

최소자승법을 이용한 원판형 절리의 직경분포와 체적빈도 추정에 관한 연구

송재준^{1)*}

A Study on the Estimation of Diameter Distribution and Volumetric Frequency of Joint Discs Using the Least Square Method

Jae-Joon Song

Abstract An estimation technique of the joint diameter distribution using the least square method is suggested. When utilizing the technique by Song and Lee, the diameter distribution would be obtained only from the trace length distribution defined in an infinite window after the trace length distribution is estimated from the contained trace length distribution. With the new technique, however, the diameter distribution can be directly obtained from the sample histogram of the contained trace lengths. Compared with the previous technique, it shows a more accurate result for small sizes of joint samples and provides the joint geometry parameter of volumetric frequency. Verification of this new technique was completed by using Monte Carlo simulations.

KeyWords diameter distribution, least square method, contained trace, volumetric frequency

초 록 이 연구에서는 최소자승법을 이용하여 절리의 직경분포를 추정하는 방법을 개발하였다. 이전에 Song and Lee가 제안한 방법에서는 현장에서 조사한 양끝내포선(contained trace) 분포로부터 무한 조사창에서 정의되는 절리선(joint trace) 길이 분포를 먼저 구하고 이 후에 직경분포를 구하게 된다. 그러나 새로 제안한 방법을 사용하면 중간 추정과정없이 현장에서 얻은 양끝내포선 분포로부터 바로 절리의 직경분포를 구할 수 있다. 이전의 방법과 비교할 때 새로 제안된 방법은 표본의 크기가 작을 때 조금 더 높은 추정정밀도를 보이며, 직경분포를 추정하는 과정에서 절리의 기하학적 파라미터의 하나인 체적빈도(volumetric frequency)도 제공한다. 새로운 추정법의 검증을 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 적용하였다.

핵심어 직경분포, 최소자승법, 양끝내포선, 체적빈도

1. 서 론

전산해석기술의 발전에 따라 암반을 불연속체로 모델링하는 수치해석기법이 많은 관심을 모으고 있다. 수치해석, 특히 불연속체 해석은 현장에서 불연속면을 얼마나 정밀하게 조사하고 정확하게 모델링하는가에 성공의 여부가 달려 있다. 기하학적인 관점에서 볼 때 3차원 공간에서 암반 절리를 모델링하는 것은 절리의 빈도(frequency)와 방향, 크기, 위치 및 형상 등의 요소를 결정하는 과정이라고 할 수 있다. 이러한 요소들은 대부분 확률분포로 표현된다는 특징이 있다.

현장에서 절리는 조사선(scanline)이나 조사창(sampling window)을 통해 측정한다. 이때 조사선 또는 조사창의 크기와 방향에 따라 절리의 방향, 빈도 및 크기에 대한 측정자료가 필연적으로 왜곡된 값을 가지게 된다. 이러한 자료에서 왜곡성을 제거하고 모수와 모집단 분포를 구하는 과정이 바로 해당 절리 파라미터에 대한 통계적 추정이라 할 수 있다.

절리의 크기를 정확히 측정하는 것은 매우 어려운 일이다^{8,11)}. 절리가 포아송 디스크 모델¹⁾을 따른다고 가정할 때 - 절리가 원판형이며 중심점의 위치는 3차원 공간에서 무작위로 결정된다고 할 때 - 절리의 직경분포를 얻는 방법은 크게 귀납법과 연역법으로 나누어 볼 수 있다. 귀납법에서는 직경분포의 종류와 파라미터를 일정하게 가정하고 이론적인 관계를 이용해 가정된 분포로부터 표본분포를 구한 뒤 이것을 실제 현

¹⁾ 서울대학교 지구환경시스템공학부 교수

* 교신저자 : songjj@snu.ac.kr

접수일: 2005년 4월 12일

심사 완료일: 2005년 4월 25일

장에서 조사한 표본분포와 비교한다. 이때 두 분포 사이의 오차가 일정수준 이하이면 처음에 가정한 직경분포를 모분포에 대한 적절한 추정분포로 받아들이고 추정과정을 종료하게 되나 오차가 클 경우 처음에 가정한 직경분포의 종류 또는 파라미터를 변화시킨 후 다시 같은 과정을 반복하게 된다. 따라서 이 방법은 일종의 반복계산에 의한 시행착오법이라 볼 수 있으며, 추정과정에서 확률분포의 종류와 파라미터를 결정해야 하므로 분포종속적(distribution-dependent) 방법이라 한다. 반면에 연역법은 분포독립적(distribution-independent or distribution-free)인 방법으로서 먼저 현장의 유한한 조사평면에서 측정된 절리선 길이분포로부터 무한 조사평면(조사창)에서 정의되는 절리선 길이를 추정하고, 추정된 절리선 길이로부터 직경분포를 추정하는 방법이다^{2,4,12}. 절리선 길이분포는 조사선 조사를 이용할 경우에는 절리선 전길이(complete trace length)분포 또는 절리선 반길이(semi-trace length)분포를 통해 추정하고⁹, 조사창 조사를 이용할 경우에는 양끝내포선 분포를 이용하여 추정한다¹⁰. 귀납법과 연역법은 서로 해석의 순서가 반대이지만(무한조사창에서의) 절리선 길이분포가 절리 직경분포의 적분함수로 표현되는 이론식을 사용한다는 점에서는 같다.

