

# 유도 초음파 이용 결함 진단을 위한 정합추적 기법

Matching Pursuit Approach for Guided Wave-based Damage Inspection

홍 진 철\* · 선 경 호\* · 김 윤 영†

Jin-Chul Hong, Kyung Ho Sun and Yoon Young Kim

(2004년 9월 24일 접수 : 2005년 2월 1일 심사완료)

**Key Words :** Guided-wave(유도 초음파), Dispersion(분산), Gabor Function(가보 함수), Chirp Function(첨 함수), Matching Pursuit(정합추적), Damage(결함)

## ABSTRACT

For successful guided-wave damage inspection, the appropriate signal processing of measured wave signals is very important. The objective of this paper is to introduce an efficient signal processing technique especially suitable for the guided-waves used for damage detection. The key idea of this technique is to model guided-waves by chirp functions of special form considering the dispersion phenomenon. To determine the parameter of the chirp functions simulating guided-waves, the matching pursuit algorithm is employed. The damage information in waveguides can be extracted by pulse-characterizing parameters. The effectiveness of present method is checked with the guided wave-based damage inspection.

## 1. 서 론

기존의 초음파 기술과 비교하여 유도 초음파(guided-wave)를 이용한 검사 기법은 파동의 전파를 이용하기 때문에 구조의 광범위 탐상을 단시간에 효과적으로 수행할 수 있다는 장점이 있다.<sup>(1,2)</sup>

일반적으로 트랜스듀서(transducer)에 의해 측정된 초음파 신호에서 확인할 수 있는 반사 팰스는 결함의 유무와 관련된 중요한 정보를 갖는다. 하지만 결함에 의한 반사팰스의 크기가 작고, 원 거리를 이동하면서 분산(dispersion)<sup>(3,4)</sup>에 의해 크기 및 형태가 왜곡될 경우, 특히 팰스들이 잡음 속에 묻혀 있는 경우에 측정된 신호로부터 직접적으로 결함에 관한 정보를 추출하는 것은 매우 어려운 일이다. 따라서 구조물의

정확한 결함 검출을 위해서는 측정된 신호에 대한 적절한 신호처리 과정이 필수적이다.

유도 초음파 신호를 효과적으로 다루기 위해 단시간 푸리에 변환(STFT)나 연속 웨이블렛 변환(CWT) 등의 시간-주파수 해석 기법을 이용할 수 있다. 그러나 이런 변환에 의해 얻어지는 시간-주파수 해상도는 신호의 국소적 변화를 표현하는 데 때로 적절하지 않을 수 있다. 또한 해석에 사용되는 기저 벡터들은 유도 초음파 신호의 분산 특징과 무관하게 결정된다.

이 논문에서는 유도 초음파 신호의 효과적 분석을 위해 최근 본 연구자들에 의해 제안된 정합추적(matching pursuit) 기법<sup>(5,6)</sup>을 소개하고 웨이브 가이드 결함 진단을 통해 그 효용성을 제시하고자 한다. 수학적으로 정합추적 기법<sup>(7)</sup>은 해석하고자 하는 신호를 반복적으로 주어진 함수집단(dictionary)에 투영함으로써, 신호를 가장 적합한 원소함수(elementary atom)들의 합으로 표현하는 신호처리 기법이다. 따라서 일반적인 시간-주파수 해석 기법과는 달리 매우 적응적인 해석 결과를 제공한다. 이 때, 대상 신호의

\* 책임저자 : 정희원, 서울대학교 기계항공공학부

E-mail : yykim@snu.ac.kr

Tel : (02) 880-7154, Fax : (02) 872-5431

\* 서울대학교 대학원 기계항공공학부

특성을 보다 효과적으로 표현하기 위해서는 함수집단 내의 기저함수를 신호의 특성을 고려하여 선정해 주어야 한다.

