

# 패브리 초킹을 이용한 환형분사 초음속 이젝터의 부유동 압력 예측

김세훈\* · 권세진\*

## Estimation of Secondary Flow Pressure of an Annular-Injection-Type Supersonic Ejector Using Fabri Choking

Sehoon Kim\* · Sejin Kwon\*

### ABSTRACT

A theoretical analysis is developed for an annular-injection-type supersonic ejector having a second-throat downstream the ejector under the assumption that the Fabri choking is placed in mixing chamber. Non mixing theory is applied to formulate secondary flow pressure in the region between inlet of the mixing chamber and Fabri choking. To describe the shock standing at the inlet of the mixing chamber, two dimensional oblique shock relations are used and it is assumed that the shock affects only primary flow at Fabri choking plane. Physical constraint, which is that primary flow pressure and secondary flow pressure are same at Fabri choking plane, is added. In conclusion, it agrees well with experiments in case of small contracting angle of mixing chamber, under 4degrees.

### 초 록

혼합챔버 내에서 패브리 초킹(Fabri choking)이 발생한다는 가정을 이용하여 이차목을 갖는 환형분사 초음속 이젝터의 이론 해석을 수행하였다. 부유동 압력을 예측하기 위해 혼합챔버 입구에서 패브리 초킹면 사이를 비혼합 이론(non mixing theory)을 이용하여 계산하였다. 혼합챔버의 수축각에 의해 발생하는 깔때기 모양의 경사충격파를 이차원 경사충격파로 모사하였고, 패브리 초킹면의 주유동에만 영향을 미친다고 가정하였다. 또한 패브리 초킹면의 주유동 압력과 부유동 압력이 같다는 물리적인 제한조건을 사용하였다. 그 결과 혼합챔버의 수축각이 4도보다 작은 조건에서 실험값을 잘 예측하는 것을 확인하였다.

Key Words: Fabri Choking(패브리 초킹), Annular-Injection-Type Supersonic Ejector(환형분사 초음속 이젝터)

### 1. 서 론

† 2005년 2월 14일 접수 ~ 2005년 3월 17일 심사완료

\* 정회원, 한국과학기술원 항공우주공학과  
연락처, E-mail: sehoonkim@kaist.ac.kr

Figure 1은 이차목을 갖는 초음속 이젝터의

형상이고, Fig. 2는 성능곡선의 개념도이다[1]. 주유동 압력이 증가하여 일정한 압력이 되면 부유동 압력이 급격히 낮아지며 이젝터가 작동하게 된다. 이때의 주유동 압력을 작동압력이라 한다. 이젝터가 작동하면 부유동 압력은 주유동 압력에 비례하여 선형적으로 증가한다(영역3). 다시 주유동 압력을 감소시키면 부유동 압력은 선형적으로 감소하는데, 작동압력보다 낮은 압력에서도 작동상태를 유지한다. 이러한 히스테리시스(hysteresis)는 이차목을 갖는 초음속 풍동의 원리와 같다. 따라서 낮은 부유동 압력을 얻고, 주유동 기체의 소모를 줄이기 위해 초음속 이젝터는 주로 작동멈춤압력 근처에서 운영된다. 이와 같이 초음속 이젝터의 성능을 평가하는 기준으로 작동압력, 작동멈춤압력 그리고 주유동압력에 대한 부유동 압력으로 나타낼 수 있다. 고진공을 얻기 위한 초음속 이젝터의 작동압력과 작동멈춤압력은 이젝터 형상에 의해 결정되고, 부유동의 입구조건에는 큰 영향을 받지 않는다. 이것은 주유동의 유량이 부유동의 유량에 비해 매우 크기 때문이다. 하지만 부유동 압력은 주유동과의 혼합 및 운동량 교환, 충격파등과 같이 복잡한 현상에 의해 결정되므로 이젝터 내부에서 발생하는 물리적인 현상을 정확히 예측할 때 의미 있는 결과를 얻을 수 있다. 본 연구에서는 주어진 형상 및 주유동 입구 조건을 통하여 부유동 압력을 예측하기 위한 이론 해석 모델 개발에 대한 연구를 수행하였다.

