

동적 피드백 공정조절에 있어 이상원인의 문제

- Problems of Assignable Causes in Dynamic Feedback Process Control -

전 상 표 *
Jun Sang Pyo

Abstract

Assignable causes producing temporary deviation from the underlying system can influence on process adjustment and process monitoring in dynamic feedback control system. In this paper, the influence of assignable causes on EWMA forecasts and compensatory variables are derived for a dynamic feedback control system. An example is presented to confirm the impact numerically through the analysis of a data.

Keywords : SPC, EPC, EWMA, Feedback Process Control, Assignable Cause

용어 설명

SPC : 통계적 공정 관리(Statistical Process Control)

EPC : 공학적 공정 관리(Engineering Process Control)

N_t : 보정변수가 조절되지 않는 경우에 관측되는 공정 특성치가 목표값(μ)으로 부터 벗어나는 편차(disturbance : 무조정편차)로서, 이상원인 발생시 그 영향이 포함된 편차 시계열

† 이 논문은 2005년도 남서울대학교 학술연구조성비지원에 의하여 연구되었음

* 남서울대학교 교양학부 수학과 전임 교수

2005년 8월 접수; 2005년 10월 수정본 접수; 2005년 10월 게재 확정

N_t' : 이상원인의 영향이 포함되지 않은 무조정편차 시계열(outlier-free disturbance series)

\widehat{N}_t' : 이상원인의 영향을 추정하여 제거한 편차 시계열

\bar{N}_t : N_t 의 EWMA 예측값

$\widehat{N}_t(l)$: 시점 t 에서 N_t 들로 구한 무조정편차 N_{t+l} 예측값

$\widehat{N}_t'(l)$: 시점 t 에서 N_t' 들로 구한 무조정편차 N_{t+l}' 예측값

$\Delta\widehat{N}_t$: 이상원인이 예측에 미치는 영향 $\widehat{N}_t(l) - \widehat{N}_t'(l) = \bar{N}_t - \bar{N}_t'$

X_t : 공정 특성치에 영향을 미치는 조정 가능한 입력/보정변수 (compensatory variable)

y_t : t 시점에서 보정변수에 의해 공정 특성치를 조절하는 크기

Y_t : 보정변수 조절 전 공정 특성치의 값 $[= N_t + \mu]$

g : 공정 증가분(process gain)으로서, 보정변수의 한 단위 변화에 의해

공정 특성치를 변화시키는 크기

ε_t : t 시점에서 보정변수에 의해 조절된 조정편차 $[= y_t + N_t]$

$e_t(l)$: N_t 들로 구한 시점 t 에서의 $t+l$ 시점 무조정편차 예측오차. 즉, $e_t(l) = N_{t+l} - \widehat{N}_t(l)$

$e_t'(l)$: N_t' 들로 구한 시점 t 에서의 $t+l$ 시점의 예측오차. 즉, $e_t'(l) = N_{t+l}' - \widehat{N}_t'(l)$

EWMA: 지수가중이동평균(Exponential Weight Moving Average)

MMSE : 최소평균제곱오차(Minimum Mean Square Error)

