가정의 타당성은 $r_{p,q,t}$의 밀도함수추정을 통하여 확인한다.

최적의 조절모수 (p, q) 선택 및 그 역할을 연구하기 위하여 분산변화의 크기와 의존도를 다양하게 변화시켜 ($\alpha = 3, 5, 10$, $\rho = -0.3, -0.5, \cdots, 0.7, 0.9$) VCP 탐지기의 VT비를 ($b = 5$ 선택) 계산 비교해 보았다. 표1~4는 $\rho = -0.3, -0.5, \cdots, 0.7, 0.9$에 대하여, $\alpha = 3, 5, 10$, $p = 5, 10, 15, 20, 25, 30$, $q = 1, 5, 10, 15, 20, 25, 30$의 값 각각에 대한 VT비들을 나타내고 있으며 각 케이스별로 최대 VT비 들은 음영으로 표시되어 있다. 표5는 다양한 ρ와 α의 조합에 대한 모의실험에서 얻은 VT비 최고값 과 그 값에서의 최적 (p, q) 값을 나타내고 있다.

이 모의실험의 결과로부터 p 와 q에 대해 아래와 같은 유용한 정보를 얻을 수 있다.

(i) α가 증가하면 VT비도 증가하는 경향이 있다.
(ii) 각각의 ρ값에 대해 α가 증가함에 따라 최적의 p도 증가한다.
(iii) 각각의 p값에 대해 VT비는 대부분의 경우 q=5인 시점에서 가 장 큰 값을 가지며, q_1=5 와 q_2>5 에서 두 개의 최대값 (local maxima) 들을 가지는 경향이 있다.
(iv) 데이터의 의존도 (|ρ|)가 증가함에 따라 VT비가 감소하는 경향이 있다.

(i)은 분산변화가 현저할 때 변화점 탐지가 용이함 뜻하며 (ii)는 분산변화가 현저해짐에 따라 바람직한 p값은 커진다는 점을 설명하고 있다. (iii)에 대해서는 약간의 설명이 필요하다. 즉 두 개의 그룹 $X_1, \cdots, X_{50}$ 와 $X_{51}, \cdots, X_{60}$는 서로 독립이므로 $v_{p,t}$ 와 $v_{p,t-q}$ 사이의 독립성은 $t=\nu=51$ 주위에서 회복되며 이는 VCP 탐지를 위해 $t=\nu=51$ 주위에서는 q의 크기를 작게 하는 것이 바람직하다는 사실을 암시해 주고 있다. $q=1$ 보다 $q=5$일 때가 더 좋은 결과를 나타내는 것은 $t\leq 50$일 때 $q=1$의 탐지기가 잘못된 신호들을 발령하는 것과 연관된 것으로 판단된다. q가 큰 값일 때 독립성이 회복된다는 사실은 VT비의 두 번째의 최고값이 q_2 (>5)에서 나타난다는 사실과 관련있는 것으로 보인다. (iv)는 데이터의 의존성이 증가함에 따라 VCP를 탐지하기가 어렵다는 사실을 보여주고 있으나 $\alpha=3$일 경우에는 그렇지 않았다 (표3 참조). 이 경우 의존성이 탐지기의 효율성을 증가시킨 것으로 보이며 앞으로 이에 대한 또 다른 연구가 필요한 것으로 보인다. 지금까지 위에서 언급한 내용을 통하여 조절모수를 통해 VCP탐지기의 민감성과 적합성을 개선시킬 수 있음을 알 수 있었으며 분산변화의 탐지를 위하여 일반적으로 사용되는 분산비율(어제에 대한 오늘 변화와의 비 $r_t=x_{t-1}/x_t$ $q=1$)로는 사실상 좋은 결과를 얻을 수 없다는 사실을 알 수 있었다.

마지막으로 $r_{p,q,t}$에 대한 F분포 가정이 타당한지 확인하기 위하여 ρ 와 α의 다양한 조합에서 $r_{p,q,t}$의 밀도함수를 잘 알려진 커널 밀도함수 추정량을 사용하여 추정하였다. 여기서 커널 밀도함수 추정량이란

$$\hat{f}(x)=\frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n}K\left(\frac{x-X_i}{h}\right)$$

로 정의되며 K 와 h는 커널과 평활모수를 뜻한다. 커널 추정량을 계산하기 위하여 통계 팩키지 R2.0이 사용되었다. 주어진 p값에 대해 (p, q_1) 과 (p, q_2)에서 가장 큰 VT비와 그 다음으로 큰 VT비를 얻게 된다고 할 때 대부분의 ρ 와 α 조합에서 (p, q_1)에서의 $r_{p,q,t}$ 의 밀도함수는 (p, q_2)에서의 밀도함수보다 더 F분포에 근

사함이 관찰되었다 (이에 대한 몇 가지 경우의 커널 밀도함수 그림들이 그림 2에 주어져 있다). 이는 $r_{p,q,t}$의 분포가 안정적 일 때 (F분포와 같은 특정 분포 모양에 근사한다는 의미에서) VCP 탐지가 용이해진다는 사실을 나타내고 있다.

