

혼합된 잡음환경에서 2-D 웨이브렛 함수를 이용한 라인-에지 검출

Line-edge Detection using 2-D Wavelet Function in Mixed Noise Environment

배 상 범*, 김 남 호*

Sang-Bum Bae*, Nam-Ho Kim*

요 약

영상에서 신호가 급격히 변화하는 지점은 영상의 특징을 분석함에 있어서 가장 중요한 요소이며, 영상의 위치와 모양 등에 대한 다양한 정보를 포함하고 있다. 그러므로 이러한 에지를 검출하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔으며, 초기에 사용한 에지 검출 연산자는 인접한 화소들 사이에 대한 관계를 이용하는 것이었다. 그러나 이와 같은 방법들은 잡음이 존재하는 영상에서는 우수한 성능을 나타내지 못하고, 선택적인 에지 검출이 불가능하다. 한편, 최근 신호처리 분야에서 새로운 기법으로 제시된 웨이브렛 변환은 멀티스케일 에지 검출이 가능하며, 영상에서 에지를 포함한 특징들을 분석하는 분야에 널리 응용되고 있다. 따라서 본 논문에서는 라인 폭에 의존하지 않는 2-D 웨이브렛 함수를 사용하여, 혼합된 잡음환경에서 영상에 존재하는 라인-에지 성분을 검출하였다.

Abstract

Points of sharp variations in images are the most important components when we analyze singularities of images. And they include a variety of information about the image's location and shape etc. So a lot of researches for detecting those edges have been continuing even now and at the early stage of the research, edge detection operators used relation among neighborhood pixels. However, such methods do not have excellent performance in the image which exists noise and can not detect edge selectively. In the meantime, the wavelet transform which is presented as a new technique of signal processing field is able to detect multiscale edge and is being applied widely in many fields that analyze singularities such as edge. For this reason, in this paper we detected image's line-edge elements with 2-D wavelet function, which is independent of line's width, in mixed noise environment.

Key words : edge, wavelet transform, multiscale

I. 서 론

여러 가지 신호들에서 급격한 변화를 갖는 지점은 신호의 특징을 분석함에 있어서 가장 중요한 요소이다. 그리고 영상에서 에지는 영역의 경계를 나타내는 특징으로 화소 밝기의 불연속점을 나타내고 입력 영상에 대한 위치, 모양, 크기 그리고 재질 등과 같은 정보를 포함하고

있다. 그러므로 이러한 에지를 검출하기 위한 많은 연구가 이루어져 왔으며, 초기의 방법들은 컨벌루션 마스크를 사용한 소벨, 로버트, 프리윗, 라플라시안 등이 대표적이다[1]. 그러나 이들 연산자들은 매우 간단하며 쉽게 에지를 검출할 수 있으나, 잡음이 존재하는 영상에서는 우수한 성능을 나타내지 못하고 선택적인 에지 검출이 불가능하다.

컴퓨터 비전에서는 동일한 영상 내에 존재하는 다양한 종류의 에지들을 검출하기 위해, 멀티스케일 에지 검출에 대한 개념이 소개되었으며, 이것은 최근 신호처리 분야에

*부경대학교 제어계측공학과

접수 일자 : 2004. 3. 17

수정 완료: 2005. 3. 25

논문 번호 : 2004-1-10

서 새로운 기법으로 제시되고 있는 웨이브렛 변환과 밀접하게 관계되어 있다[2]. 또한, 현재 웨이브렛 변환은 많은 웨이브렛 이론들이 발전함에 따라 에지와 같은 특징들을 분석하는 분야에 널리 응용되고 있다[3],[4],[7],[8]. 따라서 본 논문에서는 혼합된 잡음영상으로부터 라인-에지 성분을 검출하기 위해, 라인 폭에 의존하지 않는 2-D 웨이브렛 함수를 이용하였으며, 웨이브렛 변환 modulus와 angle 정보를 사용하였다.

II. 웨이브렛 변환

멀티스케일 에지 검출기는 다양한 스케일에서 신호를 평활화하고, 1차 또는 2차 도함수로부터 날카로운 변화 지점을 검출한다. 또한, 라인-에지와 같은 급격한 변화를 검출하기 위해서, 평활화 함수 $\theta(x)$ 의 도함수를 웨이브렛 함수로서 사용한다. 이러한 평활화 함수는 저역통과 필터에 대한 임펄스 응답이며, 웨이브렛에 의한 에지 검출은 특별한 필터링 연산이다.