PO : Patchy Outlier

T : 이상발생 시작시점

m : PO 의 길이

$T+m-1$: 이상 발생 종료 시점

ω_j : 시점 $T+j$ 에 내포된 이상원인의 영향크기

$I_t(T)$: $t=T$ 에서 1 이고 $t \neq T$ 에서 0 인 지시함수

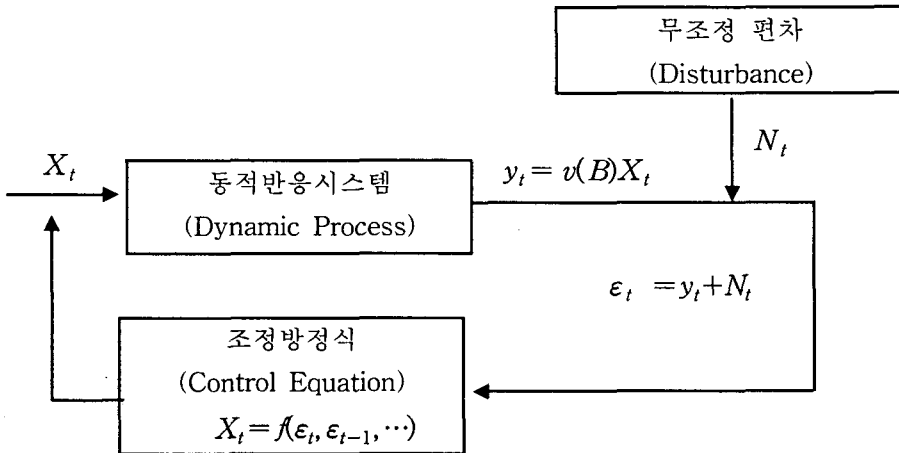
1. 서 론

공정 관리(process control)는 공정 특성치가 가능한 한 목적치(target value)에 가깝게 유지하기 위해 공정 모니터링(process monitoring)과 공정 조절(process adjustment)등이 사용되고 있다. 공정 모니터링은 통계적 공정관리(SPC : Statistical Process Control)기법인 관리도를 사용하여, 가설검정의 관점에서 공정 특성치에서 이상원인(assignable cause)의 발생여부를 탐지하는 방법이고, 공정 조절은 공정 특성치가 공정 목표치로부터 벗어나는 편차(disturbance)가 발생할 때 추정의 관점에서 공정 특성치에 영향을 미치는 입력/보정(input/compensatory)변수들을 조정하여 편차를 감소시키는 방법으로 피드백, 피드포워드, 그리고 피드백-피드포워드 조정 등이 있는데 본 논문에서는 피드백 조정을 연구의 대상으로 국한하였다. 이러한 두 방법은 공정 특성치를 목표 값에 가깝게 하려는 목적에서 보면, 서로 경쟁적인 관계라기 보다는 품질 향상을 위하여 서로 보완적인 관계에 있다고 할 수 있다 (Box(1992), Box & Luceno (1997), Matin & Keat(1988), MacGregor(1988)). 공정 특성치가 목표값에서 벗어나는 공정 특성의 경향이 비정상시계열의 경우, 이런 경향을 보정하여 공정특성치를 목표값에 가깝게 유지시키기 위해 피드백 공정조정에서는 EWMA 예측방법을 사용하고 있는데, 특히 경향이 IMA(1,1) 과정을 따를 때 EWMA 예측치를 적용하여 보정시 최적의 공정 조정이 된다(Box *et al.*(1997), MacGregor(1988), Luceno(1998)). EWMA 단반응 피드백 공정 조정에서 이상 원인의 발생 및 영향을 모형화하여 이상 원인이 EWMA 단 반응 피드백 공정 조정에 미치는 영향에 대한 유도는 되어있다(Lee(1994)).

본 논문에서는 보정변수의 보정이 일정한 지체시간을 가지는 동적 피드백 공정 조절에서 이상 원인의 발생이 보정변수의 설정에 미치는 영향을 유도하고, 자료의 분석을 통하여 그 영향을 확인하였다.

2. 동적 피드백 공정 조정

피드백 조정 시스템에서 공정 특성치에 미치는 보정변수 조정의 영향이 공정의 단위시간에 그치지 않고 여러 시간에 걸쳐 나타나는 동적 피드백 공정 조정은 그림과 같이 구성된다.



<그림 1.> 동적 반응 피드백 공정 조정

2.1. 동적 피드백 시스템

보정변수의 설정효과가 지체시간(dead time) f 를 두고 공정 특성치에 나타나는 경우에 피드백 시스템은 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$y_t = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^{f+1} X_{t+} \tag{2.1}$$

공정 조정에 따른 공정 특성치의 조정편차(ϵ_{t+f+1})는

$$\epsilon_{t+f+1} = y_{t+f+1} + N_{t+f+1} = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t+} + N_{t+f+1} \quad (2.2)$$

가 되고, 시점 t 에서 $t+f+1$ 시점의 무조정편차로 N_{t+f+1} 의 예측값을 적용할 때 식(2.2)의 조정편차는 다음과 같게 된다.

$$\epsilon_{t+f+1} = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t+} + \widehat{N}_t(f+1) + e_t(f+1) \quad (2.3)$$

시점 t 에서 보정변수를 식(2.4)와 같이 설정 할 때,

$$X_{t+} = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \widehat{N}_t(f+1) \quad (2.4)$$

식(2.3)에 의해 조정편차는 예측오차가 된다. $\epsilon_{t+f+1} = e_t(f+1)$ 즉, 공정 조절 후 공정 특성치가 목표값에서 벗어난 조정편차 ϵ_{t+f+1} 은 시점 t 에서 $f+1$ 시점 앞 무조정편차 예측오차 $e_t(f+1)$ 과 같게 된다. 무조정편차가 ARIMA(p,d,q)를 따른다고 할 때 식(2.4)의 보정변수 X_{t+} 를 조정편차 ϵ_t 들의 식으로 표현하면 다음과 같게 된다.

$$X_{t+} = -\frac{L_1(B)L_3(B)}{L_2(B)L_4(B)} \epsilon_t \quad (2.5)$$

식(2.5)로 설정할 때 조정편차는 최소평균제곱오차(MMSE)가 되어 최적의 동적 피드백 공정 조절을 수행할 수 있다(Box, Jenkins & Reinsel (1994)).

2.2. First -Order System 피드백 공정 조정

동적 피드백 시스템중에서 First-Order시스템은 $t-1$ 시점에서 설정한 보정변수가 $t-1$ 시점과 t 시점의 연속 두 시점에 걸쳐 공정에 영향을 미치는 시스템으로서 다음과 같은 모형으로 표현된다.

$$y_t - \delta y_{t-1} = (1 - \delta)gX_{t-1+}$$

$$y_t = \frac{(1 - \delta)g}{(1 - \delta B)} X_{t-1+} = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t-1+} \quad (2.6)$$

따라서, 식(2.4)에서 시점 t 에서의 보정변수를

$$X_{t+} = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \widehat{N}_t(1) \quad (2.7)$$

로 설정 할 때, $\varepsilon_{t+1} = e_t(1)$ 가 된다. 식(2.7)에서 보정변수 X_{t+} 를 조정편차들로 표현하면 $X_{t+} = k_0 + k_p \varepsilon_t + k_l \sum_{i=1}^t \varepsilon_i$, 단, $k_0 = X_0$, $k_p = -\delta \lambda / g(1 - \delta) = -(\lambda / g)\xi$, $k_l = -\lambda / g(1 - \delta)$ 이 된다. 여기에서 X_{t+} 는 t 시점까지의 조정편차 $\{\varepsilon_j, j \leq t\}$ 들의 총합(총조정: total adjustment)이 된다(Box, Jenkins & Reinsel (1994)).