Song and Lee¹⁰가 제안한 절리직경추정법에서는 조사창에서 조사한 양끝내포선 분포로부터 무한평면상의 절리선 길이분포를 추정하고, 이 추정된 분포를 제안된 수치적 전환식에 적용하여 직경분포를 구한다. 여기서 양끝내포선은 양끝점이 조사창 내부에 있는 절리선을 의미하며, 수치적 전환식은 Warburton¹²이 밝힌 직경분포와 절리선 길이 누적분포와의 관계식을 이산함수로 표현한 뒤 그 역함수를 구한 것이다. Song and Lee¹⁰에 의하면 무한조사창에서의 절리선 길이분포를 구하는 과정에서 조사선 조사의 절리선 전길이 혹은 절리선 반길이 분포를 이용하는 것보다는 조사창 조사의 양끝내포선 길이분포를 이용하는 것이 더 효율적이고 추정의 정밀도도 높은 것으로 밝혀졌다. 이 연구에서는 양끝내포선으로부터 절리선 직경분포를 구하는 새로운 추정식이 제안되었으며 Song and Lee¹⁰의 경우와는 다르게 절리선 길이분포를 구하는 과정이 생략되었다. 절리직경분포는 현장에서 조사한 양끝내포선 길이의 히스토그램으로부터 최소자승법을 통해 직접 구해지며, 직경분포 추정과정에서 절리 중심점의 체적빈도도 산정된다.

2. 직경분포 추정식의 유도

2.1 기본가정 및 정의

절리는 원판형 형상을 가지며 중심점의 위치는 3차원 공간내에서 무작위로 결정되는 포아송디스크 모델을 가정하였다. 특정 절리군에 속한 절리들은 모두 평행하다. 이에 따라 같은 조사평면에 놓인 절리선들도 모두 평행하다. 직경분포의 추정은 절리군별로 수행하게 되며, 직경분포 추정은 서로 평행한 절리선 및 절리원판을 대상으로 한다.

먼저 폭과 높이가 각각 W 와 H 인 직사각형 조사창에서 양끝내포선을 조사하는 경우를 가정한다. Fig. 1과 같이 길이가 l 인 절리선이 조사창의 수평계선과 θ 의 각도를 이루는 경우를 생각한다.

이때 길이가 l 인 양끝내포선의 중심점이 놓일 수 있는 영역은 Fig. 1의 빗금친 직사각형 부분이다. 이 빗금친 영역의 면적 A_i^c 는 다음과 같이 계산할 수 있다¹⁰.

$$A_i^c = (W - l \cos \theta)(H - l \sin \theta) \quad (1)$$

직경이 l 이상인 절리원판은 조사창과의 거리를 적절히 조정하면 길이가 l 인 양끝내포선을 만들 수 있다. 이때 절리원판의 중심점이 위치할 수 있는 영역은 원판직경에 상관없이 식 (1)의 절리선 중심점 영역과 같은 면적을 갖게 된다. 만약 원판의 직경을 l 부터 연속적으로 증가시켜가며 길이가 l 인 양끝내포선을 만드는 원판 중심점 위치를 기록한다면 이는 Fig. 1의 빗금 친 직사각형을 원판의 방향에 따라 비스듬하게 조사창 상하공간에 쌓아가는 형태, 즉 조사창 법선방향으로 확장되어 가는 평행육면체의 형태를 갖게 된다.

이제 절리원판의 직경을 고정시키고 이 원판의 중심점 위치(조사창과의 거리)를 변화시켜 다양한 길이의 양끝내포선을 만드는 경우를 생각해 보자. 현장조사과정에서 절리선의 길이는 연속함수가 아닌 이산함수 형태인 히스토그램으로 표현된다. 양끝내포선 길이를 조사하여 히스토그램으로 나타낼 경우, 히스토그램의 임의의 한 구간에 해당하는 절리선 길이변화를 만들기 위

