대한수학교육학회지 <학교수학> 제 7 권 제 1 호
Journal of Korea Society of Educational Studies in Mathematics
School Mathematics Vol.7, No.1, 77-101. Mar 2005

제7차 교육과정의 이산수학 교수-학습에 관한 연구

김 남 희*

NCTM에서 9-12학년 교육과정의 규준으로 설정한 바 있는 이산수학은 우리나라 제7차 수학과 교육과정에서 과목 선택형 교육과정으로 운영되고 있는 교과이다. 본 논문에서는 이산수학의 교수-학습방법을 논의의 대상으로 하여 학교수학에서 이산수학 학습의 중요성에 관한 최근의 논의들을 종합, 정리하고 제7차 교육과정에서의 이산수학 지도내용과 교수-학습방법을 분석하였다. 또한 이산수학의 교수-학습에 관한 국내 · 외 선행연구들의 수업 실행 사례들로부터의 시사점을 바탕으로 학교현장의 수학교사들이 이산수학의 지도를 위해 고려해야 할 교수학적 지침을 네 가지로 구분하여 제안하였다. 그리고 각각의 제안 사항을 수업구성의 아이디어를 담고 있는 교육적 자료와 함께 구체적으로 논의하였다.

Ⅰ. 머리말

본 연구는 우리나라 제7차 수학과 교육과정에서 과목 선택형 교육과정으로 운영되고 있는 이산수학[1]의 교수-학습에 관한 논의이다. 이산수학은 컴퓨터 과학, 통계학, 대수학, 사회과학 등과의 밀접한 연관관계로 인하여 그 중요성이 날로 더해가는 수학이다(황석근 외, 2001). 이산적인 아이디어와 테크닉은 전통의 수학분야 뿐만 아니라 사회과학, 정보이론 등에 광범위하게 사용되고 있기 때문에 21세기 지식기반 정보화 사회에서 요구하는 수학적 소양과 수학적 태도를 갖춘 인재양성을 위해 이산수학은 학교수학에서 중요한 학습교과로 부각되고 있다. 컴퓨터를 사용하는 문제해결에 필수적인 알고리즘의 구성과 실행이 중요한 수학적 능력으로 강조되고 있으며, 근의 공식 못지않게 그래프를 이용한 방정식의 근사해법이 그 실용성을 인정받고 있다(우정호, 2003). 일찍이 NCTM에서는 모든 학생들로 하여금 이산수학의 개념과 방법을 경험하게 하는 것이 중요함을 강조하고 이산수학을 9-12학년의 규준으로 설정한 바 있다[2]. 우리나라는 제7차 수학과 교육과정에서부터 수학의 기본 개념, 원리, 법칙을 활용하여 실생활에서 일어나는 유한이나 불연속의 이산상황의 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르는 데 목적아래 이산수학을 과목 선택형 교육과정

* 전주대학교(nhkim@jj.ac.kr)

1) 이산수학이란 이산집합 위에 정의된 수학적 체계에 대하여 연구하는 학문분야이다(조한혁, 2005). 고등학교 이산수학 교과서에는 이산수학의 성격을 '이산수학의 방법이란 유한집합 또는 셀 수 있는 집합에 대한 문제해결방법을 뜻한다(교육부, 2003a)' 로 규정하고 있다.

2) 1990년대의 미국 학교수학의 개선방향을 제시한 <학교수학을 위한 교육과정과 평가의 표준>에서는 모든 학생을 위한 교육과정에서 이산수학이 미적분학보다 더 중심적인 위치에까지 고양되어야 한다는 입장을 취하고 있다(우정호, 2002).

에 도입하여 운영하고 있다.

반면, 이산수학의 교과내용이나 교수-학습방법에 관한 현장 수학교사들의 이해는 학교수학에서 이산수학의 필요성과 그 학습에 대한 관심이 날로 높아지고 있는 것에 비해 그리 만족할 만한 수준에 있지 못하다. 이산수학의 아이디어가 학교수학 교육과정의 다양한 수준과 맥락에서 암묵적으로 통합되어 다루어지고 있지만 별도의 교과목으로 명시적으로 다루게 된 것은 최근 몇 년 사이의 일이기 때문에 사범대학에서 이산수학을 전공교과목으로 이수하지 않았던 수학교사들에게 이산수학은 가르치기 어려운 생소한 교과목으로 여겨진다. 더욱이 이산수학의 수업 구성을 위한 교수-학습방법에 관한 논의도 그리 활발히 이루어져 오지 못한 실정이라 하겠다. 제7차 교육과정의 시행에 따른 수학교육과정의 변화에 따라 최근 이산수학을 주제로 한 교사직무연수강좌가 열리는 긍정적인 움직임이 나타나고 있지만 여전히 많은 수학교사들에게 이산수학은 낯설은 과목으로 남아있는 것이 사실이다(수학사랑, 2005).

본 논문에서는 이산수학이라는 학문 분야의 내용 지식에 관한 논의보다는 학교수학에서 수학교사인 우리가 이산수학을 지도할 때 염두에 두어야 할 교수학적 사항들과 수업구성에 도움이 될 수 있는 교육적 자료를 제공하는데 초점을 두었다[3]. 이산수학 전공자가 아닌 수학교육 연구자로서 이산수학의 학문적 내용영역에 대해 다소 부족한 면이 있을 수는 있겠으나 현장 수학교사들에게 이산수학의 교수-학습에 관한 교수학적 논의와 수업구성의 구체적인 아이디어를 담고 있는 교육자료를 제공하는 것에 논문의 의의를 두었다.

본 논문에서는 먼저 학교수학에서 이산수학의 위상을 정리한다. NCTM과 제7차 수학과 교육과정, 국내·외의 연구에서 주장하는 이산수학 학습의 중요성에 관한 논의를 종합, 정리하고 우리나라 교육과정에 드러나 있는 이산수학의 지도내용과 교수-학습방법에 관한 제안사항을 요약한다. 3장에서는 교육과정에서 제안하는 이산수학의 교수-학습 방법과 이산수학의 지도에 관한 국내·외의 교육적 연구결과들로부터의 시사점을 도출한다. 이를 바탕으로 이산수학의 교실 수업 구성을 위해 중요하게 다루어질 필요가 있는 교수학적 제안을 구체적인 예시와 함께 제시한다.

II. 학교수학과 이산수학

1. 이산수학 학습의 중요성

21세기 지식기반 정보화 사회에서 요구하는 수학적 소양과 수학적 태도를 갖춘 인재양성을 위해 이산수학은 학교수학에서 중요한 학습교과로 부각되고 있다. 이산수학은 옛날에는 흥미를 끌 수 있는 수학적 게임 등에 숨어있는 수학 정도로 여겨졌으나, 20세기 후반 이후로는 순수 및 응용수학에서 이산수학적인 접근방법이 중요한 역할을 하게 되면서 최근에는 이산수학의 기본내용을 학교수학에서 조기에 학습할 필요성이 있음이 지속적으로 강조되고 있다(황석근 외, 2001). NCTM은 21세기의 지식기반 정보화 사회에서 중요한 정보처리의 과정이

3) 연구자는 2003. 2004학년도에 사범대학 수학교육과에서 이산수학 교과목을 담당하면서 예비수학교사들에게 대학수준의 이산수학 전공교재와 고등학교 이산수학 교과서를 병행하여 지도한 바 있다. 예비수학교사들을 대상으로 조별탐구활동을 중심으로 이산수학 수업을 진행하는 과정에서 현장 수학교사들에게 필요한 것이 이산수학의 학습내용에 관한 전공지식 못지않게 이산수학의 교수-학습 방법에 관한 연구와 그 교육적 실행임을 절실히 느낀 바 있다.

이산(불연속)수학에서 다루는 기본적인 개념들을 요구하고 있을 뿐 만 아니라 컴퓨터를 사용하는 모든 문제해결도 이산수학적인 접근방법에서 출발하고 있음을 강조한다(NCTM, 1994)[4].

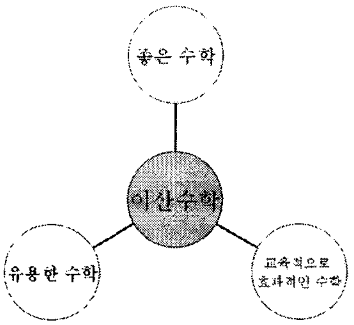
황석근 외(2001)는 이산수학이 최근 중요한 학문 분야로 주목받는 이유를 다음의 두 가지 측면에서 설명하고 있다. 첫째, 이제까지는 자연현상을 연속적인 모델로 보았지만 컴퓨터의 지배를 받고 있는 오늘날에는 오히려 연속적인 현상마저도 이산적인 모델로 분석한다. 둘째, 옛날에는 무심코 간과했던 교육적 측면이 이산수학 속에 들어있다. 이산수학은 정해진 틀을 따르기 보다는 수학적인 센스를 요구하는 경우가 많고, 보통의 수학문제도 이산적인 아이디어를 사용하면 쉽고 멋지게 풀리는 경우가 많다(황석근 외 2인, 2001).

또한, 이산수학의 교수-학습에 관한 여러 선행연구에서는 이산수학 학습의 중요성을 컴퓨터에 의한 정보화 사회에 부응한다는 시대적인 요청뿐 만 아니라 학교수학을 배우는 학생들에게 수학에 대한 정의적 태도의 향상의 관점에서 설명하기도 한다. 예를 들면, 내용이 복잡한 계산문제와 같이 틀에 박힌 수학 문제로 인하여 수학에 흥미를 잃은 학생들에게도 실생활과 접목된 이산수학의 문제[5]를 통하여 수학학습에 대한 의미부여와 흥미를 제공할 수 있다는 것이다(조한혁, 2005). 또한 이산수학은 수학적 배경지식이 약한 학생 뿐 만 아니라 다양한 연령의 학생들에게도 그들의 눈높이에 맞게 적절한 수준으로 제시할 수 있다. 여러 가지 흥미로운 실생활 소재들이 많이 도입될 수 있기 때문에 학생들의 수학학습에 대한 동기유발측면에서도 강력한 효과를 발휘한다(권성룡, 2005). 이러한 선행연구들의 주장에 비추어 볼 때, 이산수학의 학습은 21세기 지식기반 정보화 사회에 필요한 인재양성의 측면과 제7차 수학과 교육과정에서 수학학습에 관한 정의적 태도 향상에 대한 관심과 더불어 학교수학의 현장에서 그 학습의 중요성에 대해 보다 많은 주목을 받고 있는 수학학습의 한 영역이라고 볼 수 있다.

Hart(1997)는 이산수학이 중등학교 수학교육과정에 꼭 포함되어야만 하는 수학의 중요한 분야임을 강조하면서 이산수학이 중등수학교육과정에 포함되어야 하는 3가지 이유를 다음과 같이 제시하고 있다. 첫째, 이산수학은 좋은 수학이라는 것이다. 왜냐하면 중등수학교육과정에서 다루어지는 이산수학의 학습주제들은 수학에서 활발히 연구되는 심오한 분야이기 때문에 이산수학을 공부하면 학생들은 수학의 전반 분야에 대해 폭넓은 견해를 갖게 될 수 있다[6]. 둘째, 이산수학은 유용한 수학이라는 것이다. 이산수학은 우리가 사는 세계를 이해하기 위해 헤아릴 수 없이 많은 수학 모델을 제공한다. 셋째, 이산수학은 교육적으로 효과적인 수학이라는 것이다. 이산수학은 수학 교육의 여러 가지 목표를 달성하기에 적합하다. 이산수학에서 주요 개념을 탐구하는 가운데 학생들은 수학적 모델링, 알고리즘적인 문제해결, 점화관계에 대한 사고와 같은 유용한 사고습관을 배우고 적용하게 된다(Hart, 1997).

---

4) 이산수학은 NCTM에서 제시하는 학교수학 교육과정의 9-12학년 규준의 하나이다.
5) 예를 들면, 그래프 이론으로 연결되는 악수문제, 도형과 생활 속의 그래프, 나무 속의 점화식 등
6) Devaney는 우리 실세계에서 일어나는 기후변화, 주식시장, 인구의 성장 등 시간에 따라 움직이거나 변화하는 과정을 연구하는 수학분야인 다이나믹 시스템 이론(Dynamic System Theory)을 공부하는데 이산수학의 학습이 필수적임을 말한다(Devaney, 1990). 다이나믹 시스템 이론을 연구하는 기법중의 하나인 카오스 이론은 이산수학의 반복(Iteration)개념을 기본으로 전개된다. 그는 현재 수학연구 영역에서 주목받고 있는 분야에 학생들을 쉽게 접근시키기 위해서는 미적분학 수업에서도 뉴턴법에 의한 수치해석 알고리즘을 이해하고 활용하는 것이 점점 더 중요해지고 있음을 주장한다(Devaney, 1997).