2.3. 이상원인이 First -Order System 피드백 공정조절에 미치는 영향

공정 특성치 자료에는 이상원인에 의해 대부분의 자료에서 벗어나는 자료가 나타날 수 있고, 이러한 자료는 이상치 라고 정의 할 수 있다. 이상원인이 m 개의 연속시점에서 발생한 경우에 그 시점들에서 AO가 발생한 것으로 정의 될 수 있고, 따라서 시점 T 에서 $T+m-1$ 까지 m 개 연속시점들에서 정형화되지 않은 구조를 갖는 연속 이상치(PO)가 포함된 시계열 N_t 는 다음과 같은 개입모형으로 표현될 수 있다(Lee(1994)).

$$N_t = N_t' + \sum_{j=0}^{m-1} \omega_j I_t(T+j), \quad t=1, 2, \dots, n$$

2.3.1. 이상원인이 보정변수의 설정에 미치는 영향

First-Order 동적 피드백 시스템에서 이상원인이 발생하지 않은 경우에는 식(2.7)를 적용하여 보정변수를 $X_{t+} = -[\widehat{N}_t'(1) - \delta \widehat{N}_{t-1}'(1)]/g(1-\delta)$ 로 설정하면, EWMA 예측값에 의한 피드백 공정 조정시 조정편차는 무조정편차의 EWMA 예측오차와 같게 된다. 그러나, 이상원인이 발생하게 되면 이상원인의 영향에 의해 보정변수의 설정 과정에 영향을 끼치게 된다. First-Order 시스템의 경우 이상원인의 발생이 예측에 미치는 영향은 i) $t \leq T-1$ (이상원인 발생 전) $\Delta \widehat{N}_t = 0$, ii) $T \leq t \leq T+m-1$ (이상원인 발생 중) $\Delta \widehat{N}_t = \lambda \omega_{t-T} + \theta \Delta \widetilde{N}_{t-1}$, iii) $t \geq T+m$ (이상원인 종료 후) $\Delta \widehat{N}_t = \theta \Delta \widetilde{N}_{t-1}$ 로 표현된다(Lee). 연속 시점에서 이상원인이 보정변수의 설정과정에 미치는 영향은 이상원인의 영향이 포함된 자료와 그 영향이 포함되지 않은 자료로 구한 보정변수 설정값의 차이로 다음과 같이 표현된다 (부록 1참조).

결과1 : 이상원인이 보정변수에 미치는 영향

i) $t \leq T-1$ (이상원인 발생 전인 경우):

$$\Delta X_{t+} = X_{t+} - X_{t+}' = 0$$

ii) $T \leq t = T+j \leq T+m-1$ (이상원인 발생 중인 경우):

$$\Delta X_{T+j+} = -\frac{\lambda}{g(1-\delta)} \left[\omega_j + \sum_{i=0}^{j-1} \omega_i \theta^{i-1} (\theta - \delta) \right] \quad (\text{단 } 0 \leq j \leq m-1) \quad \text{iii)}$$

$t = T+m$ (이상원인 종료 다음 시점):

$$\Delta X_{T+m} = -\frac{1}{g(1-\delta)} \left[\theta (\Delta \widetilde{N}_{T+m-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{T+m-2}) - \delta \lambda \omega_m \right]$$

iv) $t > T+m$ (이상원인 종료 두시점 경과 후인 경우):

$$\Delta X_{t+} = -\frac{1}{g(1-\delta)} \left[\theta (\Delta \widetilde{N}_{t-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{t-2}) \right]$$

위 결과로부터 이상원인 발생에 의해 보정변수에 미치는 영향은 시점 $t=T$ 에서 이상원인의 발생이 시작된 경우 설정값의 차이는 $-[1/g(1-\delta)]\lambda\omega_0$ 가 되어, T 에서의 이상영향 크기 ω_0 에 따라 차이가 발생한다. 두 시점 모두 이상영향을 받는 경우인 $t=T+1$ 에서는 그 영향의 크기가 $-[\lambda/g(1-\delta)][\lambda\omega_1+\lambda\omega_0(\theta-\delta)]$ 로서 $T+1$ 에서의 이상영향 크기 ω_1 와 시점 T 에서의 무조정편차 예측에서 발생하는 $\lambda\omega_0(\theta-\delta)$ 의 값에 따라 증가($\theta > \delta$) 또는 감소($\theta < \delta$) 한다. 두 시점 모두 이상영향을 받는 일반적인 $t=T+j$ 경우에는 $-[\lambda/g(1-\delta)][\omega_j + \sum_{i=0}^{j-1} \omega_i \theta^{j-i-1}(\theta-\delta)]$ 로 $T+j$ 의 이상영향 크기 ω_j 와 $T+j$ 이전 시점까지의 이상영향의 합으로 나타난다. 이상원인의 발생 종료 다음 시점의 경우는 $-[1/g(1-\delta)][\theta \Delta \widetilde{N}_{T+m-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{T+m-2} - \delta \lambda \omega_m]$ 로서 이상원인이 종료하기 전 두 시점의 무조정편차 예측시 발생하는 이상원인의 영향의 차 $\Delta \widetilde{N}_{T+m-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{T+m-2}$ 와 이상원인 종료 시점의 이상영향 크기 ω_m 에 따라 차이가 발생한다. 이상 종료 후 두시점이 경과한 경우에는 $-[1/g(1-\delta)] [\theta \Delta \widetilde{N}_{t-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{t-2}]$ 로 무조정 편차 예측시 이상원인 영향의 차이만큼의 차이가 발생함을 알 수 있다. 연속 시점에서 이상원인의 영향이 포함된 자료나 그 영향이 포함되지 않은 자료에 의해서나 식(2.7)에 의해 보정변수가 설정되면, first-order 시스템에서 조정편차는 예측오차가 되므로 이상원인이 EWMA 피드백 공정 조절에 미치는 영향은 i) $t \leq T-1$ (이상원인 발생 전) $\epsilon_t = e_{t-1}(1) = e_{t-1}'(1)$ ii) $T \leq t \leq T+m-1$ (이상원인 발생 중) $\epsilon_t = e_{t-1}'(1) + (\omega_{t-T} - \Delta \widetilde{N}_{t-1})$ iii) $t \geq T+m$ (이상원인 종료 후) $\epsilon_t = e_{t-1}'(1) - \Delta \widetilde{N}_{t-1}$ 로 표현된다(Lee(1994)).