지금까지 수행된 초음속 이젝터 이론 해석에는 크게 혼합 이론(mixing theory)과 비혼합 이론(non mixing theory)이 있다. 낮은 부유동 압력을 얻기 위한 고진공용 이젝터의 경우 주유동의 운동량이 부유동에 비해 매우 크므로 주유동과 부유동의 혼합이 일어나지 않고 부유동이 가속되어 초킹(choking) 되는 패브리 초킹(Fabri choking)이 발생하므로 비혼합 이론이 물리적으로 타당하다[4]. 또한 이차목을 갖는 환형 분사 초음속 이젝터의 경우 중앙분사 이젝터와 달리 초음속인 주유동이 벽면을 타고 흐르므로 수축각을 갖는 혼합챔버의 입구에서 경사충격파가 형성하기 때

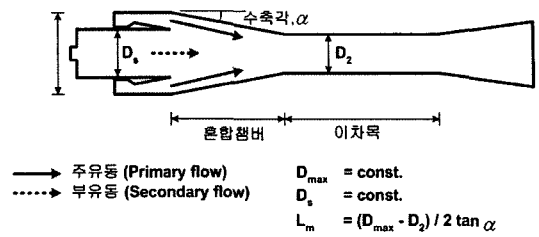


Fig. 1 Schematic of an annular-injection-type upersonic ejector with a second-throat

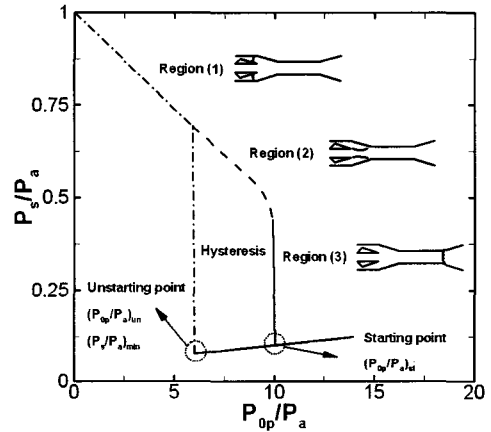


Fig. 2 A performance curve of a typical annular-injection-type supersonic ejector with a second-throat

문에 이것에 대한 고려가 매우 중요하다[1-3]. 환형분사 이젝터의 경우 혼합챔버 입구에서 발생하는 충격파는 단면적이 작아지는 깔때기 모양이므로 그 강도는 이차원 경사충격파보다 강하다. 하지만 본 연구에서는 간단한 해석을 위해 이차원 경사충격파 관계식을 사용하였다. 낮은 부유동 압력을 얻기 위해 압력손실을 줄여야하므로 작은 수축각을 선택하게 된다. 따라서 혼합챔버의 길이가 길어지게 되므로 패브리 초킹이 혼합챔버 내에서 발생하게 된다. 패브리 초킹은 주유동과 부유동의 입구조건 그리고 이젝터 형상에 의해 결정되므로, 혼합챔버의 길이가 충분히 길어 패브리 초킹이 혼합챔버 내에서 발생할 경우 부유동 압력은 후류의 이차목 단면적으로는 영향을 받지 않는다[1~3].

본 연구에서는 계산의 편이를 위해서 계산 과정을 두 단계로 나누어 수행하였다. 첫 번째 단계는 주유동과 부유동이 등엔트로피 과정으로 가속하여 부유동이 초킹되는 단계이고, 두 번째 단계는 혼합챔버 입구조건 즉, 주유동 노즐 출구조건에 의해 형성되는 이차원 경사충격파가 패브리 초킹면의 주유동에 영향을 미쳐 압력이 증가하고, 마하수가 감소하다. 이러한 과정으로 얻어진 패브리 초킹면의 주유동 압력과 부유동 압력이 같은 조건을 만족시키는 경계면의 부유동 압력을 계산하였다.

## 2. 본 론

### 2.1 이론 해석

#### 2.1.1 가정

본 연구에서 이론 해석의 목표는 주어진 이젝터 형상에서 주유동 압력에 대한 부유동 압력을 예측하는 것이다. Fig. 3은 일차원 이론 해석을 위한 환형분사 이젝터 혼합챔버의 수축부 개념도이다. 본 연구에서 사용된 가정은 다음과 같다.

