

새로운 형태의 Closed-Form 그린함수의 유도를 위한 근사 경로의 최적선택

An Optimum Choice of Approximation Path for Derivation of New Class of Closed-Form Green's Functions

이 영 순 · 김 의 중*

Young-Soon Lee · Eui-Jung Kim*

요 약

본 논문에서는 MoM 행렬 요소의 해석적 계산이 가능한 새로운 형태의 closed-form 그린함수 유도를 위한 최적의 근사화 경로 선택을 3-단계 근사화 방법 및 SDP(Steepest Descent Path) 방법을 고려하여 제시하였다. 본 논문의 방법으로 유도된 새로운 형태의 closed-form 그린함수 계산 결과가 기존의 방법과 달리 파수 영역 그린함수의 사전조사 없이도 넓은 주파수 범위에서 보다 정확한 결과를 주고 있음을 알 수 있었다. 본 논문이 제안하는 방법의 타당성을 확인하기 위하여 몇 가지 수치 결과들을 제시하였다.

Abstract

Based upon three level approximation and the steepest descent path(SDP) method, we consider an optimum choice of approximation path for derivation of new class of closed-form Green's functions which can lead to the analytic evaluation of MoM(Method of Moment) matrix elements. It is observed that the present method can give more accurate evaluation of the spatial Green's functions than the previous method, even without the advance investigation of the spectral functions, over a wide frequency range. In order to check the validity of the present method, some numerical results are presented.

Key words : New Class of Closed-Form Green's Function, Deformed Integration Path

I. 서 론

최근 10년 동안 SI(Sommerfeld Integral)의 형태로 표현되어지는 다층 평판 구조체의 공간영역 그린함수를 계산하는데 있어, 긴 계산시간을 필요로 하는 수치적분을 하지 않고도 그린함수 값을 해석적으로 구할 수 있는 다양한 CGF(Closed-form Green's Function) 방법들이 제안되었다^{[1]-[3]}. 이와 같은 CGF의 유도를 위한 연구와 병행하여, 유도된 CGF의 사용

시 얻어지는 MoM 행렬 요소의 계산시간을 효과적으로 줄이기 위한 다양한 방법들도 제안되고 있다 [4]-[6].

참고문헌 [4]에서는 CGF를 Taylor 급수 전개를 통해 5차 다항식으로 근사화 하여 MoM 행렬 요소를 해석적으로 구할 수 있는 방법을 제안하였다. 이 방법은 행렬 요소까지도 수치적분 없이 closed-form으로 구해지므로 행렬 요소의 계산시간을 매우 효과적으로 줄일 수 있는 방법이긴 하나, CGF의 다항식 근

「본 연구는 금오공과대학교 학술연구비에 의하여 연구된 논문임.」

금오공과대학교 전자공학부(School of Electronic Engineering, Kumoh National Institute of Technology)

* (주)오성전자 리모컨사업부 연구소(Ohsung Electronics)

· 논문 번호 : 20050215-015

· 수정완료일자 : 2005년 4월 4일

사화로 인한 그린함수 값의 오차 발생의 문제점뿐만 아니라 CGF의 고차(5차) 다항식 근사화로 인하여 closed-form 행렬 요소의 표현 항이 너무 많다는 것이 문제점으로 지적되고 있다. 이 방법과는 달리 참고문헌 [5]와 [6]에서는 CGF의 근사화 없이 행렬요소들을 단일 적분만으로 단순화하여 구할 수 있는 효율적인 수치계산 방법들을 제안하였다.

최근에는 CGF의 근사화 없이도 MoM 행렬 요소를 해석적으로 구할 수 있는 새로운 형태의 CGF 방법이 제안되었다^{[7],[8]}. 기존의 CGF 방법^{[1]~[3]}에서는 SI 형태(적분 변수 k_z)로 표현되어지는 공간영역 그린함수의 피적분함수(integrand)를 복소 k_z -평면상에서 복소 지수함수의 합으로 근사화한 후 Sommerfeld 항등식을 사용하여 초월함수 형태인 e^{-jkr}/r 의 합 형태로 CGF를 구한다. 이와는 달리 새로운 형태의 CGF^{[7],[8]}는 지붕 함수 및 펄스 함수 등을 기저 함수로 사용하는 MoM(예로 Galerkin 법)에 적용시 행렬 요소의 해석적 계산이 가능한 대수적(algebraic) 함수 형태인 $w(w^2 + \rho^2)^{-3/2}$ 의 합 형태로 표현되어진다. 이와 같이 참고문헌 [7]과 [8]에서의 CGF는 함수의 형태 면에서 초월함수의 합의 형태로 표현되어지는 기존의 CGF^{[1]~[3]}와는 달리 MoM에 적용시 유용한 형태인 대수함수 합의 형태로 표현되어지므로 새로운 형태(new) CGF로 불리고 있으며, 이후 편의상 본 논문에서는 G-E(Ge-Esselle) CGF로 부르기로 한다.