2.4. First -Order with Dead Time System 피드백 공정 조정

동적 피드백 시스템 중의 First-Order 동적 피드백시스템에서 보정변수의 효과가 f 시점 동안 지체된 후에 나타나는 경우, 시스템 식은 다음과 같이 표현된다.

$$y_t - \delta y_{t-1} = (1-\delta)g\{(1-\nu)X_{t-f-1} + \nu X_{t-f-2}\}$$

$$y_t = \frac{(1-\delta)g(1-\nu\nabla)}{(1-\delta B)} B^f X_{t-1} = \frac{L_2(B)}{L_1(B)} B^f X_{t-1}$$

조정편차 ε_{t+f+1} 는

$$\begin{aligned}\varepsilon_{t+f+1} &= \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t+} + N_t(f+1) \\ &= \frac{L_2(B)}{L_1(B)} X_{t+} + \widehat{N}_t(f+1) + e_t(f+1)\end{aligned}$$

와 같이 표현되고, 시점 t 에서의 보정변수 X_{t+} 를

$$X_{t+} = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \widehat{N}_t(f+1) \quad (2.8)$$

로 설정할 때, $\varepsilon_{t+f+1} = e_t(f+1)$ 가 된다. 식(2.8)의 조절변수의 설정값 X_{t+} 는 조정편차들로 표현하면 다음과 같이 된다.

$$X_{t+} = -\frac{L_1(B)}{L_2(B)} \frac{L_3(B)}{L_4(B)} \varepsilon_t$$

무조정편차에 이상원인의 발생으로 보정변수에 미치는 이상원인의 영향은 결과1에 유도된 것과 같고, 이상원인이 조정편차에 미치는 영향은 결과 2와 같게 된다 (부록 2 참조).

결과2: 이상원인이 공정 조절에 미치는 영향

i) $t \leq T-3$ (예측시점이 이상원인 발생 전)의 경우 :

$$\varepsilon_{t+2} = e_t(2) = e_t'(2)$$

ii) $T-3 < t \leq T-1$ (예측시점이 이상원인 발생 중)의 경우:

$$\varepsilon_{t+2} = e_t'(2) + \omega_{t+2-T}$$

iii) $T \leq t < t+2 \leq T+m-1$ (두시점 모두 이상원인 발생)의 경우

$$\varepsilon_{t+2} = e_t'(2) + [\omega_{t+2-T} - \widetilde{\Delta N_{t+2}}]$$

iv) $t \leq T+m-1$ (예측시점 이상원인 종료 후)의 경우:

$$\varepsilon_{t+2} = e_t'(2) - \widetilde{\Delta N_{t+2}}$$

결과2를 요약하면 예측원점은 이상원인 발생 전이고, 예측시점은 이상원인 발생 중인 경우에 이상영향 고려전과 비교하여 ω_{t+2-T} 의 차이가 나게 된다. 예측원점과 예측시점 모두가 이상원인 발생 중인 경우에 (iii) 이상영향의 크기 ω_{t+2-T} 와 $t+2$ 시점에서의 두 시계열 예측치의 차이 $\widetilde{\Delta N_{t+2}}$ 에 따라 결정된다. iv)의 예측원점은 이상원인이 발생중이고, 예측시점은 이상원인 종료 후의 경우는 두 시계열 예측치의 차 $\widetilde{\Delta N_{t+2}}$ 에 따라 달라지게 된다.

3. 사례 분석

분석 대상 자료는 크기가 100인 Box와 Luceno(1997)의 SERIES A(Metallic Film Series)의 자료로서, 공정 특성치의 목표값이 80인 공정 특성치 자료이다.

