

안전 및 환경적용을 위한 최소 실험 계획

- Minimal Experimental Designs for Safety and Environmental Application -

최성운 *

Choi Sung Woon

이창호 **

Lee Chang Ho

Abstract

This paper proposes statistically designed experiments which provide a proactive means to implement safety and environmental applications. Minimal experimental designs such as fractional factorial design, Plackett - Burman design, Box-Behnken design are economical and can be achieved tremendous savings with relatively few experiments. These experimental designs and analysis methods are illustrated with cases.

Keywords : Minimal Design, Fractional, Plackett-Burman, Box-Behnken

1. 서론

신제품 개발시 특성값(반응값)에 영향을 주는 많은 인자 중 핵심인자를 선별 (Screening)하는 경우 2^k 요인 배치법(Complete Factorial Design: CFD)이 많이 사용된다. CFD에서 인자의 수가 많아질 경우 실험횟수가 급격히 증가하게 되어 이를 줄여 시간과 비용을 절약할 필요가 있다. 이 경우 주효과나 교호작용의 별명 (Alias) 또는 교락(Confounding) 관계인 해상도(Resolution)를 이용하여 불필요한 교호작용을 정의 대비 (Defining Contrast) 로 사용하여 (추정 불가능) 실험횟수도 줄이고 주효과 또는 의미있는 2차 교호작용을 검출하는 2^{k-p} 일부실험(Fractional Factorial Design :FFD)을 사용한다. [7]

* 경원대학교 산업공학과 교수

** 인하대학교 산업공학과 교수

본 연구에서는 1개의 생성자(Generator)구성에 필요한 기준인 최적 디자인 방법으로 최대 해상도 디자인(Maximum Resolution Design : MRD) [12], 최소길이 디자인(Maximum Aberration Design : MAD) [11,14] 최대 적률 디자인 (Maximum Moment Design : MMD) 과 이의 최적성 (Optimality) 을 정보행렬 (Information Matrix) 로 체크하는 D-최적성, A-최적성, E-최적성 기준[2]을 제시한다. 또한 실험횟수도 줄이고 시간과 공간의 차에 따라 발생하는 외생변수 (Exogeneous Variable)의 영향을 줄이기 위해 생성자를 블록화하는 2^{k-p} FFD 설계 및 분석 방법도 제시한다.[1]

Plackett-Burman (PB) 계획법[13] 은 해상도 III 인 2수준계 실험 계획으로 주효과만을 검출하면서 실험횟수를 줄이는 방법이다. 2수준계 직교 배열표 $L_{2^m}(2^{2^m-1})$ (행 2^m : 실험횟수, 열 2^m-1 : 인자배치의 수)의 $L_4(2^3)$, $L_8(2^7)$, $L_{16}(2^{15})$, $L_{32}(2^{31})$, 등의 2의 배수를 갖는 실험횟수를[5] 4의 배수에 관련된 실험횟수로 변경한 디자인이다. 표현 방법으로는 $PB_N(2^{N-1})$ 으로 하기로 하며 $N=8,12, \dots, 100$ 까지의 4의 배수로 기본 디자인 테이블이 제시되어 있다. 기본 디자인에서 제시한 블록의 행을 열로 배열하고 첫 번째 열의 마지막 행을 두 번째 열의 첫 번째 행으로 치환하면서 계획행렬(Design Matrix)을 만들고 끝으로 전부 마이너스(-)행을 추가하여 사용한다. $PB_{28}(2^{27})$, $PB_{52}(2^{51})$, $PB_{76}(2^{75})$, $PB_{100}(2^{99})$ 와 같이 디자인 테이블이 여러개의 블록이 주어진 경우 블록을 순환적으로 순서를 바꿔 주면서 (Permutated Cycling) 계획 행렬을 생성한다. 본연구에서는 실제 PB 디자인을 설계, 작성하고 안전 및 환경사례를 제시한다.

Box-Behnken (BB)계획법[10]은 반응표면 실험계획법(Response Surface Method : RSM)에서 모든 요인들이 동시에 높은 수준이거나 낮은 수준인 꼭지점 (Corner Point)의 실험점이 아니거나 설령 존재하더라도 꼭지점 실험이 비용이 많이 들거나 기술적으로 어려울 경우 실험횟수를 줄이는 안정화된 방법이다. RSM 에서 많이 사용되는 CCC(Central Composite Circumscribed), CCI (Central Composite Inscribed), CCF (Central Composite Face Centered) 디자인과 달리 모든 요인들이 안정되게 관심영역에서 실험할 수 있을 경우 꼭지점 대신 중간영역의 실험점에서 실험이 가능한 3수준 회전용 계획법이다. 본 연구에서는 요인의 수가 3, 4, 5, 6, 7일 경우의 BB디자인을 설계, 작성하고 안전 및 환경사례를 제시한다.

