

# 수치해석에 의한 자동차 배기시스템의 벨로우즈 강도평가에 관한 연구 A Numerical Analysis Study on Evaluation of the Reliability for Bellows in the Vehicle Exhaust System

이승호 · 심동석 · 오상기

S. H. Lee, D. S. Sim and S. G. Oh

**Key Words** : Finite Element Methods(유한요소법), Evaluation of the reliability(신뢰성평가)

**Abstract** : Bellows is a familiar component in piping systems as it provides a relatively simple means of absorbing thermal expansion and providing system flexibility. In routine piping flexibility analysis by finite element methods, bellows is usually considered to be straight pipe runs modified by an appropriate flexibility factor; maximum stresses are evaluated using a corresponding stress concentration factor. In this paper, the dynamic characteristics of bellows were investigated by Finite element methods. Using Anany program, the natural frequencies and evaluation of the reliability of bellows were also investigated.

## 1. 서 론

자동차용 배기시스템이나 산업기계용 배관시스템 등에 사용되고 있는 벨로우즈(Bellows)는 주로 진동 및 소음이나 열변형을 흡수할 목적으로 사용되고 있다. 특히 자동차 배기시스템은 엔진에서 배출되는 유해가스를 모아서 대기중으로 배기하는 역할을 수행하므로 기능에 맞는 소재를 사용해야 하며 특히, 벨로우즈는 파워플랜트기계 및 엔진공회전시 관성력의 불균형이나 토크변동에 의해 발생하는 진동 및 소음을 저감시키고, 주행중에 노면으로부터 발생하는 진동을 흡수하여 승차감 향상은 물론 배기시스템의 내구성을 향상시키는 역할을 한다. 이러한 벨로우즈는 여러개의 파형을 갖는 유연한 셸(Flexible shell)구조로 이루어져 있으며, 형상에 따라서 U형, S형, Multi-Ply형 및  $\Omega$ 형으로 나눌 수 있다. 이중 자동차 배기시스템용으로는 U형이 가장 많이 사용되고 있다.

이러한 구조는 모델링시 많은 요소로 Meshing하게 되므로 전체 시스템에서 벨로우즈와 같은 작은 부분에 의해서 전체의 해석시간이 길어지며, 시스템의 디자인 변경의 영향을 연구할 때나, 많은 시물레

이션을 시행함에 있어 Shell모델은 계산량과 해석시간을 증대시키기도 한다.<sup>1)</sup>

본 Flex coupling 단품해석에서는 1400cc가솔린자동차 배기시스템의 Hot end(Center pipe 이후 Tail pipe 까지는 비교적 온도가 낮아서 Cold end라고 하며 그 앞부분은 Hot end라 함)부분에 들어가는 Flex coupling( $\varnothing 48 \times 190$ mm)구조물의 강도 및 강성을 평가하는 데 있어서 평판이론을 적용한 등가 Stress 및 등가강성을 산출하여 유한요소 해석을 실시함으로써 개발품의 신뢰성 및 안정성을 검증하였다.

## 2. 이론적 배경

### 2.1 평판이론을 이용한 등가 Stress

자동차 배기계의 구조 중 Hot end 부분에 장착되는 벨로우즈(Flex coupling)는 여러 겹의 Ply로 구성되는 대표적인 구조물로서 유한요소해석에 있어서 Modeling상의 많은 어려움을 갖고 있다. 하지만, 해석을 손쉽게 수행하기 위하여 여러 겹의 Ply로 되어 있는 구조물을 하나의 셸로 나타내면서 두께를  $n$ 배 한 경우는 Stress 평가에 있어서 적절하지 못한 결과를 얻을 가능성이 있다. 따라서 벨로우즈 등과 같은 Ply구조물의 Stress평가를 적절하게 할 수 있도록 평판이론을 이용한 등가 Stress을 활용할 수 있다.<sup>2)</sup>

접수일 : 2005년 5월 23일  
오상기(책임저자) : 경기공업대학 자동차과  
E-mail : skoh@kinst.ac.kr Tel. 031-496-4739  
이승호, 심동석 : 경기공업대학 자동차과

셸 구조물의 Bending moment, Stress, Curvature 관계는 다음과 같이 표현할 수 있다.