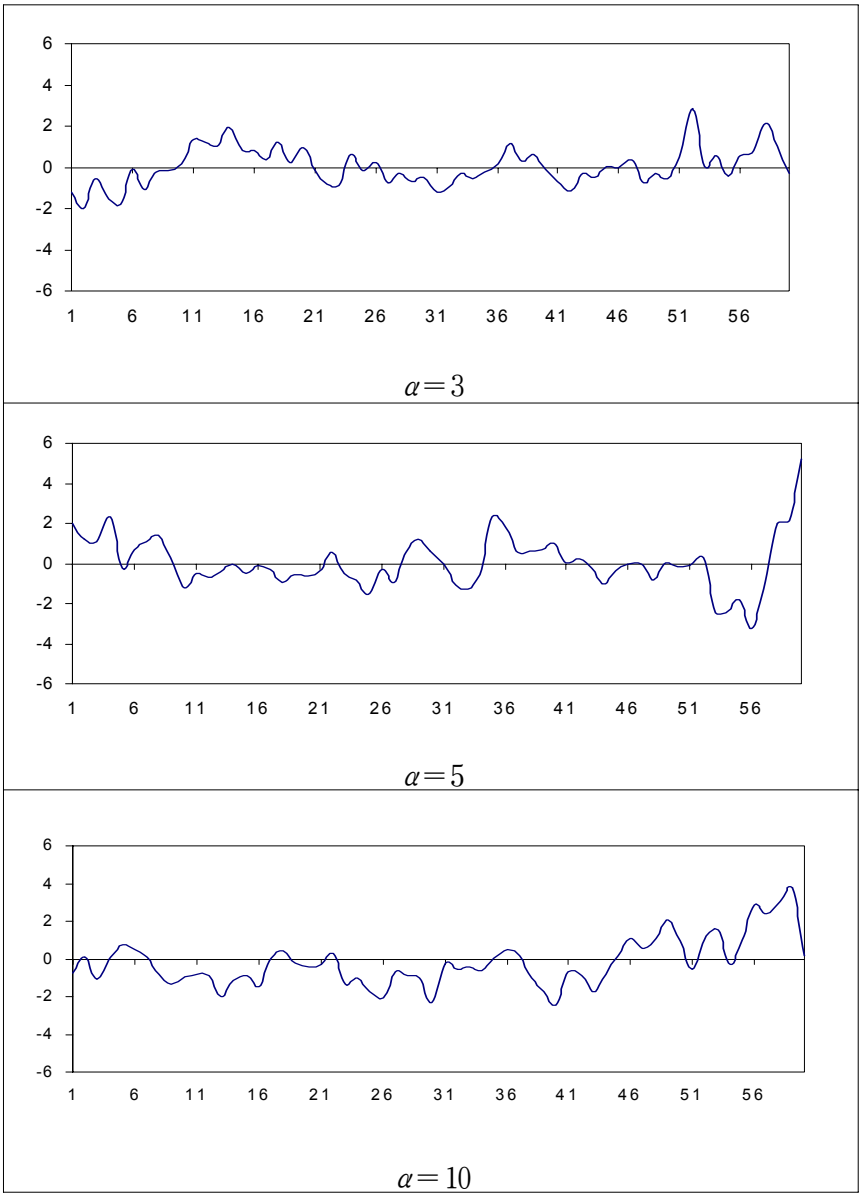

그림 1. $\rho = 0.7$일 때 시도표

$\rho=-0.7$								
α	p	q						
		1	5	10	15	20	25	30
3	5	0.16000	0.34132	0.29167	0.32999	0.34061		
	10	0.06000	0.26683	0.23367	0.21991	0.25346		
	15	0.09000	0.27814	0.26307	0.21544	0.25104	0.29889	0.28046
	20	0.06000	0.27722	0.21732	0.22278	0.25571	0.28640	0.22530
	25	0.01000	0.19762	0.19164	0.14436	0.22315	0.26641	0.07350
	30	0.03000	0.18032	0.14439	0.21495	0.16382	0.15450	0.00000
5	5	0.24000	0.40743	0.31177	0.32049	0.40026		
	10	0.23000	0.45905	0.28570	0.30730	0.37502		
	15	0.20000	0.35774	0.32513	0.26246	0.33236	0.32213	0.30997
	20	0.08000	0.33713	0.25687	0.28871	0.24640	0.26356	0.32825
	25	0.07000	0.33091	0.27045	0.22909	0.29268	0.26548	0.09800
	30	0.07000	0.35654	0.20175	0.26127	0.20590	0.17217	0.00000
10	5	0.37333	0.42720	0.40042	0.39038	0.37881		
	10	0.31500	0.46943	0.35656	0.40046	0.40735		
	15	0.36500	0.47301	0.35477	0.37319	0.36197	0.37671	0.38699
	20	0.32000	0.45270	0.37270	0.39583	0.35919	0.43497	0.33706
	25	0.25000	0.51035	0.31856	0.38817	0.40127	0.40232	0.15300
	30	0.20000	0.51413	0.38598	0.36090	0.33698	0.20300	0.00000

표 1. $\rho=-0.7$일 때 VT비

$\rho=-0.3$								
α	p	q						
		1	5	10	15	20	25	30
3	5	0.16167	0.36404	0.29446	0.34652	0.30754		
	10	0.11000	0.27563	0.26154	0.23980	0.22819		
	15	0.09500	0.22119	0.18133	0.19858	0.16840	0.17392	0.22111
	20	0.06000	0.26350	0.18212	0.17818	0.22675	0.15257	0.16401
	25	0.04000	0.11050	0.10124	0.10305	0.15912	0.21403	0.07533
	30	0.02000	0.13200	0.08696	0.12893	0.12790	0.08750	0.00000
5	5	0.25833	0.41842	0.35383	0.31348	0.34795		
	10	0.18000	0.45549	0.27715	0.29148	0.35614		