2장에서는 2^{k-p} 일부 실시법(FFD)에서 해상도의 개념 및 최대 해상도 (MRD), 최소길이(MAD), 최대 적률(MMD)디자인에 의한 생성자 생성 방법, 최적성 검토 기준과 블록화 2^{k-p} FFD를 제안한다. 3장에서는 주효과만을 검출하면서(해상도 III) 실험횟수도 절약할 수 있는 Plackett-Burman (PB)디자인을 설계, 분석하고 4장에서는 반응 표면 실험계획법 (RSM)에서 안정화된 실험을 실시하면서

도 실험횟수를 줄이는 Box-Behnken(BB)디자인을 제시한다. PB, BB디자인 각각에 대한 안전 및 환경적용사례를 제시하고 4장에서 결론을 맺는다.

2. 2^{k-p} 일부실시법(FFD)

수준(Level, Treatment)을 2로 고정하고 많은 인자(Factor, Input, Independent Variable, Predictor)를 선별하여 특성값 (Characteristic Value, Response, Data, Output, Dependent Variable)에 영향을 주는 주요 인자들을 검출하는 디자인이 2^k 요인배치법 (CFD, Full FD)이다.

그러나 인자 k의 수가 증가 할수록 실험횟수(Experimental Runs)는 급격히 증가하게 되어 모든 처리 수준 조합을 전부 실험하지 않고 의미있는 주효과(Main Effect)와 2차 교호작용 (Interaction Effect)을 검출하면서 실험횟수도 절약할 수 있는 디자인이 요구된다. 이 경우 사용될 수 있는 디자인이 2^{k-p} FFD이며 의미있는 주효과와 2차 교호작용이 블록(Block)과 교락(Confounding) 또는 별명(Alias)관계가 되지 않고 의미 없는 교차의 교호작용을 정의대비(Defining Contrast, Effect)로 디자인 할 경우 p개의 생성자 구성에 필요한 정의대비 기준을 해상도(Resolution)라고 한다. 2^{k-p} FFD는 2^{k-p} CFD에 비해 실험횟수가 2^{-p} 만큼 줄어드나 해상도에 의해 p개의 생성기준이 달라지며 검출 가능한 요인과 실험계획의 효율이 달라진다.

2.1 해상도의 개념

2^{k-p} FFD에서 p개의 생성자 구성방법에 따라 교락 또는 별명의 관계가 되는 정의 대비 기준을 해상도라 정의하며 다음과 같은 종류가 있다.

해상도 III : 교락되지 않는 요인 : (1+1<3) : 주 효과와 주 효과

교락되는 요인 : (1+2=3) : 주 효과와 2차 이상 교호작용 효과

해상도 IV : 교락 되지 않은 요인 : (1+1<4) : 주 효과와 주 효과

(1+2<4) : 주 효과와 2차 교호작용

교락 되는 요인 : (1+3=4) : 주 효과와 3차 이상 교호작용

(2+2=4) : 2차 교호작용 효과와 2차 이상

교호작용 효과

해상도 V : 교락 되지 않은 요인 : (1+1<5) : 주 효과와 주 효과

(1+2<5) : 주 효과와 2차 교호작용 효과

(1+3<5) : 주 효과와 3차 교호작용 효과

(2+2<5) : 2차 교호작용 효과와 2차 교호작용 효과

교락 되는 요인 : (1+4=5) : 주 효과와 4차 이상 교호 작용 효과
 (2+3=5) : 2차 교호작용과 3차 이상 교호작용 효과
 팔호안의 좌변의 숫자는 효과(예 : 1 : 주 효과, 3 : 3차 교호작용 효과)를 나타내며 우변의 숫자는 해상도의 크기(예 : 3 : 해상도 III, 4 : 해상도 IV, 5 : 해상도 V)를 나타낸다. 좌변이 우변보다 작을 때는 교락 되지 않는 요인이 생성되나 좌변이 우변과 같을 때 교락이 발생되게 된다. 교락 되지 않는 요인만 검출 되고 교락 되는 요인은 추정이 불가능하므로 해상도의 기준은 중요하다.

2.2 2^{k-p} FFD

2.2.1 최적 디자인 방법

(1) 최대 해상도(Maximum Resolution) 디자인(MRD)

정의대비 $D_c = BCDE = ACDE$ 에서 BCDE, ACDE를 단어(Word)라 부르고 A, B, C, D, E 각각을 문자(Letter)라고 하며 단어에서 문자의 수를 단어길이(WL : Word Length)라 한다.