Sommerfeld 항등식(적분 변수 k_z)을 사용하는 기존의 방법^{[1]~[3]}과는 달리 G-E CGF 방법^{[7],[8]}에서는 Bessel 함수의 적분공식(적분 변수 k_ρ)을 사용해야 하므로 피적분 함수를 기존의 방법에서 복소 k_z -평면상에서 복소 지수함수의 합으로 근사화하는 것과는 달리 복소 k_ρ -평면상에서 근사화 해야만 한다. 그러므로 복소 k_ρ -평면상에서 피적분 함수를 복소 지수 함수의 합 형태로 근사화하기 위해서는 본래의 SIP(Sommerfeld Integral Path)를 파수 영역 변수(k_ρ)와 공간 영역 변수(ρ) 사이의 선형 변환이 가능한 직선 형태의 근사화 적분 경로로 변형(deform)을 해야만 한다. 이와 같이 G-E CGF 유도과정에 필수적으로 발생하는 SIP의 변형의 잘못된 선택은 부정확한 그린함수 값을 줄 수 있으므로 신중한 선택을 필요로 하며, 적분 경로의 선택에 따른 그린함수 계산 결과

와 문제점들은 참고문헌 [9]에 기술되어 있다. 또한 참고문헌 [7]에서도 변형된 근사화 적분 경로와 관련된 매개변수 선택에 관한 어려움을 밝히고 있다.

본 논문에서는 이와 같은 매개변수 선택의 어려움을 해소하고 보다 정확한 그린함수의 값을 줄 수 있는 G-E CGF 유도를 위한 복소 k_ρ -평면상에서 최적의 근사화 적분 경로를 검토하여 제시하고자 한다.

II. G-E CGF 방법

이 장에서는 G-E CGF 방법^{[7],[8]}에 대하여 간략히 살펴보고 이 방법을 이용하는데 있어서의 어려운 점들을 살펴보고자 한다. 일반적으로 마이크로스트립과 같은 평면 다층 구조에 대한 공간영역 그린함수는 다음 식과 같은 Sommerfeld 적분 식으로 표현되어진다.

$$G(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} H_0^{(2)}(k_\rho \rho) k_\rho \tilde{G}(k_\rho) dk_\rho \quad (1a)$$

$$G(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(k_\rho) e^{-jk_\rho \rho} dk_\rho \quad (1b)$$

여기에서, $H_0^{(2)}(\cdot)$ 는 0차 2종 Hankel 함수를 나타내고, $\tilde{G}(k_\rho)$ 는 파수영역 그린함수를 나타낸다.

기존에 제안되었던 CGF 방법들^{[1]~[3]}에서는 파수영역 그린함수를 복소 지수함수의 합 형태로 근사한 다음 Sommerfeld 항등식을 이용하여 식 (1)을 해석적분하게 된다. 그러나 G-E CGF 방법^{[7],[8]}에서는 기존의 방법들과는 달리 다음 식과 같은 Bessel 함수의 적분 공식을 이용하게 된다.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-k_\rho w} k_\rho J_0(k_\rho \rho) dk_\rho = \frac{w}{(w^2 + \rho^2)^{3/2}} \quad (2)$$

여기에서, $J_0(\cdot)$ 는 0차 1종 Bessel 함수이다. 식 (2)의 적분공식을 사용하기 위하여 식 (1a)을 다시 정리하면 다음과 같이 표현되어진다.

$$G(\rho) = 2 \int_0^{\infty} \tilde{G}(k_\rho) k_\rho J_0(k_\rho \rho) dk_\rho \quad (3)$$

식 (3)에 포함된 파수영역 그린함수 $\tilde{G}(k_\rho)$ 가 복소 지수함수의 합 형태로 표현되면 식 (2)을 이용하여 식 (3)은 해석적 변환이 가능하게 됨을 알 수 있다. 앞서 언급한 바와 같이 복소 k_ρ -평면상에서 피

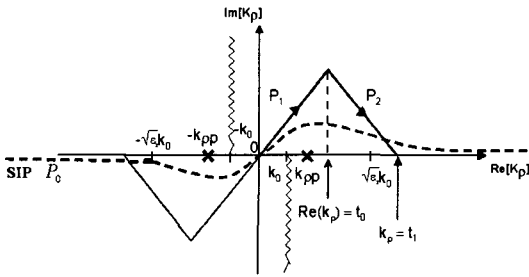


그림 1. 실수축 상의 Sommerfeld 적분경로 P_0 (점선)와 참고문헌 [7]에서의 근사화 경로들(P_1 , P_2 실선)

Fig. 1. The Sommerfeld integral path P_0 along the real axis(dotted line) and deformed paths P_1 and P_2 used in [7](solid line).

적분 함수를 복소 지수 함수의 합 형태로 표현하기 위해서는 본래의 SIP를 직선 형태의 근사화 적분 경로로 변형을 해야 하는데, 참고문헌 [7]과 [8]에서 사용된 근사화 적분 경로는 그림 1과 같다. 그림 1은 복소 k_ρ -평면상에서 적분 경로들을 제시한 그림이며, 파선은 branch-cut이며 점선은 original SIP이고 실선 P_1 및 P_2 는 근사화 경로들로 매개 변수식(parametric equation)들은 다음 식과 같다.

$$P_1 : k_\rho \approx t + j \frac{t}{T_0}, \quad 0 \leq t \leq t_0 \quad (4a)$$

$$P_2 : k_\rho \approx t + j \frac{(t_1 - t)t_0}{T_0(t_1 - t_0)}, \quad t_0 \leq t \leq t_1 \quad (4b)$$

여기에서, t_0, t_1 은 근사 경로들의 종단점(truncation point)을 결정하는 파라미터로써 복소 k_ρ -평면상에서의 각 종단점의 실수 값에 해당된다. 그리고 $1/T_0$ 는 첫 번째 근사 경로(P_1)의 기울기를 나타낸다.