- 주유동과 부유동은 일차원이고 완전기체이다.
- 이젝터 내에 응축이 발생하지 않는다.
- 이젝터 내부 벽에 의한 마찰은 무시한다.
- 부유동은 등엔트로피 과정으로 가속하여 패브리 초킹이 이루어지므로  $MS_2=1$  이고, 혼합챔버 내부에서 발생한다.

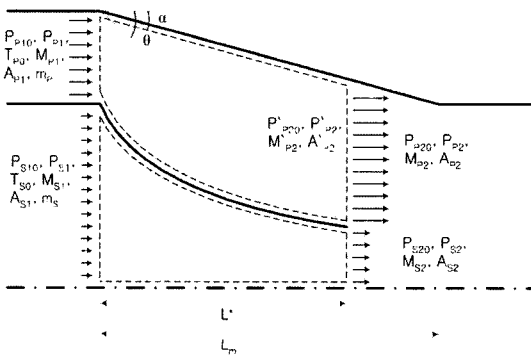


Fig. 3 Schematics of flow passes simplified in the mixing chamber

- 혼합챔버 입구에서 발생하는 충격파는 이차원 경사충격파이고 패브리 초킹면의 주유동에만 영향을 미친다.
- 패브리 초킹면에서의 주유동과 부유동의 압력은 같다.
- 단열이므로 외부와의 열교환은 없다.

#### 2.1.2 공식화

Figure 3에서와 같이 AP1, AS1 그리고 a는 이젝터 형상변수이고, PP10, PP1, TP10 그리고 MP1은 주유동의 입구조건으로 주어진다. 또한 주유동과 부유동의 유량인 mP와 mS도 주어진다. 질량보존식과 운동량보존식 그리고 패브리 초킹 조건을 이용하여 주유동 출구조건의 마하수 (MP2)를 계산하고, 이차원 경사충격파 관계식을 통하여 MP2를 계산한다.

##### 2.1.2.1 첫 번째 단계

Figure 3의 주유동과 부유동의 관심체적에서 운동량보존식을 사용하면 식(1)을 얻을 수 있고, 마하수의 식으로 정리하면 식(2)와 같다.

$$P_{P1}A_{P1} + P_{S1}A_{S1} - P'_{P2}A'_{P2} - P_{S2}A_{S2} = -v_{P1}(\rho_{P1}v_{P1}A_{P1}) - v_{S1}(\rho_{S1}v_{S1}A_{S1}) + v'_{P2}(\rho'_{P2}v'_{P2}A'_{P2}) + v_{S2}(\rho_{S2}v_{S2}A_{S2}) \quad (1)$$

$$P_{P1}A_{P1}F_1(M_{P1}) + P_{S1}A_{S1}F_1(M_{S1}) = P'_{P2}A'_{P2}F_1(M'_{P2}) + P_{S2}A_{S2}F_1(M_{S2}) \quad (2)$$

여기서  $F_1(M) \equiv (1 + \gamma M^2)$ 이다.

등엔트로피 과정의 유량 관계식은 식(3)과 같이 마하수로 나타낼 수 있으므로, 주유동과 부유동의 질량보존 식을 이용하며 식(4), 식(5)를 얻을 수 있다.

$$\frac{m}{PA} \left[ \frac{R}{MW} \cdot T_0 \right]^{1/2} = M \left\{ \gamma \left[ 1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2 \right] \right\}^{1/2} \equiv F_2(M) \quad (3)$$

$$\frac{P_{P2}}{P_{P1}} \cdot \frac{A'_{P2}}{A_{P1}} = \frac{F_2(M_{P1})}{F_2(M_{P2})} \quad (4)$$

$$\frac{P_{S2}}{P_{S1}} \cdot \frac{A_{S2}}{A_{S1}} = \frac{F_2(M_{S1})}{F_2(M_{S2})} \quad (5)$$

식(2)의 운동량보존식을 주유동의 입구조건인  $P_{P1}A_{P1}F_1(M_{P1})$ 로 나누면 아래 식(6)과 같다.