2^{k-p} FFD에서 k 와 p 가 주어졌을 경우 최대 해상도 R_{max} 를 구하는 공식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 R_{max} &= k && , p = 1 \\
 &= \left[\frac{2k}{3} \right] && , p = 2 \\
 &= 2^{p-1}q && , x = 0, 1 \\
 &\leq 2^{p-1}q + \left[\frac{2^{p-2}(x-1)}{2^{p-1}-1} \right] && , x = 2, 3, \dots, (2^{p-1}-1) \\
 &\leq 2^{p-1}q + \left[\frac{x}{2} \right] && , x = 2^{p-1}, \dots, (2^p-2)
 \end{aligned}$$

여기서 $[x]$ 는 x 보다 크지 않는 정수를 나타내는 Gauss 기호이고 $k = q(2^p - 1) + x, 0 \leq x \leq (2^p - 2)$ 이며 q 는 임의의 정수이다. 예를 들어 2^{5-2} FFD에서 $D_c = AB = BC$ 의해 구해진 최대 해상도 $R_{max} = \left[\frac{2k}{3} \right] = \left[\frac{2 \times 5}{3} \right] = [3.3] = 3$

(III)이 되며, 2^{6-2} FFD에서 $D_c = ABC = BCD$ 의해 구해진 $R_{max} = \left[\frac{2k}{3} \right] = \left[\frac{2 \times 6}{3} \right] = 4$ (IV)이다.

또한 2^{8-3} FFD, $D_c = BCD = BDE = ABCD$ 에서 $k = 7q + x$ 즉 $8 = 7q + x$ 를 만족하는 정수 $q = 1, x = 1$ 이 되어 $R_{max} = 2^{p-1}q = 2^{3-1} \cdot 1 = 4$ (IV)가 되며 2^{10-3} FFD, $D_c = ADEF = BDEG = CDFG$ 에서 $k = 7q + x$ 즉 $10 = 7q + x$ 를 만족하는 정수 $q = 1, x = 3$ 일 경우 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned}
 R_{\max} &\leq 2^{p-1}q + \left[2^{p-2} \frac{(x-1)}{2^{p-1}-1} \right] \\
 &= 2^{3-1} \times 1 + \left[\frac{2^{3-2}(3-1)}{2^{3-1}-1} \right] \\
 &= 4 + \left[\frac{4}{3} \right] \\
 &= 4 + [1.3] \\
 &= 5(V)
 \end{aligned}$$

(2) 최소길이 (Minimum Aberration) 디자인 (MAD)

최대 해상도가 같다고 해서 실험계획이 동일한 효율을 갖는 것은 아니기 때문에 다음과 같은 최소길이 디자인 기준이 사용된다. $WL(D_i)$ 를 디자인 i 에서의 길이라고 할 경우 $WL(D_i) > WL(D_j)$ 일 경우 ($i \neq j$) 디자인 $j(D_j)$ 가 디자인 $i(D_i)$ 보다 더 작은 길이를 갖게 되어 더욱 효율적인 (적은 교락요인을 갖는) 디자인이 된다.

예를 들어 $D_1: D_c = ACEF = ABDG = BCDEFG$, $D_2: D_c = ABCEF = ABCDG = DEFG$ 에서 $WL(D_2) = (0, 0, 0, 1, 2, 0)$ 으로 $WL(D_1)[4] = 2 > WL(D_2)[4] = 1$ 이므로 D_2 가 D_1 보다 더욱 효율적인 (교락된 교호작용이 상대적으로 적은) 최적 디자인이 된다.

(3) 최대적률 (Maximum Moment) 디자인 (MMD)

적률은 모멘트 개념으로 1차 적률은 선형 결합의 최대값이 최대 해상도를 나타내며 2차 적률은 분산의 개념으로 이 값이 최소일 경우 최소 분산 디자인이 된다.

r 번째 적률은 $M_r(D_i) = \sum_{j=1}^{\infty} j^r \cdot wl_j(D_i)$ 에 의해 산출되며, D_i 는 디자인 i , $wl(D_i)$ 는 $WL(D_i)$ 의 값이다.

1차 적률일 경우, $M_1(D_i) = \sum_{j=1}^{\infty} j^1 \cdot wl_j(D_i) = \sum_{j=1}^{\infty} j \cdot wl_j(D_i)$ 이며, 2차 적률일 경우 $M_2(D_i) = \sum_{j=1}^{\infty} j^2 \cdot wl_j(D_i)$ 로 표시된다.