제안된 정합추적 기법에서는 주파수 변조 가우시안(Gaussian) 펄스, 즉 가보(Gabor)<sup>(8)</sup> 펄스가 초기에 웨이브가이드에 입사되었다고 가정하였다. (실제 실험에서도 가보 펄스를 사용함) 이때 정합추적 기법에 사용되는 함수집단의 기저함수로서 유도 초음파의 분산 현상을 고려하는 청(chirp) 함수가 고안되었다. 이로부터 분산의 영향을 받는 유도 초음파 신호내의 임의의 펄스들은 2차 다항함수 형태의 군지연(group-delay)을 갖는 제안된 청 함수들에 의해 효과적으로 표현된다. 만약 분산의 영향을 고려하는 변수들을 무시할 수 있는 경우라면, 제안된 청 함수는 일반적인 가보 함수를 나타낸다. 따라서 관심 주파수 영역이 극도의 분산 영역에 속하지 않는다면 유도 초음파 신호 내의 일반적인 펄스들은 제안된 청 함수를 통해서 효과적으로 근사될 수 있다.

이러한 청 함수의 위치와 모양을 결정하는 변수들을 정확하고 신속하게 추정을 위해서 두 단계의 탐색 과정으로 구성된 정합추적 알고리즘이 적용되었다. 이로부터 추정된 변수들은 신호의 근사화 뿐만 아니라 결합에 관한 정보를 직접적으로 제공한다. 제안된 정합추적 기법의 성능을 검증하기 위해 국소 결합을 갖는 봉(rod)에서 유도초음파(L(0.1)-모드)를 이용한 결합진단을 수행하였다.

## 2. 제안된 정합추적 기법

### 2.1 분산 기반 청 함수

분산 기반 청 함수를 유도하기 위해 시간 폭  $\sigma$ , 중심 주파수  $\xi$ 를 갖는 주파수 변조 가우시안 펄스(가보 펄스)가 웨이브가이드에 입사되었다고 가정하자. 이때, 초기 가보 펄스의 푸리에 변환은 다음과 같이 표현된다.

$$G_{(\sigma,\xi)}(f) = G[\sigma(f-\xi)] \quad (1)$$

여기서  $G(f)$ 는 가우시안 창함수  $g(t) = \pi^{-1/4} e^{-t^2/2}$ 의 푸리에 변환을 의미한다.

웨이브가이드를 따라 전파하던 입사 가보 펄스가 시간  $t = u$ 에서 추정된다면, 그 펄스의 푸리에 변환은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} G_{(u,\sigma,\xi,D(f))}(f) &= G[\sigma(f-\xi)]e^{-j2\pi u(f-\xi)} \cdot e^{-j2\pi D(f)} \\ &= G[\sigma f - \xi]e^{-j2\pi[D(f)+u(f-\xi)]} \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $e^{-j2\pi D(f)}$ 는 펄스의 분산 거동과 관계된 위상지연을 나타낸다. 이 때, 펄스의 군지연  $\tau(f)$ 는

$$\tau(f) = \frac{d[D(f)+u(f-\xi)]}{df} = \frac{dD(f)}{df} + u \quad (3)$$

이 된다.

식 (3)에서 군지연  $\tau(f)$ 는 전파하는 펄스의 분산 특성을 나타내기 때문에 이를 수학적으로 적절하게 모사할 수 있다면 실제 분산 펄스의 모양을 효과적으로 예측할 수 있다. 이를 위해, 식 (3)의  $\tau(f)$ 를 다음과 같은 다항함수의 형태로 근사할 수 있다고 가정하였다.

$$\begin{aligned} \tau(f) &= \frac{dD(f)}{df} + u \\ &= d_n(f-\xi)^n + \dots + d_1(f-\xi) + u \end{aligned} \quad (4)$$

일반적으로 펄스의 중요 분산 특성이 저차의 다항함수에 의해 표현되므로, 여기서는 2차( $n=2$ ) 다항함수 형태의  $\tau(f)$ 를 선정하였다. 따라서, 식 (2)는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} G_{(u,\sigma,\xi,D(f))}(f) \\ = G_{(u,\sigma)}(f)e^{-j2\pi\left[u(f-\xi)+\frac{d_1}{2}(f-\xi)^2+\frac{d_2}{3}(f-\xi)^3\right]} \end{aligned} \quad (5)$$

식 (5)로부터 제안된 청 함수는 역푸리에 변환에 의해 시간 영역에서 다음과 같은 형태로 주어진다.

$$g_{(u,\sigma,\xi,d_1,d_2,\phi)}(t) = \text{Real} \left[ \int_{-\infty}^{\infty} G_{(u,\sigma,\xi,d_1,d_2)}(f) e^{j\phi} e^{j2\pi ft} df \right] \quad (6)$$

여기서 상수  $\phi$ 는 결합 등의 불연속점에서 펄스가 반사될 때 생기는 위상지연을 보정한다.

