

큰 회절각을 가진 CGH의 위치에 대한 오차의 보정

이재철[†] · 오용호

원광대학교 전기전자 및 정보공학부
ⓞ 570-749 전북 익산시 신용동 344-2

고춘수

원광대학교 자연과학부
ⓞ 570-749 전북 익산시 신용동 344-2

(2004년 9월 23일 받음, 2004년 12월 29일 수정본 받음)

주기적인 홀로그램을 제작하기 위한 일반적인 CGH(computer generated hologram)의 설계 프로그램은 회절각 공간에서 설정한 모델 방정식을 사용하고 있다. 따라서 비교적 큰 회절각을 사용하는 경우 평면에서 관찰되는 이미지는 설계와 큰 차이가 생기게 된다. 이를 보정하기 위하여 이러한 오차의 발생원인을 회절이론 분석을 통하여 모델 방정식을 만들었으며 이를 실험을 통하여 검증하였다. 또한 회절각 기반의 기존 프로그램을 교정하지 않으면서 이러한 오차를 보정하기 위한 설계 방법을 제시한다.

주제어 : Hologram, Computer Generated Hologram, Diffractive Optical Element.

I. 서 론

CGH는 일반 홀로그램에 비해 여러 가지 장점을 가지고 있다. CGH는 우선 실제 대상물이 필요 없다. 컴퓨터 내부에서 계산이 이루어지기 때문에 대상의 수학적 모델만 있으면 구현이 가능하다. 또한 복소수 파동 앞엿선을 물리적으로 기록하기 위하여 다양한 코딩 기술을 사용할 수 있다. 이러한 장점 때문에 CGH는 공간 주파수의 필터링, 광 정보 처리, 3차원 디스플레이 등 다양한 응용영역에 사용되고 있다.^[1]

대부분의 CGH는 컴퓨터에서 계산된 홀로그램을 플로터나 프린터로 인쇄한 후 이를 사진 기법으로 원하는 모양까지 축소하는 기법으로 구현하고 있었다. 반도체 공정 기술의 발달에 따라 전자 빔을 사용한 직접 구현 방법으로 사진 축소 기술로는 이를 수 없었던 해상력까지 이를 수 있음을 보이기도 하였으며^[2] 반도체 리소그래피(lithography) 기술로도 높은 해상력의 CGH를 만들 수 있다.^[3]

높은 해상력이 필요한 영상도 점 우선 방식의 다중 위상 홀로그램으로 구현할 수 있다. 빠른 컴퓨터의 연산 능력과 효율적인 알고리즘을 사용하면 사진이나 포스터 등도 홀로그램으로 재현할 수 있다.^[4] 이 기법은 CGH 응용분야의 하나로서 가장 쉽게 볼 수 있는 경우, 즉 레이저를 기하학적으로 분산해야 하는 응용 분야에도 적용할 수 있다. 이와 같은 기하학적 응용분야에서 CGH로 영상을 재현할 경우, 홀로그램과 화면 사이의 거리가 충분히 멀다는 가정하에서 홀로그램의 크기를 정하고 컴퓨터로 홀로그램을 설계하게 된다. 그러나 가까이 있는 화면 위에 홀로그램을 재현해야 한다면, 즉

홀로그램을 통한 빛의 회절각이 크다면 사실상 구면상에 재현된 화면을 평면 위에서 보게 되므로 화면의 왜곡을 피할 수 없다.

본 논문에서는 가까운 화면 위에 홀로그램을 재현할 때, 발생하는 화면의 왜곡을 줄일 수 있는 방법에 대해 연구하였다. 다음 장에서는 회절각이 클 때 홀로그램에 생기는 왜곡의 원인과 그 크기를 분석하였으며 제3장에 홀로그램의 왜곡을 방지하기 위한 방안에 대해 밝혔다. 이에 대한 토의는 제4장에 보였다.

II. 회절각에 따른 영상의 왜곡

그림 1과 같은 구성을 고려하자. 회절 광학 소자(diffractive optical element, DOE)가 놓인 면을 $x-y$ 평면으로 가정하고 Z 만큼 떨어진 거리에 놓여진 스크린 평면의 좌표를 (X, Y) 라고 하자.

