

단면 형상 측정을 이용한 비구면 안경 렌즈의 최적 근사화된 설계 계수의 추정 방법

이호철#

Estimation Method of the Best-Approximated Form Factor Using the Profile Measurement of the Aspherical Ophthalmic Lens

Hocheol Lee#

ABSTRACT

This paper presents mainly a procedure to get the mathematical form of the manufactured aspherical lens. Generally Schulz formula describes the aspherical lens profile. Therefore, the base curvature, conic constant, and high-order polynomial coefficient should be set to get the approximated design equation. To find the best-approximated aspherical form, lens profile is measured by a commercial stylus profiler, which has a sub-micrometer measurement resolution. The optimization tool is based on the minimization of the root mean square of error sum to get the estimated aspherical surface equation from the scanned aspherical profile. Error minimization step uses the Nelder-Mead simplex (direct search) method. The result of the lens refractive power measurement shows the experimental consistency with the curvature distribution of the best-approximated aspherical surface equation

Key Words : Aspherical lens(비구면 렌즈), Ophthalmic lens(안경렌즈), Error function minimization(오차함수 최소화), Lens refractive power (굴절력), Profile measurement(형상측정)

기호 설명

A,B,C,D...: 비구면렌즈 고차항의 보정 계수
c: 비구면렌즈의 기본곡률
e1: 비구면렌즈 설계형상에 대해 제작된 비구면렌즈 형상의 오차곡선
e2: 오차e1의 최적근사 후의 오차곡선
e3: 오차e2의 형상도 보정후의 오차곡선
figure: 제작된 비구면렌즈 형상도
k: 비구면렌즈 원추계수

optimum_R: 최적근사 기본곡률반경
R: 비구면렌즈 기본곡률반경
Z_best_asphere: 최적근사화된 비구면렌즈 형상
Zd: 설계된 비구면렌즈의 형상
Zm: 제작된 비구면렌즈의 형상

1. 서론

비구면 렌즈는 광학시스템이 가지는 파면수차 (wavefront aberration)를 보정할 수가 있고, 광 응용

접수일: 2004년 10월 12일; 게재승인일: 2005년 3월 11일

교신처: 한밭대학교 기계공학부

E-mail hclee@hanbat.ac.kr Tel. (042) 821-1087

제품을 경박 단소, 고밀도(high density), 고화질(high definition)로 할 수가 있어, 그 수요가 증대되고 있다. 특히, 서브마이크로미터(sub-micrometer)의 정밀도를 요구하는 카메라 폰, DVD, HD-TV의 광학계에서는 비구면 렌즈가 광학시스템 구성의 필수 요소이며, 비구면 렌즈의 설계 및 제조기술이 전체 시스템의 개발 및 성능향상에 결정적인 역할을 하고 있다^{1,2}. 또한, 비구면 렌즈는 고도수 (high diopter)의 이용자에게 처방 되는 안경렌즈의 두께와 무게를 감소시킬 수가 있어서, 소비자의 선호도가 높다. 그리고, 구면렌즈에서 발생하는 광학수차를 효과적으로 줄여서, 렌즈 착용시의 어지러움이나 상의 왜곡 등을 방지하는 기능도 가지고 있다. 이와 같은 비구면 렌즈의 제조 공정은 저가격(low cost)과 대량생산(mass production)을 위해서, 몰드(mold)를 복제 성형하는 방법으로 생산한다. 비구면 렌즈 몰드의 가공은 래핑(lapping)과 후속의 폴리싱(polishing)에 의해서만 제작되는 구면렌즈 몰드의 경우와 다르게 초정밀급 또는 정밀급 가공기에 의해서 제작된다^{3,5}. 렌즈 형상은 제조공정의 오차를 포함하고 있으며, 공정 오차를 보상한 렌즈 급형면의 재설계 등이 필요하다. 따라서, 오차 범위 내에서의 신뢰성 있는 렌즈 제작을 위해서는 제작된 비구면 렌즈의 형상을 정확하게 파악하는 것이 무엇보다 중요하다. 따라서, 본 논문에서는 제작된 비구면 렌즈의 형상 오차를 정의하고 분석하는 과정과 비구면 계수가 알려지지 않은 임의의 비구면 안경렌즈에 대해서 측정 형상을 이용하여, 비구면 렌즈 형상 계수를 역으로 추출하는 방법에 대해 연구하였다. 추출된 최적근사 비구면 렌즈 형상에 대해서는 렌즈 굴절력 측정장치를 이용하여 그 결과를 비교 검증하였다.