- Stress-strain 관계식

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_x + \nu\varepsilon_y) = \frac{EZ}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \\ \sigma_y &= \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_y + \nu\varepsilon_x) = \frac{EZ}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \\ \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\nu)}\gamma_{xy} = \frac{EZ}{1+\nu^2} \times \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\end{aligned}\quad (1)$$

- Moment 관계식

$$\begin{aligned}M_x &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} Z\sigma_x dz \\ M_y &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} Z\sigma_y dz \\ M_{xy} &= \int_{-\frac{t}{2}}^{\frac{t}{2}} Z\tau_{xy} dz\end{aligned}\quad (2)$$

위의 Stress-strain 관계식과 Moment 관계식을 이용하여 정리하면

$$\begin{aligned}M_x &= -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) \\ M_y &= -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right) \\ M_{xy} &= -D(1-\nu) \times \frac{\partial^2 w}{\partial x\partial y}\end{aligned}\quad (3)$$

여기서,  $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$ 으로서 Flexural rigidity라 한다. 식 (1)과 (3)에서 Maximum stress가 발생하는 곳은  $z = \frac{t}{2}$  인 곳이며, 식 (4)의 관계가 성립하다.

$$\sigma_{x,\max} = \frac{6M_x}{t^2}, \quad \sigma_{y,\max} = \frac{6M_y}{t^2}, \quad \tau_{xy,\max} = \frac{6M_{xy}}{t^2}\quad (4)$$

벨로우즈 등과 같은 여러 겹의 Ply구조물의 유한요소 Modeling은 원래의 전체적인 강성 변화에 영향을 주지 않도록 하여야 한다. 따라서 셸의 굽힘을 고려할 때, Ply의 등가두께(Equivalent thickness)는 Flexural rigidity를 고려하여 계산할 수 있다.

즉,  $n$ 장의 두께  $t_i$ 를 갖는 Ply로 구성되어 있다면 등가의 두께( $t_{eq}$ )는 식 (5)와 같이 계산할 수 있다.<sup>3)</sup>

$$D = \frac{Et_{eq}^3}{12(1-\nu^2)} = \sum_{i=1}^n \frac{Et_i^3}{12(1-\nu^2)}$$

$$t_{eq}^3 = \sum_{i=1}^n t_i^3\quad (5)$$

또한, 식 (5)의 등가 두께를 이용하여 Modeling 하였을 때의 최대 Stress평가는 식 (6), (7)과 같이 할 수 있다.

$$\begin{aligned}\sigma_{x,\max} &= \frac{6M_x}{t_{eq}^2} = \frac{6M_x}{\left(\sum_{i=1}^n t_i^3\right)^{\frac{2}{3}}}, & \sigma_{y,\max} &= \frac{6M_y}{t_{eq}^2} = \frac{6M_y}{\left(\sum_{i=1}^n t_i^3\right)^{\frac{2}{3}}} \\ \tau_{xy,\max} &= \frac{6M_{xy}}{t_{eq}^2} = \frac{6M_{xy}}{\left(\sum_{i=1}^n t_i^3\right)^{\frac{2}{3}}}\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{x,\max} &= \text{MAX}\left[\frac{6M_{i,x}}{t_i^2}\right] \\ \sigma_{y,\max} &= \text{MAX}\left[\frac{6M_{i,y}}{t_i^2}\right] \\ \tau_{xy,\max} &= \text{MAX}\left[\frac{6M_{i,xy}}{t_i^2}\right]\end{aligned}\quad (7)$$

그러므로 벨로우즈의 곡률이 충분히 크고 각각의 Ply의 두께가 동일하여 각각의 Ply가 받는 벤딩이 서로 동일하다고 가정한다면, 식 (7)은 식 (8)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned}\sigma_{x,\max} &= \frac{6M_{i,x}}{nt_i^2} \\ \sigma_{y,\max} &= \frac{6M_{i,y}}{nt_i^2} \\ \tau_{xy,\max} &= \frac{6M_{i,xy}}{nt_i^2}\end{aligned}\quad (8)$$

식 (6)과 (8)에서 Stress비( $r$ )는 식 (9)와 같이 나타낼 수 있다.

$$r = \frac{(nt_i^3)^{\frac{2}{3}}}{nt_i^2} = \frac{\sqrt[3]{n^2 t_i^2}}{nt_i^2} = \frac{\sqrt[3]{n^2}}{n}\quad (9)$$