이 때 DOE의 한 점 $P_0(x, y)$ 에서 출발한 빛이 스크린 상의 한 점 $P_1(X, Y)$ 에 도달하기까지 경로 r 은

$$r = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + Z^2} \quad (1)$$

로 주어지고 광 경로에 대한 기준을 DOE의 원점에서 출발한 광 경로 R 로 잡을 때 둘 사이의 광 경로차는

$$\delta r = \sqrt{(X-x)^2 + (Y-y)^2 + Z^2} - \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \quad (2)$$

이 된다. 여기서 경로차를 단순화하기 위한 가정으로

[†]E-mail: jcleee@wonkwang.ac.kr

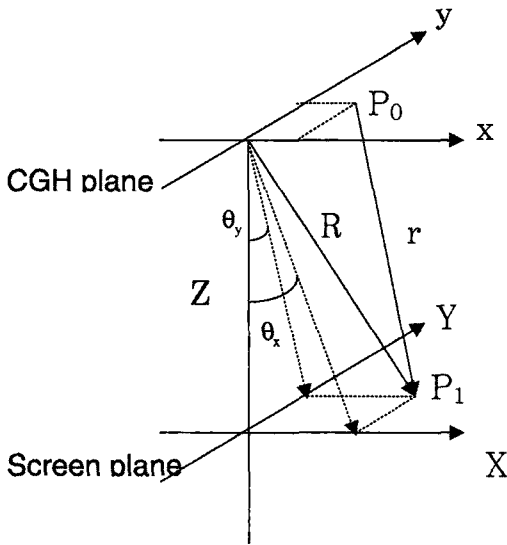


그림 1. CGH 회절 시스템 모델.

$$x, y \ll X, Y \leq Z \quad (3)$$

를 사용하자. 이 가정은 DOE의 크기는 스크린까지의 거리나 스크린의 크기에 비해 상당히 작으나 스크린의 크기와 스크린까지의 거리는 서로 비슷하여 무시할 수 없음을 뜻하며 이는 큰 회절각을 고려하고 있음을 나타낸다. 이 가정을 이용하여 광 경로차를 x, y 의 1차 항까지 Taylor 전개하면

$$\delta r \approx \frac{xX + yY}{\sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}} = -\left(\frac{X}{R}\right)x - \left(\frac{Y}{R}\right)y \quad (4)$$

이 된다.

회절 이론에 의하면 스크린 상의 한 점 (X, Y) 에서의 파동 $U(X, Y)$ 는 DOE 평면에서 나온 파동들의 합으로 표현할 수 있는데, 스크린 상의 모든 점에 공통적으로 부가되는 위상은 세기 분포에 영향을 주지 않으므로 다음과 같이 쓸 수 있다.^[5]

$$U(X, Y) = U_0 \iint F(x, y) e^{ik\delta r} dx dy \quad (5)$$

여기에 식 (4)를 대입하면 다음과 같이 된다.

$$U(X, Y) = U_0 \iint F(x, y) e^{2\pi i \left\{ \left(\frac{x}{\lambda R}\right)X + \left(\frac{y}{\lambda R}\right)Y \right\}} dx dy = U_0 \tilde{F}\left(\frac{X}{\lambda R}, \frac{Y}{\lambda R}\right) \quad (6)$$

즉, 스크린 상에서의 파동 함수는 DOE 파동 함수 $F(x, y)$ 의 푸리에 변환으로 주어지게 된다.