따라서 가보 펄스가 입사되었다고 할 때, 측정된 유도 초음파 신호내의 일반적인 분산 펄스는 변수군  $\gamma = (u, \sigma, \xi, d_1, d_2, \phi)$ 를 갖는 임의의 청 함수를 통해 표현할 수 있다. 만약 분산과 관련된 변수  $d_1, d_2$ 를

무시할수 있다면, 제안된 첨 함수는 다음과 같은 일 반적인 가보 함수의 형태를 갖게 된다.

$$g_{(u,\sigma,\xi,\phi)}(t) = g\left(\frac{t-u}{\sigma}\right) \cos(2\pi\xi(t-u)+\phi) \quad (7)$$

## 2.2 첨 함수 기반 정합추적 기법

$f(t)$ 가 해석하고자 하는 신호일 때, 기본적으로 정합추적 기법은 다음과 같은 반복과정(iteration)에 의해 실행된다.

$$\begin{aligned} f &= \sum_{i=1}^M A_i g_{\gamma_i} + R^{M+1} f \\ &= \sum_{i=1}^M \frac{\langle R^i f, g_{\gamma_i} \rangle}{\|g_{\gamma_i}\|^2} g_{\gamma_i} + R^{M+1} f \end{aligned} \quad (8)$$

여기서  $A_i$ 은 각 반복과정에서의 전개 계수이며,  $R^{M+1} f$ 는  $M$ 회 반복 후의 나머지(residual)를 의미 한다. 각 반복과정에서 최적의 기저함수는 다음과 같 이 결정된다.

$$g_{\gamma_i} = \arg \max_{g_{\gamma_i} \in D} \frac{\langle R^i f, g_{\gamma_i} \rangle}{\|g_{\gamma_i}\|^2} \quad (9)$$

여기서  $D$ 는 함수집단을 의미한다.

앞서 언급했듯이, 제안된 정합추적 기법에서 변수 군  $\gamma = (u, \sigma, \xi, d_1, d_2, \phi)$ 은 각 반복과정에서 두 단계 의 추정과정을 통해 결정된다. 첫 단계에서 가능 변수군에 대해 준최적(suboptimal)의 변수값들을 선정 하고, 두 번째 단계에서는 준최적 변수값들을 초기치 로 하는 최적화 과정(Gauss-Newton method)을 통 해 최적의 변수값들을 결정한다. 이를 통해서  $M$ 개의 분산 펄스로 구성된 신호  $f(t)$ 를 다음과 같이 제안 된 첨 함수들의 선형조합으로 표현할 수 있다.

$$f(t) \approx \sum_{i=1}^M A_i g_{(u_i, s_i, \xi_i, (d_1)_i, (d_2)_i, \phi_i)}(t) \quad (10)$$

결정된 변수 중  $u_i$  ( $i=1, \dots, M$ )는 결합의 위치와 직접적으로 관련된다.

## 3. 정합추적 기법의 검증

### 3.1 수치 예제

이 절에서는 제안된 방법의 성능을 잡음에 대한 강 건성(robustness)을 중심으로 고찰하였다. 이를 위해 군지연에 기반한 파동 전파 모델<sup>(6)</sup>을 이용하여 지름 10 mm인 강철봉에서  $L(0, 1)$ -모드의 유도초음파 신호를 수치적으로 구하였다. 수치 신호들은 중심 주파 수가 각각 90 kHz와 130 kHz인 입사 가보 펄스가 봉을 따라 2 m 및 3 m를 전파할 때 얻어지는 펄스들의 합으로 구성된다. 잡음에 대한 영향을 확인하기 위해 얻어진 수치 신호에 가우시안 잡음이첨가되었다.

Fig. 1에서 잡음이 포함된 신호( $SNR=2$  dB)와 정합추적 기법에 의해 처리된 결과를 비교하였다. Fig. 1에서 확인할 수 있듯이 극도의 잡음 하에서도 제안된 정합추적 기법은 임의의 분산 정도를 갖는 원 신호들을 매우 효과적으로 복원해낸다.