따라서 평활화 함수로부터 웨이브렛 함수를 유도하기 위해, 어떤 함수 $\theta(x)$ 를 평활화 함수로 정의하고, $\theta(x)$ 의 1차와 2차 도함수를 식 (1)과 같이 각각 $\psi^a(x)$ 와 $\psi^b(x)$ 로 정의한다[5].

$$\psi^a(x) = \frac{d\theta(x)}{dx}, \quad \psi^b(x) = \frac{d^2\theta(x)}{dx^2} \quad (1)$$

이때, 유한 에너지를 갖는 함수 $\psi^a(x)$ 와 $\psi^b(x)$ 가 다음과 같은 식 (2)를 만족하면, 웨이브렛 함수이다.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi^a(x) dx = 0, \quad \int_{-\infty}^{+\infty} \psi^b(x) dx = 0 \quad (2)$$

그리고 웨이브렛 변환은 팽창된 웨이브렛과 신호의 콘볼루션으로 계산하며, 위치 x 와 scale s 에서 웨이브렛 $\psi^a(x)$ 와 $\psi^b(x)$ 에 의한 함수 $f(x) \in L^2(R)$ 의 웨이브렛 변환은 각각 식 (3), 식 (4)와 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} W_s^a f(x) &= f * \psi_s^a(x) \\ &= f * \left(s \frac{d\theta_s}{dx} \right) (x) = s \frac{d}{dx} (f * \theta_s)(x) \end{aligned} \quad (3)$$

$$W_s^b f(x) = f * \psi_s^b(x) = s^2 \frac{d^2}{dx^2} (f * \theta_s)(x) \quad (4)$$

여기서, $\psi_s(x) = (1/s)\psi(x/s)$ 이며, scaling factor s 에 의한 함수 $\psi(x)$ 의 팽창을 의미한다. 위와 같은 두

식으로부터 웨이브렛 변환 $W_s^a f(x)$ 와 $W_s^b f(x)$ 는 각각 scale s 에서 평활화된 신호의 1차와 2차 도함수이다. 그러므로 $W_s^a f(x)$ 의 국부 극값은 $f * \theta_s(x)$ 의 변곡점과 $W_s^b f(x)$ 의 영교차점에 해당한다. 이때 scale s 가 클 경우, 웨이브렛 변환은 신호 내에서 작은 변화 성분을 제거하는 동시에 큰 변화 성분을 검출한다. 따라서 이러한 응용으로부터 신호에 존재하는 에지 성분과 잡음을 분리·검출한다.

그리고 위와 같은 두 가지 형태의 웨이브렛은 각기 다른 특징들을 갖는다. 1차 도함수를 사용할 경우, 이것에 대한 절대값의 최대와 최소값은 $f * \theta_s(x)$ 의 변곡점을 나타낸다. 여기서, 최대값은 $f * \theta_s(x)$ 가 급격한 변화를 갖는 지점에 해당하며, 최소값은 상대적으로 완만한 변화를 갖는 지점이다. 또한, 신호의 불연속점들에 대한 진폭 변화를 각기 다른 임계값으로써 분리할 수 있다. 그러나 2차 도함수를 사용할 경우, 이들 변곡점에 대한 위치정보는 알 수 있으나, 최대-최소에 대한 두 형태를 쉽게 분리할 수 없다. 따라서 본 논문에서는 $\theta(x)$ 의 1차 도함수에 의한 웨이브렛 $\psi^a(x)$ 를 사용한다.

그리고 웨이브렛 변환은 영상처리를 위해서 2-D로 확장되며, 평활화 함수를 $\theta(x, y)$ 로 나타낼 때, 2-D 웨이브렛 함수 $\psi^1(x, y)$ 와 $\psi^2(x, y)$ 는 식 (5)와 같다.