[그림 II-1] 이산수학에 대한 Hart(1997)의 관점

이상의 내용을 요약해 보면 이산수학은 컴퓨터에 의한 정보화 사회에의 부응, 우리가 사는 세계의 이해, 수학에 대한 정의적 태도의 향상, 문제해결력 증진 등의 다양한 이유와 더불어 학교수학에서 그 학습의 필요성이 점차로 증대되고 있음을 알 수 있다. 김서령(2005)은 홍수처럼 쏟아지는 신기술로 나날히 복잡해지는 정보화 시대에 부응하는 현대인을 길러내기 위한 이유로 우리나라에서도 학생들에게 이산수학 교육을 시키는 것이 필수라고 주장한다(김서령, 2005). 이산수학의 교수-학습에 관한 수학교사들의 수업연구와 수업구성에 관한 실천적 사례에 대한 분석이 교육현장에서 활발히 이루어질 필요가 있음이 강조되는 시점이라 하겠다.

이에 본 연구에서는 학교수학에서 이산수학 학습의 중요성을 정리하면서 수학교사들의 연구 활성화를 위해 이산수학의 교수-학습에 관한 선행연구의 내용들을 제7차 수학과 교육과정의 제안사항과 접목하여 분석하고자 한다. 아래에서는 우리나라 제7차 수학과 교육과정에서의 이산수학의 지도내용을 요약한다. 그리고 제 3장에서는 제7차 교육과정에서의 제안과 선행연구에서의 연구결과들을 종합하여 이산수학의 교실 수업 구성을 위해 중요하게 다루어질 필요가 있는 교수-학습 방법에 관한 제안을 제시한다.

2. 제7차 수학과 교육과정에서의 이산수학

이산수학은 우리나라 제7차 수학과 교육과정에서부터 독립된 교과목으로 다루어져서 현재 과목 선택형 교육과정에서 운영되고 있는 교과이다. 이산수학은 수학에서 이산적인 내용의 학습을 경험하고자 하는 모든 학생이 이수하기에 알맞은 교과목으로서 수학의 기본 개념, 원리, 법칙을 활용하여 실생활에서 일어나는 유한이나 불연속의 이산 상황의 문제를 해결하는 능력과 태도를 기르는데 목적을 두고 있다(교육부, 1997).

고등학교 이산수학 교과서에 제시되는 학습 영역은 <표II-1>에 제시된 바와 같이 이산적인 상황에 맞는 사고의 적용을 강조하여 선택과 배열, 그래프, 알고리즘, 의사결정과 최적화의 4개 영역으로 구성되어 있다. 이산수학 교과서는 학생들이 수학의 이산적인 상황의 문제를 쉽고 흥미롭게 학습할 수 있도록 다양한 실생활을 소재로 하여 구성되어 있는 특징을 보인다.

<표II-1> 고등학교 이산수학 내용 체계(교육부, 1997)

영 역	내 용
선택과 배열	순열과 조합
	세기의 방법
그 래 프	그래프
	수형도
	여러 가지 회로
	그래프의 활용
알고리즘	수와 알고리즘
	점화 관계
의사결정의 최적화	의사결정과정
	최적화와 알고리즘

제7차 수학과 교육과정에서 제시하는 이산수학 교수-학습 방법의 특징은 다음의 세 가지로 정리될 수 있다(교육부, 1997).

첫째, 4개의 학습 영역(선택과 배열, 그래프,

알고리즘, 의사결정과 최적화)은 그 특성과 난이도를 고려하여 학생의 수준에 알맞게 재구성하여 지도하되, 그 내용이 통합적으로 이해되도록 한다.

둘째, 학습자 중심의 관찰, 조사, 수집, 탐구활동을 강조함으로써 수학의 이산적인 상황에 대한 흥미와 관심을 지속적으로 가지게 하고, 이산 수학의 가치와 실용성을 인식하게 한다.

셋째, 과목 선택형 수준별 교육과정을 효율적으로 운영하기 위하여 개인차에 따른 학습능력을 고려하여 수준별로 분단이나 학급을 편성하고, 이를 적절히 운영한다. 개인차에 따라 교수·학습을 개별화하여 학습의 효율을 높이고 나아가 소집단 협력 학습 체제를 적절히 운영하여 서로 도우며 학습 할 수 있도록 한다.

아래에서는 위에서 제시한 제7차 교육과정에서 이산수학 교수-학습 방법에 관해 제시하고 있는 내용을 중심으로 이산수학 교과서 분석내용과 선행연구에서 실행한 수업사례에서의 교육적 시사점을 종합하여 현장수학교사들이 이산수학의 수업 구성에서 중요하게 고려하여야 할 교수학적 사항들을 제안하고자 한다.

III. 이산수학의 수업 구성을 위한 교수학적 제안

본 장에서는 학교수학에서 이산수학의 내용을 다루는 교사들이 수업내용을 구성하고 교실수업을 진행할 때, 중요하게 고려해야 할 교수학적 사항들을 제안하고자 한다. 이산수학에 관한 국내·외 교육적 연구들과 우리나라 제7차 수학과 교육과정에서 강조하는 이산수학의 교수-학습 방법, 고등학교 이산수학 교과서의 사례 문제 분석, 실제 교육 현장의 자료들을 종합 정리하여 이산수학의 수업 구성을 위한 교수학적 사항들을 네 가지 관점으로 정리하였다. 실세계의 문제 상황에 관한 수학적 모델링, 컴퓨터 실습이 병행된 알고리즘 학습, 주어진 자료의 이산적 특징을 고려한 문제해결, 탐구와 토론활동이 충만한 교실수업으로 구분되는 아래의 네 가지 제안은 편의상 독립적으로 논의되어 있지만 실제 수업의 상황에서는 유기적인 관계에 따라 통합적으로 다루어져야 할 교수학적 지침이라고 할 수 있다. 이산수학이 제7차 수학교육과정의 선택교과목으로 다루어지는 형식을 띠고 있다 하더라도, 본 연구에서는 이산수학의 기본 아이디어들이 학교수학의 전 영역의 교육 내용에서 자연스럽게 통합되어 지도되는 것이 바람직하다는 관점아래 논의를 전개한다.

실제로 NCTM에서도 9-12학년의 규준으로 이산수학을 제시하고 있지만 이 규준이 중등단계에서 이산수학의 과정을 분리하여 지도하는 것을 권장하거나 옹호하는 것이 아니라 중등학교 교육과정전체를 통해 통합되어야 함을 강조하고 있다(NCTM, 1994).

아래에서는 현장 수학교사들의 이해와 실제 수업에서의 실천적 실행에 실질적인 도움을 주기 위해 가능하면 국내·외의 연구사례와 교육자료를 구체적으로 예시하려고 노력하였다.

1. 실세계의 문제 상황에 관한 수학적 모델링

이산수학의 학습목표는 실생활의 이산적인 상황의 문제를 합리적, 창의적으로 해결하는데 있으므로 이산수학의 학습내용은 실생활의 문제 상황을 수학적으로 모델링하는 내용으로 충만해야 한다. 다음은 제7차 교육과정의 '이산수학' 교수-학습 방법에 명시적으로 언급되어 있는 내용이다.

'생활주변 현상이나 구체적 사실을 학습 소재로 하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 지도하고 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있는 능력을 길러 주도록 한다.(교육부, 1997)'

본 절에서는 이산수학에서 중요한 학습주제로 다루고 있는 '점화관계'의 내용을 예로 들어 실세계의 문제 상황을 통한 수학적 모델링으로서 이산수학의 기본내용을 지도하는 교수-학습 방법에 대해 탐색해 보고자 한다.

고등학교 이산수학 교과서에서 다루어지는 점화식은 선형점화식[7]의 특수한 경우들이다. 두 항 사이의 관계식에서 대표적으로 다루어지는 점화식은 공차 d 인 등차수열 a_n의 점화식 $a_n = a_{n-1} + d$와 공비 r인 등비수열 g_n의 점화식 $g_n = r g_{n-1}$이다. 세 항 사이의 관계식에서 다루어지는 점화식은 피보나치 수열 F_n의 점화식[8]이다. 그 외에 하노이 탑에서 n개의 원판을 이동시키는 최소 횟수의 수열 a_n의 점화관계 $a_{n+1} = 2a_n + 1$, $a_1 = 1$가 제시되고 있다.

점화관계에 대한 학습내용은 이산수학에서 뿐 만 아니라 수 I 대수영역의 수열 단원에서도 다루어진다(<표Ⅲ-1, 2> 참조).

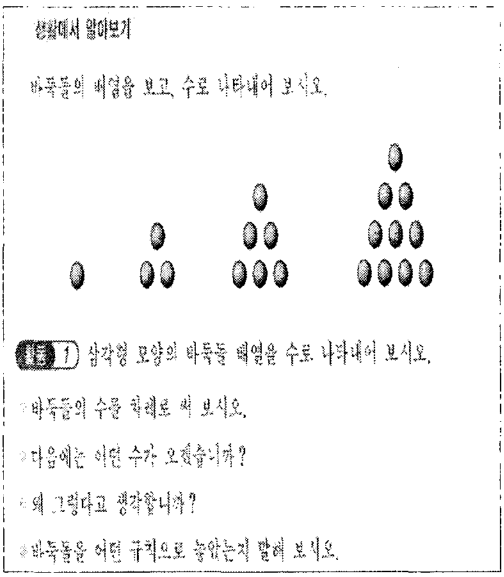
또한 명시적이지는 않지만 제7차 수학교육과정 학습내용의 다양한 수준과 다양한 맥락에서 암묵적으로 다루어지고 있다. 수학교과서에서 흔히 찾아볼 수 있는 [그림 Ⅲ- 1]~[그림 Ⅲ-3]의 사례는 초등학교 문제해결 학습과 중학교 수학의 일차함수 학습 그리고 수 Ⅰ의 지수함수 학습내용의 교과서 내용으로서 이산수학 지도내용에서 다루는 수열과 점화관계의 아이디어를 접목시킬 수 있는 구체적인 소재라고 할 수 있다.

<표 Ⅲ-1> 이산수학: 알고리즘 영역

점화 관계	·두 항 사이의 관계식 ·세 항 사이의 관계식

<표 Ⅲ-2> 수 I : 대수 영역

수열	• 등차수열과 등비수열 • 여러 가지 수열 • 수학적 귀납법 • 알고리즘과 순서도



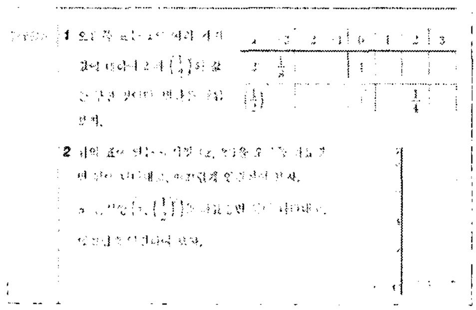
[그림Ⅲ-1] 수학 4-가 : 규칙 찾기
(교육부, 2001)

---

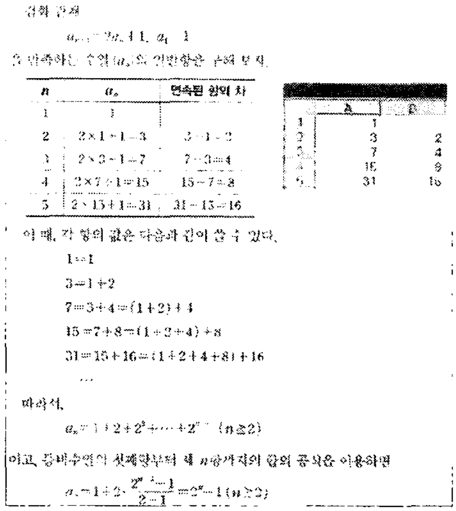
7) $a_n = c_1 a_{n-1} + c_2 a_{n-2} + \cdots + c_k a_{n-k} + b(n)$, $(n \geq k)$; 여기서 $c_1, \cdots, c_k$ 는 상수일 때 이를 선형 점화식이라고 한다(황석근 외, 2001).