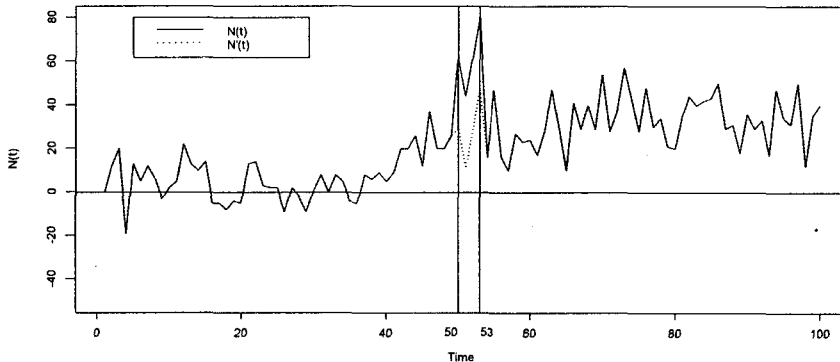
이 자료는 표준편차가 $\hat{\sigma}=11$ 인 비정상시계열(Nonstationary time series)인 IMA(1,1)을 따르는 것으로 분석되었는데, 본 논문에서는 (원자료값-80)을 이상 원인 없는 무조정편차 N_t' 로 가정하였다.

이상원인의 영향의 크기가 $\omega_0=\dots=\omega_{m-1}=\omega$ 을 만족하는 국소 수준 변화의 특성을 나타내는 이상영향을 받는 무조정편차 계열 N_t 자료는 다음 식으로 표현된다.

$$N_t = N_t' + \sum_{j=0}^{m-1} \omega_j I_t(T+j), \quad t=1,2,\dots,n$$

$$I_t(T+j) = \begin{cases} 1 & t=T+j \\ 0 & t \neq T+j \end{cases}, \quad j=0,1,\dots,m-1$$

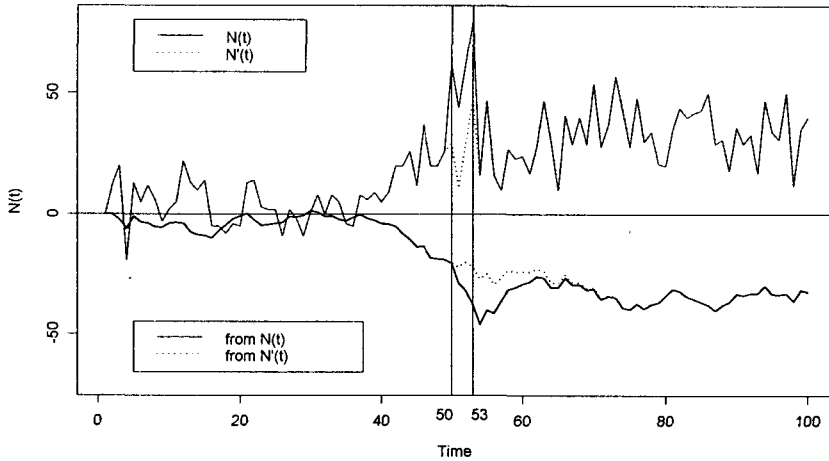
단, N_t 는 무조정편차(관측된 자료), N_t' 는 이상원인이 발생하지 않은 참 시계열(outlier-free), ω_j 는 $T+j$ 시점의 특성치에 내재된 이상원인 영향의 크기이다. 위의 식을 이용하여, 참 시계열 N_t' 에 $t=50, \dots, 53$ 의 4 시점에서 $33(=3 \times \hat{\sigma})$ 을 각각 더하여 이상원인의 발생에 의해 영향을 받은 무조정편차를 가상자료로 구하였다. <그림2> (N_t' 는 점선, N_t 는 직선으로 표시)



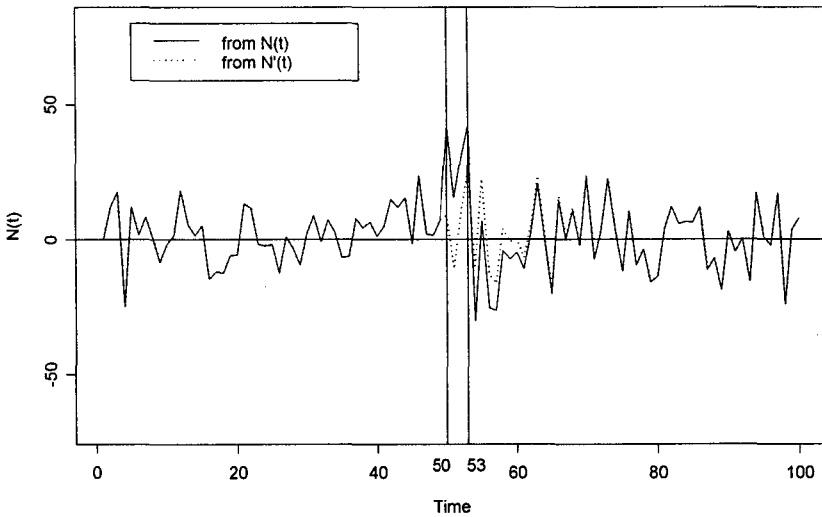
<그림2> 무조정시 무조정편차 시계열

무조정시 이상영향이 없는 편차 N_t' 는 IMA(1,1)를 따르므로, EWMA 예측값 (평활상수 $\hat{\theta}=0.8$)을 사용하여 보정변수를 $X_t = -(1/g)\hat{N}_t(1)$ 로 설정한다면, 이 보정변수에 의한 피드백 공정조정은 조정편차 ε_t 가 N_t' 의 $t+1$ 시점 예측치 오차가 되는 최적의 조정이 된다.

보정변수의 조절에 의한 보정효과 $gX_t = -\hat{N}_t(1)$ 는 이상원인의 발생 여부에 따라 <그림3>의 하단에 나타나는 것과 같다.