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial x} \\ \psi^2(x, y) = \frac{\partial \theta(x, y)}{\partial y} \end{cases} \quad (5)$$

웨이브렛 변환에 대한 각 성분은 식 (6), 식 (7)과 같으며, 웨이브렛 변환에 의한 국부 최대 특징은 수평, 수직축을 따라 영상에 존재하는 과도성분에서 나타난다.

$$\begin{aligned} W_s^1 f(x, y) &= f * \psi_s^1(x, y) \\ &= f * \left(s \frac{\partial}{\partial x} \theta_s \right) (x, y) \\ &= s \frac{\partial}{\partial x} (f * \theta_s)(x, y) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W_s^2 f(x, y) &= f * \psi_s^2(x, y) \\ &= s \frac{\partial}{\partial y} (f * \theta_s)(x, y) \end{aligned} \quad (7)$$

여기서, $\psi_s(x, y) = (1/s^2)\psi(x/s, y/s)$ 이며, scale s 에서 웨이브렛 변환 modulus와 angle은 식 (8), 식 (9)와 같다[6].

$$M_s f(x, y) = \sqrt{|W_s^1 f(x, y)|^2 + |W_s^2 f(x, y)|^2} \quad (8)$$

$$A_s f(x, y) = \arctan\left(\frac{W_s^2 f(x, y)}{W_s^1 f(x, y)}\right) \quad (9)$$

위와 같은 두 식으로부터 에지는 $A_s f(x, y)$ 에 의한 방향을 따라 $M_s f(x, y)$ 가 국부 최대인 지점에 존재한다. 그리고 본 논문에서 $\Theta(x, y)$ 는 식 (10) 과 같이 응용 환경에 따라 선택되는 평활화 함수 $\phi(\cdot)$ 로 정의하며, 각각에 대한 2-D 웨이브렛 함수 ψ^1 과 ψ^2 는 식 (11) 과 같다.

$$\Theta(x, y) = \phi(\sqrt{x^2 + y^2}) \quad (10)$$

$$\begin{cases} \psi^1(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \psi^2(x, y) = \phi'(\sqrt{x^2 + y^2}) \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{cases} \quad (11)$$

III. 라인-에지 검출을 위한 웨이브렛

응용 환경에 따라서 적절한 웨이브렛 함수를 선택하는 것은 가장 먼저 이루어져야 할 문제이다. 그리고 영상은 스텝-에지, 램프-에지, 루프-에지, 라인-에지와 같은 다양한 종류의 에지들을 포함한다. 따라서 본 논문에서는 이러한 다양한 종류의 에지에서 라인-에지 성분을 검출하기 위하여, 곡선들이 웨이브렛 변환에 의해 동일한 간격 상에서 국부 최대값을 갖도록 하였다.

에지에 대한 특징들로부터, 라인-에지는 영상의 밝기가 급격히 변화하지만 곧 이전의 밝기값으로 복귀하는 일정한 폭 이하의 불연속점이다. 따라서 이와 같은 특징으로부터 라인-에지에 대한 웨이브렛 변환은 라인의 중심으로부터 인접한 두 지점에 국부 최대값을 갖게 된다.

그러나 영상에서 모든 라인-에지가 동일한 폭을 가지지 않으므로, 이에 상응하는 modulus의 국부 최대값에 대한 위치가 변하게 되며, 라인-에지 검출은 비선형 함수의 해석이 필요하게 된다. 그러나 어떠한 조건에서 이러한 국부 최대값에 대한 위치가 동일한 간격 상에서 존재한다면 라인-에지를 검출하기 위한 알고리즘과 연산량은 많은 이점을 얻을 수 있다.

식 (11)에 의해 정의된 웨이브렛 함수에 대해서, 웨이브렛 변환 $W_s^1 f(x_p, y_p)$ 와 $W_s^2 f(x_p, y_p)$ 가 식 (12)를 만족한다.

식 (12)에서 d 는 분석을 위한 곡선의 폭이며, ρ 는 곡선의 중심으로부터 법선 방향으로 평행인 지점 (x_p, y_p) 사이의 거리를 나타내고, $g_c(c: \text{curve})$ 는 곡선에 대한

gray level이다.

$$\begin{aligned} M_s f(x_p, y_p) &= 2 |g_c \int_0^\infty \left[\phi\left(\sqrt{t^2 + \left(\frac{\rho + d/2}{s}\right)^2}\right) \right. \\ &\quad \left. - \phi\left(\sqrt{t^2 + \left(\frac{\rho - d/2}{s}\right)^2}\right) \right] dt| \end{aligned} \quad (12)$$

그리고 $M_s f(x_p, y_p)$ 가 국부 최대값이 되기 위한 ρ 를 찾기 위해 이것의 도함수를 사용하며, $G(x)$ 를 식 (13)과 같이 나타낼 때, 도함수는 식 (14)와 같다.