2. 비구면 렌즈의 형상오차 정의 및 분석

2.1 비구면 렌즈의 설계식

회전대칭 형태의 비구면 렌즈에 관한 설계식은 Schulz 식으로 표현된다⁶. 렌즈면의 정점에서의 기본곡률(base curvature) $c(=1/R, R: \text{기본곡률반경})$ 과 원추면상수 $k(\text{conic constant})$, 고차의 비구면 보정계수 A, B, C, D (aspheric deformation constant) 등에 의해서 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$Z_d = \frac{cX^2}{1 + \sqrt{1 - (k+1)c^2X^2}} + AX^4 + BX^6 + CX^8 + \dots \quad (1)$$

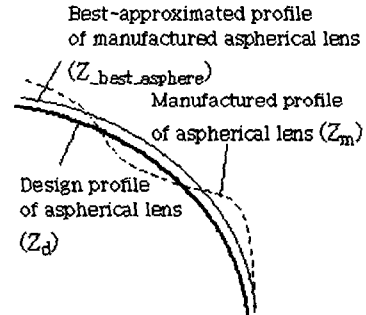
원추계수 k 는 비구면렌즈 형상에 따라서 table 1과 같이 정의된다⁶.

Table 1 Conic constant according to the lens surface

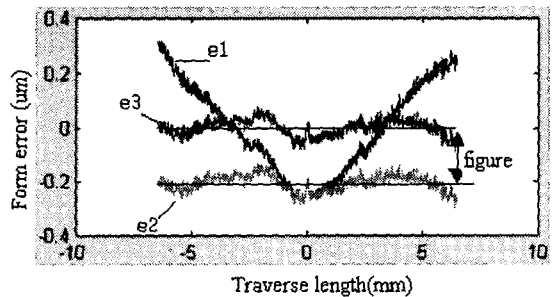
	Hyperboloid	Paraboloid	Ellipsoid (minor axis)	Sphere	Ellipsoid (major axis)
k	$k < -1$	$k = -1$	$-1 < k < 0$	$k = 0$	$k > 0$

2.2 형상오차의 정의과정

임의의 회전대칭 비구면 렌즈의 설계 값에 의하여 제작되어진 비구면 렌즈의 형상 오차를 정의하는 과정은 다음과 같다.



(a) Aspherical lens profile



(b) Form error types

Fig. 1 Aspherical lens profile and form error definition

비구면렌즈의 설계식이 곡률반경 R은 -13.59mm, k는 -5.038108, 비구면 보정 계수 A는 1.94823E-4, B는 -1.9304E-6, C는 2.10746E-8, D는 -1.14826E-10으로서 상용 제품화된 초정밀급 비구면 렌즈에 대해서 그 형상 오차를 평가하였다. 비구면의 단면형상은 Fig. 1(a)에서와 같이 설계단면형상(Z_d), 제작된 렌즈의 단면형상(Z_m), 제작된 렌즈를 설계 비구면형상으로 최적근사화한 단면형상($Z_{best_asphere}$)으로 구분할 수가 있다. 최적근사화 단면형상은 단지 비구면 설계식에서 그 기본곡률만을 조정한 것으로서, 설계 단면형상을 편향(offset)한 것과 동일하다. 이때, 편향한 정도는 제작된 비구면 렌즈의 형상도 (figure)로 정의된다. 제작된 단면 형상은 최적근사화된 단면형상을 기준으로 했을 때, P-V(peak-to-valley, 최대최소) 오차가 최소가 된다