여러 가지 신호 대 잡음비( $SNR$ )를 갖는 중심 주파수  $\xi = 130$  kHz인 신호에 대해 정합추적 기법을 통해 추정한 첨 함수의 변수들을 Table 1에 정리하였다. Table 1에서  $s$ 는 첨 함수의 시간 폭과 관련되는 데, 여기서  $\sigma = s\Delta t$ ,  $\Delta t = 2 \times 10^{-7}$  sec에 해당한다. Table 1에서 확인할 수 있듯이, 변수값들은 잡음 강도에 상관없이 매우 유사하게 추정된다.

### 3.2 실험적 검증

이 절에서는 웨이브가이드 결합 진단에서의 정합추정 기법의 효용성을 확인하기 위해 실제 결합 위치 추정 문제를 다루고자 한다. 이를 위해 임의의 위치에 부분 결합을 갖는 봉에 대해서  $L(0, 1)$ -모드의

Table 1 The estimated parameters for the simulated pulse signals with various  $SNR$  ( $\xi \approx 130$  kHz)

		A	u	s	d1	d2	(rad)
Noise-free	Pulse 1	0.686	4.156	30.00	1.024	1.976	1.048
	Pulse 2	0.597	6.218	30.39	4.103	3.856	-2.016
5 dB	Pulse 1	0.692	4.152	30.31	1.125	2.002	1.064
	Pulse 2	0.592	6.216	30.93	4.011	3.928	-2.179
2 dB	Pulse 1	0.698	4.158	29.59	1.183	2.130	0.882
	Pulse 2	0.609	6.220	30.00	3.882	3.902	-2.183

(Unit : u ( $\times 10^{-4}$  sec),  $d_1$  ( $\times 10^{-10}$  sec/Hz),  $d_2$  ( $\times 10^{-15}$  sec/ $Hz^2$ )

유도초음파에 기반한 실험을 수행하였다. 파의 가진 과 수신을 위해서 자왜 트랜스듀서(magnetostrictive transducer)<sup>(9,10)</sup>를 사용하였다. 부분 결합의 깊이  $d$ 는 1 mm와 2 mm이며, 결합의 폭  $w$ 는 3 mm로 일정하다. 또한 입사파로서 시간 폭  $s=30$  ( $\Delta t=2 \times 10^{-7}$  sec) 과 중심 주파수  $\xi=130$  kHz를 갖는 가보 펄스를 이용하였다. 수신되는 유도초음파 신호는 잡음에 대한 강건성을 확인하기 위해 별도의 평균화 과정을 거치지 않았다.

Fig. 2(a)는  $d=2$  mm에 대해 측정된 신호 및 제안된 정합추적 기법에 의해 처리된 신호를 보여준다. 이 실험에서 이용된 입사 펄스의 중심 주파수가 분산 영역에 속하기 때문에 펄스가 전파함에 따라 크기 및 형태가 변환될 수 있다. 특히 결합과 관련된 펄스(Pulse 2)는 분산의 영향을 받음과 동시에 잡음 속에 묻히기 때문에 신호로부터 직접적으로 파악하는

것이 거의 불가능하다. 그러나, 제안된 방법에 의해 처리할 경우, 세 가지 펄스 즉 입사 펄스(Pulse 1), 결합에 의해 반사된 펄스, 오른쪽 끝단에 의해 반사된 펄스(Pulse 3)를 명확하게 추출해 낼 수 있다.

Fig. 2(b)에서는  $d=1$  mm에 대해 측정된 신호 및 제안된 방법에 의해 처리된 신호를 도시하였다. 결합의 크기가 단면적의 5 %에 해당할 정도로 현저히 작기 때문에, 측정 신호로부터 결합에 관련된 정보를 추출하는 것은 더욱 어려워진다. 하지만 처리된 결과

Table 2 The estimated distances using the parameter  $u((d_{\bar{B}\bar{C}})_{exact}=500 \text{ mm}, (d_{\bar{B}\bar{D}})_{exact}=1500 \text{ mm})$

	$d = 1 \text{ mm}$	$d = 2 \text{ mm}$
$(d_{\bar{B}\bar{C}})_{est}(\text{mm})$	505.1	494.4
$(d_{\bar{B}\bar{D}})_{est}(\text{mm})$	1504.1	1501.1