$$G(x) = x \int_0^\infty \frac{\phi'(\sqrt{t^2 + x^2})}{\sqrt{t^2 + x^2}} dt \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\rho} M_s f(x_p, y_p) &= -2 |g_c| \frac{1}{s} \left[G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) - G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \right] \end{aligned} \quad (14)$$

식 (14)를 $(d/d\rho) M_s f(x_p, y_p) = 0$ 로 두는 것에 의해 식 (15)를 얻는다.

$$G\left(\frac{\rho}{s} + \frac{d}{2s}\right) = G\left(\frac{\rho}{s} - \frac{d}{2s}\right) \quad (15)$$

여기서, 식 (15)를 해결하기 위해 다음과 같은 조건을 만족하는 $G(x)$ 를 가정한다.

$\text{supp} G = [-1, 1]$ 이고, $G(x) \leq 0 (\forall x \geq 0)$ 이다. 그리고, $G(x)$ 는 $[0, \frac{1}{2}]$ 에서 단조함수이며, 구간 $[0, 1]$ 에 대하여 $x = 1/2$ 에서 대칭이다. 또한 어떤 $\delta > 0$ 에 대해서, $G(x)$ 는 (δ, ∞) 에서 미분 가능하다. 이러한 조건으로부터, 국부 최대값을 갖는 $M_s f(x_p, y_p)$ 는 곡선의 폭 d 와는 무관하게, 중심에서 양측으로 대칭적인 지점 $|\rho| = s/2$ 에 존재하게 된다. 따라서 $d \leq s$ 와 같은 조건을 만족하는 모든 곡선은 동일한 간격 상에 국부 최대값이 위치하게 된다.

그리고 $u = 1/(t^2 + x^2)$, $v = 1/x^2$ 일 때, 식 (13)은 다음의 식 (16)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} G\left(\frac{1}{\sqrt{v}}\right) &= \int_0^v \frac{\phi'(1/\sqrt{u})}{1/\sqrt{u}} \cdot \frac{\sqrt{u}}{2\sqrt{v-u}} \cdot \frac{1}{u^2} du \\ &= \int_0^v \frac{\phi'(1/\sqrt{u})}{2\sqrt{v-u}} \cdot \frac{1}{u} du \end{aligned} \quad (16)$$

$$\int_0^u \frac{G(1/\sqrt{v})}{\sqrt{u-v}} dv = 2 \int_{1/\sqrt{u}}^{\infty} \frac{G(x)}{\sqrt{ux^2-1}} \cdot \frac{1}{x^2} dx \quad (17)$$

$$= 2 \int_1^{\infty} \frac{\sqrt{u}G(t/\sqrt{u})}{t^2\sqrt{t^2-1}} dt$$

또한 식 (17)을 u 에 대해서 편미분하는 것에 의해 다음의 식 (18)을 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial}{\partial u} \int_0^u \frac{G(1/\sqrt{v})}{\sqrt{u-v}} dv = \int_1^{\infty} \left[\frac{1}{\sqrt{u}} G\left(\frac{t}{\sqrt{u}}\right) - \frac{t}{u} G\left(\frac{t}{\sqrt{u}}\right) \right] \times \frac{1}{t^2\sqrt{t^2-1}} dt \quad (18)$$

따라서 위의 식과 같은 전개과정으로부터 $G(x)$ 가 식 (15)에서 가정된 조건들을 만족하는 경우, $\psi(x)$ 는 식 (19)와 같다.

$$\psi(x) = -\frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{x} \int_1^{\infty} \frac{txG'(tx) - G(tx)}{t^2\sqrt{t^2-1}} dt \quad (19)$$

위의 과정으로부터 구해진 웨이브렛에 의한 라인-에지 검출 알고리즘은 다음의 그림 1과 같이 나타낼 수 있다.