따라서  $n$ 장의 Ply구조물을 1장의 등가강성을 갖는 모델로 Modeling 하였을 경우는 식 (9)를 이용하여 Stress을 평가할 수 있다.<sup>4)</sup>

## 2.2 Flex coupling용 강재

자동차 배기시스템 부품소재로 대부분 페라이트

계 스테인레스강이 사용되고 있지만, 그 중에서 Flex coupling 부분은 가공성과 용접성 및 우수한 기계적 성질이 요구되기 때문에 오스테나이트계 스테인레스강이 사용되고 있다. Flex coupling는 주름관 모양을 하고 있으며 엔진의 진동과 배기계 전체의 열팽창을 흡수하는 역할을 하는 부품이다. Flex coupling의 구조를 Fig. 1에 나타내었다.

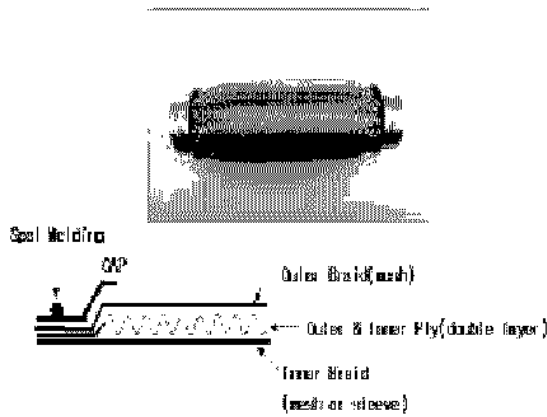


Fig. 1 Structure of flexible tube

### 2.3 Flex coupling의 거동

일반적으로 Flex coupling의 거동은 엔진 및 차체에서 발생하는 진동에 의한 인장, 압축력에 의한 축방향 변형, 전단력에 의한 축직각방향 변형, 굽힘력에 의한 굽힘변형이 발생된다. 그러므로 Flex coupling는 세가지 변형이 함께 발생되므로 총 변형량  $S$ 는  $S = S_1 + S_2 + S_3$ 로 표시할 수 있다.

여기서,  $S$  : 총변형량,  $S_1$  : 인장·압축변형량,  $S_2$  : 전단변형량,  $S_3$  : 굽힘변형량이다.

#### (1) 축방향 변형

Flex coupling 중심선에 대하여 평행한 방향으로 인장 압축력에 의하여 발생되며 모든 산 및 골부의 변형량이 일정하게 나타난다.

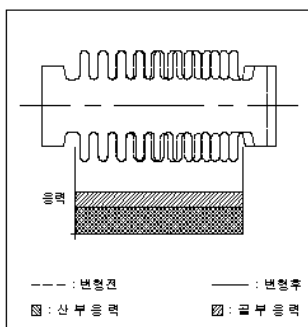


Fig. 2 Axial movement

#### (2) 축직각방향 변형

Flex coupling 중심선에 대하여 수직방향의 변형을 의미하는 것으로 벨로우즈 균열의 주요인 축직각 방향 변형은 양 끝단쪽으로 인장, 압축량이 증가되고 중간 부분은 변형량이 발생하지 않는다.

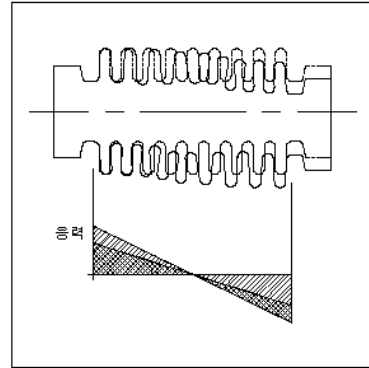


Fig. 3 Lateral movement

### 2.4 Flex coupling modeling

Flex coupling 설계기준인 E.J.M.A 설계식이 상세한 도입과정과 해석과정이 밝혀져 있지 않기 때문에 Flex coupling의 해석이 정확도를 얻기 위해서는 여러 가지 방향의 충격 및 진동하중과 열전달 Stress이 동시에 작용하는 하중 조건하에서 Flex coupling의 거동해석을 하여야 한다. 본 해석에서 사용될 모델은 축 대칭으로 단면에 대한 외형선을 작성한 후 이 외형선을 중심축에 대하여 360도 회전시키므로써 Bellows 형상을 Modeling하여 작성하였다.