설계식에 의해 제작된 렌즈를 상용의 접촉식 비구면 렌즈 형상 측정 전용기로 그 단면을 측정하였다. 측정기의 수직분해능은 1mm, 촉침(stylus) 곡률반경 $2\mu\text{m}$ 이었다. 상용의 측정기는 비구면 설계식을 입력하면 Fig.1(b)의 e3와 같은 형상오차곡선, 최적근사화한 후의 최적근사 기본곡률반경 (optimum_R) 과 형상도(figure) 만을 화면에 보여준다. 따라서, 형상오차 정의과정을 추적하기 위하여, 측정기에서 제공하는 옵션(option)으로, 형상 오차곡선을 ASCII 파일 형태로 얻은 후, 그 오차곡선을 그래프로 표현한 결과, Fig. 1(a)의 e1과 같은 곡선으로 나타났다. 이 오차곡선은 촉침(stylus)을 1 μm 단위로 이동하면서 측정된 단면 형상값의 설계형상과의 차이를 ASCII파일 형태로 기록한 것으로 판단된다. 이것은 설계된 비구면 렌즈 형상과 제작된 비구면 렌즈 형상과의 단면형상오차이며, 측정기의 자체 알고리즘(algorithm)에 의해 e1의 측정 평균선이 0으로 보정된 값이 기록되어졌다. 오차곡선 e1의 계산에서는 측정에서의 틸트(tilit) 보정, 측정 기준점설정 방법 등이 이미 적용된 것으로 Fig. 1(a)에서 확인할 수가 있다. 그러나, 초기 형상 측정 값으로 부터 형상오차 e1를 구하는 구체적인 계산과정은 알려지지 않고 있다⁷.

측정기에서 얻어진 오차곡선 e1과 비구면 렌즈 설계값 Z_d 를 이용해서, 제작된 비구면 단면형상 Z_m 을 역으로 식(2)과 같이 추정할 수가 있다.

$$Z_m = Z_d + e1 \quad (2)$$

한편, e1의 P-V 오차는 $0.55\mu\text{m}$ 이다. 다음 과정으로서, 제작된 단면형상 Z_m 에 가장 근사화된 최적근사화 비구면 단면형상 $Z_{best_asphere}$ 를 구한다, 이것은 초기의 렌즈 설계식에서 기본곡률을 변경하여 얻어진 단면형상과 제작된 단면형상과의 차이를 평가하는 것에 의해 얻어진다. 즉, 최적 근사 비구면 형상은 식(1)의 비구면 설계식에서 기본곡률반경 R을 최적근사 기본곡률반경 optimum_ Z_m 으로 대체한 것이다. 제작된 단면형상과 최적근사 단면형상과의 차이를 형상오차 e2로 정의한다.

$$Z_{best_asphere} = f(\text{optimum_R}, k, A, B, C, D);$$

$$e2 = Z_m - Z_{best_asphere} \quad (3)$$

최적 근사 비구면 형상 $Z_{best_asphere}$ 을 구하는 방법은 초기의 설계 계수들인 원추면상수 k와 비구면 보정 계수 항들은 그대로 두고 렌즈의 기본곡률반경 R만을 초기 설계치 -13.59mm 근처에서 0.001mm 단위로 변경하면서 형상오차곡선 e2와 그 P-V 오차를 계산한다. 계산결과, Fig. 2에서와 같이 최적근사곡률반경 optimum_R에서 최소의 P-V 오차를 구할 수가 있으며, 이때의 형상오차곡선은 Fig. 1(b)의 e2와 같다.

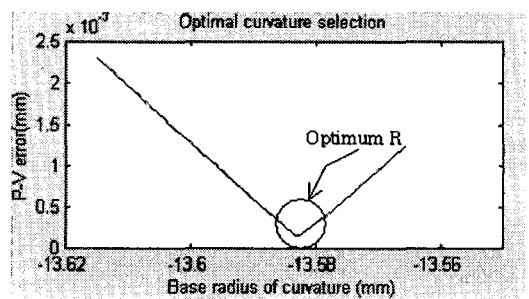


Fig. 2 Form error (P-V error) change by adjusting the basic radius of the curvature R

즉, 최적근사곡률반경 -13.583mm 에서, $0.165\mu\text{m}$ 의 P-V오차가 구해졌다. Fig. 1(b)에서 e2는 e1의 평균선에 대해 아래로 편향되어 있으며 편향값은 e2의 평균값인 $-0.205\mu\text{m}$ 이다. 따라서, 오차곡선 e2를 e1의 평균선로 이동하면, Fig. 1(b)의 형상오차곡선 e3가 얻어지고 상용의 측정기에서 보여주는 비구면 렌즈 형상오차곡선 결과와 동일하게 나타난다.