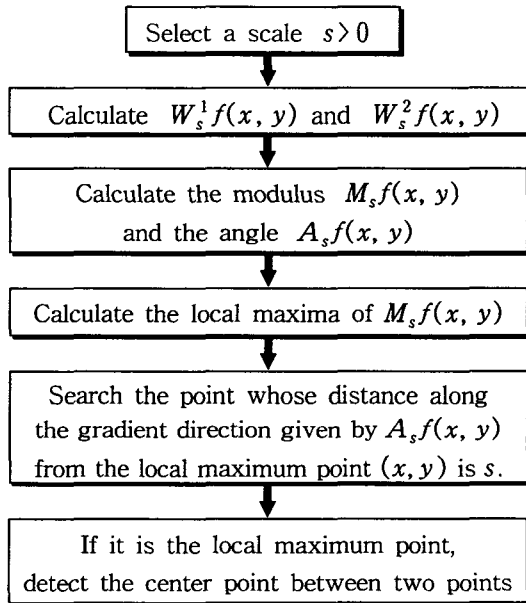


그림 1. 검출 알고리즘
Fig. 1. Detection algorithm.

$W_s^1 f(x, y)$ 와 $W_s^2 f(x, y)$ 를 계산한다. 그리고 식 (8)과 식 (9)에 의해 $M_s f(x, y)$ 와 $A_s f(x, y)$ 를 계산한 후, $M_s f(x, y)$ 가 국부 최대인 지점 (x, y) 로부터 $A_s f(x, y)$ 의 방향을 따라 거리가 s 인 지점이 국부 최대일 경우, 이러한 두 국부 최대의 중심을 검출한다.

그리고 scale s 에 대한 선택에서, 만약 작은 scale s 를 사용한다면 잡음에 의해 훼손된 영상으로부터 생성된 modulus의 최대값은 잡음에 대한 특성을 대부분 반영할 것이다. 반면, 필요 이상으로 큰 scale s 를 사용한다면 잡음에 대한 영향은 최소화 할 수 있지만, 원하지 않는 에지 성분의 검출과 연산량의 증가를 가져온다. 따라서 적절한 scale s 를 사용하여, 선택적으로 라인-에지를 검출함과 동시에 잡음을 제거한다.

IV. 시뮬레이션 및 결과

본 논문에서는 혼합된 잡음영상에서, 다양한 폭을 갖는 곡선들이 웨이브렛 변환에 의해 동일한 간격 상에 두 개의 국부 최대값이 위치하도록 하였다.

그리고 2-D 웨이브렛 함수에 의한 잡음 제거와 라인-에지 검출 성능을 확인하기 위해, 테스트 영상으로서 DSP 보드영상과 텍스트를 중첩한 영상을 사용하였으며, 혼합된 잡음을 원영상에 중첩하여 시뮬레이션하고, 기존의 방법들과 비교하였다.

그림 2는 DSP 보드영상과 gray level을 갖는 텍스트를 중첩한 원영상이다. 그리고 그림 3은 salt & pepper 잡음과 AWGN (additive white gaussian noise)이 복합적으로 원영상에 중첩된 영상이다. 이때, salt & pepper 잡음의 밀도는 0.02이며, AWGN의 표준편차는 36이다. 그림 4는 소벨 method에 의해 얻어진 에지 영상을 나타내고 있으며, 그림 5는 프리윗 method에 의한 에지 영상이다. 그리고 그림 6은 LoG (Laplacian of Gaussian) method에 의한 에지 검출 결과를 나타내고 있으며, 그림 7은 본 논문에서 사용한 2-D 웨이브렛 함수에 의해 얻어진 에지 영상을 나타내고 있다. 또한 비교를 위해, 각 영상에서 88라인(▶)에 대한 profile을 결과 영상의 하단에 gray level로 나타내었다.

시뮬레이션 결과로부터, 기존에 알려진 방법들은 다양한 에지와 잡음을 포함하고 있으나, 본 논문에 사용한 2-D 웨이브렛 함수에 의한 결과는 영상에서 텍스트에 해당하는 라인-에지 성분만이 검출되고, 다른 에지 성분과 salt & pepper 잡음 및 AWGN은 대부분 제거되었다. 그림 7은 피크-피크가 0.11이고 $s=4$ 인 웨이브렛과 임계값 38를 적용한 결과이며, 임계값의 변화에 따라 라인-에지와 잡음에 대한 영향이 증감된다.