Bellows형상 Modeling은 산간 거리를 계산하여 포인트를 작성하고, 포인트를 스플라인으로 연결하여 곡선부 및 직선부분을 작성하였다. Bellows형상 및 제원은 Fig. 4와 Table 1과 같다.

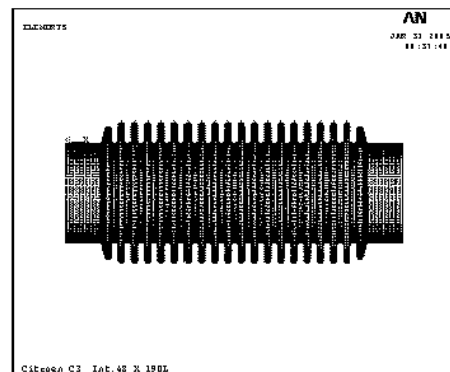


Fig. 4 Shape modeling(MESH)

Table 1 Flex coupling (Lay-out)

Standard	Total length	Total length of thread	Inside diameter	Outside diameter	Thickness
Unit (mm)	190	150	Φ 48	72	0.20 x 2 0.25 x 2
Standard	Distance	Thread 1	Thread 2	Thread 3	Thread height
Unit (mm)		○			11

3. 결과 및 고찰

3.1 산수변화에 따른 Fatigue durability analysis

산수변화에 따른 Fatigue durability analysis은 FEM/FAT로 유한요소 해석을 수행하였다. FEM/FAT의 입력값은 Ansys program를 이용한 Modeling파일의 Stress값(Strong forward engine rock stress), 재질, Temperature(Room temperature, 65 0℃)을 이용하였으며 내구해석결과 22산>24산>26산>20산 순으로 해석결과로 나타났다. 그러나 차후 제품과 비교 분석하여 결과를 도출하는 것이 병행 되어야할 것으로 판단된다. Table 2는 Strong forward engine rock, 재질, Temperature(Room temperature, 650℃)에 따른 FEM/FAT 피로내구 해석결과이다.

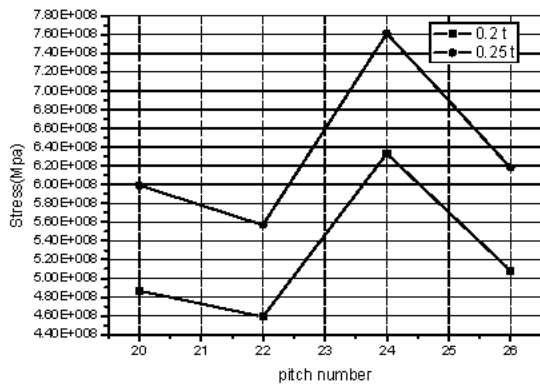


Fig. 5 Strong forward engine rock analysis result

Table 2 Strong forward engine rock(stress)

thread number	Strong forward engine rock	
	Stress	
	0.2t	0.25t
20	0.487E+09	0.599E+09
22	0.459E+09	0.557E+09
24	0.633E+09	0.761E+09
26	0.508E+09	0.618E+09