여기서 일반적인 CGH 형태인 주기적인 DOE 패턴을 가정하면

$$F(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_{mn} e^{2\pi i \left(\frac{m}{p_x} x + \frac{n}{p_y} y \right)} \quad (7)$$

라는 푸리에 급수 형태로 쓸 수 있다. 여기서 p_x, p_y 는 각각

표 1. 회절 무늬 위치의 이론적 예측 및 실험적 측정치 비교 ($\lambda=632.8\text{mm}, Z=1847\text{mm}$)

	이론적 예측 좌표		실험적 측정 좌표	
	X(mm)	Y(mm)	X(mm)	Y(mm)
P1	454.5	407.1	454.8	407.7
P2	546.5	412.3	546.8	412.6
P3	541.5	323.0	542.0	323.6

DOE의 x, y 방향 주기를 나타내며 C_{mn} 은 푸리에 계수를 나타낸다. 이를 이용하면 스크린에서의 진폭 함수는

$$U(X, Y) = U_0' \sum_{m,n} C_{mn} \delta\left(\frac{X}{R} - \frac{m\lambda}{p_x}, \frac{Y}{R} - \frac{n\lambda}{p_y}\right) \quad (8)$$

로 주어지며 회절 차수대로 특정한 위치에서만 광 분포가 생기게 된다. 이 때 회절의 차수와 위치와의 관계는

$$X_m = \frac{f_m}{\sqrt{1 - (f_m^2 + g_n^2)}} Z, Y_n = \frac{g_n}{\sqrt{1 - (f_m^2 + g_n^2)}} Z \quad (9)$$

으로 주어지고 여기서 f_m, g_n 은

$$f_m \equiv \frac{m\lambda}{p_x}, g_n \equiv \frac{n\lambda}{p_y} \quad (10)$$

으로 정의된 양이다.

CGH의 회절 차수와 스크린 상의 대응위치에 대한 관계를 검증하기 위해 테스트 DOE를 제작하여 실험하였다. 그림 2는 평면 스크린에 맺히기 원하는 목표 회절 무늬를 그린 것이다. 직사각형의 모서리 부분에 패턴이 있고 내부 중심 위치에 십자가 형태가 있는 것으로서 보통 바코드(bar code) 판독기의 정렬용 패턴으로 사용되는 형태이다. 이 실험에서는 모서리에 위치한 3점 P1, P2, P3를 선택하여 위치 오차에 대한 실험 자료로 삼았다. 작은 각 회절을 이용한 설계에서는 회절의 차수와 스크린에서의 위치가 비례하기 때문에 회절 무늬도 이와 거의 일치할 것으로 생각된다. 이 실험에서는 비교적 큰 회절각을 만들기 위하여 DOE의 x, y 주기를 130 um로

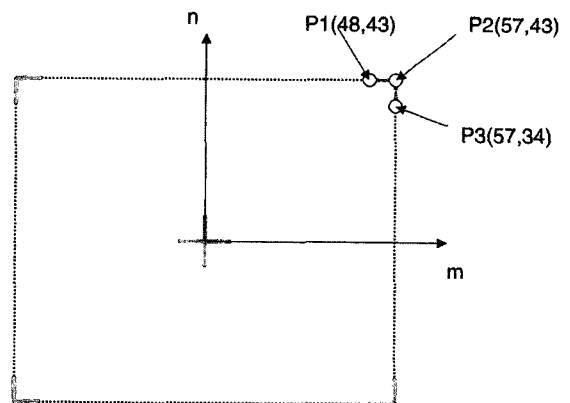


그림 2. 평면 화면 상에 구현하려는 CGH 모양.

하였으며 한 주기의 내부는 260×260개의 픽셀로 나누어 설계, 제작하였다. 이 경우 관측점들의 회절각은 약 20도 정도이며 비교적 큰 회절각이라고 할 수 있다. 이렇게 제작한 CGH에 대해 He-Ne 레이저(632.8 nm)를 사용하여 1847 mm 떨어진 스크린에 재현한 회절무늬 및 관측점들의 위치 좌표를 그림 3에 나타냈다. 이 때 각 위치 좌표는 실험의 오차를 줄이기 위하여 모서리 4 곳의 평균값을 취하였다. 이 회절무늬의 모서리 부분은 예측한 바와 같이 직각과 달리 많이 왜곡되어 있으며 이 중 선택한 3점의 위치 자료를 활용하여 앞의 이론을 검증하고자 하였다. 표 1에 실험 데이터와 이론적으로 계산된 위치 데이터를 비교하여 표시했다.