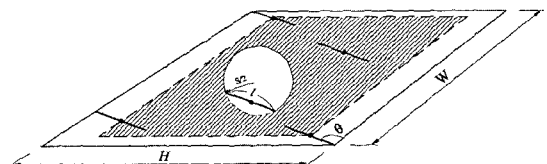


Fig. 1. Joint discs and traces in a rectangular sampling window

해서는 원판의 중심점이 한정된 공간 내에 위치하여야 한다. 이때 원판 중심점이 놓이는 공간은 한정된 부피의 평행육면체의 형태를 가지게 된다. 이 평행육면체의 크기를 정의하기 위해 먼저 Fig. 2와 같이 직경이 s 인 절리원판이 조사창에 교차하여 길이가 l 인 조사선(\overline{ab})을 만들 경우를 생각해 보자. 이때 중심점 O 에서 출발하여 절리선 \overline{ab} 의 중심을 지나는 직선이 원판경계선과 교차하는 점을 c 라 한다. c 와 \overline{ab} 사이의 거리 t 는 다음과 같이 s 와 l 의 함수로 나타낸다.

$$t = \frac{s - \sqrt{s^2 - l^2}}{2} \quad (2)$$

절리원판의 중심점과 조사창과의 거리가 증가하여 절리선이 $\overline{a'b'}$ 가 될 때 절리선의 길이를 $l-dl$ 이라 하면, 절리원판상에서의 \overline{ab} 와 $\overline{a'b'}$ 사이의 거리 dt 는 아래와 같이 정의할 수 있다.

$$dt = \frac{\sqrt{s^2 - (l-dl)^2} - \sqrt{s^2 - l^2}}{2} \quad (3)$$

여기서 dt 는 결과적으로 절리선의 길이가 dl 만큼 증가 또는 감소할 때 절리원판의 중심이 선분 \overline{oc} 상에서 이동하는 거리를 의미한다. 따라서 양끝내포선 길이의 히스토그램에서 $l-dl \sim l$ 구간의 절리선을 만드는 절리원판의 중심점이 존재할 수 있는 영역은 Fig. 3에 나타난 바와 같이 평행육면체의 내부공간이 된다.

이제 다시 다양한 직경의 절리원판을 이용하여 일정한 길이의 양끝내포선을 만드는 경우를 생각해 보자. Fig. 3에서는 서로 다른 세가지 직경의 절리를 이용하여 일정한 길이의 양끝내포선을 만들 때 각 직경의 절리원판 중심점이 위치하는 평행육면체 공간을 보여주고 있다. 이 그림에서는 직경이 변화함에 따라 평행육

면체의 두께가 달라지는 현상을 보여주기 위해 평행육면체의 높이를 다소 과장해서 나타내었다. S_1 은 주어진 양끝내포선을 만들 수 있는 원판 중 가장 작은 것의 직경, 즉 양끝내포선 길이와 원판직경이 같은 경우의 직경을 의미한다. dt_1 과 dt_2 는 직경이 각각 S_1, S_2 인 절리원판의 중심점을 절리원판면상에서 이동하여 양끝내포선 길이를 단위증분 만큼 변화시킬 때(예를 들어 $l \rightarrow l-dl$)의 중심점 이동거리를 나타낸다. ϕ 는 평행육면체의 기울어진 옆 면과 조사창에 평행한 수평면상 한 변이 이루는 예각으로서 절리면 법선벡터와 조사창의 법선벡터가 이루는 예각과 같은 값을 갖는다. Fig. 3과 식 (3)을 통해 알 수 있는 바와 같이 절리선 길이(l) 및 절리선 길이의 증분(dl)이 일정하다고 할 때 절리 직경이 큰 경우가 작은 경우보다 해당 절리선 길이변화($l \rightarrow l-dl$ 또는 $l-dl \rightarrow l$)를 만들기 위해 이동하는 중심점의 거리가 작게 되므로 평행육면체의 두께가 얇아진다. 따라서 Fig. 3에서 평행육면체의 한 변 길이가 dt_3 인 절리원판의 직경이 나머지 두 경우의 원판직경 S_1 과 S_2 보다 크게 된다. 이와 같은 현상은 결국 Fig. 2에서 보는 바와 같이 절리선 \overline{ab} 의 길이 변화율이 절리선 위치가 원판 중심점에서 멀어질수록 점점 커진다는 데 있다. Fig. 3에서 평행육면체의 수평단면적은 절리의 직경에 관계없이 일정한데, 이는 양끝내포선의 길이가 고정되었기 때문이다. 양끝내포선의 길이나 절리선/절리원판의 방향이 바뀌면 평행육면체의 수평단면적 A_f 는 식 (1)에 따라 변화한다.