8) $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ $(n \geq 3)$, $F_1 = F_2 = 1$

[그림 Ⅲ-2] 수학 8-가: 일차함수
(박두일 외, 2001)



[그림Ⅲ- 3] 수 Ⅰ: 지수함수와 그 그래프
(이강섭 외, 2002)



n	a_n	연속된 항의 차
1	1	
2	$2\times1+1=3$	$3-1=2$
3	$2\times3+1=7$	$7-3=4$
4	$2\times7+1=15$	$15-7=8$
5	$2\times15+1=31$	$31-15=16$

	A	B
1	1	
2	3	2
3	7	4
4	15	8
5	31	16

이 때, 각 항의 값은 다음과 같이 쓸 수 있다.

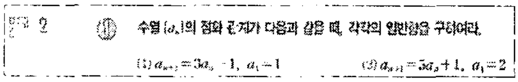
$1=1$
$3=1+2$
$7=3+4=(1+2)+4$
$15=7+8=(1+2+4)+8$
$31=15+16=(1+2+4+8)+16$
$\cdots$

따라서,

$a_n=1+2+2^2+\cdots+2^{n-1}\ (n\geq2)$

$a_n=1+2\cdot\frac{2^{n-1}-1}{2-1}=2^n-1\ (n\geq2)$

[그림 Ⅲ-4] 점화관계로부터 일반항, n항까지의 합 구하기(교육부, 2003a)



수열 $\{a_n\}$의 점화 관계가 다음과 같을 때, 각각의 일반항을 구하여라.

$a_{n+1}=3a_n-1,\ a_1=1$ $a_{n+1}=5a_n+1,\ a_1=2$

[그림Ⅲ- 5] 점화관계로부터 일반항 구하는 문제제시
(교육부, 2003a)

수학교과서에서 수열과 점화관계의 학습은 주로 규칙을 찾고, 일반항을 구하고, n항까지의 합을 구하는 내용으로 구성되어 있다. 일반적으로 학생들은 일반항의 공식과 합의 공식을 대수적으로 형식화하는 방법을 배우고 형식화된 공식에 적절한 값을 대입하여 답을 구하는 문제해결 활동을 경험한다. 고등학교 이산수학 교과서의 내용을 구체적으로 살펴보자. [그림Ⅲ - 4]는 하노이 탑에서 n 개의 원판을 이동시키는 최소 횟수의 수열 a_n의 점화관계 $a_{n+1}=2a_n+1$, $a_1=1$ 가 제시된 후 주어진 점화관계로부터 일반항과 n항까지의 합을 대수적으로 구하는 문제해결과정이다. [그림 Ⅲ-5]는 점화관계를 주고 일반항을 대수적으로 구하는 문제이다. 수학적인 형식화 과정과 대수적인 풀이과정이 주된 학습내용으로 제시되고 있음을 확인할 수 있다.

이산수학의 학습내용은 대수영역에서의 수열학습과 달리 실세계의 문제 상황에 관한 수학적 모델링의 과정으로 보다 풍부하게 전개될 필요가 있다고 판단된다. 서두에서도 언급하였듯이 이산수학의 학습목표는 실생활의 이산적인 상황의 문제를 합리적, 창의적으로 해결하는데 있으므로 이산수학의 학습내용은 실생활의 문제 상황을 수학적으로 모델링하는 내용으로 충만해야 한다.

고등학교 이산수학 교과서에서 예시로 든 점화관계 학습도 일반항의 공식과 합의 공식을 단순히 형식화하여 익히는 차원에서 나아가 변화과정을 모델링하고 설명하는데 활용될 필요가 있다. 문제 상황을 대수적인 형식화와 계산과정에 초점을 두는데서 보다 나아가 변화의 연구라는 관점에서 접근하고 분석하면 이산수학의 학습내용이 실생활의 모델링학습으로 훌

륭하게 발전될 수 있는 것이다.

[그림Ⅲ- 4]의 하노이 탑과 관련된 점화관계 $a_{n+1}=2a_n+1$, $a_1=1$는 일차선형점화식의 예이다. 학교수학의 다양한 수준과 맥락에서 명시적 또는 암묵적으로 다루는 등차수열과 등비수열도 일차선형점화식의 특수한 형태이다 ([그림 Ⅲ-6] 참조). 이산수학의 학습영역에서 지도되는 점화식은 모두 일차선형점화식으로 정리될 수 있는데 일반항을 구하는 대수적 계산과정으로만 경험되기 보다는 실세계의 문제 상황에서 통합되어 보다 생명력있게 다루어질 필요가 있다.

형 태 : $f=Af_{n-1}+B$

일차선형점화식의 특수화 -등차관계 점화식 $A_n=A_{n-1}+d$

-등비관계 점화식 $A_n=rA_{n-1}$

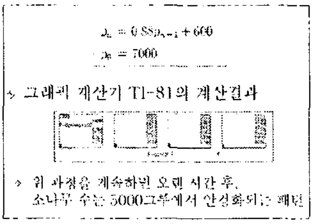
[그림Ⅲ- 6] 일차선형점화식의 형태

현장의 수학교사들에게 이산수학의 수업구성을 위한 실제적인 아이디어를 제공하는 측면에서 위의 주장에 대한 수업연구사례를 제시하는 것이 보다 설득력 있는 접근일 것이다. 실세계의 문제 상황을 통하여 수열의 학습을 일차선형점화식과 연결지우고 그래픽 계산기를 활용해 문제 상황을 흥미롭게 전개해 나가는 이산수학 수업의 한 사례를 살펴보자.

다음은 Dossey(1997)의 연구에서 제시된 실세계의 문제 상황이다.

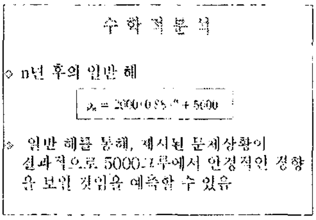
실세계 문제 상황(산림 문제). 어떤 회사가 소나무 7000그루가 심어진 나무숲을 소유하고 있다. 이 회사는 매년 소나무 12%를 베어내고 다시 600그루의 종묘를 심는다. 이 회사는 10년 후에 이 숲에 소나무가 몇 그루가 있을지, 더 나아가 오랜 기간 후에 소나무가 몇 그루 남게 될 지에 대한 정확한 정보를 갖길 원한다.

위 문제를 가지고 Dossey가 전개한 수업의 과정을 살펴보면 상당히 흥미롭다. 그는 그래픽 계산기를 활용하여 문제상황의 수학적 분석 결과를 직관적으로 시각화하고, 뉴턴법에서 사용하는 그래픽 분석 개념을 도입하여 문제 해결 과정을 전개해 나간다(Dossey, 1997). Dossey가 수업을 진행하면서 전개해 나가는 문제해결의 과정을 간단히 요약하여 보면 아래와 같다.



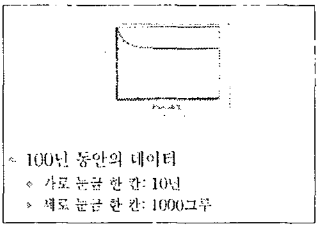
대수식에 의한 수학적 모델링, TI-81로 예비 분석

↓



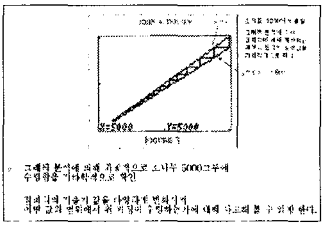
TI-81 분석결과와 대수적 처리 결과비교

↓



예측결과에 대한 직관 시각화(TI-81 그래픽기능 활용)

↓



그래픽 분석에 의한 기하학적 접근

Dossey가 실행한 수업의 과정은 실생활의 문제 상황을 끌어들여 수학의 학습내용을 연결, 수학적 모델링 과정을 자연스럽게 부각시킨 점 이외에도 현장의 수학 교실수업에 다양한 시사점을 던져주고 있다.

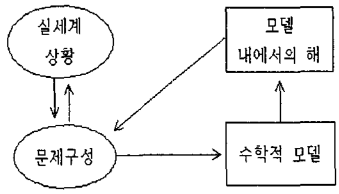
첫째, 교육과정에서 다루는 여러 가지 학습 주제들(수열, 점화식, 일반항, 수렴성, 극한)을 서로 연결지어 통합된 맥락에서 이해할 수 있도록 배려하고 있다. 특히 수열에서 학습되는 기본적인 학습내용이 일차선형점화식이라는 통합된 맥락에서 의미있게 다루어지고 있다.

둘째, 문제해결과정에서 다양한 수학적 접근이 이루어지고 있다. 예측하고 확인하기, 일반항 구하기, 일반항 분석하기, 그래프로 이해하기, 그래픽 계산기 활용하기, 직관적 시각화하기, 여러 가지 수학적 개념(일반항, 수렴, 그래프 등) 다루기, 문제 발전시키기 등. 세째, 학생들에게 실세계에서 발생가능한 '변화'와 '변화의 본질'에 대해 탐구할 수 있는 학습의 장을 제공하고 있다.

사실상 우리나라 현장의 수학수업에서 위와 같은 문제해결과정이 활발히 일어나기 위해서는 수업연구나 준비 측면에서 수학교사의 상당한 노력이 요구된다고 하겠다.

그러나 제7차 교육과정의 '이산수학' 교수-학습 방법에 명시적으로 언급되어 있는 '생활주변 현상이나 구체적 사실을 학습 소재로 하여 수학의 기초적인 개념, 원리, 법칙을 지도하고 실생활과 관련된 문제를 해결할 수 있는 능력을 길러 주도록 한다(교육부, 1997)'의 내용을 의미있게 고려해 본다면 위와 같은 수업구성을 위한 교사의 교수학적 노력이 현장에서 절대적으로 요구되고 있음을 부인하기 어렵다. 이산수학 교사용 지도서에서도 수열과 점화식을 실생활에 기반을 두어 새로운 각도에서 접근함으로써 학생들에게 수학탐구활동을 경험하도록 하고 수학이 단순한 수의 나열이 아님을 인식하게 할 필요가 있음을 강조하고 있다(교육부, 2003b).

3. 다음 그림은 실세계 상황을 수학적 모델로 표현하여 문제를 해결하는 수학적 모델링 과정이다.



아래에 제시된 실세계 상황과 이 상황으로부터 구성된 문제를 중학교 수준에서 해결하기 위한 수학적 모델을 2가지 제시하시오. [2점]

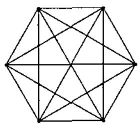
실세계 상황: 철수는 생일을 맞이하여 친구 5명을 생일 모임에 초대하였다. 모임에 참석한 6명이 서로 악수를 나누고 있다. **문제**: 모임에 참석한 6명이 빠지지 않고 모두 악수를 할 때 악수는 몇 번 이루어지는가?

[그림 III-7] 2005학년도 중등교원 임용고사 수학교육영역의 출제문항 사례

2005학년도 중등교원선발 임용고사에서 수학교육분야에 제시된 [그림 III-7]의 문항 사례도 실세계의 문제 상황에 대한 수학적 모델링의 과정을 강조한 시도로서 주목된다. 이 문항은 예비수학교사들로 하여금 현장의 수학수업에서 수학적 지식을 수학적 모델링의 과정 속에서 의미 풍부하게 전개하는 것을 인식시켜주는 문제라고 분석된다. 이 문제는 중학교 수준에서 해결하기 위한 수학적 모델을 요구하고 있는데, 가능한 문제해결방법으로 다음과 같은 접근방법의 구사를 생각해 볼 수 있을 것이다.

- 원소가 6개인 집합으로 보고 원소가 두 개인 부분집합의 개수
- 표로 해결하기
- 수형도로 해결하기
- 6각형에서 두 점 사이를 잇는 선분의 개수 등등

위에서 특히 '6각형에서 두 점 사이를 있는 선분의 개수' 모델로 문제를 해결하는 것은 주어진 문제를 아래의 그림과 같이 이산수학의 그래프 이론에서 다루는 완전 그래프의 변의 개수를 구하는 수학적인 문제로 바꾸는 것과 동일하다.

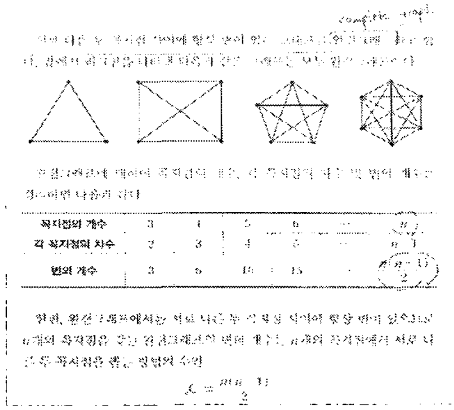


[그림 Ⅲ-8]에 제시된 바와 같이 고등학교 이산수학의 학습내용에서 다루어지는 그래프 이론은 위 문제의 수학적 형식화의 한 방법으로도 도입될 수 있는 것이다.