	15	0.13500	0.48502	0.26042	0.36104	0.30029	0.29290	0.28522
	20	0.11000	0.41555	0.17512	0.25946	0.26428	0.24717	0.24589
	25	0.07000	0.37409	0.22334	0.24765	0.26914	0.21697	0.10650
	30	0.03000	0.33610	0.22161	0.21501	0.17483	0.13850	0.00000
10	5	0.34867	0.48970	0.35946	0.39621	0.40021		
	10	0.44000	0.59988	0.41007	0.37639	0.42315		
	15	0.38500	0.62089	0.38273	0.39453	0.39370	0.38337	0.40859
	20	0.35000	0.50513	0.40438	0.37480	0.40265	0.40284	0.39629
	25	0.37500	0.53822	0.38623	0.39002	0.37781	0.35191	0.16333
	30	0.36000	0.58942	0.35874	0.33720	0.42409	0.26150	0.00000

표 2. $\rho=-0.3$일 때 VT비

$\rho = 0.3$								
α	p	q						
		1	5	10	15	20	25	30
3	5	0.19000	0.37128	0.30940	0.34398	0.37269		
	10	0.15500	0.34489	0.25842	0.25340	0.23448		
	15	0.06000	0.25702	0.18754	0.19832	0.22139	0.23156	0.28348
	20	0.05000	0.26917	0.17174	0.17452	0.18687	0.19812	0.23240
	25	0.03000	0.15327	0.12204	0.17614	0.15507	0.20712	0.06950
	30	0.02000	0.17350	0.11430	0.10639	0.13756	0.09600	0.00000
5	5	0.24750	0.42425	0.35398	0.38664	0.37749		
	10	0.22833	0.50735	0.29275	0.30928	0.29580		
	15	0.23000	0.42042	0.26107	0.25363	0.26103	0.30313	0.23770
	20	0.18000	0.40227	0.28839	0.28566	0.22740	0.29665	0.29667
	25	0.08000	0.33929	0.24992	0.21634	0.25252	0.24372	0.11150
	30	0.13000	0.37745	0.21287	0.25962	0.21468	0.14817	0.00000
10	5	0.37533	0.54951	0.35401	0.41858	0.44107		
	10	0.48000	0.61914	0.41443	0.41782	0.42398		
	15	0.36000	0.64811	0.40842	0.43045	0.41000	0.36190	0.40893
	20	0.41000	0.53745	0.36317	0.38414	0.35482	0.37494	0.37202
	25	0.43000	0.55189	0.35902	0.33830	0.41395	0.41278	0.16050
	30	0.36000	0.55316	0.38526	0.40176	0.31512	0.26467	0.00000