앞의 예에서 $WL(D_1) = (0, 0, 0, 2, 0, 1)$, $WL(D_2) = (0, 0, 0, 1, 2, 0)$ 일 때 1차 적률 $M_1(D_1) = 4 \times 2 + 6 \times 1 = 14$, $M_2(D_2) = 4 \times 1 + 5 \times 2 = 10$ 의 총 단어의 수와 동일한 최대 1차 적률값을 갖는다.

2차 적률 $M_1(D_1) = 4^2 \times 2 + 6^2 \times 1 = 68$, $M_2(D_2) = 4^2 \times 1 + 5^2 \times 2 = 66$ 으로 디자인 2 (D_2)가 최소 2차(분산) 적률값을 갖는다. 따라서 1차 적률값은 같으나 2차 적률값이 최소인 D_2 가 최적 디자인이 된다.

(4) 최적성(Optimality) 판정

수준 조합의 행렬이 X 인 경우 정보행렬(Information Matrix) $IM = (X^T X)^{-1}$ 로

2^{k-p} FFD의 최적성을 평가한다. IM의 행렬식 값이 최소가 되는 디자인 D-최적성 (Determinant-Optimal), IM의 Trace(대각 원소의 합) 값이 최소가 되는 디자인을 A-최적성(Average-Optimal), IM의 최대고유값이 최소가 되는 디자인을 E-최적성 (Eigenvalue-Optimal)이라 한다.

2.2.2 2^{k-p} FFD 단계

2^{k-p} FFD를 설계하는 단계는 다음과 같다.

단계1 : 인자의 수 $k-p$ 를 열로, 실험 횟수 2^{k-p} 를 행으로 직교 배열표(Orthogonal Array)를 구성한다.

단계2 : $k-p$ 개의 인자로 최적 해상도 기준(MRD, MAD, MMD)을 이용하여 새로운 p 개의 생성자를 만들어 (생성자인자*정의대비) p 열을 붙인다. p 개의 생성자로 처리 조합의 수준을 생성할 경우 a열+b열(Mod2)의 Modulus 공식을 활용한다.

단계3 : 행은 2^{k-p} 회 실험횟수, 열은 $k-p$ 개의 인자, p 개의 생성자의 행렬이 된다.

적용예 : $2^4_{IV}{}^1$ FFD, $D_c=ABCD$ 인 경우 설계

설계

<표 1> 디자인 행렬

	인자의 수			생성자
	A	B	C	$D_c=ABC(a열 + b열 + c열 \text{ (Mod2)})$
1	0	0	0	0
2	0	0	1	1
3	0	1	0	1
4	0	1	1	0
5	0	0	0	0
6	0	0	1	1
7	0	1	0	1
8	0	1	1	0
	a열	b열	c열	

교락구조 A=BCD, B=ACD, C=ABD, D=ABC
 AB=CD, AC=BD, AD=BC

변동(제공합)계산 $S_{인자} = \frac{1}{총데이터수} [1수준 데이터 합 - 0 수준 데이터 합]^2$

ANOVA

<표 2> ANOVA 표

Source	교락요인	S	ϕ
A	BCD	S_A	1
B	ACD	S_B	1
C	ABD	S_C	1
D	ABC	S_D	1
error (AB+AC+AD)	CD+BC+BD	$S_{AB} + S_{AC} + S_{AD}$	3
Total		S_T	ϕ_T

S 인자, ϕ 인자를 각각 먼저 구하고 이들을 합하여 S_T 와 ϕ_T 를 구한다. 위의 예는 2차교호 작용효과를 고려할 필요가 없을 경우 즉 주효과만을 검출하고 싶을 경우

2^4CFD 를 $2^{4-1}FFD$ 로 실험횟수를 $\frac{1}{2}$ 절약하는 방법이다

$L_8(2^7)$ 직교배열표와의 비교

<표 3> $L_8(2^7)$ 표

	1	2	3	4	5	6	7
1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	1	1	1	1
3	0	1	1	0	0	1	1
4	0	1	1	1	1	0	0
5	1	0	1	0	1	0	1
6	1	0	1	1	0	1	0
7	1	1	0	0	1	1	0
8	1	1	0	1	0	0	1
기호표시	a	b	ab	c	ac	bc	abc
배치	A	B	e	C	e	e	D

표1의 $2^{4-1}_{III}FDD, D_c = ABCD$ 를 $L_8(2^7)$ 직교배열표에 인자 배치할 경우 표3과 같 으며 FFD 의 교락구조가 기호표시에 의해 쉽게 확인될 수 있다. 직교배열표는 편하게 사용할 수 있으나 일부 실시법과 같이 다양한 인자의 처리 수준조합을 창의적으로 디자인할 수 없는 단점이 있다.