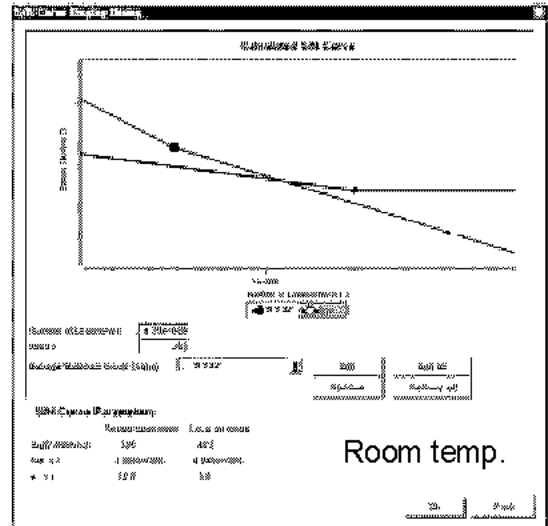


Fig. 6 Room temperature durability analysis

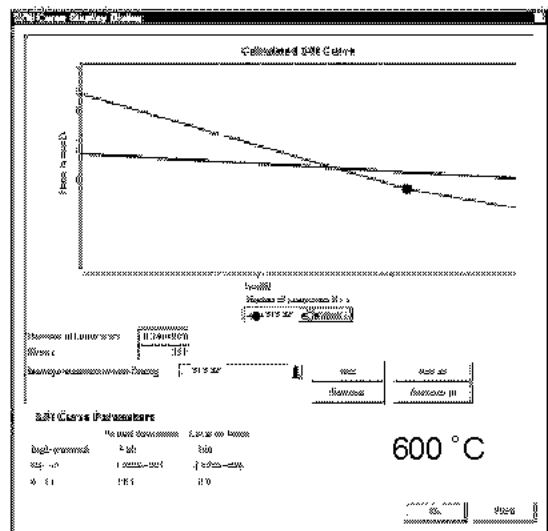


Fig. 7 600℃ durability analysis

Fig. 6, 7과 같이 반복적인 해석결과 Table 3의 피로내구해석결과가 도출되었다.

Table 3 Fatigue durability analysis results

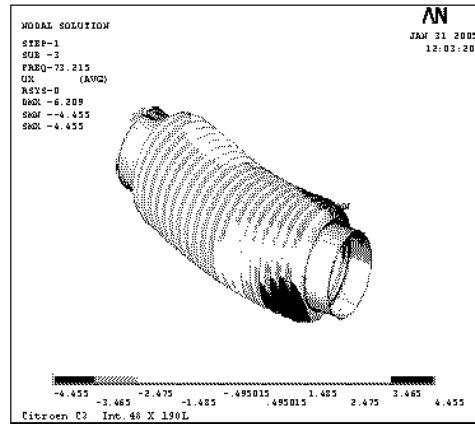
thread number	The endurance analysis result			
	0.2t		0.25t	
	Room temperature	600 °C	Room temperature	600 °C
20	6.61e+06 cycles	11.74e+05 cycles	5.11e+06 cycles	10.14e+05 cycles
22	7.09e+06 cycles	12.59e+05 cycles	5.81e+06 cycles	10.93e+05 cycles
24	5.55e+06 cycles	9.31e+05 cycles	4.35e+06 cycles	8.34e+05 cycles
26	6.45e+06 cycles	10.77e+05 cycles	4.85e+06 cycles	9.47e+05 cycles

3.2 산수 변화에 따른 Modal analysis 결과

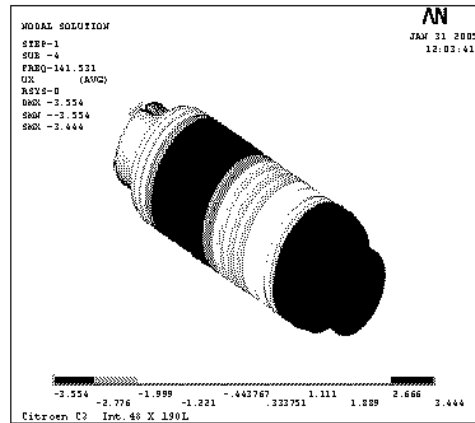
본 연구에 사용된 Coupling모드별 Natural frequencies의 분석결과는 Table 4와 Fig. 8과 같다.

Table 4 Natural frequencies

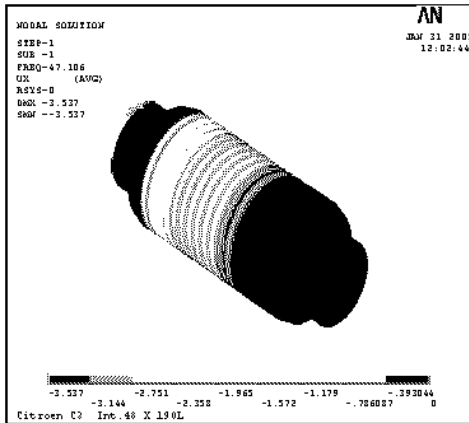
Mode (Hz)	20thread		22thread	
	0.2t	0.25t	0.2t	0.25t
1	47.106	56.882	42.967	52.227
2	73.215	88.284	66.767	81.040
3	73.215	88.284	66.767	81.040
4	141.53	170.90	129.05	156.86
5	166.94		152.13	184.65
6	166.94		152.13	184.65
Mode (Hz)	24thread		26thread	
	0.2t	0.25t	0.2t	0.25t
1	53.263	61.910	37.580	37.580
2	81.809	95.196	58.331	58.331
3	81.809	95.196	58.331	58.331
4	159.97	185.95	112.82	112.82
5	186.65		132.82	132.82
6	186.65		132.82	132.82
7			188.31	132.82
8				188.31