표 3. $\rho = 0.3$일 때 VT비

$\rho = 0.7$								
α	p	q						
		1	5	10	15	20	25	30
3	5	0.24417	0.32735	0.33545	0.38746	0.43622		
	10	0.24000	0.43656	0.26799	0.31264	0.33081		
	15	0.13000	0.37919	0.32944	0.28575	0.31074	0.27328	0.33602
	20	0.08000	0.37276	0.24340	0.31979	0.23496	0.32174	0.27554
	25	0.05000	0.21755	0.19234	0.17979	0.26473	0.25324	0.07433
	30	0.04000	0.24181	0.20687	0.18966	0.22785	0.12383	0.00000
5	5	0.35833	0.44558	0.41753	0.42877	0.45012		
	10	0.27000	0.43563	0.32138	0.34320	0.36399		
	15	0.21000	0.46782	0.30400	0.35633	0.37589	0.36282	0.37849
	20	0.23000	0.40087	0.28932	0.34316	0.35442	0.32397	0.30239
	25	0.15000	0.34698	0.23071	0.28886	0.33333	0.31379	0.12500
	30	0.10000	0.37504	0.22424	0.27507	0.29181	0.19267	0.00000
10	5	0.43667	0.54451	0.41867	0.44494	0.47057		
	10	0.48000	0.56330	0.40179	0.39444	0.41666		
	15	0.40000	0.57253	0.39706	0.41296	0.43448	0.43682	0.48011
	20	0.33000	0.52120	0.43021	0.40199	0.39661	0.41820	0.39092
	25	0.30000	0.49444	0.31629	0.42223	0.39872	0.39652	0.16750
	30	0.33500	0.52949	0.36346	0.39097	0.32387	0.23083	0.00000

표 4. $\rho = 0.7$일 때 VT비

ρ	α		
	3	5	10
0.3	0.37(5,20)	0.50(10,5)	0.64(15,5)
0.5	0.39(5,20)	0.45(10,5)	0.59(15,5)
0.7	0.43(10,5)	0.46(15,5)	0.57(15,5)
0.9	0.48(15,5)	0.49(25,5)	0.59(10,1)
-0.3	0.36(5,5)	0.48(15,5)	0.59(10,5)
-0.5	0.35(5,20)	0.45(10,5)	0.58(15,5)
-0.7	0.34(5,5)	0.45(10,5)	0.51(30,5)
-0.9	0.33(5,20)	0.41(5,5)	0.49(15,5)

표 5. VT비 최고값과 그때의 (p, q)