또한, 측정기에서 제시하는 제작된 렌즈의 형상도 (figure) 값은 오차곡선 e2의 편향값과 서로 일치하였다. 따라서, 렌즈의 형상도는 다음 식(4)와 같이 구해진다.

$$\text{figure} = \text{Average}(e2) \quad (4)$$

형상오차곡선 e1, e2, e3 에 대해서 RMS(Root-mean-square) 오차는 164nm, 206nm, 29 nm으로 각각 계산되어졌다. 결국, 제작된 렌즈는 최적근사곡률 반경 -13.583mm (설계값: -13.59mm), 형상도(figure) -0.205 μm 에서 P-V 오차 0.165μm, RMS 오차29nm 를 갖는 것으로 분석되어졌다.

2.3 주요공정별 형상오차 분석 예

초정밀 가공기 및 다이아몬드 공구에 의해 절삭된 렌즈 금형과 후속의 사출 성형에 의해 제작된 2개의 비구면 렌즈 형상에 대해서 제조공정의 주요 단계별로 그 형상오차의 변화 과정을 분석하였다. 렌즈의 제조공정은 Fig. 3과 같이 첫번째 성형 후, 렌즈 성형에서의 수축을 고려하여 금형의 형상을 보상 설계하여 다시 제작하고 있다.

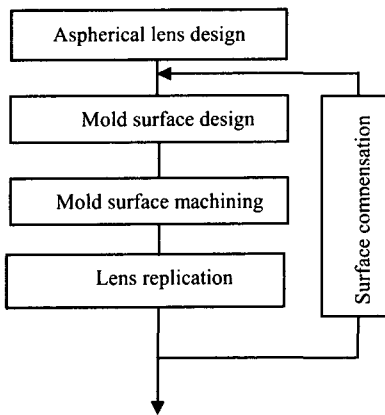


Fig. 3 Manufacturing process of aspherical lens

초기의 렌즈 설계 값 기준으로 각 단계별로 형상을 측정하여 최적근사곡률반경과 P-V 오차를 구하였고, 그 결과는 Table 2와 같다. 곡률반경의 변화를 보면, 몰드(mold) 가공 후의 값은 초정밀 가공기의 결과에 의해 렌즈 설계값과 서브마이크로미터(submicrometer) 수준 이하의 차이만을 보였다.

곡률반경은 몰드 가공에서 보다, 주로 성형 과정에서 큰 폭으로 변하게 됨을 알 수가 있다. 이것은 사출 후의 렌즈 수축으로 인해 렌즈 형상의 곡률이 크게 변하게 됨을 의미한다.

Table 2 Lens basic radius of curvature and form error in the manufacturing process

(Unit: μm)

	Surface # 1		Surface # 2	
	R deviation	P-V error	R deviation	P-V error
Mold surface #1	-	-	-	-
Machining #1	0.93	0.19	0.01	0.12
Injection #1	5.43	0.20	-26.39	0.50
Mold surface #2	-	-	37.39	-
Machining #2	0.00	0.19	37.39	0.12
Injection #2	-0.57	0.19	22.61	0.35

형상오차를 분석하면 렌즈면 #1의 P-V오차는 금형가공 단계에서 이미 결정되며, 사출단계에서 크게 증가하지는 않았다. 그러나, 렌즈면 #2의 경우에는 곡률반경이 사출단계에서 수십 μm의 큰 폭으로 변하였고, P-V오차도 0.12μm에서 0.35μm이상으로 증가하였다.

3. 근사화된 비구면렌즈 설계계수 추출방법

3.1 안경 렌즈 형상 측정

렌즈 설계식이 알려지지 않은 비구면 안경 (ophthalmic) 렌즈를 구입하여 그 설계계수를 추출하는 방법을 연구하였다. 입수된 렌즈는 Fig. 4와 같은 사양을 갖고 있는 것으로 알려져 있다. 렌즈의 도수인 디옵터(diopter)는 비구면의 효과가 비교적 큰 S-5.00을 택하였다. S는 구면 굴절력을 의미하며, 렌즈의 외경은 70mm, 굴절률(n)은 1.5이고, 렌즈의 전면(front surface)만이 볼록(convex)의 비구면을 갖고 있다. 측정분해능 0.5μm, 허용오차5μm 수준의 3차원 측정기를 이용하여 렌즈 치수를 측정된 결과, 중심두께(CT) 1.35mm, 가장자리두께(ET) 6.0mm으로 나타났고, 후면(back surface)의 오목면(concave) 곡률반경은 85.887mm을 가지고 있다.