$$1 + \frac{P_{S1}}{P_{P1}} \cdot \frac{A_{S1}}{A_{P1}} \cdot \frac{F_1(M_{S1})}{F_1(M_{P1})} = \frac{P_{P2}}{P_{P1}} \cdot \frac{A'_{P2}}{A_{P1}} \cdot \frac{F_1(M_{P2})}{F_1(M_{P1})} + \frac{P_{S2}}{P_{S1}} \cdot \frac{A_{S2}}{A_{S1}} \cdot \frac{P_{S1}}{P_{P1}} \cdot \frac{A_{S1}}{A_{P1}} \cdot \frac{F_1(M_{S2})}{F_1(M_{P1})} \quad (6)$$

식(6)에 식(4), 식(5)의 질량보존식을 대입하고 패브리 초킹 조건( $M_{S2} = 1$ )을 사용하면 아래의 식(7)을 얻을 수 있다.

$$F_3(M_{P2}) = \frac{1}{F_2(M_{P1})} \cdot \left\{ \frac{P_{S1}}{P_{P1}} \cdot \frac{A_{S1}}{A_{P1}} [F_1(M_{S1}) - F_2(M_{S1}) \cdot F_3(1)] + F_1(M_{P1}) \right\} \quad (7)$$

여기서  $F_3(M)$ 은 아래의 식(8)과 같이 정의된다.

$$F_3(M) \equiv \frac{F_1(M)}{F_2(M)} = \frac{1 + \gamma M^2}{M \{ \gamma [1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2] \}^{1/2}} \quad (8)$$

식(7)에서  $F_3(M'_{P2})$ 이 계산되면 식(8)을 아래의 식(9)와 같은 이차방정식으로 풀어  $M_{P2}$ 을 구할 수 있다. 단 주유동은 초음속이므로  $M_{P2} > 1$ 인 값을 선택한다.

$$\left[ \frac{(\gamma-1)}{2} F_3^2(M_{P2}) - \gamma \right] (M_{P2}^2)^2 + [F_3^2(M_{P2}) - 2] M_{P2}^2 - \frac{1}{\gamma} = 0 \quad (9)$$

앞에서 구한  $M_{P2}$ 를 이용하면 주유동과 부유동 출구의 압력은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{P20} = P_{P10} \quad (10)$$

$$P_{P2} = P_{P20} / (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{P2}^2)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (11)$$

$$P_{S20} = P_{S10} = P_{S1} \times (1 + \frac{\gamma-1}{2} M_{S1}^2)^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (12)$$

$$P_{S2} = P_{S20} / (\frac{\gamma+1}{2})^{\gamma/(\gamma-1)} \quad (13)$$

### 2.1.2.2 두 번째 단계

이차원 경사충격과 관계식을 이용하면 패브리 초킹면의 주유동 압력과 마하수는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$P_{P2} = P_{P2} \times \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_{P2}^2 \sin^2 \theta - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right) \quad (14)$$

$$P_{P20} = P_{P20} \times \left( \frac{\frac{(\gamma+1)}{2} M_{P2}^2 \sin^2 \theta}{1 + \frac{(\gamma-1)}{2} M_{P2}^2 \sin^2 \theta} \right)^{\gamma/(\gamma-1)} \times \left( \frac{2\gamma}{\gamma+1} M_{P2}^2 \sin^2 \theta - \frac{\gamma-1}{\gamma+1} \right)^{1/(1-\gamma)} \quad (15)$$

$$M_{P2} = \frac{1}{\sin(\theta - \alpha)} \sqrt{\frac{(\gamma-1)M_{P2}^2 \sin^2 \theta + 2}{2\gamma M_{P2}^2 \sin^2 \theta - (\gamma-1)}} \quad (16)$$

반복 계산을 통하여  $P_{P2} = P_{S2}$ 을 만족시키는 부유동 압력을 취하였다.