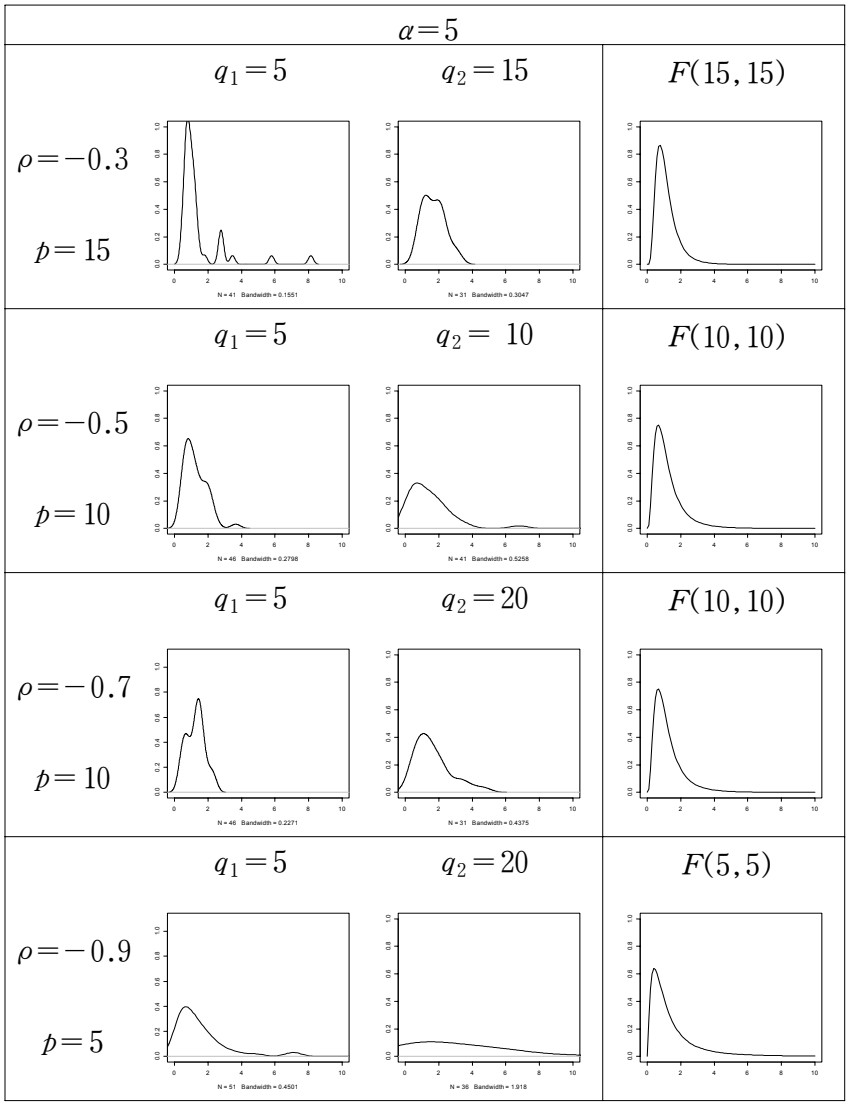

그림 2. $\alpha=5$일 때 $r_{p,q,t}$ 밀도

4. 결 론

본 논문에서는 시계열 데이터에 대해 조절모수들 (정보조절모수와 시차조절모수)로 구성된 빠른 VCP탐지기를 제안하였다. 모의실험을 통하여 두 개의 조절모수가 탐지기의 요구되는 민감성과 적합성을 갖추는데 중요한 역할을 수행한다는 사실을 알 수 있었으며 현재 경제 금융 데이타에서 흔히 사용되는 $q=1$이라는 선택은 많은 문

제를 내포할 수 있음을 알 수 있었다. 시뮬레이션을 통해 관찰된 $r_{p,g,t}$ 의 적합한 근사적인 분포를 찾는 문제와 분산 변화가 작은 경우 의존성이 오히려 탐지기의 효율성을 향상시키는 등의 실험결과 등은 추후 연구 과제로써 다루어 볼 만한 가치가 있다고 하겠다.

References

1. 류귀열, 조신섭. (1987). AR(1) 모형에서 분산변화점의 탐지절차. <**응용통계연구**>, **1**(1), 57-67.
2. 박경화, 김태윤, 송규문, 최중재 (2005). 독립데이터에서 분산변화점의 빠른 탐지. <**한국데이터정보과학회지**> 게재 예정
3. 박덕환, 심성열, 기준환, 박헌준. (2003). <**옵션 프렌드**> 서울, 바른 지식.
4. Bagshaw, M., & Johnson, R. A. (1977). Sequential procedures for detecting parameter changes in a time series model. *J. Amer. Statist. Assoc, 71,* 593-597.
5. Box, G. E. P., & Tiao, G. C. (1965). A change in the level of nonstationary time series. *Biometrika, 52,* 181-192.
6. Inclan, C., & Tiao, G. C. (1994). Use of cumulative sums for retrospective detection of changes of variances. *J. Amer. Statist. Assoc, 89,* 913-923.
7. Kim, T. Y., Hwang, C., and Lee, J. (2004). Korea economic condition indicator using a neural network trained on the 1997 crisis. *Joural of Data Science,* **2** (4), 371-381.
8. Kramer, W., Ploberger, W., & Alt, R. (1988). Testing for structural change in dynamic models. *Econometrica, 56, 1355-1369.*
9. Lee, S., & Park, S. (2001). The cusum squares test for scale changes infinite order moving average process. *Scand. J. Statist, 28,* 625-644.
10. Silverman, B. W. (1986). *Density Estimation for Statistics and Data Analysis.* London: Chapman and Hall.
11. Tang, S. M., & Macnail, I. B. (1993). The effect of serial correlation on tests for parameter change at unknown time. *Ann. Statist, 21,* 552-575.
12. Wichern, D. W., Miller, R. B., & Hsu, D. A. (1976). Change of variance in first-order autoregressive time series models-with an application, *Appl. Statist, 25*, 248-256.

[2005년 3월 접수, 2005년 4월 채택]