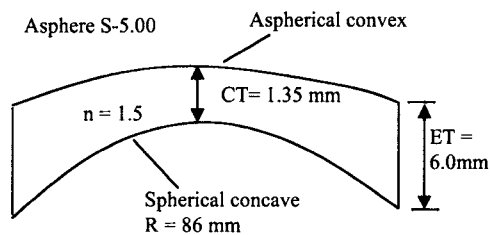


Fig. 4 An aspherical ophthalmic lens specification

비구면 렌즈의 단면형상의 측정은 상용의 접촉식 비구면 렌즈 형상 측정 전용기를 다시 사용하였다. 설계식을 알지 못하므로 측정기의 형상 옵션은 평면으로 설정하였다. 측정 결과는, 측정이송 방향으로 $1\mu\text{m}$ 단위로 단면형상 높이가 ASCII파일로 기록되었다. 파일내의 측정값을 그려보면 Fig. 5와 같다. 외경 70mm에 대하여 렌즈 단면형상은 1.6mm 정도로 비교적 완만한 곡선으로 구성되어 있음을 알 수가 있다.

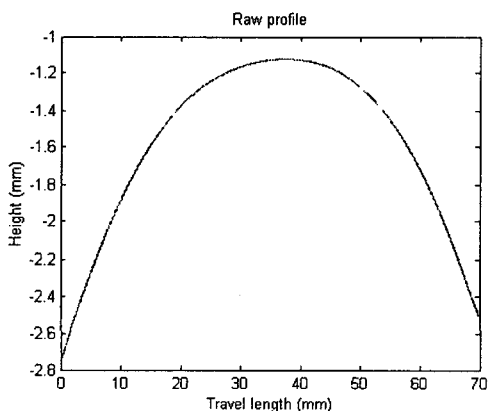
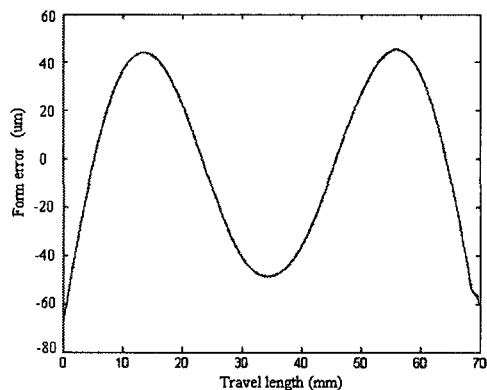


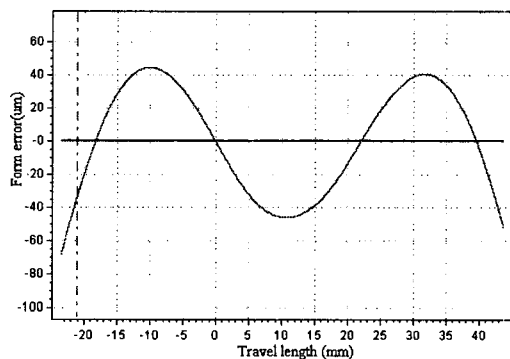
Fig. 5 Raw profile of the aspherical lens

측정된 비구면 형상에 대해서 하나의 곡률반경을 가지는 최적근사 구면으로 근사화를 시도하였다. 계산된 최적근사 구면의 곡률반경은 -411mm 이었다. 최적근사 구면과 측정된 비구면 형상과의 형상오차를 Fig. 6(a)에 나타내었다. 한편, 비구면 렌즈 형상 전용측정기에서 비구면 렌즈를 구면렌즈로 가정한 옵션으로 측정한 결과, 렌즈의 곡률반경이 -414.7mm 으로 나타났고, 그 형상오차는 Fig. 6(b)

과 같다. Fig. 6(a)와 Fig. 6(b)의 형상오차의 형태는 동일하였고, P-V오차도 $117\mu\text{m}$ 으로 동일하게 근사화 되어졌다. 즉, 측정형상을 구면 렌즈로 최적 근사화 하는 경우에 있어서, 본 연구의 방법의 결과와 상용측정기 결과는 일치하였다.