## 2.2 이론 해석 결과

### 2.2.1 주유동 노즐 면적비

본 연구에서의 해석 결과를 김 등이 수행한 실험결과와 비교하였다[1]. 그 결과는 Fig. 4에서 Fig. 7과 같다. Fig. 4는 주유동 노즐목과 출구의 면적비가 부유동 압력에 미치는 영향이다. 면적비가 커질수록 부유동 압력이 낮아지는데, 이것은 혼합챔버 내의 주유동 압력이 낮아지기 때문

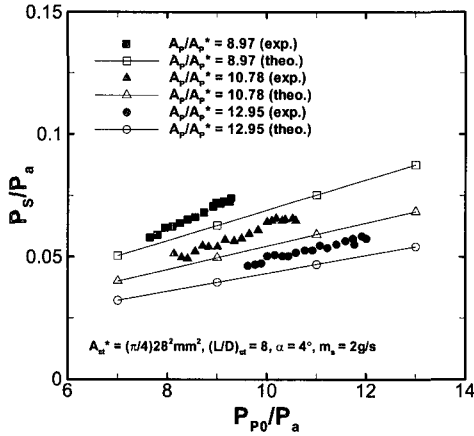


Fig. 4 Effects of primary nozzle area ratio

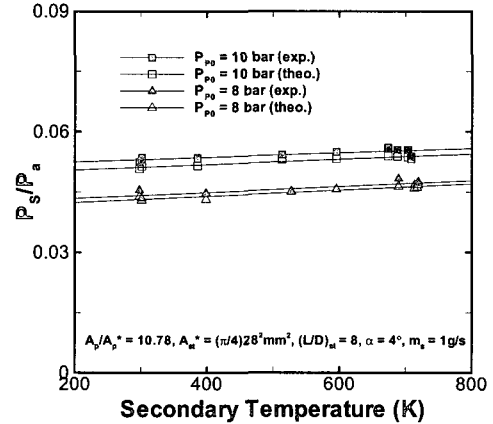


Fig. 6 Effects of secondary flow temperature

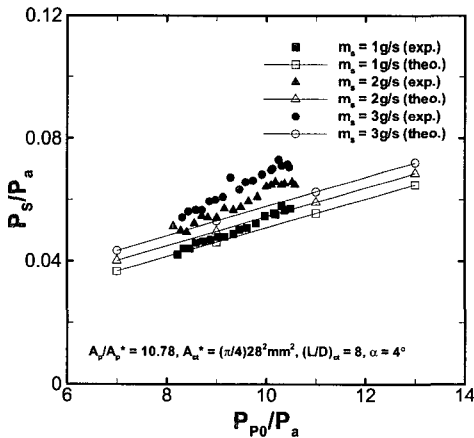


Fig. 5 Effects of secondary mass flow rate

이다. 그림에서와 같이 이론 해석 결과가 실험값을 잘 예측하는 것을 볼 수 있다. 하지만 모든 면적비에서 실험값에 비해 조금씩 낮은 결과를 예측하였는데, 이것은 혼합챔버 입구에서 발생하는 깔때기 형태의 경사충격파를 이차원 경사충격파로 모사하였기 때문이다. 이차원 경사충격파의 강도는 깔때기 형태의 경사충격파의 강도보다 약하기 때문에 낮은 부유동 압력의 결과를 나타내었고, 이러한 영향은 마하수가 커짐에 따라 증가하므로 그림에서와 같이 주유동 노

즐 면적비가 커질수록 실험값과 계산값의 오차가 증가하는 것을 볼 수 있다.

### 2.2.2 부유동 유량

Figure 5는 부유동 유량이 부유동 압력에 미치는 영향이다. 동일한 이젝터 형상에서 부유동 유량만 증가시킨 결과이다. 그림에서와 같이 실험값을 잘 예측하는 것을 볼 수 있다.

### 2.2.3 부유동 온도

Figure 6은 주유동 압력이 8bar와 10bar인 두 경우에서, 부유동 온도에 따른 부유동 압력이다. 전기로(electric furnace)를 이용하여 부유동 온도를 증가시켰고, 이때 부유동 유량은 1g/s이었다. 부유동 온도가 증가하면 부유동 압력도 증가하지만 눈의 띄는 큰 변화는 보이지 않는다. 같은 조건으로 이론 해석한 결과 또한 부유동 압력을 잘 예측하는 것을 볼 수 있다.