참고문헌 [7]에서의 방법에 따라 파수 영역 그린 함수 $\tilde{G}(k_\rho)$ 는 다음과 같이 두 개의 복소 지수함수의 합 형태로 근사된다.

$$\tilde{G}(k_\rho) \approx \sum_{i=1}^{M_1} c_i e^{-d_i k_\rho} + \sum_{j=1}^{M_2} a_j e^{-b_j k_\rho} \quad (5)$$

여기에서 c_i, a_j 는 복소 계수(coefficient)를 나타내고 있으며 d_i, b_j 는 복소 지수(exponent)를 나타낸다. 복소 계수 및 지수들은 GPOF(Generalized Pencil Of Function)법을 이용한 근사화 과정에서 구해지게 되

며, 복소 지수에 해당하는 d_i, b_j 의 실수부(real part)는 반드시 양수(positive)이어야 한다.

식 (5)와 같이 근사된 파수영역 그린함수를 식 (3)에 대입하고 식 (2)를 이용하여 해석 적분하면 공간 영역 그린함수는 다음과 같은 CGF로 구해진다.

$$G(\rho) \approx \sum_{i=1}^{M_1} \frac{c_i d_i}{(d_i^2 + \rho^2)^{3/2}} + \sum_{j=1}^{M_2} \frac{a_j b_j}{(b_j^2 + \rho^2)^{3/2}} \quad (6)$$

앞서 언급한 바와 같이 식 (6)과 같은 형태로 표현된 그린함수를 MoM에 적용하게 되면 모멘트 행렬 요소를 수치적분(numerical integration) 하지 않고 해석적분에 의해 계산할 수 있게 된다. 즉 그린함수가 대수적인(algebraic) 함수 형태를 갖기 때문에 모멘트 행렬 요소를 해석 적분에 의해 계산할 수 있게 된다. 그러나 이 방법을 이용하여 그린함수를 단순함수 형태로 유도하는 과정에서는 몇 가지 어려움이 있다. 그것은 근사 과정에 사용되는 파라미터들의 선택에 따라 계산된 그린함수의 값이 많은 영향을 받는다는 것이다. 이러한 파라미터들은 SIP를 근사 경로로 변형하는데 사용되는 것들로서 매우 신중히 선택되어야 한다. 이를 간략히 정리하면 다음과 같다.

- 1) 첫 번째 근사 경로의 기울기를 결정하는 T_0 의 선택은 근사 과정의 정확도에 매우 큰 영향을 준다.
- 2) 근사 파라미터들이 부적합하게 선택되는 경우, 복소 지수에 해당하는 d_i, b_j 가 음의 실수부를 갖게 된다. 이 경우 새로운 파라미터의 선택을 위해 파수 영역 함수를 재조사하는 과정이 반복되어야 한다.
- 3) 위의 과정을 통하여 적절한 근사 계수가 선택되었다더라도 전원점(source point)과 관찰점(observation point) 사이의 거리가 매우 가깝거나 먼 경우, 식 (6)에 의해 계산된 그린함수의 값이 부정확하게 계산될 수 있다. 그 이유는 근사 경로를 선택하는 과정에서 파수 영역 그린함수의 크기만이 고려되기 때문으로 생각된다. 따라서 근사 경로의 선택 과정에 참고문헌 [3]에서 제시된 견실한(robust) 접근방법과 참고문헌 [9]에 제시된 SI의 효율적인 계산 방법 등이 고려되어야 할 것으로 사료된다.

III. 최적의 근사화 적분경로

이 장에서는 앞서 언급한 바와 같이 근사화 적분 경로의 부적합한 선택에 따라 발생하는 문제점들을 해소하기 위한 최적의 근사화 적분 경로의 선택 방법을 고려해 보고자 한다. 이를 위하여 참고문헌 [3]에서 제안된 견실한 접근방법에 대해 먼저 살펴보기로 한다. 참고문헌 [3]에서는 기존의 CGF 유도를 위한 견실한 접근방법으로 그림 2와 같이 2-단계 근사 적분 경로를 제안하였다.

그림 2에서 알 수 있듯이 2-단계 근사 경로는 복소 k_ρ -평면상의 경로 C_{ap2} 와 실수축 상의 경로 C_{ap1} 로 구성되어 있다. 참고문헌 [1]에서와 같은 1-단계 근사 과정에서는 C_{ap2} 만을 고려하였으나, 이와는 달리 참고문헌 [3]에서는 보다 넓은 영역에서의 파수 영역 함수 영향을 고려할 수 있도록 하기 위해 실수축 상의 경로(C_{ap1})를 포함한 2-단계 경로를 사용하였다.