2.2 유도과정

Fig. 1과 같은 직사각형 조사창을 가정할 때, 길이가 l 인 양끝내포선은 직경이 l 이상인 절리원판들에 의해 만들어 진다. 이때 조사창에서 관찰되는 길이가 l 인 양끝내포선의 평균 개수(N_f)는 결국 해당 길이의 양끝내

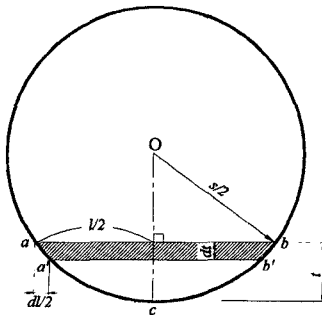


Fig. 2. Radial distance dl of a joint disc corresponding to the trace length variation of dl

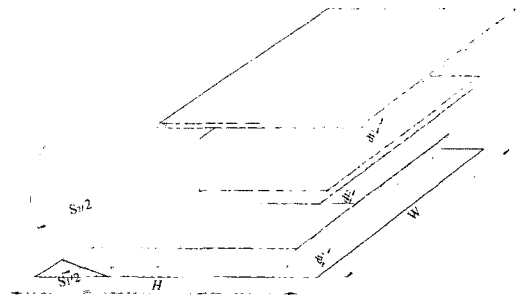


Fig. 3. Variation of the parallelepiped volume of disc center according to the change in joint diameter for a constant trace length

포선을 만드는 다양한 직경의 절리원판들의 중심점 개수와 일치하며 이 중심점 개수는 Fig. 3과 같은 다양한 두께의 평행육면체 내부에 존재하는 원판중심점 개수의 총합과 같다. 절리원판 중심점의 체적빈도(λ_v , 단위 부피의 암반내 존재하는 절리원판 중심점의 개수)와 원판 직경분포가 알려져 있을 때 상기 평행육면체 내부의 중심점 개수는 평행육면체의 부피와 특정 직경구간에 해당하는 절리 체적빈도의 곱으로 구할 수 있다. Fig. 3에서는 설명의 편의를 위해 조사창 상부공간에 위치하는 원판 중심점 위치영역(평행육면체)만을 나타냈지만 실제로는 같은 크기의 평행육면체가 조사창 하부공간에도 존재한다. 물론 두 평행육면체는 조사창으로부터 같은 거리만큼 떨어져 있게된다. 절리면의 법선벡터와 조사창의 법선벡터가 이루는 각을 ϕ 라 할 때 평행육면체의 부피는 $A_i^c \sin \phi dt$ 가 된다. 길이가 l 인 절리선은 직경이 l 이상인 절리원판만이 만들 수 있으므로 길이가 l 인 양끝내포선의 길이는 다음과 같이 결정된다.

$$N_i^c = 2A_i^c \sin \phi \lambda_v \int_l^{S_{\max}} c(s) dt ds \quad (4)$$

여기서 $c(s)$ 는 절리직경의 확률밀도함수이며, S_{\max} 는 직경의 상한선이다. dt 는 식 (3)에서 보는 바와 같이 직경 s 의 함수이므로 오른쪽의 적분함수내에 포함되어 있다.

이제 직경분포 $c(s)$ 를 이산함수로 가정하자. 절리선 길이 l 과 원판직경 s 가 해당 이산확률분포에서 각각 i 번째 및 j 번째 구간에 속한다고 하면 $dl = ds$ 일 때 l 과 s 는 각각 idl 과 jdl 로 대체할 수 있다. 식 (3)을 식 (4)에 적용하면 다음과 같은 이산함수를 만들 수 있다.

$$N_i^c = A_i^c \sin \phi \lambda_v dl^2 \sum_{j=i}^n \left[\left(\sqrt{j^2 - (i-1)^2} - \sqrt{j^2 - i^2} \right) c_j \right] \quad (5)$$

여기서 n 은 $c(s)$ 의 총 분할구간의 개수이다.

식 (5)는 아래와 같이 정의되는 a_{ij} 를 써서 다시 간단히 표현할 수 있다.

$$N_i^c = \sum_{j=i}^n a_{ij} c_j \quad (6)$$

여기서,

$$a_{ij} = A_i^c \sin \phi \lambda_v dl^2 \left(\sqrt{j^2 - (i-1)^2} - \sqrt{j^2 - i^2} \right) \quad (7)$$

식 (6)에서 N_i^c 는 길이가 $(i-1)dl \sim idl$ 인 구간에 속하

는 양끝내포선의 이론적 개수이다.

이제 N_i^c 을 i 번째 길이 구간에 속하는 현장조사 양끝내포선의 개수라 하면 각 구간의 오차제곱합은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$E^2 = \sum_{i=1}^n \left[N_i^c - \sum_{j=i}^n a_{ij} c_j \right]^2 \quad (8)$$

상기 오차제곱합이 최소가 되는 경우의 직경분포를 구하기 위해 다음과 같이 c_k 에 대해 편미분한다.

$$\frac{\partial E^2}{\partial c_k} = -2 \sum_{i=1}^k \left[\left(N_i^c - \sum_{j=i}^n a_{ij} c_j \right) a_{ik} \right] = 0, \quad 1 \leq k \leq n \quad (9)$$

식 (9)를 만족하도록 다시 정리하면 아래와 같다.

$$\sum_{i=1}^k \sum_{j=i}^n a_{ik} a_{ij} c_j = \sum_{i=1}^k N_i^c a_{ik}, \quad 1 \leq k \leq n \quad (10)$$