표 1에 나타난 데이터에서 이론과 실험의 오차는 실험 측정 오차인 1 mm 미만으로 나타나고 있어서 앞에서 제시한 이론을 충분히 사용할 수 있음을 나타낸다.

III. 큰 회절각을 고려한 재설계

Fraunhofer 회절을 가정하여 CGH를 설계할 때 스크린 평면에서의 좌표(X,Y) 대신 회절각 공간(θ_x, θ_y)를 이용하면 편리하다. θ_x, θ_y 는 그림 1에서 볼 수 있는 것과 같이 각각 X, Y 방향의 회절 각도이다. 식 (4)에서 볼 수 있는 바와 같이 광경로차는 회절각의 사인(sine) 값에 비례하여 주어지지만 Fraunhofer 회절에서는 일반적으로 회절 각도가 작으므로 다음과 같이 근사하여 사용한다.^[6]

$$\begin{aligned} X/R &= \sin \theta_x \approx \theta_x \approx \tan \theta_x = X/Z \\ Y/R &= \sin \theta_y \approx \theta_y \approx \tan \theta_y = Y/Z \end{aligned} \quad (11)$$

Z는 스크린 평면에서 고정된 상수이므로 R을 사용하는 것보다 Z를 사용하는 것이 편리하다.

회절각 공간에서 주기적인 CGH에 관한 모델 방정식은 다음과 같이 된다.

$$U(\theta_x, \theta_y) = U_0 \sum_{m,n} C_{mn} \delta(\theta_x - \frac{m\lambda}{p_x}, \theta_y - \frac{n\lambda}{p_y}) \quad (12)$$

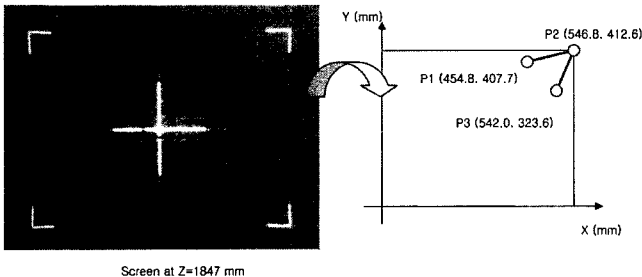


그림 3. 평면 화면 위에 투영된 왜곡된 CGH 영상. (a) 촬영된 영상. (b) 화면 중 1/4 분면의 모델.

작은 회절각을 가정하여 $\theta_x \approx X/Z$ 라고 할 때 결국 식 (8)과 식 (12)의 차이는 식 (8)에서 단순히 R을 Z로 대치하는 것과 같다.

식 (8)을 바탕으로 하여 큰 회절각에도 적용할 수 있는 프로그램을 만들고자 할 때 이 식을 그대로 사용하는 것은 기존 회절각 공간에서의 설계와의 괴리 때문에 설계상의 많은 불편을 초래할 수 있다. 이러한 직접적인 보정 방법보다는 기존의 회절각 기반의 설계를 그대로 사용하면서 식(8)을 바탕으로 위치에 대한 보정만을 적용하는 것이 더 바람직할 것이다. 이는 식 (12)에서 CGH 패턴에 관한 모든 정보는 푸리에 계수 C_{mn} 에 포함되어 있고 δ -함수는 오직 위치 정보만을 나타내고 있어서 특정한 회절 차수에 관한 광세기를 구하는 데는 이 식에 대한 보정이 필요 없기 때문에 가능한 일이다. 결국 목적하는 스크린 상의 좌표가 어떠한 회절차수에 대응되는지를 파악하고 그 회절 차수에 맞게 목적 이미지를 보정하는 것이 훨씬 간편한 일일 것이다.