(a) Form error profile after best-sphere approximation



(b) Form error profile by commercial stylus profiler

Fig. 6 The comparison of form error profile after best-sphere approximation of raw profile

3.2 비구면 렌즈 곡선으로의 근사화

Fig. 5의 형상 측정 결과로부터 최적근사 비구면 형상을 구하기 위해 최적근사화 방법을 찾아내고자 하였다. 먼저, 측정에서의 경사(tilt) 성분을 제거하기 위해 정점을 기준으로 하여 좌우의 평균 기울기를 계산하였고, 이를 이용하여 Fig. 5의 형상을 좌우 대칭의 형상으로 변환하였다. 이 형상에 대해서 비구면 형상으로의 근사화를 시도하였다. 비구면 형상의 일반적 설계 표현인 식(1)은 그

형상의 중심을 원점을 기준으로 하여 대칭적으로 비구면 형상을 계산하고 있다. 따라서, 측정된 형상의 중심점을 원점으로 이동하면 Fig. 5의 형상곡선은 Fig. 7의 곡선 s1과 같게 된다. 그러나, 최적근사 구면의 결과에서는 중심점은 약 $-50\mu\text{m}$ 의 편차를 가지고 있었다. 따라서, 중심점에서 이 편차를 가지고 있는 것으로 가정한 Fig. 7의 형상 곡선 s2에 대해, 최적근사화 연구를 진행하였다.

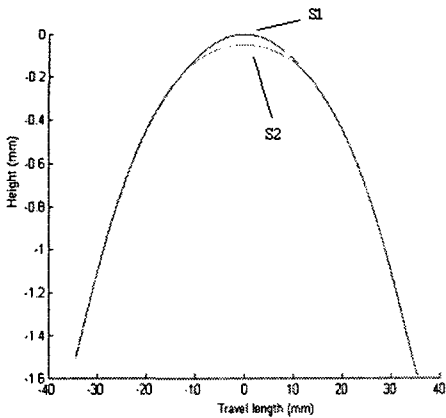


Fig. 7 The modified raw profile after origin setting for best-asphere approximation

따라서, 측정된 곡선 s2의 렌즈 형상에 대하여 가장 형상오차를 적게 하는 비구면 설계 기준인 최적근사화 비구면 표현식을 찾아내는 과정을 Fig. 8과 같이 수행하였다.

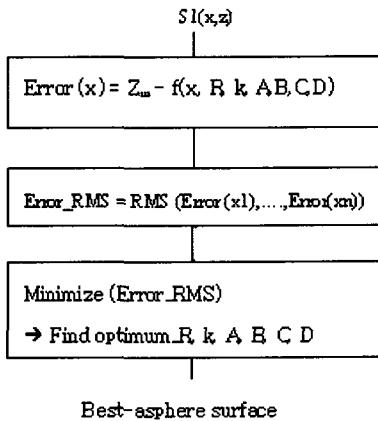


Fig. 8 The approximation flow chart to get the best aspherical form from the raw profile

먼저 임의의 설계 변수들을 입력하여 이를 렌즈 설계식으로 가정한다. 그리고, 각각의 측정위치(x)에서의 측정높이(Z_m)와 가상의 설계식으로 주어진 비구면 형상함수 $f(x, R, k, A, B, C, D)$ 값과의 오차를 계산하고, 모든 위치에서의 오차를 자승평균 (root mean square)한 값을 오차함수(error RMS function)라고 정의하였다. 여러 설계 변수들을 바꾸어 가면서 이 오차함수가 최소가 되게 하는 설계변수 값을 추정하고 이것을 추출된 설계변수로 설정하였다. 다변수 최적화를 위한 계산 알고리즘은 Nelder-Mead simplex (direct search) 방법이 사용되어졌다⁸. 최적화 초기값으로 기본곡률반경 R은 최적근사 구면의 반경 -411mm , 다른 설계변수는 0으로 두었다. 최적근사화된 설계변수는 Table 3과 같이 나타났다. 최적근사 기본곡률반경은 최적근사 구면의 곡률반경과 동일하였고, 원추면 계수 k는 2.24이고, 비구면의 보정 계수는 8차항까지 구하였다.