참고문헌 [7]에서 언급된 2-단계 근사 경로는 이러한 기존의 2-단계 근사 경로와는 다른 의미를 갖는다. 즉 근사 과정이 2 단계로 이루어진다는 의미로는 이해될 수 있으나, 참고문헌 [3]에서 제안된 견실한 접근 방법과는 달리 복소 k_ρ -평면상에서 근사 경로 C_{ap2} 만을 이용한 1-단계 근사화 방법을 사용했다고 볼 수 있다. 이와 같은 이유를 쉽게 이해할 수 있도록 참고문헌 [3]에서 사용된 복소 k_ρ -평면에서의 2-단계 근사화 경로를 그림 3에 제시하였다. 그림 3에서 볼 수 있듯이 참고문헌 [7]에서 사용된 근사 경로 P_1, P_2 는 복소 k_ρ -평면상의 근사 경로(C_{ap2})에만 해당되므로, C_{ap2} 의 종단점 이후 무시되어질 수

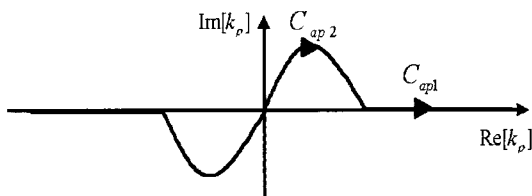


그림 2. 참고문헌 [3]에서 사용된 2-단계 근사화 경로 C_{ap1}, C_{ap2}
Fig. 2. The two-level approximation paths C_{ap1} and C_{ap2} used in [3].

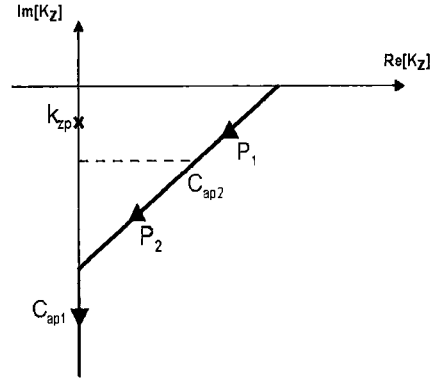


그림 3. 복소 k_z -평면상의 근사화 경로
Fig. 3. The approximation paths on the complex k_z -plane.

도 있는 파수영역 함수의 기여를 고려하기 위해 도입되었던 경로 C_{ap1} 이 포함되지 않았음을 쉽게 이해할 수 있다. 그러므로 그림 4에서 보는 바와 같이 새로운 적분경로 P_3 를 도입하는 것이 보다 견실한 접근방법일 것으로 판단된다.

그러므로 본 논문에서의 CGF 방법에서 사용되어질 근사 경로의 매개 변수 방정식(parametric equation)은 다음과 같다.

$$P_1 : k_\rho = t + j \frac{t}{T_0}, \quad 0 \leq t \leq t_0 \quad (7a)$$

$$P_2 : k_\rho = t + j \frac{(t_1 - t)t_0}{T_0(t_1 - t_0)}, \quad t_0 \leq t \leq t_1 \quad (7b)$$

$$P_3 : k_\rho = k_0 t, \quad t_1 \leq t \leq t_2 \quad (7c)$$

여기에서 t_2 는 그림 4에 나타낸 세 번째 경로 P_3 의 종단점에 해당한다.

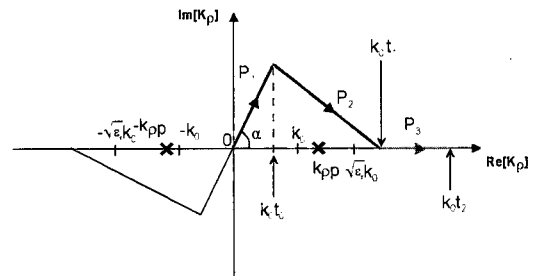


그림 4. 본 논문의 CGF 방법에 사용되는 근사화 경로
Fig. 4. The approximation paths used in the present CGF method.

앞서 밝힌 바와 같이 CGF 방법에서는 파수영역 그린함수를 복소 지수 함수의 합 형태로 근사하기 때문에 식 (7)에 사용되어질 파라미터들(T_0, t_0, t_1 and t_2)이 선택되어야 한다. 파라미터들의 선택은 파수 영역 그린함수를 사전 조사함으로써 이루어지게 되는데, 기존 연구들에서는 각 파라미터들의 최적 선택방법 보다는 선택 가능한 범위(range)만이 제시되어 있다. 또한 주파수(frequency) 또는 해석구조가 달라질 때마다 새로운 파라미터의 선택이 필요하게 된다는 번거로움이 지적된 바 있다^{[9]~[11]}.