<그림3> 이상원인 발생여부에 따른 보정효과



<그림4> 이상원인 발생 여부에 따른 조정편차

이러한 조정의 결과로 실제 나타나는 조정편차 ϵ_t 는 이상원인 발생여부에 따라 <그림4>의 두 시계열로 나타나게 된다. (N'_t 는 점선, N_t 는 실선으로 표시)이상원인의 발생이 피드백 공정 조정시 미치는 영향은 다음과 같은 사실로 요약 될 수 있다.

i) 이상원인의 발생여부에 따른 보정효과는 3.1의 결과 1과 <그림 3>의 하단에 제시된 두 보정 효과 계열로부터 알 수 있듯이, 이상원인 발생기간 동안에 그 차이가 커지며, 이상원인 종료 후에도 장기간에 걸쳐($t=65$ 까지) 그 영향이 지속적으로 감소하는 형태로 지속됨을 확인할 수 있다. 특히, EWMA 예측에 미치는 영향은 본 자료와 같이 연속 시점에서 이상원인이 발생하는 경우에 더욱 심각할 수 있음을 알 수 있다.

ii) 이상원인의 발생이 조정편차 ϵ_t 에 미치는 영향은 3.2의 결과 2와 <그림 4>에서 확인할 수 있듯이, 무조정편차 계열의 EWMA를 입력변수의 설정에 이용하여 구한 조정 편차들의 차이는 발생시점($t=50$)과 발생 종료 직후($t=54$)에서 특히 크게 나타나고, 그 이후에도 이상원인의 영향이 지속적으로 감소하는 형태로 장기간에 걸쳐 나타남을 알 수 있다.

4. 결론

본 논문은 공정 특성치가 비정상 시계열을 따르는 피드백 공정 조절에서 이상원인의 발생에 의한 공정특성치에 미치는 영향을 연속시점에서 발생한 이상치들로 정의하여 모형화하고, 이러한 이상치들이 공정조절에 미치는 영향을 유도했다. 동적 피드백 공정 조절 중 First Order 시스템 공정 조절에서 이상영향을 받는 경우 보정변수에 미치는 영향은, 이상원인의 발생이 시작된 경우에는 $-[1/g(1-\delta)]\lambda\omega_0$ 로, T 에서의 이상영향 크기 ω_0 에 따라 차이가 발생하고, 두 시점 모두 이상영향을 받는 경우에는 그 영향의 크기가 $-\lambda/g(1-\delta)[\lambda\omega_1 + \lambda\omega_0(\theta-\delta)]$ 로서 $T+1$ 에서의 이상영향 크기 ω_1 와 시점 T 에서의 무조정편차 예측에서 발생하는 이상원인의 영향, 즉 $\lambda\omega_0(\theta-\delta)$ 에 값에 따라 증가($\theta > \delta$) 또는 감소($\theta < \delta$) 하게 되고, 이상원인의 발생 종료 다음 시점의 경우는 이상원인이 종료하기 전 두 시점의 무조정편차 예측에서 발생하는 이상원인의 영향의 차 $\widetilde{\Delta N_{T+m-1}} - \widetilde{\Delta N_{T+m-2}}$ 와 이상원인 종료 시점의 이상영향 크기 ω_m 에 따라 차이가 발생한다. 이상종료 후 두 시점이 경과한 경우에는 $-[1/g(1-\delta)]\lambda[\widetilde{\Delta N_{t-1}} - \widetilde{\Delta N_{t-2}}]$ 로 무조정편차 예측시 이상원인 영향의 차이만큼의 차이가 발생함을 알 수 있었다. 이상원인의 영향은 공정 조절의 대부분 경우에서 시간의 흐름에 따라 영향이 감소 하지만, 공정의 안정성을 조기에 복원하고 공정 조절 비용 등 제반 문제들을 고려할 때, 이상원인이 공정 조절에 미치는 영향을 파악하여 이를 반영한 조절을 통하여 빠른 시간 내에 공정 특성치를 목표값에 유지하도록 시점별로 이상영향이 미치는 영향을 유도 제시했다.

5. 참고 문헌

- [1] Box, G. E. P.(1992), "Process Adjustment and Quality Control," *ASA : 1992 Proceedings of the Section on Quality and Productivity*, Boston, Massachusetts pp. 25 -31.
- [2] Box, G. E. P., Coleman, D. E., and Baxley, R. Jr.(1997), "A Comparison of Statistical Process Control and Engineering Process Control," *Journal of Quality Technology*, Vol. 29, No.2, pp. 128-130.

- [3] Box, G. E. P., Jenkins, G. M., and Reinsel, G. C. (1994), *Time Series Analysis, Forecasting, and Control*, 3rd ed., Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ.
- [4] Box, G. E. P., Luceno, A. (1997), *Statistical Control : By Monitoring and Feedback Adjustment*, John Wiley & Sons, New York.
- [5] Lee, Jae June. (1994), "Detection of Local Structural Change in Time Series," *The Korean Journal of Applied Statistics*, Vol. 7, No. 2, pp. 299-311.
- [6] Luceno, A. (1998), "Performance of Discrete Feedback Adjustment Scheme With Dead Band, Under Stationary Versus Nonstationary Stochastic Disturbance," *Technometrics*, Vol.40, No. 3, pp.223 - 233.
- [7] MacGregor, J. F. (1988), "On -Line Statistical Process Control," *Chemical Engineering Progress*, pp. 21 - 31.
- [8] Martin, R. D., Yohai, V. J. (1986), "Influential functionals for time series with discussion)," *Annals of Statistics*, Vol. 14, pp.781-818.