먼저 scale s 를 선택한 후, 각각의 웨이브렛 변환

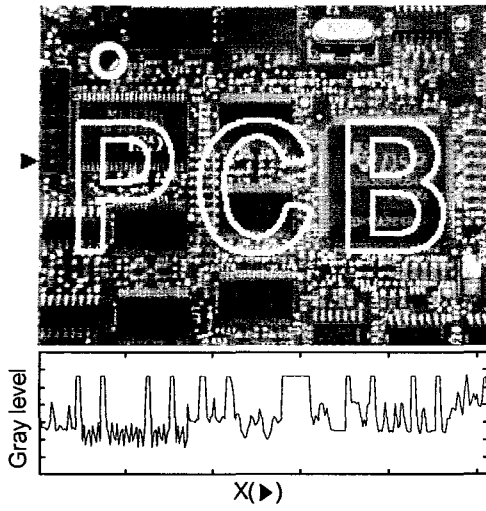


그림 2. 원 영상
Fig. 2. Original image.

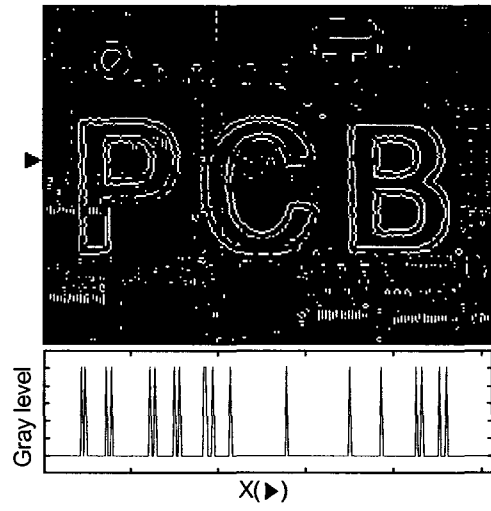


그림 5. 프리윗 method
Fig. 5. Prewitt method.

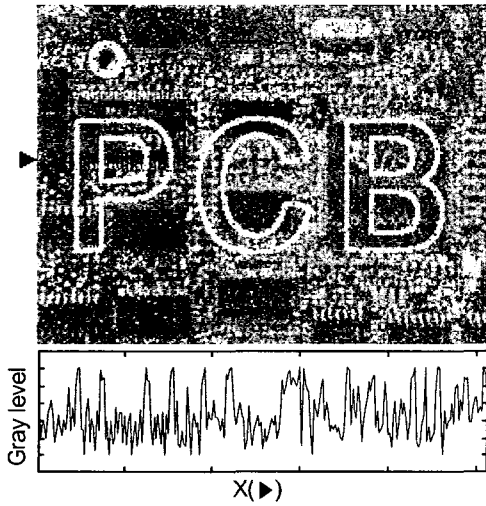


그림 3. 노이즈가 첨가된 영상
Fig. 3. Noisy image.

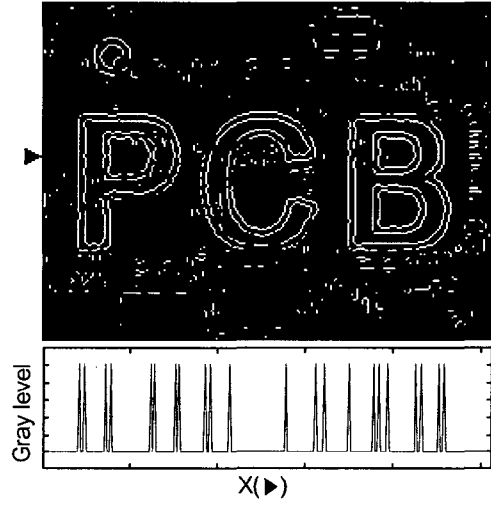


그림 6. LoG method
Fig. 6. LoG method.

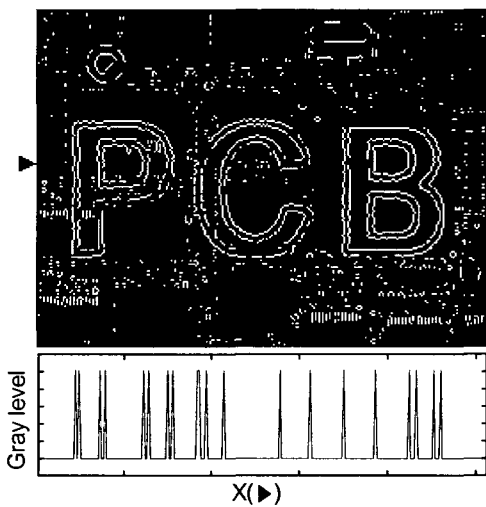


그림 4. 소벨 method
Fig. 4. Sobel method.