3-1 T_0 의 최적값 선택 방법

근사 파라미터 T_0 는 첫 번째 근사 경로 P_1 의 기울기를 결정하게 된다. 그리고 P_1 경로의 기울기는 steepest descent path(SDP)^[12] 방법에서와 유사하게 결정되어야 한다. 그 이유는 식 (1b)와 같이 표현된 Sommerfeld 적분에서 알 수 있듯이 $k_\rho=0$ 인 점(좌표축의 원점)에 saddle point가 존재하기 때문이다. SDP 방법을 고려하여 최적의 T_0 값을 선택하는 과정을 살펴보기 위하여 식 (1b)를 다시 정리하면 다음 식과 같이 표현될 수 있다.

$$G(\rho) = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{g}(k_\rho) e^{i z f(k_\rho)} dk_\rho \quad (8)$$

여기에서, $f(k_\rho) = -jk_z = -j\sqrt{k^2 - k_\rho^2}$.

그러므로 saddle point는 $df/dk_\rho=0$ 인 점, 즉 $k_\rho=0$ 임을 쉽게 알 수 있다. 그리고 SDP는 적분 경로의 saddle point 근방에서 $f(k_\rho)$ 의 실수부가 최대가 되는 경로이다.

$k_\rho=0$ 에 위치한 saddle point 근방에서 k_ρ 는 다음과 같이 극좌표 형식으로 표현하면 다음과 같다.

$$k_\rho = \delta e^{j\alpha} \quad (9)$$

여기에서, 원점과의 거리(δ)가 매우 작은 값이며, α 는 그림 4에서 보인 바와 같이 첫 번째 경로의 기울기이다. 그리고 이항전개(binomial expansion) 함으로써 얻어진 $f(k_\rho)$ 의 실수부는 다음과 같이 표현된다.

$$Re[f(k_\rho)] \approx -\frac{1}{2} \delta^2 \sin(2\alpha) \quad (10)$$

식 (10)으로부터 $f(k_\rho)$ 의 실수부는 saddle point인

$k_\rho=0$ 에서는 0(zero)의 값을 갖고, α 가 $\pi/4$ 또는 $3\pi/4$ 인 경우에 최대 및 최소 값을 갖게 됨을 알 수 있다. 또한 saddle point 근방에서 $\alpha=\pi/4$ 인 경우에 $f(k_\rho)=-\delta^2/2$ 이고 $\alpha=3\pi/4$ 인 경우에 $f(k_\rho)=\delta^2/2$ 이다. 따라서 α 를 $\pi/4$ 로 선택하는 것이 saddle point에서 $f(k_\rho)$ 의 실수부가 최대 값을 가지는 SDP 경로의 선택임을 쉽게 알 수 있다. 그러므로 첫 번째 경로의 기울기를 결정하게 되는 파라미터 T_0 의 최적값은 1.0이 됨을 쉽게 알 수 있다.

3-2 나머지 파라미터들의 선택 방법

본 논문에서는 나머지 파라미터들(t_0, t_1, t_2)의 선택방법을 살펴보기 위해서 참고문헌 [1]의 해석구조(case A: $\epsilon_r=12.6$)와 [10]에서 사용된 해석구조(case B: $\epsilon_r=4.0$)를 예로써 사용하고자 한다. 이와 같은 해석구조를 선택한 이유는 case A의 경우, MMIC에 있어 유전율이 가장 큰 GaAs($\epsilon_r \approx 12.8$)에 해당되고, 반면에 case B의 경우는 일반적인 에폭시 회로 기판($\epsilon_r \approx 4$)에 해당되므로 본 논문의 방법이 다양한 다층 평판 구조체에 적용이 가능하다는 것을 보여주기 위해서이다.

먼저 세 번째 경로의 종단점인 t_2 는 k_ρ 가 매우 큰 영역에서의 파수영역 그린함수의 기여를 충분히 고려할 수 있도록 하기 위해 비교적 큰 값으로 선택한다. 본 논문에서는 case A의 경우 t_2 를 2000으로, case B의 경우 800으로 선택하였다. 이 값은 관심 주파수 중 가장 낮은 주파수에서의 파수영역 함수를 기준으로 결정되게 된다.

그런 다음 t_1 은 $\sqrt{\epsilon_r}$ 보다 크게 t_0 는 1보다 작은 값으로 선택한다. 만약 t_0 가 1보다 큰 값으로 선택되면, P_1 또는 P_2 의 경로 상에서의 근사 과정에서 구해진 복소 지수(complex exponents)가 종종 음(negative)의 실수 값을 갖게 된다. 그 이유는 P_1, P_2 의 두 경로 모두가 표면파 극점(surface wave pole)의 영향을 받을 수 있기 때문으로 생각된다. 따라서 첫 번째 경로가 이러한 영향을 받지 않도록 하기 위해 표면파 극점이 존재할 수 있는 구간($1 < k_{\rho p} < \sqrt{\epsilon_r}$)의 밖에서 선택하게 된다. 그리고 t_0 및 t_1 의 변화에 따라 계산된 공간 영역 그린함수의 값이 민감하게 변화하지 않으므로, 관심 주파수의 중간 주파수(middle

frequency) 부근에서 파수영역 그린함수를 조사한 다음 선택된다. 본 논문에서는 case A에서는 $t_0=0.5$, $t_1=20$, case B에서는 $t_0=0.5$, $t_1=10$ 의 값을 선택하였다.