부 록

결과1의 유도

i) $t \leq T-1$ (이상원인 발생 전 인 경우):

이상원인 발생 전이므로 $N_T = N_T'$ 이고 $\widehat{N}_T(1) \neq \widehat{N}_T'(1)$, $\Delta \widehat{N}_T = 0$ 이다. 따라서,

$$\begin{aligned} X_{t+} &= -\frac{(1-\delta B)}{g(1-\delta)} \widehat{N}_T = -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widehat{N}_T - \delta \widetilde{N}_{T-1}] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widehat{N}_T' - \delta \widetilde{N}_{T-1}'] \\ &= X_{t+}' \end{aligned}$$

가 성립하므로, $\Delta X_{t+} = X_{t+} - X_{t+}' = 0$ 가 된다.

ii) $T \leq t \leq T+m-1$ 인 경우

(a) $t=T$ (t 시점에서 이상원인 발생)인 경우:

$$\begin{aligned} \widetilde{N}_{T-1} &= \widetilde{N}_{T-1}' \text{ 이고 } \widetilde{N}_T = \widetilde{N}_T' + \lambda\omega_0, \Delta\widetilde{N}_T = \lambda\omega_0 \text{ 가 되어} \\ X_{T+} &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_T - \delta\widetilde{N}_{T-1}] = -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_T' + \lambda\omega_0 - \delta\widetilde{N}_{T-1}'] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_T' - \delta\widetilde{N}_{T-1}'] - \frac{1}{g(1-\delta)} \lambda\omega_0 \\ &= X_{T+}' - \frac{1}{g(1-\delta)} \lambda\omega_0 \end{aligned}$$

로 표현되어 $\Delta X_{T+} = -\frac{1}{g(1-\delta)} \lambda\omega_0$ 가 된다.

(b) $t=T+1$ (두 시점 모두에서 이상원인 발생 경우):

$\widetilde{N}_T = \widetilde{N}_T' + \lambda\omega_0$, $\Delta\widetilde{N}_T = \lambda\omega_0$ 이고, $\widetilde{N}_{T+1} = \lambda N_{T+1} + \theta\widetilde{N}_T = \widetilde{N}_{T+1}' + \lambda\omega_1 + \theta\Delta\widetilde{N}_T$ 로 표현되어 $\Delta\widetilde{N}_{T+1} = \widetilde{N}_{T+1} - \widetilde{N}_{T+1}' = \lambda\omega_1 + \theta\Delta\widetilde{N}_T$ 가 된다. 따라서,

$$\begin{aligned} X_{T+1+} &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_{T+1} - \delta\widetilde{N}_T] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_{T+1}' + \lambda\omega_1 + \theta\Delta\widetilde{N}_T - \delta(\widetilde{N}_T' + \lambda\omega_0)] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_{T+1}' - \delta\widetilde{N}_T' + \lambda\omega_1 + \theta\Delta\widetilde{N}_T - \delta\lambda\omega_0] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_{T+1}' - \delta\widetilde{N}_T' + \lambda\omega_1 + \theta\Delta\widetilde{N}_T - \delta\Delta\widetilde{N}_T] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_{T+1}' - \delta\widetilde{N}_T' + \lambda\omega_1 + \Delta\widetilde{N}_T(\theta - \delta)] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_{T+1}' - \delta\widetilde{N}_T'] \\ &\quad - \frac{1}{g(1-\delta)} [\lambda\omega_1 + \Delta\widetilde{N}_T(\theta - \delta)] \\ &= X_{T+1+}' - \frac{1}{g(1-\delta)} [\lambda\omega_1 + \Delta\widetilde{N}_T(\theta - \delta)] \end{aligned}$$

로 표현되어

$$\begin{aligned} \Delta X_{T+1+} &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\lambda\omega_1 + \Delta\widetilde{N}_T(\theta - \delta)] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\lambda\omega_1 + \lambda\omega_0(\theta - \delta)] \end{aligned}$$

$$= -\frac{\lambda}{g(1-\delta)}[\omega_1 + \omega_0(\theta - \delta)]$$

가 된다

(c) 일반적으로 $T \leq t = T+j \leq T+m-1$ 에서 $0 \leq j \leq m-1$ 이면

$$\Delta X_{T+j+} = -\frac{\lambda}{g(1-\delta)}[\omega_j + \sum_{i=0}^{j-1} \omega_i \theta^{j-i-1}(\theta - \delta)]$$

가 된다.

iii) $t=T+m$ (이상원인 종료 다음 시점)