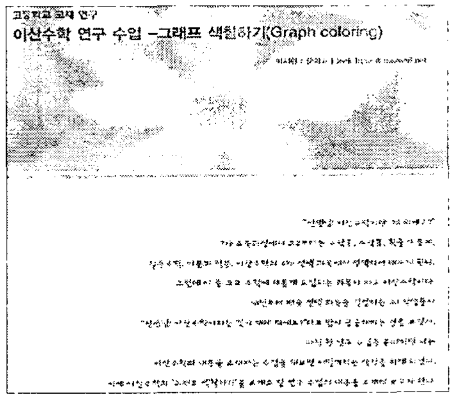
따라서 이산수학의 그래프 이론을 학습하는 상황에서도 교사는 [그림 Ⅲ-8]의 제시된 내용 전개과정과 같이 수학적 지식의 전개로만 수업을 구성해 나가는 것이 아니라 악수 문제의 예처럼 적절한 실세계의 문제 상황을 제시하고 그것을 바탕으로 이산수학의 아이디어에 접근하도록 지도하는 것이 의미 있을 것이다.

[그림 Ⅲ-9]~[그림 Ⅲ-10]에 제시된 바와 같이 이산수학에서 다루는 그래프 색칠문제를 지도하는 구체적 자료를 예시한 고등학교 현장 수학교사의 수업연구도 실세계의 문제상황으로부터 이산수학적인 모델링을 끌어내고자 하는 의미있는 교육적 시도라고 분석된다.

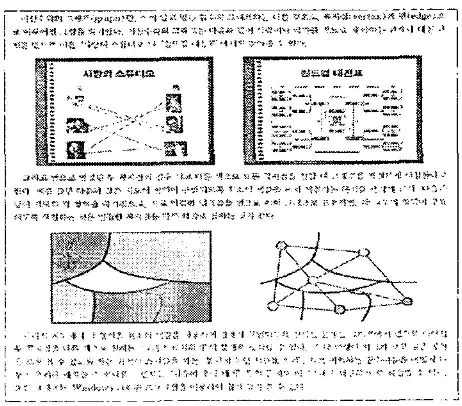
이산수학의 교수-학습과정에서 수학교사는 보다 풍부한 실세계의 문제 상황을 제시하고 그에 대한 수학적 모델링과정으로서 이산수학의 접근방법을 도입하는 방법에 대한 연구를 지속적으로 해 나가야 할 것이다. 실세계의 문제 상황을 분석하는 것은 보다 복잡한 처리과정, 큰 수의 계산 등에 있어서 그래픽계산기나 컴퓨터 등의 활용을 요구하는 경우가 적지 않



[그림 Ⅲ-8] 악수 문제의 수학적 모델링: 완전그래프의 변의 개수 구하기 (교육부, 2003a)



[그림 Ⅲ-9] 이산수학 수업연구 자료 (수학사랑, 2003)



[그림 Ⅲ-10]그래프 색칠문제 지도자료 (수학사랑, 2003)

을 것이다. 따라서 수학교사들은 Dossey가 위의 수업사례에서 그래픽 계산기를 활용하였던 바와 같이 이산수학의 수업에서 생활의 문제를 해결할 수 있는 수학적 힘을 육성하는 지도를 위해 수업기자재를 적극 활용하는 방법에도 보다 많은 관심을 기울여야 할 것이다.

2. 컴퓨터 실습이 병행된 알고리즘 학습

알고리즘[9]의 개발과 분석은 문제를 컴퓨터로 해결하는데 사용되는 방법의 핵심을 이룬다(교육부, 2003b) 일찍이 NCTM에서는 교사들이 학생들에게 알고리즘의 관점에서 수학을 구성할 수 있는 기회를 지속적으로 제공하는 노력을 해야 한다고 주장하였다. 이에 대한 실천적 방안으로 학교수학은 학생들에게 단순히 미리 세워져 있는 알고리즘을 수행하도록 지도하는 데에만 그쳐서는 안 되고 학생들이 직접 알고리즘을 개발하고 분석하도록 격려해야 함을 강조한 바 있다(NCTM, 1994).

우리나라 제7차 수학과 교육과정에서 알고리즘은 수Ⅰ 수열 단원에서는 '알고리즘과 순서도'라는 내용으로, 이산수학에서는 알고리즘이라는 별도의 단원으로 집중적으로 다루어지고 있다[10]. <표 Ⅲ-3>는 우리나라 교육과정의 알고리즘 지도 내용체계에 대한 분석자료이다. 알고리즘은 이산수학의 중요한 학습영역이지만 대수영역에서도 문제해결의 접근방법의 하나로서 수Ⅰ에서 명시적으로 지도되고 있음을 확인할 수 있다.

이산수학 지도에서 알고리즘 학습에 관한 NCTM의 권고는 앞에서 언급하였듯이 학생들의 능동적인 활동에 의한 알고리즘의 개발과 분석으로 요약될 수 있다. Lewis(1997)의 연구에 의하면 알고리즘의 구성과 분석은 지필환경에서보다 컴퓨터 환경에서 보다 효과적으로 이루어질 수 있음을 주장하고 있다. 컴퓨터 환경에서의 효과적인 알고리즘 학습에 대한 그의 주장을 도식화하면 [그림 Ⅲ-11]과 같은 학습모

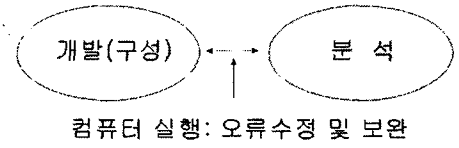
<표 Ⅲ-3> 제7차 교육과정의 알고리즘 지도내용 분석(이강섭 외, 2002; 교육부, 2003)

과목명	수 Ⅰ	이산수학
내용 체계	Ⅲ 수열 1. 등차수열과 등비수열 2. 여러 가지 수열 3. 수학적 귀납법 4. **알고리즘**과 순서도	Ⅲ **알고리즘** 1. 수와 알고리즘 2. 점화관계 2.3 여러 가지 수열
비교 · 분석	수열의 일반항을 구하는 방법을 알고리즘의 관점에서 접근	알고리즘 학습의 일부로서 수열을 다룸
접근방법	대수영역의 이산수학적 접근	이산수학의 개념으로 대수를 처리
강조영역	대수	이산수학

9) '알고리즘(Algorithm)'이라는 용어는 아라비아 수학자 al-Khowarizmi 이름에서 유래한 용어로서 원래 십진기수법에 의한 산술의 규칙을 일컫는 말이었으나 컴퓨터에 대한 관심이 높아지면서 '문제를 풀기위한 정해진 절차'라는 일반적인 의미로 사용되고 있다. 알고리즘의 뜻은 '문제해결의 처리순서'이다(황석근 외, 2001).

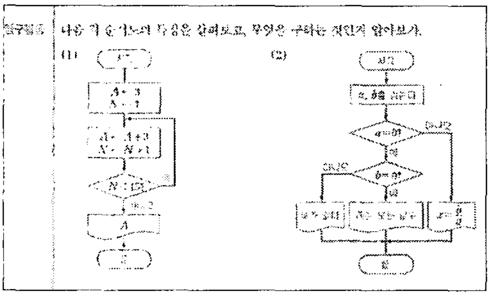
10) 이산수학 교과서에서 알고리즘의 정의는 '같은 과정이 반복되는 수의 계산이나 문제해결에 필요한 처리과정을 단계적으로 정리한 것'이라고 제시되어 있다(교육부, 2003a). 수 Ⅰ 교과서에서 알고리즘의 정의는 '어떤 문제를 해결하기 위하여 유한 번의 계산방법 또는 처리 순서를 나타낸 것'이라고 제시되어 있다(이강섭 외, 2001).

형으로 정리될 수 있다.

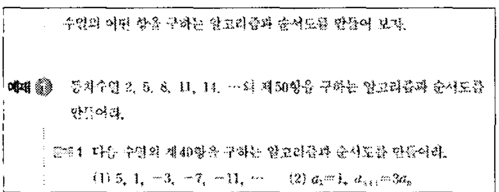


[그림 Ⅲ-11] 알고리즘 학습모형

우리나라 교과서에서 알고리즘을 제시하는 내용을 분석해 보면, 아래의 [그림 Ⅲ-12], [그림 Ⅲ-14]와 같이 순서도의 특징을 살펴보고 무엇을 구하는 알고리즘인지 분석하는 활동과 [그림 Ⅲ-13], [그림 Ⅲ-15]와 같이 문제해결을 위해 알고리즘을 순서도의 형식으로 구성하는 활동의 두 가지로 분류됨을 알 수 있다. 그러나 알고리즘의 분석은 자신이 구성한 알고리즘의 분석이라기보다는 교과서에 미리 제시된 알고리즘의 분석에 그치고 있다.



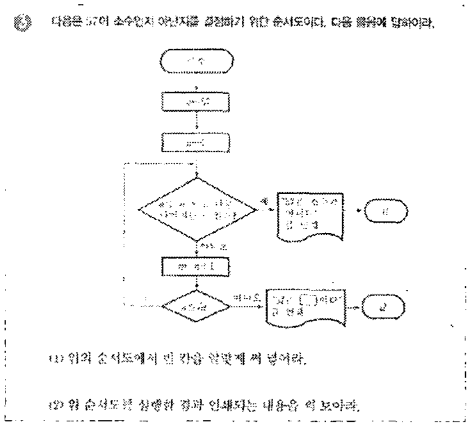
[그림 Ⅲ-12] 수 I : 알고리즘 분석 활동
(이강섭 외, 2001)


수열의 어떤 항을 구하는 알고리즘과 순서도를 만들어 보자.

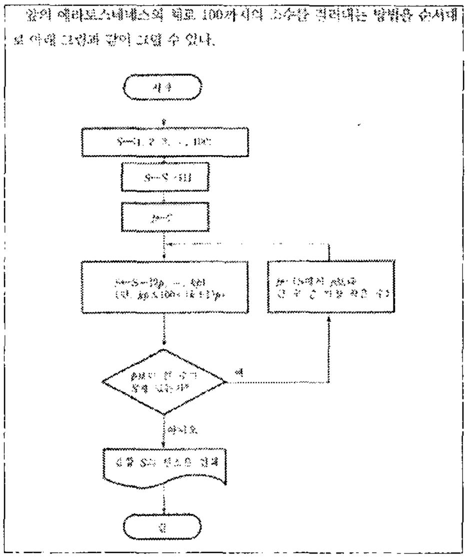
예제 등차수열 2, 5, 8, 11, 14, …의 제50항을 구하는 알고리즘과 순서도를 만들어라.

문제1 다음 수열의 제40항을 구하는 알고리즘과 순서도를 만들어라.
(1) 5, 1, −3, −7, −11, … (2) $a_1=1$, $a_{n+1}=3a_n$

[그림 Ⅲ-13]수 I : 알고리즘 구성 활동
(이강섭 외, 2001)

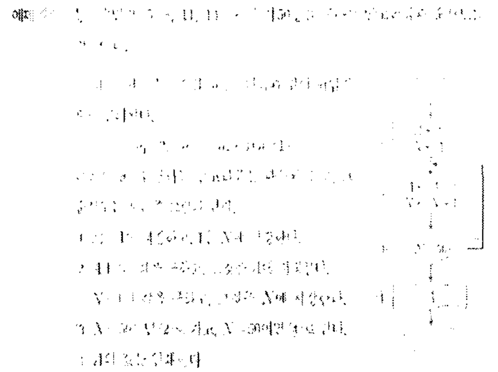


[그림 Ⅲ-14] 이산수학: 알고리즘 분석 활동
(교육부, 2003a)



[그림 Ⅲ-15] 이산수학: 알고리즘 구성 활동
(교육부, 2003a)

특히, 알고리즘의 구성에 관한 문제해결도 [그림 Ⅲ-16]과 같이 곧바로 언어적인 설명과 함께 가장 표준적인 답안이 교과서에 제시되어 있어서 학생들 스스로에 의한 알고리즘의 구성이 효과적으로 일어나기 위해서는 교사의 특별한 수업구성이 요구된다고 할 수 있다.