식 (10)을 행렬식의 표현으로 바꾸면 다음과 같이 간단히 나타낼 수 있다.

$$[A_{kj}] [c_j] = [b_k] \quad (11)$$

여기서,

$$A_{kj} = \sum_{i=1}^m a_{ik} a_{ij}, \quad m=j \text{ (at } k \geq j) \text{ or } m=k \text{ (at } k < j)$$

$$b_k = \sum_{i=1}^k N_i^c a_{ik}$$

만약 양끝내포선 길이의 히스토그램이 20개 구간으로 이루어져 있다면, 직경분포 c_j 는 (SOR(successive over relaxation)과 같은 solver를 이용해) 20×20 행렬식을 풀어 구하게 된다. 여기에서는 편의상 직사각형 조사창의 경우를 가정했지만 양끝내포선의 중심점이 놓이는 면적 A_i^c 만 적절히 정의하면 식 (11)은 조사창의 형상과는 상관없이 임의의 조사창에 대하여 적용할 수 있다. 예를 들어, 반경이 R 인 원형조사창의 경우라면 A_i^c 는 다음과 같이 정의된다^(10,13).

$$A_i^c = -l \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} \right)^2} + 2R^2 \sin^{-1} \left(\frac{\sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} \right)^2}}{R} \right) \quad (12)$$

상기식들에서 나타나는 a_{ki} 또는 a_{ij} 는 식 (7)에서와 같이 체적빈도 λ_v 를 포함한다. 체적빈도는 분포형태는

아니지만 절리직경분포와 함께 직접적으로 측정하는 것이 거의 불가능하므로 현장에서 증명하기 어려운 파라미터이다. 식 (7)에서 체적빈도는 하나의 상수로 취급되므로 0이 아닌 임의의 상수로 가정하고 직경분포를 구하여도 상관이 없다. 이는 확률밀도함수의 정의상 전체 분포영역의 면적이 1로 정규화(normalize)되므로 초기에 정의된 상수값은 영향을 상실하기 때문이다. 이때 체적빈도 λ_V 를 1로 하고 식 (11)로 직경분포를 구하면 정규화 이전의 직경분포 면적이 체적빈도를 의미하게 된다. 이것은 식 (7)을 식 (11)에 대입할 때 λ_V 항이 식 (11)의 양변에서 하나씩 상쇄되고 결국 c_j 항에 곱해진 상태로 해를 구하게 됨을 주목하면 쉽게 이해할 수 있다. 결과적으로 식 (11)을 이용하여 직경분포를 구하는 과정에서 체적빈도가 부산물로 얻어짐을 알 수 있다.

3. 추정식의 비교 및 검증

3.1 이전 이론식과의 비교

Song and Lee¹⁰⁾의 직경분포 추정이론을 적용한 결과와 비교함으로써 여기서 제안한 추정식을 검증하고 장단점을 비교하였다. Song and Lee의 이론에서는 다음과 같이 무한조사창에서 정의된 절리선 길이의 누적분포와 직경분포로 구성된 이산함수의 해를 구하게 된다.

$$c_{n-i} = \left[\frac{\mu_s}{ds} (1 - F_{n-i-1}) - \sum_{j=0}^{i-1} c_{n-j} \sqrt{(S_{\max} - jds)^2 - (S_{\max} - (i+1)ds)^2} \right] \sqrt{(S_{\max} - ids)^2 - (S_{\max} - (i+1)ds)^2}, \quad 0 \leq i \leq n-1 \quad (13)$$

여기서 F_{n-i-1} 는 절리선 길이의 누적분포이다.

이때 무한조사창에서의 절리선 길이분포 $f(l)$ 은 현장 조사 양끝내포선 길이분포 $f^c(l)$ 에 의해 다음과 같이 구해진다.

$$f(l) = \frac{N_{\text{cut}}^c}{\lambda_A A_l^c} f^c(l) \quad (14)$$

식 (13)에서 직경분포의 이산함수는 c_n 으로부터 c_1 까지 역순으로 구하게 되며, 평균직경 μ_s 는 초기에 임의의 상수를 할당한 다음 직경분포가 결정된 뒤 다시 구할 수 있다. Song and Lee¹⁰⁾의 제안식을 이용할 경우에는 식 (14)에 나타난 바와 같이 절리선의 평면빈도 λ_A 를 필요로 하는 반면, 여기서 유도한 식 (11)에서는 양끝내포선의 길이외에 추가로 구해야 하는 요소는 없음을 알 수 있다. 해를 구하는 과정을 비교한다면 식 (13)

은 명시적(explicit) 방법으로, 식 (11)은 암시적(implicit) 방법으로 볼 수 있다.