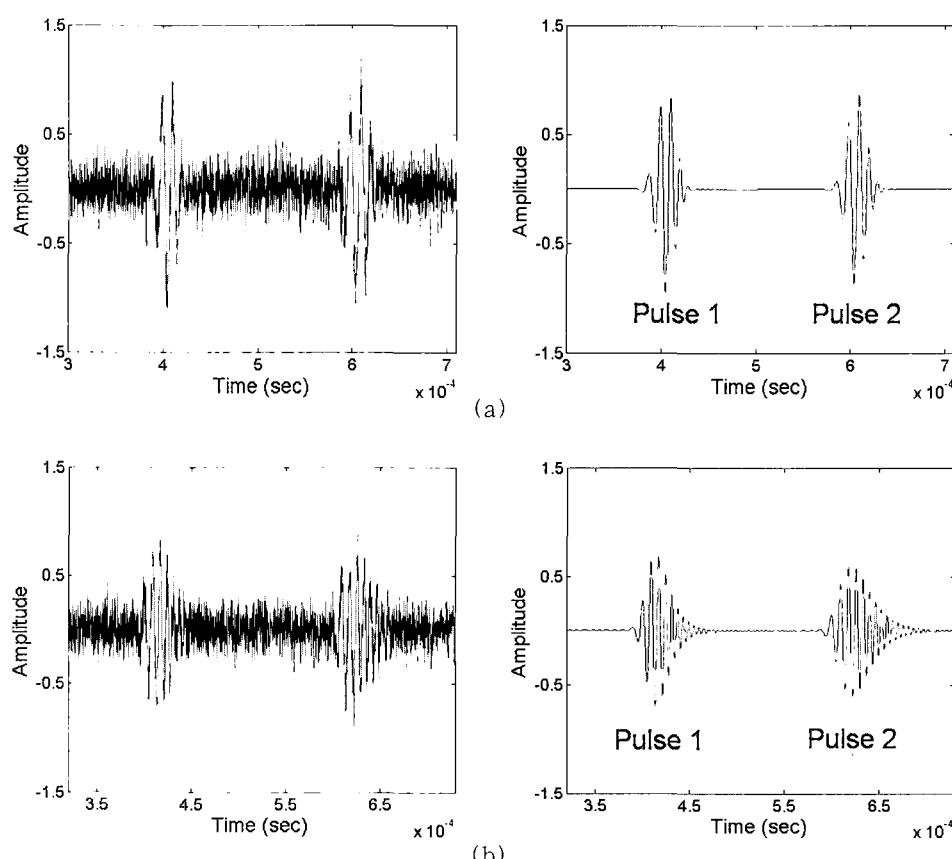


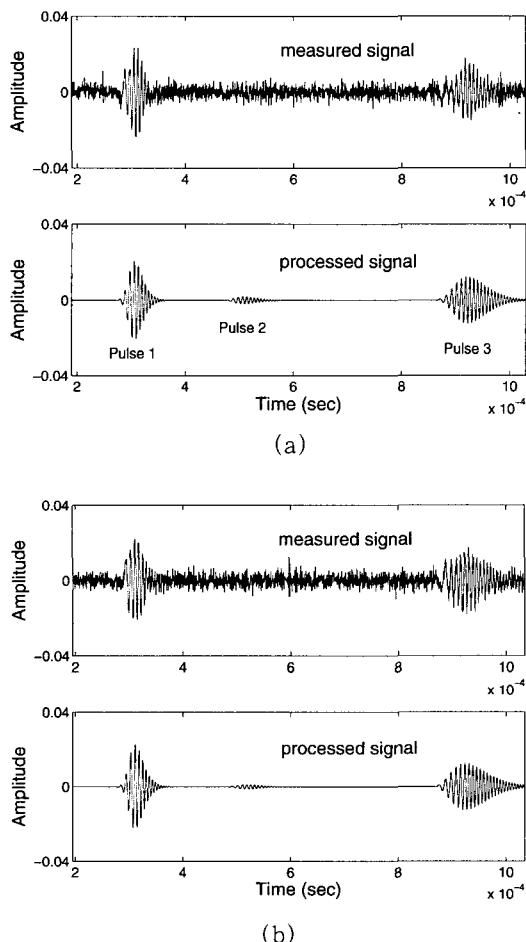
Fig. 1 The estimation results by the matching pursuit approach for the pulse of the center frequency equal to (a)  $\xi=90$  kHz and (b)  $\xi=130$  kHz ( $SNR=2$  dB)

에서 볼 수 있듯이 극도의 잡음 하에서도 명확하게 결합과 관련된 펄스를 추출해낸다.