Table 3 The approximated aspherical surface

optimum_R (mm)	k	A	B	C
-411	2.24	6.48E-7	-1.17E-9	5.11E-13

따라서, 측정된 렌즈형상과 이를 최적근사화한 비구면($Z_{\text{best_asphre}}$)과의 형상오차곡선은 Fig. 9와 같이 얻어졌다.

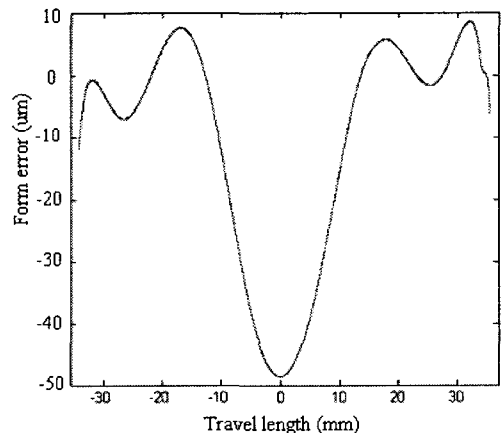


Fig. 9 Form error of the best-approximated asphere of the manufactured aspherical lens

4. 추출방법의 검증

4.1 렌즈 곡률의 계산

식(1)의 비구면 렌즈의 형상은 연속적으로 곡률이 변하는 특징을 가지고 있다. 최적 근사화된 비구면 렌즈 형상의 곡률 분포와 렌즈의 굴절력 측정 결과를 비교하여 근사화 방법의 타당성을 평가하고자 하였다. 식(5)는 반경방향으로의 곡률 계산식이다⁸.

$$R = \frac{\left[1 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{d^2 z / dx^2} \quad (5)$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{xc}{T} + 4A_4 x^3 + \dots$$

$$\frac{d^2 z}{dx^2} = \frac{c}{T^3} + 12A_4 x^2 + \dots$$

$$T = \sqrt{1 - (K+1)c^2 x^2}$$

곡률반경 분포에 관한 식(5)와 table 3의 값에 의해 계산된 곡률분포는 Fig. 10과 같다.

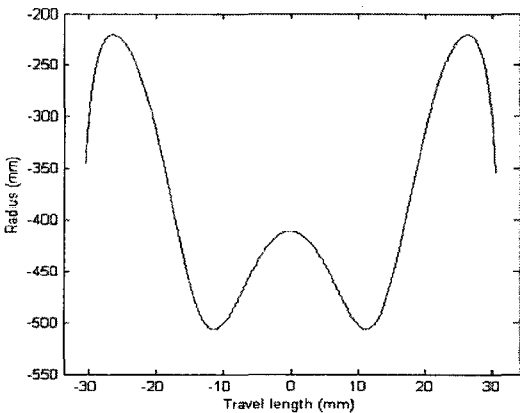


Fig. 10 The radius distribution of the approximated best-asphere form

Fig. 10의 계산된 결과를 보면, 렌즈의 중심점에서는 곡률반경이 -411mm이었으며, 렌즈의 반경 10 mm 위치에서는 곡률반경이 -500 mm으로 그 크기가 증가하면서 변하였고, 이후 반경 25 mm 위치

까지는 -225 mm로 크기가 감소하였고, 이후 다시 증가하는 형태를 보였다. 여기서, 곡률반경의 음의 부호는 렌즈가 볼록한 것을 의미하고 있다. 따라서, 렌즈의 곡률반경의 최대 편차는 275 mm로 나타났다.

4.2 렌즈 굴절력의 측정

안경렌즈 굴절력 측정기를 이용하여 비구면 렌즈의 굴절력 분포를 Fig. 11과 같이 측정하였다.