그러나 현실적으로 주기적인 DOE를 사용하는 한 회절 무늬 공간은 회절 차수로 이루어진 정수형 공간 (integer space)이기 때문에 이의 보정은 고려해야 할 사항이 더 있게 된다. 이 경우 제 2 절에서 유도한 회절차수와 스크린 상의 좌표와의 관계를 다시 정리해보면 x, y 방향의 회절차수 m, n은 각각

$$m = \left(\frac{p_x}{\lambda} \right) \frac{X_m}{\sqrt{X_m^2 + Y_n^2 + Z^2}}, \quad n = \left(\frac{p_y}{\lambda} \right) \frac{Y_n}{\sqrt{X_m^2 + Y_n^2 + Z^2}} \quad (13)$$

으로 나타낼 수 있으며 우변의 가장 가까운 정수 값으로 설계하는 것이 바람직할 것이다.

그림 4을 통하여 이와 같은 보정 방법을 설명한다. 그림 4(a)를 스크린에서 목표로 하는 이미지라고 하자. 스크린 평면 (X,Y)는 CGH로부터 Z만큼 떨어져 있다. 편의상 홀로그램의 주기를 $p_x = p_y = 100\lambda$ 라고 설정하였다고 하자. 이 경우 식 (12)와 같은 작은 회절각을 사용한 경우의 회절각 공간에서 대응되는 위치들을 그림 4(b)에 표시하였다. 이 설계를 통하여 CGH를 제작하였을 경우 예상되는 홀로그램 이미지를 그림 4(c)에 보였다. 그림에서 보는 것처럼 원래 목적했던 위치와는 다른 곳에 무늬가 형성되며 그 차이는 식 (9)에 나타나 있는 것처럼 회절각이 클수록 더욱 커지게 된다. (a)와 같은 목표 이미지를 얻기 위해서 식 (13)으로부터 대응되는 회절차수를 구하여 그림 4(d)에 표시하였다. 목표와 유사한 이미지를 얻을 수 있음을 알 수 있다. 이와 같이 고의적으로 왜곡된 설계를 사용할 경우 그림 4(e)에 보이는 것처럼 목표이미지와 거의 같은 이미지를 얻게 될 것이다.

회절 각도를 보정하기 위한 차수의 변화를 알아보기 위해 그림 4의 몇 개 대표적인 점들에 대해 원래의 차수와 의도적으로 왜곡시킨 차수를 비교하여 표 2에 나타냈다. 중심으로 부터 멀어질수록 차수의 변화가 크음을 알 수 있다.

그림 4(e)의 보정 결과에서 보면 여전히 목표 이미지와 약간의 차이를 보이고 있다. 그 이유는 식 (13)에서 보듯이 회

표 2. 회절 각도를 보정하기 위해 의도적으로 왜곡시킨 회절 차수 (m,n)의 보정 전, 후 비교. (n,m)인 경우는 (m,n)인 경우와 같다.

보정 전	보정 후
(0,0)	(0,0)
(20,0)	(20,0)
(20,20)	(19,19)
(40,0)	(37,0)
(40,20)	(37,18)
(40,40)	(35,35)

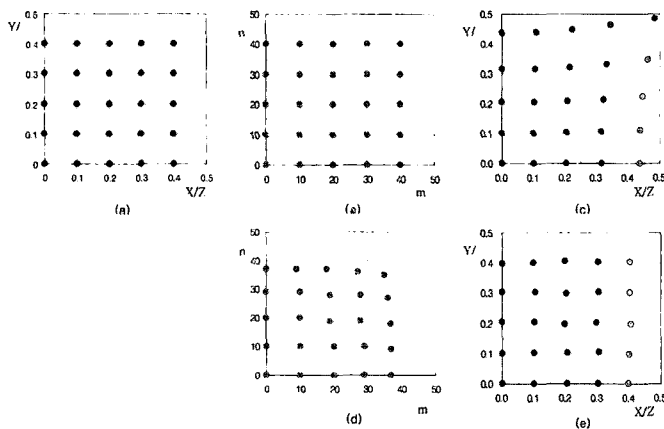


그림 4. 화면의 왜곡을 보정하기 위한 설계 방법 :

- (a) 평면 화면 위에 재현하려는 영상.
- (b) 홀로그램의 주기가 $p_x = p_y = 100\lambda$ 일 때 (a)의 각 점에 대응되는 회절 차수.
- (c) 보정하기 전에 예상되는 홀로그램 이미지.
- (d) 이미지 왜곡을 보정하기 위해 식 (13)을 이용하여 구한 회절 차수.
- (e) 회절 차수들 (d)와 같이 보정하여 설계한 홀로그램의 예상 이미지.