3.2 검증

식 (11)을 검증하고 성능을 평가하기 위해 Monte Carlo 시뮬레이션을 적용하였다. 가상의 입체공간에 직경이 대수정규분포를 따르는 절리원판을 생성하였다. 이때 직경의 평균 및 표준편차는 각각 5 m와 2.5 m로 하였다. 수평면상에 폭과 높이가 각각 54 m와 20 m인 직사각형 조사창을 설치하였다. 절리의 경사방향/경사는 030/45로 하고 절리중심점의 체적빈도는 0.01 m³에서 0.4 m³의 범위까지 바뀌며 선택하였다.

Fig. 4는 절리원판 체적빈도가 0.02 m³ 일 때 생성된 조사선의 예를 보여주고 있다. 이 조사창에는 총 85개의 절리선 중 69개의 양끝내포선이 존재한다. 가상의 조사창에 존재하는 양끝내포선의 길이를 측정하여 식 (11)의 입력자료로 사용하였고, 양끝내포선의 길이를 포함해 양끝내포선과 한끝내포선(dissecting trace)의 개수를 측정하여 식 (13)의 입력자료로 활용하였다. 직경의 모분포와 추정분포의 확률밀도값을 구간별로 비교하여 각 구간에서의 차의 절대값을 모두 합한 수치를 추정분포의 오차로 정의하였다. 같은 직경분포 및 체적빈도 조건에 대하여 시뮬레이션을 10차례 반복한 다음 각 시뮬레이션에서 계산된 오차의 평균값을 취하였다.

Fig. 5는 두가지 추정법을 이용하여 추정된 직경분포의 오차를 보여준다. 이 그래프의 종축에서 P.D.F는 확률밀도함수(Probability Density Function)를 의미한다. 속이 빈 사각형으로 표시된 'Direct conversion'은 식 (13)을 이용한 추정을 의미하고, 'L.S.M'은 오차의 최소자승법을 이용한 식 (11)의 경우를 나타낸다. 이 결과에서 보는 바와 같이 추정오차는 양끝내포선의 개수가 증가함에 따라 지수적으로 감소한다. 표본의 크기가 300개 이상이 되면 추정의 정밀도를 높이는 효율이 매

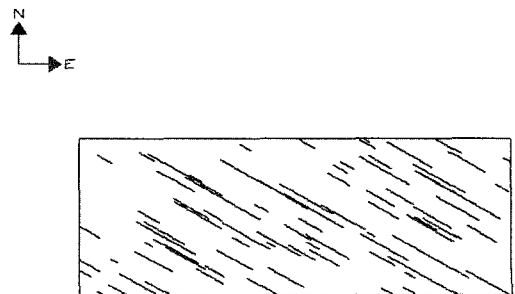


Fig. 4. Joint traces generated in Monte Carlo simulation at $\lambda_V = 0.02 \text{ m}^3$

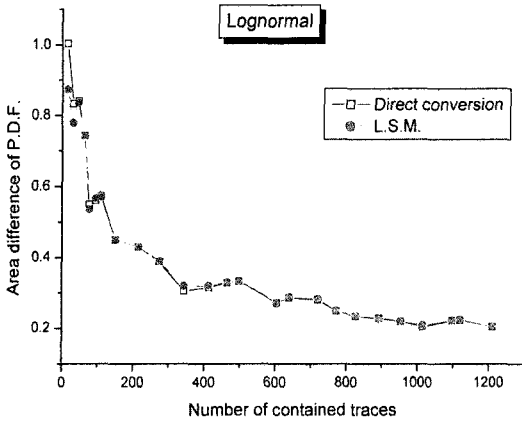


Fig. 5. Errors in the estimation of diameter distribution

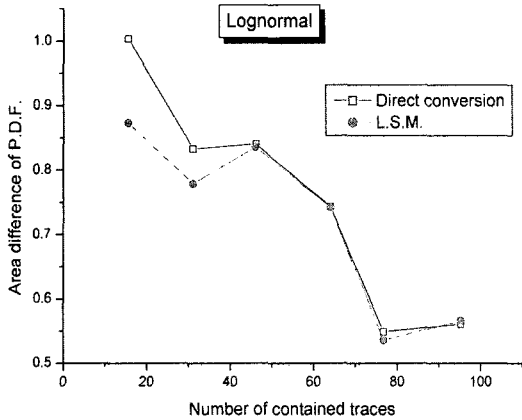


Fig. 6. Error at the sample size of 100 or less

우 낮아짐을 알 수 있다. 100개 이하의 영역외에는 두 가지 방법으로 추정된 결과가 서로 비슷한 정도의 오차를 보임을 알 수 있다.

Fig. 6는 Fig. 5의 표본의 크기가 100개 이하인 영역을 확대해서 나타낸 것이다. 이와 같이 작은 표본의 크기에서 L.S.M.으로 구한 결과가 Direct conversion의 경우보다 낮은 오차를 보임을 알 수 있다. 일반적인 현장조사에서 하나의 절리군에 속한 양끝내포선의 개수가 수백개를 넘지 않는 상황을 고려할 때 표본의 크기(조사된 양끝내포선의 개수)가 작은 구간에서의 추정정

밀도 향상은 중요한 의미를 갖는다고 할 수 있다.