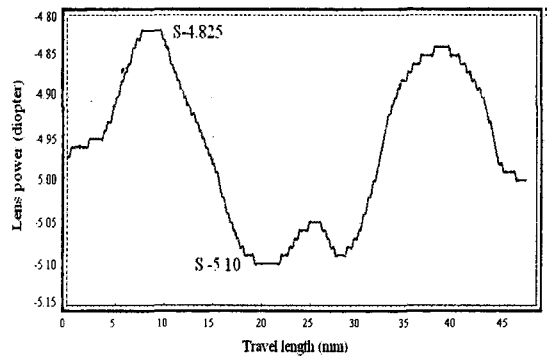


Fig. 11 Lens power distribution of the aspherical ophthalmic lens

비구면 렌즈의 설계 사양 디옵터는 난시성분이 없는 구면 굴절력인 S-5.00이었는데, Fig. 11의 구면 굴절력 곡선에서, 최대 굴절력 편차는 S-5.10 과 S-4.825의 차이인 0.275디옵터이다. 굴절력의 단위로써 1 디옵터는 평행광선을 굴절시켜 1m거리에 초점을 맺히게 하는 렌즈의 굴절력으로 정의되고 있다⁹. 따라서, Fig. 10에서의 곡률반경 변화량 0.275m와 굴절력 디옵터의 변화량 0.275디옵터를 비교하면 0.275diopter/0.275m가 되고, 굴절력 대비 곡률반경 비율이 1이 되어 1 디옵터의 정의와 일치하였다. 따라서, 이 결과는 제작된 비구면 렌즈를 최적근사화된 비구면형상이 비구면 설계식의 형태로 적절하게 표현하고 있음을 의미한다.

5. 결론

본 연구에서는 제작된 비구면 렌즈의 형상을 접촉식 렌즈 형상 측정기로 단면을 측정하여, 렌즈 형상오차와 최적 근사화된 비구면 형상을 추정하여 그 설계 계수 값을 추출하는 연구를 수행하

었다.

- (1) 비구면 렌즈의 형상오차를 정의하는 과정을 상용의 비구면 렌즈 측정기 결과와 비교하여 제시하였다
- (2) 비구면 안경렌즈의 형상을 측정한 후, 비구면 설계 표현식에 가장 가까운 최적근사 비구면 형상을 구하는 과정을 제시하였다.
- (3) 최적근사화된 비구면형상의 곡률반경 분포와 렌즈 굴절력 분포의 실험결과를 비교한 결과, 최적근사 비구면 설계계수를 추출하는 방법이 적정함을 알 수가 있었다.

1992.

7. "Operating manual of the Formtalsurf," Rank Talyor Hopson Co., 2001.
8. Borse, G. J., "Numerical Methods with MATLAB," PWS Publishing Company, Boston, 1997.
9. Seong, P., "Optometry," Daehakseorim, pp. 69, 2004.

후 기

본 연구는 과학재단 지역대학우수과학자사업 (과제번호: R05-2004-000-12568-0)의 지원에 의해 수행되었으며 이에 감사 드립니다.

참고문헌

1. Zimmerman, J., "Continuous process improvement: manufacturing optics in twenty-first century," Proc. SPIE Vol. 1994, pp. 176-182, 1994.
2. Yoo, J., Lee, C., Jeong, S., "An optical head with special annular lens for laser disc compatible digital versatile disc pickup," *Jpn J. Appl. Phys.*, Vol. 37, pp. 2184-2188, 1998.
3. Venkatesh, V. C., Zhong, Z., Wihardjo, E., "Studies on polishing of glass moulds after lapping with hard and soft pellets," *J. Material processing technology* vol. 62, pp. 415-420, 1996.
4. Lee, H., Yang, M., "Dwell time algorithm for computer-controlled polishing of small axis-symmetrical aspherical lens mold," *Optical Engineering*, Vol. 40, No. 9, pp. 1936-1943, 2001.
5. Yang, M., Lee, H., "PC-NC based aspherical lens polishing system with minimum translation mechanism," *J. of Korean Society of Precision Engineering*, Vol. 18, No.5, pp. 65-71, 2001.
6. Malacara, D., "An optical surface and its characteristics," Appendix 1 in *Optical Shop Testing* 2nd Ed., John Wiley & Sons, New York, pp. 743-753,