$t-1=T+m-1$ 의 경우 이상원인 발생 종료 시점이므로

$$\widetilde{N}_{T+m-1} = \widetilde{N}'_{T+m-1} + \lambda\omega_m + \theta\Delta\widetilde{N}_{T+m-2}$$
 이고

$$\widetilde{N}_{T+m} = \widetilde{N}'_{T+m} + \theta\Delta\widetilde{N}_{T+m-1}$$
 이므로

$$\begin{aligned} X_{T+m+} &= -\frac{1}{g(1-\delta)}[\widetilde{N}_{T+m} - \delta\widetilde{N}_{T+m-1}] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)}[\widetilde{N}'_{T+m} + \theta\Delta\widetilde{N}_{T+m-1} \\ &\quad - \delta(\widetilde{N}'_{T+m-1} + \lambda\omega_m + \theta\Delta\widetilde{N}_{T+m-2})] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)}[\widetilde{N}'_{T+m} - \delta\widetilde{N}'_{T+m-1}] \\ &\quad - \frac{1}{g(1-\delta)}[\theta\Delta\widetilde{N}_{T+m-1} - \delta\Delta\widetilde{N}_{T+m-2} - \delta\lambda\omega_m] \\ &= X_{T+m+}' - \frac{1}{g(1-\delta)}[\theta\Delta\widetilde{N}_{T+m-1} - \delta\Delta\widetilde{N}_{T+m-2} - \delta\lambda\omega_m] \end{aligned}$$

로 표현되어

$$\Delta X_{T+m+} = -\frac{1}{g(1-\delta)}[\theta\Delta\widetilde{N}_{T+m-1} - \delta\Delta\widetilde{N}_{T+m-2} - \delta\lambda\omega_m]$$

가 된다.

iv) $t > T+m$ (두 시점 모두 이상원인 종료 후)

$$\widetilde{N}_{t-1} = \widetilde{N}'_{t-1} + \theta\Delta\widetilde{N}_{t-2}$$
 이고, $\widetilde{N}_t = \widetilde{N}'_t + \theta\Delta\widetilde{N}_{t-1}$ 이므로

$$\begin{aligned} X_{t+} &= -\frac{1}{g(1-\delta)}[\widetilde{N}_t - \delta\widetilde{N}_{t-1}] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)}[\widetilde{N}'_t + \theta\Delta\widetilde{N}_{t-1} - \delta(\widetilde{N}'_{t-1} + \theta\Delta\widetilde{N}_{t-2})] \\ &= -\frac{1}{g(1-\delta)}[\widetilde{N}'_t - \delta\widetilde{N}'_{t-1} + \theta\Delta\widetilde{N}_{t-1} - \delta\theta\Delta\widetilde{N}_{t-2}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\widetilde{N}_t' - \delta \widetilde{N}_{t-1}'] - \frac{1}{g(1-\delta)} [\theta \Delta \widetilde{N}_{t-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{t-2}] \\
 &= X_{t+}' - \frac{1}{g(1-\delta)} [\theta \Delta \widetilde{N}_{t-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{t-2}] \\
 \Delta X_{t+} &= -\frac{1}{g(1-\delta)} [\theta \Delta \widetilde{N}_{t-1} - \delta \Delta \widetilde{N}_{t-2}]
 \end{aligned}$$

결과 2의 유도

Dead Time $f=1$ 인 경우

$$\varepsilon_{t+2} = e_t(2) = N_{t+2} - \widehat{N}_t(2)$$

i) $t+2 \leq T-1$ (예측시점이 이상원인 발생 전)의 경우 :

이 시점에서는 무조정편차에 이상영향이 없는 경우이므로, $N_{t+2}' = N_{t+2}$, $\widetilde{N}_{t+2}' = \widetilde{N}_{t+2}$ 가 만족된다. 따라서,

$$\varepsilon_{t+2} = e_t(2) = e_t'(2) \text{ 가 된다.}$$

ii) $T-3 < t \leq T-1$ (예측시점은 이상원인 발생 전이고 예측대상 시점은 이상원인 발생 중)의 경우 :

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{t+2} = e_t(2) &= N_{t+2} - \widehat{N}_t(2) = N_{t+2}' + \omega_{t+2-T} - \widehat{N}_t'(2) \\
 &= N_{t+2}' - \widehat{N}_t'(2) + \omega_{t+2-T} = e_t'(2) + \omega_{t+2-T}
 \end{aligned}$$

iii) $T \leq t < t+2 \leq T+m-1$ (예측시점과 예측대상시점 모두 이상원인 발생)의 경우:

$$\varepsilon_{t+2} = e_t(2) = N_{t+2} - \widehat{N}_t(2) = N_{t+2}' + \omega_{t+2-T} - [\widehat{N}_t'(2) + \Delta \widetilde{N}_{t+2}]$$

$$\begin{aligned}
 &= N_{t+2}' - \widehat{N}_t'(2) + \omega_{t+2-T} - \Delta \widetilde{N}_{t+2} \\
 &= e_t'(2) + [\omega_{t+2-T} - \Delta \widetilde{N}_{t+2}]
 \end{aligned}$$

iv) $t \leq T+m-1$ (예측시점은 이상원인 발생 중이고, 예측대상시점은 이상원인 종료 후)의 경우 :

$$\begin{aligned}
 \epsilon_{t+2} = e_t(2) &= N_{t+2} - \widehat{N}_t(2) = N_{t+2}' - [\widehat{N}_t'(2) + \Delta \widetilde{N}_{t+2}] \\
 &= N_{t+2}' - \widehat{N}_t'(2) - \Delta \widetilde{N}_{t+2} \\
 &= e_t'(2) - \Delta \widetilde{N}_{t+2}
 \end{aligned}$$

저 자 소 개

전 상 표 : 현 남서울대학교 교양학부 수학 전임 교수

인하대학교 수학과 졸업하고 통계학과 박사학위 취득

주요관심분야는 공정관리, 시계열, 수리 통계학