절 공간이 정수형 공간이기 때문에 발생하는 차이 때문이며 이를 줄이기 위해서는 파장에 비한 홀로그램의 주기를 더욱 크게 해야 한다.

IV. 토 의

회절각이 큰 CGH를 설계할 때, 일반적으로 많이 사용하고 있는 회절각 공간에서의 설계는 평면 스크린에서 관찰할 때 x, y 방향의 각 회절차수에 따라 위치에 대한 변화가 다르게

나타나기 때문에 목적하는 이미지의 심한 왜곡을 보이게 된다. 이를 보정하기 위한 작업으로 간단한 회절 이론을 통하여 큰 회절각에 적용 가능한 CGH 패턴과 평면 스크린에서의 위치에 대한 모델 방정식을 구하고 이를 실험으로 검증하였다. 이 모델 방정식을 사용하여 설계할 경우 이미지의 왜곡이 잘 보정될 것으로 판단되나 설계 프로그램의 교정이라는 큰 작업을 필요하다. 이를 피하기 위해 기존의 회절각 공간에서 설계하는 프로그램에서 고의적으로 왜곡된 이미지를 목적 이미지로 설정함으로써 스크린 상에서 원하는 이미지를 얻는 설계 방법을 제시하고 시뮬레이션을 통하여 검증하였다.

감사의 글

이 연구는 2004년 원광대학교 교내 연구비 지원에 의해 이루어졌습니다. 이 연구에 사용된 홀로그램은 (주)해빛정보에서 제작해 주었습니다. 이에 감사 드립니다.

참고문헌

- [1] W.-H. Lee, "Computer Generated Holograms : Techniques and applications," in *Progress in Optics XVI*, E. Wolf, Ed.(North-Holland, New York, 1978), pp. 119-232.
- [2] K. S. Urquhart, S. H. Lee, C. S. Guest, M. R. Feldman, and H. Farhoosh, "Computer aided design of computer generated holograms for electron beam fabrication," *Applied Optics*, vol. 28, no. 15, pp. 3387-3396, 1989.
- [3] M. Kajanto, E. Byckling, J. Fagerholm, J. Heikonen, J. Turunen, A. Vasara, and A. Salin, "Photolithographic fabrication method of computer-generated holographic interferograms," *Applied Optics*, vol. 28, no. 4, pp. 778-784, 1989.
- [4] J.-C. Lee, Y.-H. Oh, C.-S. Go, S. Lim, and S.-H. Kim, "Computer generated multi-phase hologram for high-resolution image generation," *Proc. SPIE*, vol. 4594, pp.464-470.
- [5] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics*(McGraw-Hill, New York, 1968), pp. 57-62.
- [6] J. D. Gaskill, *Linear Systems, Fourier Transforms, and Optics*(John Wiley & Sons, New York, 1978), pp. 362-379.

Correction of image distortion of CGH with a large diffraction angle

Jai-Cheol Lee[†], Yong-Ho Oh

*School of Electrical Engineering and Information Technology, Wonkwang University
344-2 Shinyongdong Iksan Jeonbuk, Korea 570-749*

[†]*E-mail: jclee@wonkwang.ac.kr*

Chun-Soo Go

*Division of Natural Sciences, Wonkwang University
344-2 Shinyongdong Iksan Jeonbuk, Korea 570-749*

(Received Juny September 23, 2004, Revised manuscript January December 29, 2004)

Most CGH programs use a model equation based on the diffraction angle. Therefore, if the diffraction angle is large enough, the image on a flat screen is distorted. To correct the distortion, we created the model equation from diffraction theory and verified it through experiment. We also suggest a design method that compensates for the distortion without changing the CGH program.

OCIS Codes : 050.1970, 090.1760, 090.1970.