### 2.2.4 수축각

Figure 7은 혼합챔버 수축각의 변화에 따른 부유동 압력의 변화이다. 수축각이 4도인 경우 실험값과 해석값이 잘 일치하지만 수축각이 7도, 10도로 커질 경우 실험값에 비해 매우 낮은 부유동 압력을 예측하는 것을 볼 수 있다. 이것은

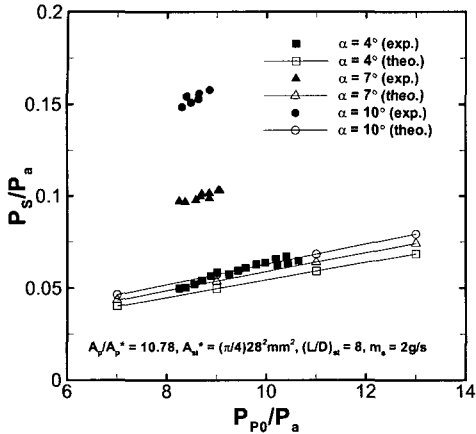


Fig. 7 Effects of contraction angle

2.2.1에서 언급한바와 같이 깔때기 형태의 경사충격파 효과 때문이다. 수축각이 작을 경우 경사충격파가 매우 약하므로 이차원 경사충격파와 큰 차이가 없지만, 각도가 커지면 깔때기 형태 경사충격파의 강도가 매우 커지므로 이차원 경사충격파를 이용한 해석의 오차는 점점 증가한다.

### 3. 결 론

패브리 초킹을 이용하여 이차목을 갖는 환형 분사 초음속 이젝터의 이론 해석을 수행하였다. 환형분사 이젝터의 경우 초음속인 주유동이 벽면을 타고 흐르므로 혼합챔버 수축부 입구의 수축각에 의해 발생하는 경사충격파의 고려가 매우 중요하다. 본 연구에서는 이차원 경사충격파를 이용하여 이를 모사하였다. 수축각이 4도보다 작은 경우 실험값을 잘 예측하는 것을 볼 수 있다. 하지만 수축각이 커지면 오차가 증가하였는데, 이것은 혼합챔버 입구에서 발생하는 깔때기형의 경사충격파를 이차원 경사충격파로 모사하였기 때문이다. 보다 정확한 이론 해석을 위해 깔때기 형태의 경사충격파에 대한 연구가 계속 진행되어야 할 것이다.

### Nomenclature

A	: 면적, m <sup>2</sup>
D	: 지름, mm
F1,2,3	: 기체역학 함수
L	: 길이, m
M	: 마하수
MW	: 분자량
m	: 질량 유량, kg/s
P	: 압력, Pa
R	: 기체상수, J/kgK
T	: 온도, K
v	: 속도, m/s
$\alpha$	: 수축각, degree
$\gamma$	: 비열비
$\theta$	: 충격파각, degree
$\rho$	: 밀도, kg/m <sup>3</sup>

### 하첨자

0	: 정체조건
1	: 혼합챔버 입구
2	: 패브리 초킹면
a	: 대기
m	: 혼합챔버
P	: 주유동
S	: 부유동
st	: 이차목

### 참 고 문 헌

- [1] 김세훈, 진정근, 권세진, "화학레이저 구동용 이젝터 시스템 개발(II) - 이차목 형태의 환형 초음속 이젝터 최적 설계", 대한기계학회논문집 B 제 28권, 제 10호, 2004, pp.1231-1237
- [2] 김세훈, 권세진, "화학레이저 구동용 이젝터 시스템 개발(I) - 화학레이저 구동용 초음속 이젝터 설계 변수 연구", 대한기계학회논문집 B 제 27권, 제 12호, 2003, pp.1673-1680
- [3] 김세훈, 김춘택, 권세진, "화학레이저 압력회복용 이젝터 시스템 연구", 춘계한국추진공학회, 2003, 안동대학교
- [4] Fabri J. and Siestrunk R., "Supersonic air ejectors," *Advances in Applied Mechanics* (eds Von Meiss and Von Karman), Academic Press, New York USA, 1958, V, pp.1-34