[그림 Ⅲ-16] 알고리즘 구성에 대한 풀이제공의 예
(이강섭 외, 2001)

알고리즘의 지도에 관한 교육과정의 내용을 살펴보면([그림 Ⅲ-17]~[그림 Ⅲ-18] 참조), 알고리즘 구성과 분석을 위해 오류수정과 보완의 과정이 역동적으로 일어날 수 있는 컴퓨터 환경의 실습을 강조하거나 권장하는 표현이 명시적으로 제시되어 있지 않다. 학습 지도상의 유의점에도 순서도가 바르게 만들어졌는지 점검해 보게하는 내용만 언급되어 있기 때문에 알고리즘 지도를 위한 교사의 적절한 수업 구성이 전제되지 않고서는, 실제 수업현장에서 학생들이 실습을 통해 알고리즘을 구성하거나, 피드백을 통해 오류를 수정하거나, 구성한 알고리즘을 보완하거나 또는 보다 효과적인 알고리즘으로의 창조적 구성을 해 나가는 과정이 소홀히 다루어지기 쉬운 실정에 있다고 할 수 있다.

알고리즘에 관한 수업에서 학생들에게 단순히 미리 세워져 있는 알고리즘을 제시하고, 그대로 따라서 수행하도록 지도하는 데에만 그쳐서는 진정한 알고리즘 학습이 일어날 수 없을 것이다.

1 알고리즘과 순서도
① 알고리즘과 순서도의 뜻을 알고, 그 필요성을 이해한다
② 간단한 문제해결을 위한 알고리즘을 작성하여 순서도를 만들 수 있다.

<용어와 기호> 수열, 항, 유한수열, 무한수열, 일반항, 공차, 등차수열, 등비수열, 계차수열, 수학적 귀납법, 알고리즘, 순서도 a_n, $\{a_n\}$, $\sum_{k=1}^{n} a_k$

<학습 지도상의 유의점>
① 수학적 귀납법의 원리는 지도하되, 수학적 귀납법에 의한 증명은 지나치게 강조하지 않는다
② 순서도가 바르게 만들어져 있는지를 귀납적인 방법으로 점검해 보게 한다
③ 계차수열은 등차수열이나 등비수열이 되는 경우만 다룬다

[그림 Ⅲ-17] '수Ⅰ' 교육과정 내용
(교육부, 1997)

(3) 알고리즘

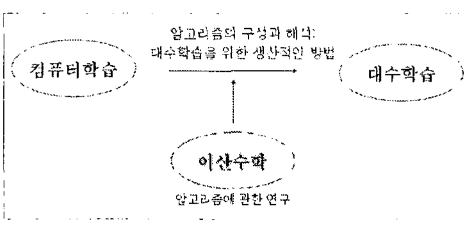
(가) 수와 알고리즘
① 수와 관련된 여러 가지 규칙성의 문제를 해결할 수 있다
② 자연수를 이진법으로 나타내는 알고리즘을 이해한다
③ 소수를 판정하는 알고리즘을 이해한다
④ 최대공약수와 최소공배수를 구하는 알고리즘을 이해한다

(나) 점화관계
① 두 항 사이의 관계식을 이해한다
② 세 항 사이의 관계식을 이해한다

<용어와 기호> 알고리즘, 순서도, 점화관계, 일반항, 부분합, a_n, S_n
<학습 지도상의 유의점>
① 알고리즘은 생활 주변에서 접할 수 있는 소재에서 문제 해결의 사고과정의 과정으로 이해하게 하고 그 논리적 속성을 지도한다
② 점화관계는 항의 값을 나열해 보고, 부분합을 구해 보는 데 중점을 둔다

[그림 Ⅲ-18] '이산수학' 교육과정 내용
(교육부, 1997)

Lewis(1997)는 컴퓨터학습을 통한 알고리즘의 구성과 해석이 대수학습[11]을 위한 생산적인 교육방법임을 강조하면서 대수의 효과적인 학습을 위해서도 이산수학의 학습주제인 알고리즘 학습이 학교수학에서 의미있게 이루어져야 함을 주장하고 있다.

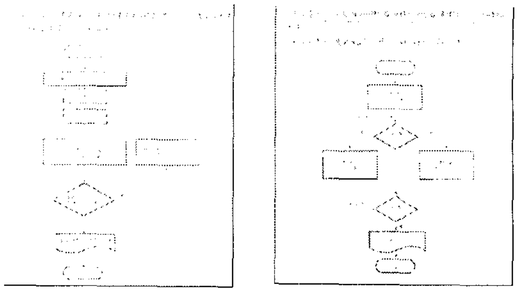


[그림 Ⅲ-19] 알고리즘학습에 관한 Lewis의 관점

11) 우리나라 제7차 교육과정에서도 '수Ⅰ' 대수 영역에서 알고리즘 지도를 명시적으로 하고 있다.

그는 자신의 실험연구를 통해, 지필환경에서 알고리즘을 구성하도록 학생들을 가르치는 것은 힘이 들고, 더구나 알고리즘의 구조를 분석하도록 하는 것은 더욱 힘들다는 것을 밝히고 있다. 그리고 알고리즘이 컴퓨터상에서 실행되면 자연스러운 분석과 창조가 가능해질 수 있음을 강조한다. 어떤 알고리즘은 컴퓨터에서 다른 알고리즘보다 느리게 실행되고, 어떤 알고리즘은 다른 것보다 분명하게, 멋지게 표현되기도 하는 것을 실제로 보고 느끼면서 학생들은 보다 효율적인 알고리즘을 찾아나가는 과정에 익숙해질 수 있다는 것이다. 이는 알고리즘의 학습은 지필환경이 아닌 컴퓨터 환경에서 이루어질 것을 권장하고 있는 것으로 해석된다. 오류수정과 보완을 통한 수학적 지식의 구성에 컴퓨터가 기여할 수 있는 교육적 측면은 이미 많은 연구에서 강조되어 온 바 있다(이종영, 1999, 2001; 신동선 외, 1998). 학생들은 컴퓨터에서 알고리즘을 구성, 자신의 사고과정을 입력하고 실행결과를 점검하면서 피드백에 의한 알고리즘의 수정과 보완을 거치는 활동 속에서 알고리즘적 사고를 효과적으로 발달시켜 나갈 수 있을 것이다.

선행연구의 결과들은, 알고리즘 교육내용이 컴퓨터 환경의 실습수업을 통해 보다 역동적인 수업과정 속에서 구성될 필요가 있음을 시사하고 있다고 보여진다. 우리나라 교육과정의 고등학교 이산수학 교과서에서 다루어지는 알고리즘 지도내용를 살펴보자. [그림 III-20]과 같이 소수의 판정과 최대공약수를 구하는 아래의 알고리즘이 교과서 지면에서 순서도에 의한 표현으로 정리되어 있음을 확인할 수 있다. 알고리즘 학습이 단지 학생들로 하여금 교과서에 제시된 순서도를 눈으로 확인하게 하는 정도에서 머무르게 된다면, 알고리즘의 의미있는 학습은 그 효과를 크게 기대하기 어려울 것이다.



[그림 III-20] 소수의 판정과 최대공약수를 구하는 알고리즘(순서도)(교육부, 2003a)

교과서에 제시된 [그림 III-20]의 순서도 절차들은, 학생들이 먼저 직접 구성해 보고, 실행해 보고, 같은 문제에 대한 여러 가지 알고리즘을 비교 분석해 보고, 보다 효율적인 알고리즘을 선택해 보는 과정을 통해 학습되어야 할 것이다. 그리고 그 과정이 컴퓨터 실습을 바탕으로 한 탐구, 토론학습으로 진행되면 더욱 효과적일 것이다. 우리나라 제7차 교육과정의 교수-학습방법에는

> 교수 · 학습 과정에서 계산 능력 배양이 목표인 영역을 제외하고는 복잡한 계산이나 수학적 개념 · 원리 · 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 한다(교육부, 1997).

와 같이 수학적 개념 · 원리 · 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 수학수업에서 계산기와 컴퓨터의 활용할 것을 강조하고 있기는 하다. 그러나 구체적으로 어느 영역, 어느 지도내용에서 계산기와 컴퓨터를 어떻게 활용할 것인지에 대해서는 전적으로 교사의 손에 달려있는 문제라고 할 수 있다. 이산수학 교사용 지도서에는 알고리즘적 관점에서 수학을 구성하는 기회를 일관되게 제공하고 컴퓨터나 계산기를 수학활동에 편입시킴으로써 생활인으로서 갖추어야 할 기본소양을 준비시켜야 한다고 제시되어 있지만(교육부, 2003b), 실제로 수학교육

의 학교현장에서는 계산기와 컴퓨터의 활용이 라는 교수-학습의 방법이 컴퓨터의 수학교육적 활용에 대한 수학교사의 관심정도와 활용능력에 따라 사실상 교사의 선택사항으로 남겨져 있는 실정이다.

앞으로 새로운 교육과정의 구성에서는 계산기와 컴퓨터의 활용이 전제가 되는 교육내용에 관해서는 교육과정의 해당 지도내용에 그 활용을 학습지도상의 유의점란에 명시적으로 언급하는 방법도 적극적으로 고려해 볼 필요가 있다고 생각된다. 이산수학의 주요 학습주제인 '알고리즘'의 지도내용이 이러한 시도를 위한 구체적이고 적절한 사례가 될 수 있을 것이다. 컴퓨터 교육이 수학교과에 통합되어야 하는 이유를 언급한 아래의 논의는 현대사회에서 요구하는 컴퓨터 소양교육을 위해 알고리즘 교육을 강조하는 입장이지만 알고리즘 교육을 위해 컴퓨터를 적극적 활용할 필요가 있다는 본 연구의 내용과 관련하여 적지 않은 시사점은 던져주고 있다.

> 현대 사회는 컴퓨터가 주도하는 정보산업 혁명이 급속히 확산되고 있는 변화의 사회이다. 이러한 변화에 능동적으로 대처하지 못하는 국민은 21세기 사회에서 주도적인 삶을 누리기 어려울 것이다. 컴퓨터는 수학자가 발명한 수학적인 논리에 따라 움직이는 기계이며, 알고리즘이란 수학적 사고 방법에 따라 작동하는 정보처리 장치이다. 무엇보다도 컴퓨터의 생명이라고 할 수 있는 프로그램의 본질이 알고리즘 곧, 수학이라면 컴퓨터 교육은 본질적으로 수학교과에 포함되지 않을 수 없는 내용이다. 미국과 일본 등 선진 외국의 경우를 보면 중학교 특히 고등학교 수학 교과서의 상당한 부분이 알고리즘과 프로그래밍 및 수치수학으로 되어 있다. 교육과정에서 컴퓨터 교육은 수학교과가 담당해야 하며 수학교과의 중요한 내용이 되어야 한다. 이러한 점에서 점화식과 알고리즘의 지도에서 계산기와 컴퓨터를 적극적으로 활용할 것을 권장한다(우정호, 2003).

또한 Hansen & Zweng(1984)은 컴퓨터 프로그래밍을 통한 수학교육을 다양한 관점에서 논의하고 알고리즘에 의한 프로그래밍이 문제해결학습의 일부가 될 수 있음을 주장하기도 한다. 알고리즘을 단지 눈으로 보고 분석하는 것만으로는 알고리즘 학습으로 충분하지 않을 것이다. 여러 선행연구와 위에서 제시한 Lewis의 연구에서 드러났듯이 알고리즘의 구성과 알고리즘 구조의 분석은 그것이 컴퓨터상에서 실행되었을 때 역동적이면서도 의미있게 일어날 수 있을 것이다. 자신이 입력한 알고리즘의 실행에 오류가 있거나, 느리거나, 다른 학생의 알고리즘보다 비효율적임을 느끼게 되었을 때 자신의 알고리즘을 수정, 보완하는 작업이 수학수업에서 중요한 학습의 장면이 되어야 할 것이다. 알고리즘의 구성과 해석이 컴퓨터에 의한 문제해결 뿐 만 아니라 대수학습을 위해 중요한 기본토대임을 생각해 볼 때 학교현장의 수학수업에서는 보다 적극적으로 컴퓨터에 의한 알고리즘 학습이 의미충실한 지도를 실행해 나아가야 할 것이다. 이러한 시도는 이산수학의 학습주제인 알고리즘의 학습이 학교수학에서 보다 바람직하게 이루어지도록 하는 중요한 교육적 시도로 평가받을 수 있을 것이다.

3. 주어진 자료의 이산적 특징을 고려한 문제해결

우리나라 제7차 수학교육과정에서는 이산수학을 선택교육과정으로 구분하고 있기 때문에 학교수학에서 이산수학은 별도의 과목으로 선택되어 학습되는 것으로 인식되기 쉽다. 그러나 많은 선행연구는 이산수학이 학교수학에서 별도의 학습영역으로 분리되어 지도되기 보다는 교육과정 전 과정에 걸쳐 통합되어 지도될 필요가 있음을 주장하고 있다(Debellis 외, 1997). 우

리는 앞의 절에서 이미 이산수학에서 다루는 점화관계나 알고리즘의 기본 아이디어가 우리나라 수학교육과정의 여러 수준과 맥락에서 다루어지고 있음을 확인한 바 있다.