앞서 설명한 바와 같이 체적빈도는 식 (11)을 이용할 경우 직경분포추정의 부산물로 얻을 수 있다. 식 (13)을 이용하는 경우에는 면적빈도(λ_A)와 평균직경(μ_s), 그리고 절리면과 조사면 사이의 각도(ϕ)를 이용하여 구하게 된다: $\lambda_A / \sin \phi \mu_s$. Table 1에는 두가지 추정법에서 구한 체적빈도의 오차가 제시되어 있다. 여기에서 체적빈도의 오차는 역시 표본의 개수가 커짐에 따라 작아짐을 볼 수 있고 그 크기는 Direct conversion(D.C.)의 경우보다 L.S.M.을 이용하는 경우가 더 작은 것을 확인할 수 있다. 이러한 차이는 D.C.를 이용할 경우 체적빈도를 추정하는 과정에서 먼저 절리선 평면빈도를 추정하는 과정이 들어 있기 때문인 것으로 볼 수 있다. 추정과정에는 필연적으로 불확실성이 포함되므로 한단계의 추정을 더 거치게 되는 D.C.의 경우 체적빈도의 추정오차가 L.S.M.의 경우보다 증가하는 것이다. 이때 평면빈도를 추정하는 과정에서는 Mauldon⁶⁾의 Point-estimator를 적용하였다. Lyman⁵⁾에 의해 Mauldon의 Point-estimator는 불편향 최우추정량(unbiased maximum likelihood estimator)이며 최소의 분산을 갖는 매우 우수한 추정량인 것으로 밝혀졌다.

4. 현장적용

이 연구에서 개발한 절리직경 및 체적빈도 추정법을 OO 지하 LPG비축기지 공동층벽에서 조사한 자료에 적용하였다. 절리조사는 Fig. 7의 Bench-I 벽면에 설치한 10 m × 5 m의 직사각형 조사창을 통해 이루어졌다. 2개의 조사창에서 총 351개의 절리가 조사되었으며 절리군 방향 분석결과 4개의 절리군이 존재하는 것으로 나타났다. 여기에서는 4번 절리군에 대하여 절리직경과 절리 중심점의 체적빈도를 분석하였다. 4번 절리군의 경우 총 42개의 양끝내포선을 포함하고 있다. 이 양끝내포선들은 1.6 m 이하로 짧은 편이어서 설치한 조사창의 크기는 충분한 것으로 판단할 수 있다. 만약 현장 절리선의 평균 길이가 커지면 충분한 수의 절리선 표본을 확보하기 위해 조사창의 크기도 그에 비례하여 확대되어야 할 것이다. Table 2는 4번 절리군에 해당하는 양끝내포선의 표본 개수를 길이별로 구분하여 보여주고

Table 1. Error % of the estimated volumetric frequency from direct conversion(D.C.) and least square method(L.S.M.)

N_{all}^c		91.9	282.2	347.1	410.2	518.5	650.4	837.5	1090.6	1203
Error %	D.C.	8.2	7.6	9.3	11.2	8.5	8.3	8.1	7.7	6.9
	L.S.M.	8.2	3.6	5.1	5.9	2.2	3.0	2.5	1.6	0.7

Table 2. Number of contained traces according to the length

Length	0.01	0.299	0.498	0.698	0.897	1.097	1.296	1.495
Number of samples	11	14	9	3	2	1	1	1

있다.

Fig. 7은 절리직경의 추정 결과를 보여준다. 막대그래프는 Table 2에서의 조사결과를 확률밀도함수로 환산한 값이며 점과 직선으로 나타낸 분포가 이 연구에서 개발한 추정기법을 적용한 결과이다. 양끝내포선 분포가 대수정규분포와 닮아있는데 반해 직경분포는 상대적으로 길이가 짧은 구간의 확률밀도값이 크고 길이가 긴 부분은 양끝내포선 분포의 경우보다 작은 값을 보임을 확인할 수 있다. 이러한 결과는 평면조사창에서 나타나는 절리크기의 왜곡현상으로 인한 것으로서 크기(직경)가 큰 절리면일수록 조사창에 교차하여 조사선을 만들 확률이 커진다는 사실을 말해 준다. 바꾸어 말하면 크기가 작은 절리면들은 조사창에 교차할 확률이 크기가 큰 절리면들에 비해 상대적으로 작기 때문에 실제 공간에서는 높은 빈도를 가진다 할 지라도 조사창에는 상대적으로 작은 빈도로 나타나게 된다.