Fig. 2에서 사용된 첨 함수의 변수 중에서 펄스 중심에 해당하는  $u$ 를 이용하여 결합 및 끝단의 위치를 추정하였고, 그 결과를 Table 2에 도시하였다. 위치를 추정하기 위해 다음과 같은 식을 사용하였다.

$$(d_{\bar{B}\bar{C}})_{est} = C_g \times \frac{1}{2} (u|_{2nd \text{ pulse}} - u|_{1st \text{ pulse}})$$

$$(d_{\bar{B}\bar{D}})_{est} = C_g \times \frac{1}{2} (u|_{3rd \text{ pulse}} - u|_{1st \text{ pulse}}) \quad (11)$$



**Fig. 2** The application of the proposed method to the signals measured in cracked rods having the crack depth (a)  $d = 2 \text{ mm}$ , (b)  $d = 1 \text{ mm}$

여기서  $C_g$ 는  $\xi = 130 \text{ kHz}$ 에서의 군속도(group velocity)로서 실험적으로 구해진 값은  $C_g = 4905 \text{ m/s}$ 이다. Table 2에서 확인할 수 있듯이 실제 값과 매우 정확하게 일치한다.

#### 4. 결 론

이 논문에서는 웨이브가이드 결합 진단을 통해 정합추적 기법의 효율성을 검증하였다. 유도 초음파 신호로부터 의미 있는 펄스를 효과적으로 추출하기 위해 정합추적 알고리즘의 기저함수로서 분산 기반 첨 함수가 사용되었다. 제안된 첨 함수는 2차의 다항 군지연 함수를 통해서 실제 비분산 혹은 분산 펄스를 효과적으로 모사한다. 제안된 방법을 통해 심각한 잡음 환경 속에서도 단면대비 5%의 결합을 검출할 수 있음을 실험적으로 확인하였다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Rose, J. L., Ditrí, J. J., Pilarski, A., Rajana, K. and Carr, F. T., 1994, "A Guided Wave Inspection Technique for Nuclear Stream Generator Tubing", NDT and E Int., 27, pp. 307~330.
- (2) Cawley, P. and Alleyne, D., 1996, "The use of Lamb Waves for the Long Range Inspection of Large Structures", Ultrasonics, 34, pp. 287~290.
- (3) Miklowitz, J., 1978, Elastic Waves and Waveguides, Amsterdam: North-Holland, pp. 214~223.
- (4) Graff, K. F., 1999, Wave Motion in Elastic Solids, Ohio-State Univ. Press, pp. 464~480.
- (5) Hong, J.-C., Sun, K. H. and Kim, Y. Y., "The Matching Pursuit Approach Based on the Modulated-Gaussian Pulse for Efficient Guided-Wave Damage Inspection", Smart Mat. Struct., Submitted.
- (6) Hong, J.-C., Sun, K. H. and Kim, Y. Y., "Waveguide Damage Detection by the Matching Pursuit Approach Employing the Dispersion-based Chirp Functions", IEEE Trans. Ultra. Ferro. Freq.

Contr., Submitted.

(7) Mallat, S. and Zhang, Z., 1993, "Matching Pursuits with Time-frequency Dictionaries", IEEE Trans. Signal Process., 41, pp. 3397~3415.

(8) Gabor, D., 1946, "Theory of Communication", J. IEE, 93, pp. 429~457.

(9) Lee, H. C. and Kim, Y. Y., 2002, "Wave

Selection Using a Magnetomechanical Sensor in a Solid Cylinder", J. Acoust. Soc. Am., Vol. 112, No. 3, pp. 953~960.

(10) 김윤영, 박찬일, 한순우, 조승현, 2004, "자기변현 트랜스듀서를 이용한 유도 비틀림파의 발생 및 배관의 이상진단", 한국소음진동공학회논문집, 제 14 권, 제 2 호, pp. 144~149.