사실, 모든 수학의 문제는 전통적이고 해석적인 방법으로만 해결되는 것은 아니다. 본 절에서는 문제상황에 주어져 있는 자료들의 이산적 특징들을 고려하면 새로운 접근방법으로 문제를 해결할 수 있을 뿐 만 아니라 이산적인 문제해결방법을 통해 보다 확장된 문제제기가 가능할 수 있음을 보이고자 한다.

구체적인 예를 통해 논의를 전개해 보자. 우리나라 수학교과서를 살펴보면, 방정식과 부등식, 함수의 활용단원에서 제시되는 문제들이 시간, 거리, 속도 등 연속적인 자료들을 많이 다루고 있음을 확인할 수 있다. 그리고 이 단원들에서 제시된 문제해결방법으로는 일반적으로 '식 세우기' 전략이 사용되고 있음을 쉽게 찾아 볼 수 있다. 교과서에는 문제상황에 알맞은 대수식을 세우고 그래프를 그리거나, 주어진 조건에 알맞은 값을 구하기 위해 대수적으로 방정식을 푸는 내용이 주로 제시되고 있다. 그러나 [그림 Ⅲ-21]의 교과서 예시 중 문제 4와 같이 명백히 이산적인 자료들을 다루고 있는 문제

3 기온이 t℃일 때, 공기 중에서의 소리의 속력을 초속 vm라고 하면

$$v = 331 + 0.6t$$

의 관계가 있다. 소리의 속력이 초속 346m일 때의 기온은 몇 도인가?

4 몇 명의 학생들에게 공책을 나누어 주려고 한다. 한 학생에게 5권씩 주면 9권이 모자라고 4권씩 주면 7권이 남는다. 학생은 몇 명인가? 또, 공책은 모두 몇 권인가?

[그림 Ⅲ-21] 수학 7-가: 일차방정식의 활용
(이준열 외, 2000)

상황의 경우에는 특별히 '식 세우기' 전략을 통해서만 문제가 해결되는 것은 아니다.

학생의 수가 이산적이라는 특징을 고려하면 적당한 자연수의 대입으로 출발해 '예상과 확인'전략을 통해서도 문제를 해결할 수 있고, 보다 체계적으로 하기 위해 '표 그리기'전략으로 접근할 수도 있다. 이산수학의 그래프 이론에서 다루는 특별한 그래프인 수형도를 활용해 문제해결을 할 수도 있다. 일반적으로 학생들은 방정식과 부등식, 함수의 활용단원에서 제시되는 문제들을 대부분 '식 세우기'전략으로 해결하는 것으로 생각하고 있지만 학생들로 하여금 문제에 주어진 자료의 이산적인 성질에 주목시키게 하면 초등수준에서부터 학습해 온 다양한 문제해결전략을 풍부하게 구사시킬 수 있는 학습의 장을 제공할 수 있다. 모든 수학의 문제가 전통적인 대수식의 풀이방법만으로 해결되는 것이 아니라 이산적인 아이디어의 해결방법을 통해서도 훌륭하게 접근될 수 있음을 경험하는 것도 수학수업에서 일어날 수 있는 의미있는 학습 중의 하나일 것이다.

위의 내용과 관련하여, 이산수학이 학교수학의 다양한 영역에서 어떻게 이용되는 지, 또한 얼마나 폭 넓게 수학분야에 활용가능한 지를 보여주는 Reinthaler(1997) 연구 사례를 살펴보는 것은 흥미롭다. 그의 연구에서는 다음과 같은 문제가 제시된다.

모카신[12)]과 부츠를 만드는 제화공이 있다. 모카신 하나를 만들기 위해서는 2 제곱피트(정사각형 모양)의 가죽이 필요하고 부츠 하나를 만들기 위해서는 3 제곱 피트(정사각형 모양)의 가죽이 필요하다. 이 제화공은 20 제곱 피트(정사각형 모양)의 가죽을 사용할 수 있다(Reinthaler, 1997).

12) 북아메리카 원주민의 뒤축이 없는 신

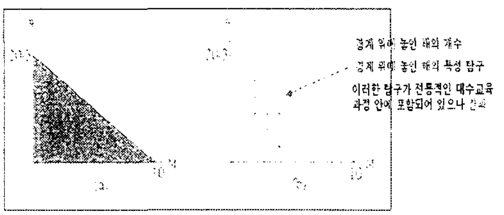
위와 같은 문제가 제시되었을 때 우리에게 던져지는 익숙한 질문들은

"몇 개의 부츠와 모카신을 만들 수 있는가?"
"주어진 정보를 나타내는 그래프를 그려라"
"주어진 정보를 모델화하는 부등식을 세워라"

이고, 일반적으로 교사와 학생들은 위의 문제를 아래와 같은 대수식으로 형식화한다.

$$2M+3B \le 20, \ (M \ge 0 \ , B \ge 0)$$

위와 같은 대수식을 세울 때 학생들은 보통 변수 M, B의 이산적인 성질에 대해 주목하지 않는다. Reinthaler는 실제로 학교수학의 수업에서도 위와 같은 대수식의 그래프를 그릴 때 [그림 Ⅲ-22]의 왼쪽 그림과 같이 부등식의 영역으로 처리하는 경우가 많다는 것을 지적한다. 정의역, 치역을 마치 연속인 것처럼 다루는 것이다. 그러나, 영역 그래프는 위 문제 상황에 관한 답을 명확히 보여주지 못하고 있다. 자료의 이산적인 성질을 파악하게 되면 학생들은 영역그래프와 격자그래프의 차이점을 탐구할 수 있게 된다.



[그림 Ⅲ-22] 영역그래프와 격자그래프: 문제해결 비교(Reinthaler, 1997)

[그림 Ⅲ-22]의 오른쪽 격자그래프를 보게 되면, 학생들에게는 다음과 같은 새로운 문제가 제기될 수 있다.

"경계선 위에는 몇 개의 해가 있는가?"
"경계선 위에 있는 순서쌍의 수는 어떤 특징을 가지는가?"
"몇 가지 방법으로 신발을 만들 수 있는 것인가?" 등등

Reinthaler는 위와 같은 문제가 전통적인 대수교육과정에 충만해 있음에도 불구하고 학교수학에서 이산적인 자료의 성질을 부각시키고, 그와 관련된 질문을 제기하는 것이 사실상 수업 중에 상당히 간과되어 처리되고 있음을 지적한다.

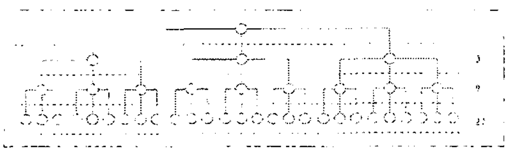
우리나라 교과서에 제시된 문제들 속에서도 이산적인 자료를 소재로 한 문제들이 많이 제공되고 있다. 학생들로 하여금 이산적인 문제 상황의 합리적인 처리, 문제해결에 관한 통찰력을 증진시키기 위하여 수학교사들은 Reinthaler의 연구사례에서 예시한 이산적 자료의 문제해결방법을 수학수업의 현장에서 실천적으로 실행하는 일에 관심을 기울여야 할 것이다. 이를 위해 수학교사들은 개인적으로 혹은 동료교사들과 함께 이산수학 지도를 위한 수업아이디어를 탐구해 나갈 필요가 있다. 때로는 선행연구에서 제시하는 사례들을 통해 수업구성의 아이디어를 얻는 방법도 효과적일 수 있다.

Reinthaler의 연구에서 참고할 만한 흥미로운 사례를 한 가지 더 살펴보자. 다음은 주어진 자료의 이산적 특징을 고려하고 동일한 문제상황을 보다 실제적인 상황에 가깝게 해석하는 과정에서 이산수학의 중요한 학습내용으로의 연결을 시도한 문제해결과정의 예이다. Reinthaler는 자신의 연구에서 다음과 같은 '전화걸기 시스템' 문제를 제시한다.

<문제> 샐리의 사무실에서는 회의를 열게 될 때 이를 각 부서 사람들에게 알리기 위한 시스템을 가지고 있다. 먼저, 샐리가 세 사람에게 전화를 한다. 그러면

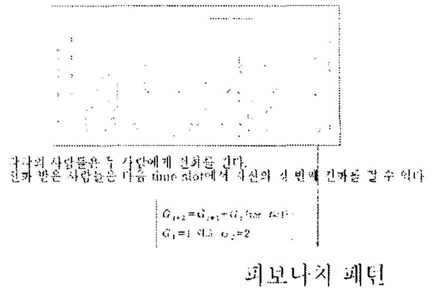
> 그 세 사람은 각각 다른 세 사람에게 전화를 하고 모든 부서의 사람들에게 회의사실이 다 알려질 때 까지 전화걸기를 계속한다. 만일 한 사람이 세 사람에게 전화를 걸리는 데 걸리는 시간이 10분이라고 하고, 모든 전화가 30분 이내에 마무리 되어졌다면, 마지막 라운드에 전화를 받게 된 사람들은 모두 몇 명인가?(Reinthaler, 1997).

위의 문제해결을 위해서는 함수 $y=x^3$이라는 수학적 관계식에서 간단한 대입을 통하여 $3^3=27$라고 답하는 방법, [그림 Ⅲ-23]과 같이 전통적인 방법으로 수형도를 그려가며 결과를 찾아보는 방법을 생각해 볼 수 있다. 그러나 Reinthaler는 자신의 연구에서 주어진 문제를 보다 이산수학적인 사고로 접근하게 되면 새로운 문제해결방법과 새로운 해가 가능할 수 있음을 예시하고 있다.

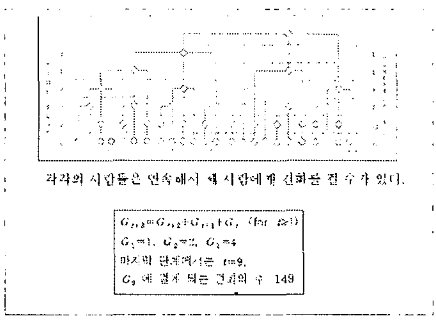


[그림 Ⅲ-23] 수형도에 의한 문제해결

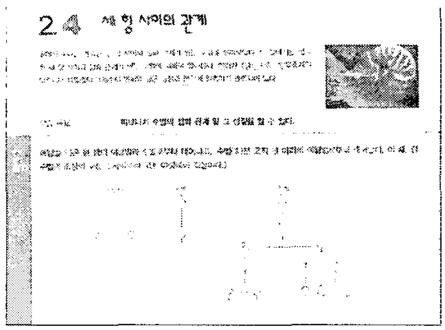
[그림 Ⅲ-23]의 수형도는 각 사람들이 세 명에게 전화를 거는 동안 바로 앞의 라운드에 전화가 다 마무리되기 전 까지는 그 다음 라운드의 사람이 전화를 걸지 않는다는 암묵적인 가정이 있다. 그러나, 실제 우리의 생활의 문제 상황에서는 어떠한가? 전화를 받으면 자연스럽게 다음사람에게 전화를 거는 것이 보다 실제 상황에 가까운 문제상황이다. 보다 실제적인 문제상황에 걸맞는 개념을 가지고 위의 문제를 다시 접근해 보면 아래의 [그림 Ⅲ-24]에 제시된 바와 같이 우리나라 고등학교 이산수학 교과서에서 다루는 피보나치 수열의 흥미로운 결과가 드러난다.