절리직경을 추정하는 과정에서 4번 절리군의 체적빈도는 2.499 m^3 로 산출되었다. 그러나 이것은 2개의 나란한 조사창에서 조사된 것을 합한 자료를 이용한 것이므로 실제 4번 절리군의 체적빈도는 2.499 m^3 의 50% 수준인 것으로 판단할 수 있다. 참고로 동일한 크기의 조사창을 나란히 설치하고 조사결과를 합하여 사용할 경우 직경분포에는 영향이 없으나 절리선이나 절리면의 빈도를 계산할 때에는 조사창의 수에 따라 환산을 해 주어야 한다.

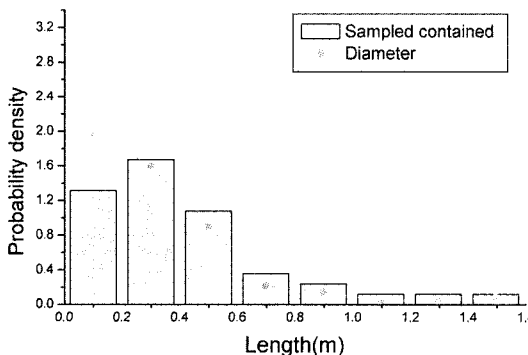


Fig. 7. Diameter distribution and contained trace length histogram

5. 결 론

이 연구에서는 최소자승법을 이용하여 직경분포를 추정하는 새로운 방법을 제안하고 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 검증하였다. 이전에 개발된 추정법과 비교하여 장점을 알아보았고 추정과정의 부산물이라 할 수 있는 체적빈도의 추정에 대하여도 살펴보았다. 이 연구의 주요 결론은 다음과 같다.

- 1) 가상의 절리선 길이분포를 필요로 하지 않고 양끝내포선의 길이분포만을 이용하여 직경분포를 구하는 추정식을 유도하였다. 이 추정식은 현장에서 조사한 양끝내포선의 개수와 기하학적 관계로부터 유도한 양끝내포선 개수 사이의 오차 제곱합을 최소화시키는 과정을 통해 유도되었다.
- 2) 제안된 추정법은 이전의 Song and Lee의 방법과 비교했을 때 전반적으로 비슷한 수준의 추정오차를 나타냈으나 양끝내포선 표본의 크기가 100개 이하인 경우에는 보다 낮은 오차를 보였다.
- 3) 이 연구에서 제안한 추정법을 적용하는 과정에서 체적빈도를 구할 수 있음을 보였다. 여기에서 구한 체적빈도와 평면빈도 등을 이용하여 구한 체적빈도의 오차를 비교한 결과 전자가 더 우수한 것으로 나타났다.

감사의 글

이 논문은 2004년도 학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2004-003-D00495).

참고문헌

1. Baecher, G.B., HH Einstein and N.A. Lanney, 1977, Statistical description of rock properties and sampling. 18th U.S. Symposium on Rock Mechanics, 1-8.
2. Baecher, G.B. and N.A. Lanney, 1978, Trace length biases in joint surveys. 19th U.S. Symposium on Rock Mechanics, Vol. 1, 56-65.
3. Dienes, J.K., 1979, On the inference of crack statistics from observations on an outcropping. 20th U.S. Symposium on Rock Mechanics, Austin, Texas, 259-63.
4. Kulatilake, P.H.S.W. and T.H. Wu, 1986, Relation between

- discontinuity size and trace length. 27th U.S. Symposium on Rock Mechanics, Tuscaloosa, Alabama, 130-133.
5. Lyman, G.J., 2003, Rock fracture mean trace length estimation and confidence interval calculation using maximum likelihood methods, *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.*, 40.6, 825-832.
 6. Mauldon, M., 1998, Estimating mean fracture trace length and density from observations in convex windows. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 31.4, 201-216.
 7. Pahl, P.J., 1981, Estimating the mean length of discontinuity traces. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 18, 221-8.
 8. Priest, S.D., 1993, *Discontinuity analysis for rock engineering*. London: Chapman & Hall.
 9. Priest, S.D. and J. Hudson, 1981, Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. *Int. J. Rock Mech. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 18, 183-97.
 10. Song, J.J. and C.I. Lee, 2001, Estimation of joint length distribution using window sampling. *Int. J. Rock Mech. & Min. Sci.*, Vol. 38, 519-528.
 11. Villaescusa, E. and E.T. Brown, 1992, Maximum likelihood estimation of joint size from trace length measurements. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, Vol. 25, 67-87.
 12. Warburton, P.M., 1980, A stereological interpretation of joint trace data. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr.*, Vol. 17, 181-190.
 13. Zhang, L. and H.H. Einstein, 1998, Estimating the mean trace length of rock discontinuities. *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 31. 4, 217-235.

송재준

1993년 서울대학교 공과대학 자원공학과
공학사

1995년 서울대학교 대학원 자원공학과
공학석사

2000년 서울대학교 대학원 지구환경시스
템공학부 공학박사

Tel: 02-880-9043

E-mail: songjj@snu.ac.kr

현재 서울대학교 지구환경시스템공학부
교수