이처럼 새로운 파라미터가 선택되어야 하는 이유는 파수 영역 그린함수의 크기 및 위상 변화가 달라지기 때문이다. 따라서 해석 구조가 달라지면 파수영역 함수를 사전 조사하고, 적절한 파라미터를 새로 선택해야 한다. 그러나 본 논문에서 이용하는 3-단계 근사 방법을 이용하게 되면, case A에서의 파라미터들을 case B의 해석 구조에도 동일하게 이용할 수 있게 된다.

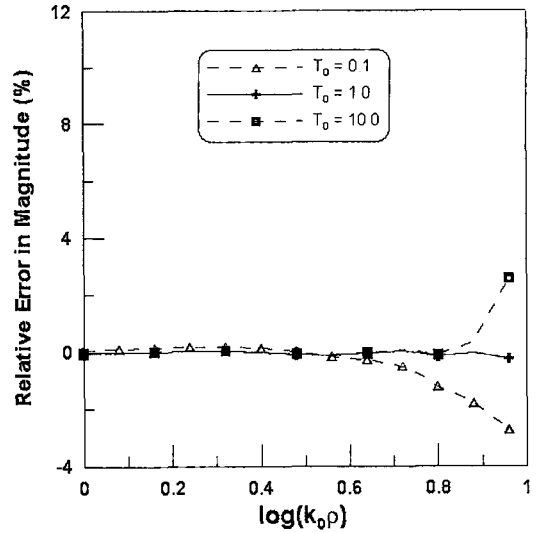
참고문헌 [7]에서 제시된 근사 과정과 유사한 방법과 3-단계 근사 경로를 이용하여 구해진 공간영역 그린함수는 다음과 같이 유도된다.

$$G(\rho) = \sum_{i=1}^{N_1} \frac{2a_{3i} b_{3i}}{(b_{3i}^2 + \rho^2)^{3/2}} + \sum_{i=1}^{N_2} \frac{2a_{2i} b_{2i}}{(b_{2i}^2 + \rho^2)^{3/2}} + \sum_{i=1}^{N_3} \frac{2a_{1i} b_{1i}}{(b_{1i}^2 + \rho^2)^{3/2}} \quad (11)$$

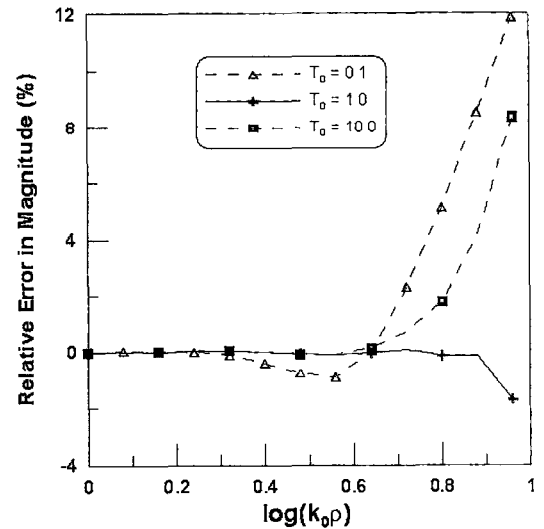
여기에서, a_{1i} , a_{2i} 그리고 a_{3i} (b_{1i} , b_{2i} 그리고 b_{3i})는 근사 과정에서 구해진 복소 계수(지수)들이고, N 은 복소 지수함수의 개수를 나타낸다. 그리고 아래첨자 1, 2 및 3은 각각의 경로에서의 근사 과정에서 얻어진 결과임을 나타낸다.

IV. 수치 결과

먼저 본 논문에서 제안한 파라미터의 선택중 $T_0=1$ 선택의 타당함을 보이기 위하여 T_0 값의 선택에 따른 공간영역 그린함수의 상대오차를 확인해보고자 한다. 이를 위하여 참고문헌 [1]의 해석 구조($\epsilon_r=12.6$, $f=3$ GHz)를 선택하여 본 논문에서 구해진 CGF의 계산 결과와 수치 적분으로(정확한 결과로) 구한 결과와의 상대오차를 구하여 그 결과를 그림 5에 제시하였다. T_0 를 $T_0=1$ (본 논문에서의 값), $T_0=10$ (참고문헌 [7]에서의 값), $T_0=0.1$ (본 논문에서의 값보다 작은 값) 세 가지 선택에 따른 결과를 제시하였고, t_0 를 최적의 값으로 판단되는 0.5(본 논문에서의 값)가 아닌 $t_0=0.8$ 및 $t_0=1.0$ 두 가지 경우에 대한 결과를 각각 그림 5(a) 및 (b)에 제시하



(a) $t_0 = 0.8$



(b) $t_0 = 1.0$

그림 5. 스칼라 포텐셜 그린함수의 상대오차
Fig. 5. Relative error in magnitude(%) of scalar potential Green's function.