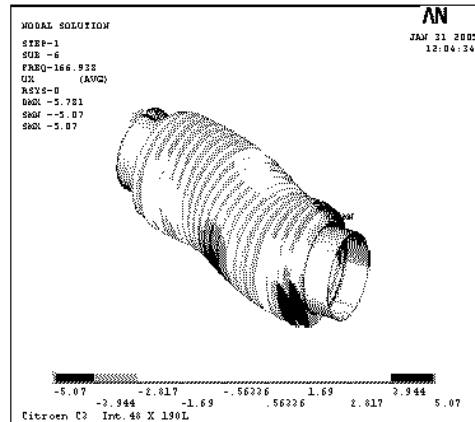
3 Mode



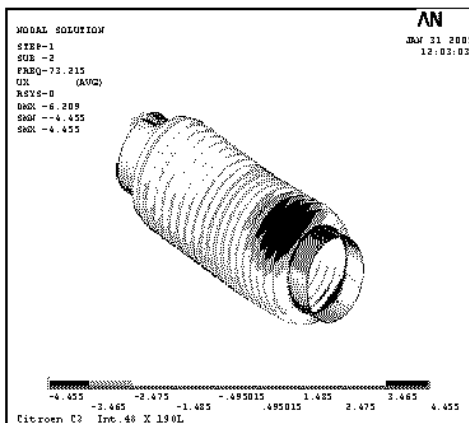
4 Mode



1 Mode



5 Mode



2 Mode

Fig. 8 Natural frequencies modeling result

일반적인 Automobile의 Idle상태(30Hz~40Hz) Natural frequencies와 비교 분석하여 본 결과 24산(0.25t) > 20산(0.25t) > 24산(0.2t) > 22산(0.25t) > 20산(0.2t) > 22산(0.2t) > 26산(0.2) > 26산(0.25t)순으로 해석결과가 나타났다.

이상의 연구결과를 토대로 1400cc 가솔린자동차 배기시스템에 장착될 최적의 Flex coupling은 재질

의 두께 0.25t를 가지며, 산수는 24산에서 우수한 것으로 판단된다. 그러나 이것은 해석을 통한 결과이며 차후 NVH 및 내구 Test 등을 실시하여 검증 보완해야 할 것으로 판단된다.

## 5. 결 론

자동차 배기시스템에 사용되는 Flex coupling 단품의 강도 및 강성평가를 위한 유한요소 해석을 통한 개발품의 신뢰성 및 안정성을 평가한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 산수 변화에 따른 Fatigue durability analysis는 FEM/FAT로 유한요소 해석을 수행한 결과 22산>24산>26산>20산 순으로 해석결과가 나타났다. 그러나 차후 제품과 비교 분석하여 결과를 도출하는 것이 병행되어야 할 것으로 판단된다.
- 2) 산수 변화에 따른 Natural frequencies 산출 결과 일반 Automobile의 Idle상태(30Hz~40Hz) Natural frequencies와 비교 분석하여 본 결과 24산(0.25t)>20산(0.25t)>24산(0.2t)>22산(0.25t)>20산(0.2t)>22산(0.2t)>26산(0.2)>26산(0.25t)순으로 해석결과가 나타났다.
- 3) 본 연구를 통해 1400cc 가솔린자동차 배기시스템에 장착될 최적의 Flex coupling은 재질두께 0.25t를 가지며, 산수는 24산에서 우수한 것으로 판단된다.
- 4) 향후 NVH 및 내구 Test 등을 실시하여 본 연구에 수행한 결과에 대해 검증·보완해야 할 것으로 판단된다.

## 참고문헌

1. 김대현, 최명진, 2001, “자유도 저감을 이용한 자동차 배기시스템의 벨로우즈 진동해석 모델”, 한국정밀공학회 춘계학술대회논문집, p. 659
2. 고병갑, 박경진, 이완익, 1995, “배관시스템 해석을 위한 벨로우즈 유한요소의 개발”, 대한기계학회논문집 제19권 제6호, p. 1439
3. 이완익, 오재용, 김태환, 1988, “벨로우즈의 동특성에 관한 연구”, 대한기계학회논문집 제12권 제6호, p. 1273
4. 김형겸, 김권희, 1999, “주름관을 채택한 조향축의 진동특성 개선에 관한 연구”, 한국자동차공학회논문집 제7권 제2호, p. 387