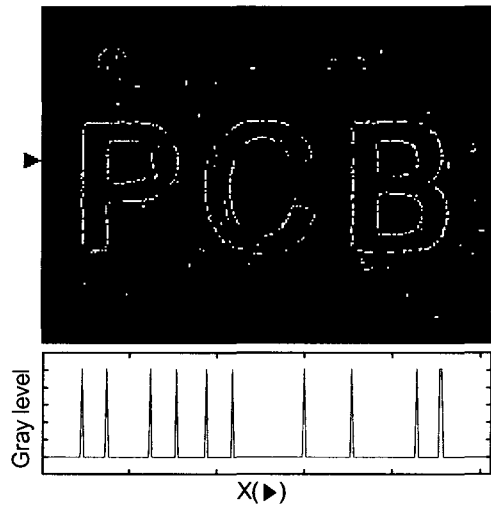


그림 7. 웨이블릿 method
Fig. 7. Wavelet method.

V. 결 론

본 논문에서는 혼합된 잡음환경에서 라인 폭에 의존하지 않는 2-D 웨이브렛 함수를 이용하여 라인-에지 성분을 검출하였다. 그리고 이러한 검출과정에서 웨이브렛 변환 modulus와 angle 정보를 사용하였다.

라인-에지 검출과 잡음 제거 성능을 확인하기 위해, 테스트 영상으로서 gray level의 텍스트가 존재하는 DSP 보드영상을 사용하였으며, 잡음밀도가 0.02인 salt & pepper 잡음과 표준편차가 36인 AWGN을 원영상에 중첩하여 시뮬레이션하였다.

시뮬레이션 결과, 본 논문에서 사용한 방법은 복합적으로 중첩된 잡음 제거와 라인-에지 검출 성능이 우수하여, 영상에서 특징검출 및 패턴인식과 같은 여러 응용분야에 적용되리라 사료된다.

참 고 문 헌

- [1] R. Nevatia, "Evaluation of simplified Hueckel edge-line detector", *Comput., Graph., Image Process.*, vol. 6, no. 6, pp. 582-588, 1977.
- [2] Xiaoping G., Zequn G., "Edge detection of high resolution remote sensing imagery using wavelet", *IEEE Conference on*, vol. 1, pp. 302-307, 29 Oct.-1 Nov. 2001.
- [3] Aydin, T., Yemez, Y., Anarim, E., Sankur, B., "Multidirectional and multiscale edge detection via M-band wavelet transform", *IEEE Trans. Image Process.* vol. 5, pp. 1370-1377, Sep. 1996.
- [4] Wang, Y., Cai, Y. L., "Construction and properties of B-spline wavelet filters for multiscale edge detection", in *International Conference on Image Processing*, vol. B, pp. 2145-2148, Oct. 1995.
- [5] Mallat, S., Zhong, S., "Characterization of signals from multiscale edges", *IEEE Trans. Pattern Anal. Machine Intell.* vol. 14, pp. 710-732, July 1992.
- [6] Mallat, S., Hwang, W. L., "Singularity detection and processing with wavelets", *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. 38, pp. 617-643, Mar. 1992.
- [7] 배상범, 김남호, "절단된 계수 벡터를 사용한 웨이브렛의 힐버트 변환쌍에 관한 연구", *한국해양정보통신학회논문지*, 제7권 제5호, pp. 1096-1100, 2003.
- [8] 배상범, 김남호, "임펄스 노이즈 환경에서 웨이브렛을 이용한 노이즈 제거 방법에 관한 연구", *한국해양정보통신학회논문지*, 제6권 제4호, pp. 513-518, 2002.



배 상 범(Sang-Bum Bae)

1999년 8월 부경대학교 공과대학 제어계측공학과 졸업 (공학사)

2002년 2월 부경대학교 대학원 제어계측공학과 졸업 (공학석사)

2002년 3월~현재 부경대학교 대학원 제어계측공학과 박사과정

관심분야 : 통신 및 신호처리



김 남 호(Nam-Ho Kim)

1984년 2월 영남대학교 전자공학과 졸업 (공학사)

1986년 2월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학석사)

1991년 8월 영남대학교 대학원 전자공학과 졸업(공학박사)

1992년 3월~현재 부경대학교 공과대학 전기제어계측공학부 교수

관심분야 : 신호처리, 회로 및 시스템