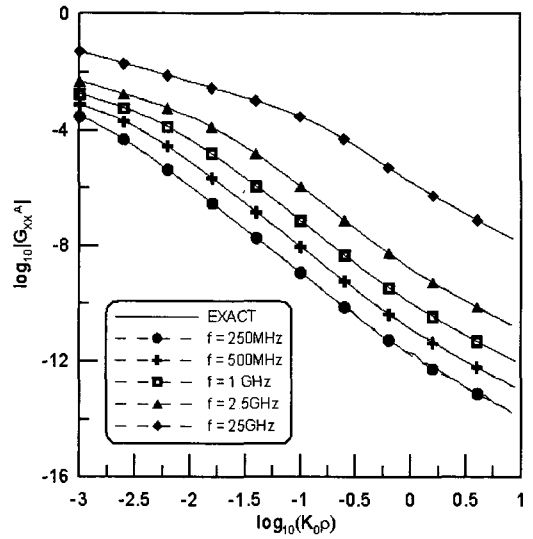
였다.

그림 5에서 볼 수 있듯이 t_0 의 최적값($t_0=0.5$)이 아닌 다른 값($t_0=0.8$ 및 1.0)으로 선택하더라도 $T_0=1$ (실선)인 경우가 $T_0=0.1$ 및 10.0 (점선)의 경우에 비해 상대오차가 비교적 작아짐을 알 수 있다. 그러므로 본 논문에서와 같이 $T_0=1$ 의 선택이 최적의 파라미터 선택이라고 판단되어진다. 그리고

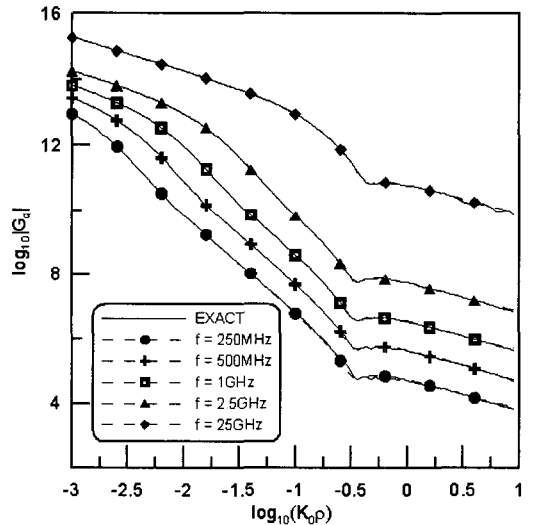
그림 5의 결과를 통해 t_0 의 선택의 경우 $t_0=0.8$ 의 선택이(그림 5(a) 결과가) $t_0=1.0$ 의 선택(그림 5(b)의 결과)보다 상대오차가 비교적 작음을 알 수 있어, $t_0=0.5$ (본 논문의 선택)이 타당성이 있음을 쉽게 이해할 수 있다.

본 논문에서 제안한 최적의 근사화 적분경로를 사용하여 구해진 G-E CGF의 계산결과의 정확성을 확인하기 위하여 넓은 주파수 범위(250 MHz~25 GHz)에서 계산된 공간 영역 그린함수 결과를 제시하고자 한다. 참고문헌 [1]의 해석 구조에 대한 결과(case A)는 참고문헌 [11]에 제시되어 있으므로 본 논문에서는 참고문헌 [10]의 해석 구조에 대한 결과(case B)만을 제시하기로 한다. 또한 본 논문의 방법이 갖는 현실성을 보여주기 위하여 case A에서 선택된 파라미터들($t_0=0.5$, $t_1=20$, $t_2=2000$)을 case B의 해석 구조에 대해 변화 없이 그대로 사용하기로 하고, 그린함수의 계산 결과를 그림 6에 제시하였다. 그림에서 실선(solid line)은 수치 적분에 의해 계산된 정확한 결과이며 점선(dotted line)은 본 논문의 방법으로 유도된 G-E CGF로부터 계산된 결과이다.

그림 5의 결과로부터 볼 수 있듯이 수치적분에 의한 결과와 G-E CGF 그린함수에 의해 계산된 결과가 넓은 주파수 범위에서 뿐만 아니라 전 공간 영역(spatial domain)에서도 매우 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 이와 같이 넓은 주파수 범위와 전 공간 영역에서도 정확한 그린함수 값을 주는 이유는 참고문헌 [7]과 [8]에서와는 달리 3-단계 근사화 경로로 그림 4에서와 같이 경로 P_3 를 도입했기 때문인 것으로 사료된다. 또한 기존의 방법과 본 논문의 방법과의 계산량을 비교해 보기 위하여 참고문헌 [8]의 해석구조($\epsilon_r=10.2$)에 대하여 두 개의 주파수 6.88 GHz와 11.6 GHz에서 본 논문의 방법으로 G-E CGF를 유도해 보았다. 그 결과 2단계 근사화를 사용한 기존의 방법^[8]에서는 복소 지수함수가 $N_1=9$, $N_2=7$ 로 총 16개가 사용된 반면에 본 논문의 방법에서는 $N_1=5$, $N_2=8$, $N_3=4$ 으로 총 17개의 복소지수 함수로 G-E CGF 유도가 가능함을 확인하였다. 그러므로 계산량의 측면에서 볼 때 비록 본 논문이 3단계 근사화를 사용하였지만 기존의 방법과 거의 유사함을 알 수 있다. 그리고 주파수 및 해석 구조가 변화더라도 동일한 파라미터를 이용하여 정확한 그린함수



(a) 벡터 포텐셜
(a) Vector potential



(b) 스칼라 포텐셜
(b) Scalar potential

그림 6. 벡터 및 스칼라 포텐셜 그린함수 값의 크기
Fig. 6. The numerical evaluation results for the magnitude of the vector and scalar potential Green's functions. (Solid lines: numerical integration results, dotted lines: present results).