[그림 Ⅲ-24] 두 명에게 전화걸기의 경우



[그림 Ⅲ-25] 세 명에게 전화걸기의 경우



[그림 Ⅲ-26] 피보나치 수열
(교육부, 2003a)

피보나치 수열의 패턴은 [그림 Ⅲ-24]와 같이 우리나라 고등학교 이산수학 교과서에서 탐구활동의 형태로 지도되고 있는 내용이다. Reinthaler의 연구에서 제시된 위의 사례는 우리나라 고등학교 이산수학 수업에서 다루는 수학적 지식과 연결지어 활용해 볼 수 있는 훌륭한 학습소재가 될 수 있을 것이다. 이산수학을 지도

하는 수학교사들은 이산수학의 교수-학습에 관한 선행연구의 사례들을 통해 학생들에게 제시할 수 있는 실세계의 문제에 대한 학습소재를 얻을 수 있다. 뿐 만 아니라 서로 다른 문제상황이 동일한 수학적 모델로 형식화됨을 보여줄 수 있는 수업 아이디어를 얻을 수도 있다. 나아가 자료의 이산적인 성질을 고려하는 것에 주목하면 보다 실제적인 문제상황에 가깝게 접근해 감으로써 원래 제기된 문제와 다른 새로운 문제 제기도 할 수 있다. 위의 사례를 예로 들면,

> "우리 학급의 총 인원수를 생각할 때,
> 비상 연락시 한 학생이 몇 명에게 전화 거는 방법이 가장 효과적인가"

와 같이 실질적인 문제제기로 학생들로 하여금 흥미로운 문제 속에서 합리적인 문제해결의 경험을 할 수 있도록 안내할 수 있다. 실생활의 이산적인 상황을 수학적으로 사고하여 합리적으로 해결할 수 있게 한다는 우리나라 이산수학의 목표를 고려해 볼 때 위의 사례에서 보여주는 문제해결의 접근방식은 학교 현장의 수학 수업구성에 많은 시사점을 던져주고 있다. Hart, K. M et al. (1981)의 연구에서는 문제 상황의 문맥을 연속적인 양과 이산적인 양의 관점에서 분석하는 사례를 제시하기도 한다(Hart, K. M et al., 1981)

위에서 예시한 탐구는 학교수학의 교과과정에 제시된 문제들로부터도 풍부히 끌어내어질 수 있는 과정들이기 때문에 수학교사들은 현재의 교과과정 안에서도 위와 같은 문제해결과정을 교실수업에서 자연스럽게 구성해 나가는 문제에 관심을 기울여야 할 것이다. 그러한 가운데 학생들은 이산적인 시스템을 배우는 의미있는 경험을 하게 될 것이고 이산수학을 선택교과목으로 별도의 과목을 통해서만 학습하는 것이 아니라 수학 문제해결의 여러 수준과 맥락을 통해 통합적으로 학습하는 경험을 하게 될 것이다.

4. 탐구와 토론활동이 충만한 교실수업

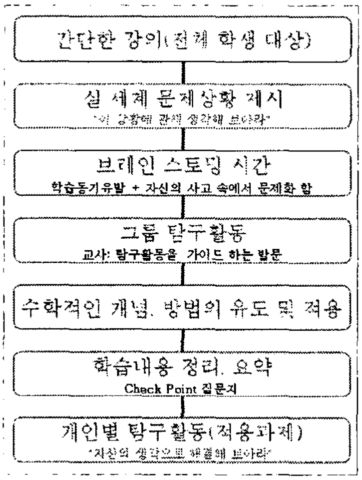
우리나라 고등학교 이산수학은 실생활에 적용할 수 있는 이산수학의 방법을 중요시하고, 관찰, 조사, 분석하는 과정을 배우고 탐구하는 정신을 기르는데 중점을 두고 있다. 교과서의 구성은 목표탐구단계, 내용전개단계, 정리단계로 이루어져 있는데, 각 단계의 실행에서는 학생들의 자주적인 참여와 능동적인 토론을 필수적으로 요구하고 있다. 이는 교과서의 머리말에 '이산수학의 수업은 조용한 사색보다는 활발한 의견개진과 아이디어의 발표로 생동하는 수학교실 속에서 이루어져야 함'을 명시적으로 강조하고 있는 표현에서 쉽게 파악될 수 있다(교육부, 2003a). 학교수학의 이산수학 학습은 탐구와 토론이 충만한 교실수업을 지향하고 있는 것이다.

본 절에서는 탐구와 토론이 충만한 이산수학의 수업모형이 선행연구의 이산수학수업사례들 속에서 발견될 수 있는 공통적인 특징임을 확인하고 우리나라 이산수학 수학과 교육과정에서 강조하는 활동, 토론, 발표로 구성된 역동적인 수업모델의 중요성을 강조하고자 한다. 더불어 선행연구들의 수업사례를 통해 현장의 수학교사들에게 탐구와 토론을 위한 수학수업구성의 아이디어를 제공하고자 한다.

먼저, Hart(1997)의 연구에서 제시된 CPMP[13)]

13) Core-Plus Mathematics Project Curriculum : 이산수학이 통합된 새로운 중등학교 수학교육과정으로서 대수학과 함수, 기하학과 삼각법, 확률과 통계와 더불어 이산수학이 현실적인 응용의 문맥에서 통합되어 다루어진다(Hart, 1997).

교육과정의 교수-학습활동을 살펴보는 것이 도움이 된다. 이산수학을 통합적으로 다루는 CPMP 교육과정에서는 학습주제가 어떠한 것이든 간에 실세계의 문제상황 제시, 문제에 대한 자유로운 접근 활동, 그룹 탐구활동, 개인별 탐구 및 정리 활동이 기본 프레임으로 설정되고 있다. CPMP에서의 교수-학습 활동의 흐름을 간단하게 도식화하면 [그림 Ⅲ-27]과 같이 정리될 수 있다.

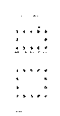


[그림 Ⅲ-27] CPMP 교수-학습 활동의 개요

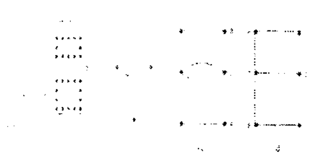
실세계의 문제상황은 항상 "이 상황에 대해 생각해 보아라(Think About this Situation)"라는 타이틀과 함께 제시된 후, 자유롭게 문제에 대해 생각하고, 자신의 사고 속에 문제를 재정리하는 과정을 거치도록 한다. 그 후, 그룹 탐구활동을 시작하는데, 그룹 활동은 문제에 대한 각자의 생각을 가지고 온 상태에서 시작되기 때문에 탐구를 위한 토론이 상당히 활발하게 진행될 수 있다. 이 때 교사는 학생들의 탐구활동을 자극하거나, 안내하는 적절한 발문을 한다. 예를 들어 교사는 "-라면 어떻게 될까(What if-)" 라는 질문을 던진다. 그룹 탐구활동 후엔, 문제해결과정을 수학적으로 세련화하고 학생들은 그 과정에서 관련되는 중요한 수학적 개념을 유도하고 익히게 된다. 교사는 학생들의 수학적 처리과정을 정돈해주고 학습내용을 정리 요약해 준다. 문제해결과 관련된 수학적인 학습 내용을 담은 질문지가 체크포인트(Checkpoint)라는 제목으로 제시되고, 마지막으로 개인별로 그 날의 학습내용을 잘 이해하고 적용할 수 있는지를 점검하기 위해 각 학생들에게 "스스로 해결해 보아라, 자신의 생각으로 해결해 보아라(On Your Own)" 라는 개인별 탐구활동지가 배부된다(Hart, 1997). 이산수학의 통합을 강조하고 있는 CPMP 교육과정의 교수-학습활동의 특징은 토론과 그룹탐구를 통해 학생의 능동적인 참여 중심의 수업을 적극적으로 유도하고 있는 것으로 정리된다. 구체적인 구성의 측면에서는 브레인 스토밍 시간, 그룹탐구활동, 개인별 탐구활동이 교사가 미리 준비한 학습 자료 및 발문을 통해 짜임새있게 이루어지고 있다. CPMP 교육과정의 교수-학습활동은 우리나라 현장의 이산수학 수업구성을 위한 적절한 모델의 하나로서 현장의 수학교사들에게 역동적인 수업구성에 관한 효과적인 수업아이디어들을 제공하고 있다고 보여진다.

CPMP교육과정에서 그룹 탐구활동은 이산수학 학습에서 학생들의 상호협력을 통한 긍정적인 학습결과로 나타나고 있는데 이러한 연구결과는 또 다른 선행연구에서도 쉽게 찾아볼 수 있다. Hoyer(1997)는 자신이 직접 실행한 조별학습 수업의 긍정적인 효과를 언급하고 있다. 그는 교사가 학습내용을 직접적, 형식적으로 전달하는 방법에서 탈피하고 조별학습을 통해 실생활의 문제를 학생들이 토론, 협력하여 해결하게 함으로써 학습하는 내용에 대한 학생들의 흥미를 유발 할 수 있었다고 보고하고 있다. 또한 무엇보다도 수학의 실용성, 수학학습의 중요성을 학생들이 깨닫게 하는 데에도 큰

도움을 얻었음을 밝히고 있다. 그의 수업은 '오일러 회로[14]'라는 학습주제와 관련된 실생활의 문제를 소개하고 그룹 활동을 통해 오일러 회로의 조건을 발견하도록 하는 수업이다. 먼저, 학습할 오일러 회로의 내용이 실생활에서 지나간 길을 다시 지나가지 않는 계획을 세울 때 적용될 수 있음은 다양한 예를 통해 설명하고 (예, 쓰레기 수거차, 눈 청소차의 이동경로, 여행계획, 신문배달, 전시장 전시물 관람 계획 등) 그것이 수학적으로 분석될 때 '시간과 노력을 절약하려는 태도'와 '합리적으로 문제를 해결하려는 태도'속에서 효과적인 해결방법이 나올 수 있음을 이야기한다. 학생들에게 오일러 회로가 되기 위한 규칙들을 나름대로 살펴보게 한 후, 발표하도록 하고, 교사가 학생들의 발표내용을 수학적인 처리과정과 연결지어 다듬어 주고, 조별로 토론할 수 있는 안내를 시행한다 (예를 들면, 꼭지점의 목록 작성, 오일러 회로 가능한 것과 그렇지 않은 것의 분류, 오일러 회로의 규칙을 각자 생각해서 적어보기, 그룹을 이루어서 각자의 생각에 대해 토론하기, 효과적인 방법 찾아내기 등). 마지막으로 오일러 회로 및 경로를 실생활의 문제에 적용할 수 있도록 하기 위해 아래와 같은 [그림 Ⅲ-28]을 제시하고 "걸음을 되돌리지 않고 모든 사물함에 페인트칠하기'라는 과제를 준 후, 이를 그래프 문제로 해석하여 처리하도록 한다.



[그림 Ⅲ-28]
사물함배치



[그림 Ⅲ-29]
그래프에 의한 문제해결의 예

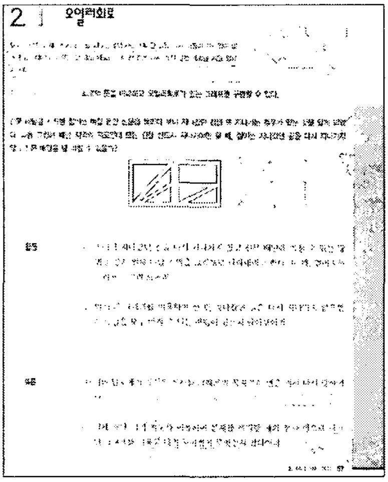
학생들이 문제를 그래프로 해석하여 제시한 결과는 [그림 Ⅲ-29]의 (c), (d)이고 보다 적절한 답안은 (b)인데, 위 연구자는 그림 (b)의 접근을 곧바로 제시하지 않고 조별 활동 속에서 학생들이 효과적인 접근방법을 찾아나가는 과정에서 발견해 낼 수 있도록 유도하고 있음이 눈에 띈다(Hoyer, 1997). 학생들의 수업 후 반응을 주목할 필요가 있는데 그의 연구에서 수업을 받은 학생들의 공통적인 반응은 '수학이 중요하고 가치가 있음'을 느꼈다는 것이다. 그의 연구에서 보인 학생들의 개별적인 의사표현들을 몇 가지 제시해 보면 다음과 같다.

> 너무 흥미롭다, 생각할 수 있도록 한다, 이런 과제수행이 재미있다, 상당히 쉽다
> 그래프 단원을 좋아하게 되었다, 새로운 것을 발견했다는 것이 기쁘다
> 쉬워서 잘 따라갈 수 있었다, 단지 수학책으로만이 아니라 이런 방식으로 이론과 생활을 접목해서 수학을 배우면 좋겠다(Hoyer, 1997).