값을 계산할 수 있음을 알 수 있어 본 논문에서 제안된 근사화 적분 경로가 G-E CGF를 유도하기 위한 현실한 최적의 적분 경로인 것으로 사료되어진다.

V. 결 론

본 논문에서는 마이크로스트립 구조와 같은 다층 평판 구조체의 MoM 해석시 행렬 요소를 closed-form 으로(해석적으로) 구할 수 있는 G-E CGF의 견실한 유도를 위한 최적의 근사화 적분 경로를 제시하였다. 그리고 ϵ_r 이 비교적 작은 값($\epsilon_r=4.0$)에서부터 가장 큰 값에 해당하는 GaAs($\epsilon_r \approx 12.8$)의 ϵ_r 을 가지는 마이크로스트립 구조에 대해 본 논문의 방법으로 유도된 CGF들이 넓은 주파수 범위에서 뿐만 아니라 전 공간 영역에서 정확한 그린함수 값이 구해짐을 확인할 수 있었다. 그러므로 본 논문의 방법으로 유도된 CGF가 마이크로스트립 회로, 마이크로스트립 안테나 및 MMIC 등과 같은 다양한 다층평판 구조체의 전자기적 산란문제의 수치 해석을 위한 빠른 MoM 방법에 실용적으로 사용될 수 있을 것으로 사료되어진다.

참 고 문 헌

- [1] Y. L. Chow, J. J. Yang, D. G. Fang, and G. E. Howard, "A closed-form spatial Green's function for thick microstrip substrate", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 39, no. 3, pp. 588-592, Mar. 1991.
- [2] M. I. Aksun, R. Mittra, "Derivation of closed-form Green's functions for a general microstrip geometry", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 40, no. 11, pp. 2055-2062, Nov. 1992.
- [3] M. I. Aksun, "A robust approach for derivation of closed-form Green's functions", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 5, pp. 651-658, May 1996.
- [4] L. Alatan, M. I. Aksun, K. Mahadevan, and M. T. Birand, "Analytical evaluation of the MoM matrix elements", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 44, no. 4, pp. 519-525, Apr. 1996.
- [5] L. Tarricone, M. Mongiardo, and F. Cervelli, "A quasi-one-dimensional integration technique for the analysis of planar microstrip circuits via MPIE/MoM", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 49, no. 3, pp. 517-523, Mar. 2001.
- [6] Y. S. Lee, E. J. Kim, and Y. K. Cho, "Efficient computation of MoM matrix elements in analysis of general microstrip structure", *IEICE Trans., on Electronics*, vol. E85-C, no. 12, pp. 2109-2116, Dec. 2002.
- [7] Y. Ge, K. P. Esselle, "New closed-form Green's functions for microstrip structures-theory and results", *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 50, no. 6, pp. 1556-1560, Jun. 2002.
- [8] Y. Ge, K. P. Esselle, "A new closed-form spatial-domain Green's function for layered structures and its application to the method of moments", *Micro-wave and Optical Tech. Letters*, vol. 32, no. 3, pp. 229-231, Feb. 2002.
- [9] E. J. Kim, Y. S. Lee, J. H. Ko, and Y. K. Cho, "A robust approach for the derivation of closed-form Green's functions for microstrip structures", *Proceedings of ISAPE-03*, Beijing, China, pp. 827-830, Oct. 2003.
- [10] 김의중, 이상준, 이영순, "새로운 closed-form 그린함수에 근거를 둔 MoM 행렬요소의 해석적 계산", *한국전자과학회논문지*, 15(5), pp. 499-507, 2004년 5월.
- [11] E. J. Kim, Y. S. Lee, J. H. Ko, and Y. K. Cho, "Improved closed-form Green's function method for microstrip structures", *Proceedings of ISAP-04*, Sendai, Japan, pp. 157-160, Aug. 2004.
- [12] K. A. Michalski, C. M. Butler, "Evaluation of Sommerfeld integrals arising in the ground stake antenna problem", *IEE Proceedings 134*, Pt. H, pp. 93-97, 1987.

이 영 순



1979년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학사)

1981년 2월: 한국과학기술원 전자공학과 (공학석사)

1996년 2월: 경북대학교 전자공학과 (공학박사)

1981년~현재: 금오공과대학교 전자공학부 교수

[주 관심분야] Electromagnetic theory, scattering problems in antennas, waveguide discontinuities, aperture coupling, microwave circuit

김 의 중



1996년 2월: 금오공과대학교 전자통신공학과 (공학사)

1998년 2월: 금오공과대학교 전자공학과 (공학석사)

2005년 2월: 금오공과대학교 전자통신공학과 (공학박사)

2005년~현재: (주)오성전자 리모컨사업부 연구소

[주 관심분야] Closed-form Green's function method, scattering problems in antennas, wave-guide filter