Hoyer가 실생활의 문제상황을 바탕으로 한 조별수업으로 이산수학의 수업을 구성한 연구는 학생들이 상호협력을 통해 상당한 정도의 학습성취 효과를 볼 수 있었다는 것을 분명하게 전달하고 있는 것을 보인다. 특히 학생들은 자신들이 해결하고 학습한 문제들을 실생활에 적용이 되는 문제 속에서 다시 한 번 적용해 보면서 높은 수준의 이산수학 학습경험을 할 수 있었다는 것이 주목된다. 또한 위의 학습경험을 통해 학생들은 수학에 흥미와 자신감을 갖게 되었다는 것은 우리나라 수학학생들 중 대수나 기하 학습에서 흥미를 느끼지 못하는 학생들, 틀에 박힌 방식의 수학학습을 거부하는 학생들, 학습내용에 대한 도전의식이 없는

14) 연결된 그래프에서 꼭지점은 여러 번 지날 수 있지만 모든 변을 오직 한 번만 지나는 회로(교육부, 2003a)

학생들에게 수학교사인 우리가 이산수학의 수업으로 접근해 볼 수 있는 교육적 시도를 암시하고 있다고 보여진다. 현장의 수학교사들이 이산수학 학습내용을 가지고 토론과 협력에 의한 학습방법을 구성, 시도해 보는 것은 전문교과에 대한 학생들의 지식심화 측면에서 뿐 만 아니라 수학에 대한 학생들의 흥미와 관심을 유도하고 수학의 실용성을 보여주기 위한 효과적인 교육적 시도가 될 것으로 생각된다. 사실상, CPMP교육과정에서의 교수-학습 방법이나 Hoyer가 제시한 조별토론학습방법은 이산수학의 교수-학습에만 국한되는 것이 아니라 학교 수학의 모든 학습내용에 적용 가능한 교수-학습 방법의 사례라고도 볼 수 있다[15].


2 오일러 회로

[그림 Ⅲ-30] 이산수학: 오일러 회로
(교육부, 2003a)

[그림 Ⅲ-30]에서 볼 수 있듯이, 고등학교 이산수학 교과서 상에 제시되어 있는 실생활의 문제상황, 활동, 토론 등의 과정은 교과서의 제시로 단순히 보고 지나가는 것이 아니라 수학교사의 손에 의해 보다 교실수업에서 보다 생명력있게 다루어질 필요가 있다. 탐구와 토론이 충만한 교실수업 속에서 이산수학은 학생들의 수학적 표현능력을 발달시킬 수 있을 것이다. 교사는 논리전개단계에서 서로의 생각이 맞는지 검증하도록 학생들을 안내함으로서 그들이 엄밀한 사고와 추론을 해 나갈 수 있도록 유도할 수 있다(조한혁, 2005). 특히 우리나라 고등학교 이산수학 교과서에는 실생활과의 연관성이 풍부한 문제들이 많이 제시되어 있으므로 현장의 수학교사들은 본 논문에서 언급한 교수학적 제안들을 충분히 반영한 이산수학 수업의 구성을 꾀하는 작업을 활발히 해 보아야 할 것이다. 동일한 학습내용을 교실수업에서 역동적으로 전개한 실행 사례를 보여주는 선행연구들을 참고하면 수업구성을 위한 교수 방법상의 아이디어를 쉽게 얻을 수도 있을 것이다.

Ⅳ. 맺음말

본 논문은 NCTM에서 제시하는 9-12학년의 규준이면서 동시에 우리나라 제7차 수학과 교육과정에서 운영되고 있는 이산수학의 교수-학습 방법에 관한 교수학적 논의이다. 본 연구에서는 학교현장의 이산수학 수업구성에 도움이 될 수 있는 교수학적 논의와 수업연구를 위한 실질적인 아이디어를 담은 교육적 자료들을 제공하는 것에 목적을 두고 연구를 진행하였다.

우리나라 제7차 교육과정에서의 이산수학 교수-학습방법에 관한 제안사항을 바탕으로 수학

15) 이와 관련하여 특히, 제7차 교육과정에서는 과목 선택형 수준별 교육과정을 효율적으로 운영하기 위하여 다음 사항에 유의해야 함을 명시하고 있다. 첫째, 개인차에 따른 학습 능력을 고려하여 수준별로 분단이나 학급을 편성하고, 이를 적절히 운영한다. 둘째, 개인차에 따라 교수·학습을 개별화하여 학습의 효율을 높인다. 셋째, 소집단 협력 학습 체제를 적절히 운영하여 서로 도우며 학습 할 수 있도록 한다(교육부, 1997).

교과서 분석, 국내·외의 교육적 연구 분석에서의 시사점을 도출, 이를 바탕으로 이산수학의 교수-학습을 위한 교수학적 제안을 네 가지 관점으로 정리하였다. 실세계의 문제 상황에 관한 수학적 모델링, 컴퓨터 실습이 병행된 알고리즘 학습, 주어진 자료의 이산적 특징을 고려한 문제해결, 탐구와 토론활동이 충만한 교실수업으로 제시된 네 가지 제안은 학교수학에서 이산수학의 내용을 다루는 교사들이 수업내용을 구성하고 교실수업을 진행할 때, 중요하게 고려해야 할 지침으로서 편의상 독립적으로 논의되어 있지만 실제 수업의 상황에서는 유기적인 관계에 따라 통합적으로 다루어져야 할 것이다.

이산수학을 학교수학에 접목시키려는 국내·외의 많은 교육적 노력들은 표면적으로는 컴퓨터에 의한 정보화 시대를 준비하게 하려는 측면을 강조하면서 시작되었다(교육부, 2003b). 그러나 최근 이산수학은 문제해결을 위한 새로운 수학언어로서, 논리와 사고를 훈련할 수 있는 유용한 학습도구로서, 실생활의 문제에 대한 수학적 모델로서, 수학학습에 대한 학생들의 정의적 태도의 진전을 가져오는 교과목으로서 수학교육분야에서 상당한 주목을 받고 있는 분야이다. 따라서 이산수학은 수학교육과정 안에서 통합적으로 다루어질 필요가 있으며 우리나라 제7차 수학과 교육과정의 과목 선택형 교육과정에서 선택적으로 운영되는 경우에라도 이전에 학습된 수학내용과 관련지어 학생들의 문제해결능력과 수학적 사고력의 신장을 꾀하는 방향으로 지도되어야 할 것이다.

본 연구의 내용과 관련하여 수학수업을 이끄는 교사들은 다루고 있는 문제, 문제 해결과정에 대해 끊임없이 반성해 보아야 할 필요가 있음을 강조하고자 한다. 수학교사들은 문제 상황에서 다루어질 수 있는 수학적 지식이 어떻게 학교수학의 교육과정 속에 스며들어 지도될 수 있는 지 끊임없이 생각해 보아야 한다. 특히 새로운 지식기반 정보화 사회에서 보다 중요시 되고 있는 이산수학적인 문제해결 접근이 기존의 교육과정 학습내용 속에서 어떻게 의미있게 다루어질 수 있는지에 대해 고민해야 한다. 나아가 문제 상황 속에 들어있는 이산수학적인 개념이 학교수학의 다른 수학적 개념들과 어떻게 연결 지어 다루어 질 수 있는지에 대해서도 연구해 보아야만 할 것이다. 나아가 학생들도 그러한 연결성을 파악할 수 있도록 교사가 어떻게 도움을 줄 수 있는 지에 대해서도 계속적으로 심도 있는 연구를 해 나가야 할 것이다.

본 연구에서는 이산수학 수업을 실행하는 현장수학교사들의 연구 활성화를 유도하고 실제 학교현장의 수업구성에 도움을 주기 위하여 가능하면 국내·외의 연구사례나 교과서, 그 밖의 관련된 교육적 자료들을 구체적으로 예시하고자 노력하였다. 본 논문에서 제안하는 이산수학 교수-학습의 제안사항들을 참고로 하여 학교수학의 이산수학 내용지도를 위한 현장교사들의 수업연구와 그에 대한 교육적 분석이 적극적으로 실행되고 그 결과가 수학교사들 사이에 활발히 공유될 수 있기를 희망한다.

참고문헌

교육부(1997). **제 7 차 교육과정**. 교육부.

교육부(2001). **수학 4-가**. (주)천재교육.

교육부(2003a). **고등학교 이산수학**. (주)천재교육.

교육부(2003b). **고등학교 이산수학 교사용지도서**. (주)천재교육.

권성룡(2005). 초등학교에서의 이산수학. **청람**

수학교육, 17, 81-106.
김서령(2005). 이산수학을 이용한 사고력 기르기 -그래프 색칠하기 중심으로. **수학사랑 제 7회 Math Festival 자료집**, 304-309. 수학사랑.
박두일 외 4인(2001). **중학교 수학 8-가**. (주)교학사.
수학사랑(2003). **저널 수학사랑 3, 4월호**. 사단법인 수학사랑.
수학사랑(2005). **저널 수학사랑 1, 2월호**. 사단법인 수학사랑.
신동선 · 류희찬(1998). **수학교육과 컴퓨터**. 경문사.
우정호(2002). **증보판 학교수학의 교육적 기초**. 서울대학교출판부
우정호(2003). 수학 교육과정의 문제점과 개선방향 탐색. **제 40회 대한수학교육학회 수학교육학 집중세미나 자료집**, 1-24.
이강섭 외 6인(2002). **고등학교 수학 Ⅰ**. (주)지학사.
이종영(1999). **컴퓨터 환경에서의 수학-학습지도에 관한 교수학적 분석**. 서울대학교 대학원 박사학위논문.
이종영(2001). 컴퓨터와 수학교육. **2001학년도 하계 수학과 직무연수교재**, 65-93. 전주교육대학교 부설초등교육연수원.
이준열 외 4인(2000). **중학교 수학 7-가**. (주)도서출판 디딤돌.
조한혁(2005). 학교수학과 이산수학. **청람수학교육, 17**, 1-20.
황석근 외 2인(2001). **이산수학**. (주)블랙박스.
NCTM(1994). **수학 교육과정과 평가의 새로운 방향**. (구광조 외 2인, 역). 경문사. (영어원작은 1989년 출판).
Debellis, V. A. (1997). Discrete mathematics in K-2 classrooms. In J. G. Rosenstein, D. S. Franzblau & F. S. Roberts (Eds.), *Discrete mathematics in the schools* (pp. 187-202). NCTM.
Devaney, R. L. (1990). *Chaos, fractals, and dynamics: Computer experiments in mathematics*. Addison-wesley publishing company.
Devaney, R. L. (1997). Putting chaos into calculus courses. In J. G. Rosenstein, D. S. Franzblau & F. S. Roberts (Eds.), *Discrete mathematics in the schools* (pp. 239-254). NCTM.
Dossey, J. A. (1997). Making a difference with difference equations. In J. G. Rosenstein, D. S. Franzblau & F. S. Roberts (Eds.), *Discrete mathematics in the schools* (pp. 255-264). NCTM.
Hansen, V. P., & Zweng, M. J. (1984). *Computers in mathematics Education, 1984 yearbook*. NCTM.
Hart, E. W. (1997). Discrete mathematical modeling in the secondary curriculum: Rationale and examples from the core-plus mathematics project. In J. G. Rosenstein, D. S. Franzblau & F. S. Roberts (Eds.), *Discrete mathematics in the schools* (pp. 265-280). NCTM.
Hart, K. M et al. (1981). *Children's understanding of mathematics: 11-16*. John Murray.
Hoyer, B. (1997). A discrete mathematics experience with general mathematics students. In J. G. Rosenstein, D. S. Franzblau & F. S. Roberts (Eds.), *Discrete mathematics in the schools* (pp. 281-288). NCTM.
Lewis, P. G. (1997). Algorithms, algebra, and the computer lab. In J. G. Rosenstein, D.

S. Franzblau & F. S. Roberts (Eds.), *Discrete mathematics in the schools* (pp. 289 -294). NCTM.

Reinthaler, J. (1997). Discrete mathematics is already in the classroom - But it's hiding. In J. G. Rosenstein, D. S. Franzblau & F. S. Roberts (Eds.), *Discrete mathematics in the schools* (pp. 295-300). NCTM.

A Study on the Teaching and Learning of Discrete Mathematics in the 7th Mathematics Curriculum

Kim, Nam Hee (Jeonju University)

This study is a discussion of the teaching and learning of discrete mathematics in school mathematics. In this study, we summarized the importance of discrete mathematics in school mathematics. And we examined instruction methods of discrete mathematics expressed in the 7th mathematics curriculum. On the basis of analysis for teaching cases in previous studies, we proposed four suggestions to organize discrete mathematics classroom. That is as follows. First, discrete mathematics needs to be introduced as a mathematical modeling of real-world problem. Second, algorithm learning in discrete mathematics have to be accomplished with computer experiments. Third, when we solve a problem with discrete data, we need to consider discrete property of given data. Forth, discrete mathematics class must be full of investigation and discussion among students. In each suggestion, we dealt with detailed examples including educational ideas in order to helping mathematics teacher organizing discrete mathematics classroom.

* key words : discrete mathematics(이산수학), real-world problem(실세계 문제), mathematical modeling(수학적 모델링), algorithm(알고리즘), discrete data(이산적 자료), investigation(탐구), discussion(토론)

논문접수 : 2005. 2. 14
심사완료 : 2005. 3. 7