2.2.3 블록화 $2^{k-p}FFD$

(1) 블록화 원리

실험의 외생변수(Exogeneous variable)의 불필요한 효과를 줄이는 방법으로 블록요인을 고차의 교호작용과 교락시키는 블록 생성자가 필요하다. 블록 생성자는 새로운 블록요인이 추가되나 주 효과와 같이 블록효과는 관심의 대상이 아니며, 블록은 시간적, 공간적인 차를 줄이면서 실험을 블록으로 나누는 용도로 사용된다. 따라서 블록대비에서 블록 문자는 하나의 문자로 간주된다.

(2) 블록화 $2^{k-p}FFD$ 설계

블록화 $2^{k-p}FFD$ 는 $2^{k-p}FFD$ 에 추가된 블록 생성자를 열로 붙여 블록 수준 조합에 의해 블록을 나눈다.

작성예 : 블록화 $2_{III}^{7-2}FFD$, $D_c = BCDE = ACDE$

$$B_1 = ABDE, B_2 = ABCE \text{인 경우 설계}$$

단계 1 : 행에 $2_{III}^{7-2} = 2^5 = 32$ 실험 횟수를 열에는 5개의 인자 A, B, C, D, E와 생성자 $F=BCDE$, $G=ACDE$, 블록생성자 $B_1=ABDE$, $B_2=ABCE$ 를 붙여 새로운 열을 만든다.

단계 2 : 각 처리수준조합을 Modulus 공식을 활용하여 생성하고 B_1, B_2 가 (+,+), (+,-), (-,+), (-,-)의 처리수준조합인 4개 블록으로 나눈다.

3. Plackett - Burman 디자인(PBD)

3.1 PBD 설계

PBD는 해상도 III인 4의 배수의 실험횟수를 갖는 일부실시법이다. 주효과만을 검출하기 위하여 (2차 이상의 교호작용효과와 교락) 설계되는 디자인으로 PB_N (2^{N-1})로 표기되며(N:실험횟수, 2:수준수, N-1:배치가능한 인자의 수), 특히 N은 4의 배수(Non-Geometric, Non-Orthogonal Design)로 표4와 같이 8부터 100까지의 디자인 생성표가 제시되어 있다. PBD 설계단계는 다음과 같다.

단계1 : 배치 가능한 인자의 수 N-1을 고려하여 표4에서 기본 디자인 블록을 선정한다.

단계2 : 선정된 블록을 1열로 배열하고, 1열 마지막 (N-1)행의 원소를 2열의 첫 번째 행에 배치한다. 연속적으로 N-2번 순환순열(Cyclically Permutation) 한 후 마지막 (N)행에 마이너스 사인을 붙여

$PB_N(2^{N-1})PBD$ 를 디자인한다. 단, $N=28, 52, 100$ 일 경우는 정사각형의 블록들을 순환순열한 후 마지막(N)행에 마이너스 사인을 붙여 디자인한다.

작성예 : $PB_8(2^7)$ 디자인 설계

단계1 : 표4에서 $N=8$ 의 블록을 선정한다.

단계2 : 선정된 블록을 1열로 놓고 순환순열한 후 마지막 행에 (-)를 붙여 표5를 생성한다.

표5. $PB_8(2^7)$ 표

	1	2	3	4	5	6	7
1	+	-	-	+	-	+	+
2	+	+	-	-	+	-	+
3	+	+	+	-	-	+	-
4	-	+	+	+	-	-	+
5	+	-	+	+	+	-	-
6	-	+	-	+	+	+	-
7	-	-	+	-	+	+	+
8	-	-	-	-	-	-	-

여기서 -는 0수준, +는 1수준을 나타낸다.

<표 4> Plackett - Burman 디자인 생성표 [13]

- N=8. ++++---
- N=12. ++++++--+-
- N=16. ++++++----
- N=20. +++-----++-
- N=24. ++++++----

N=28. First nine rows

+++++---	---+---+---	+-+---+---+
+---+---+---	---+---+---	---+---+---
---+---+---	+---+---+---	---+---+---
---+---+---	---+---+---	---+---+---
---+---+---	---+---+---	---+---+---
---+---+---	---+---+---	---+---+---
---+---+---	---+---+---	---+---+---
---+---+---	---+---+---	---+---+---
---+---+---	---+---+---	---+---+---

- N=32. ----+ -++++ +---- -++++ +---- +---- +
- N=36. (Obtained by trial) -++++ +---- +---- +---- +---- +---- +----
- N=40. Double design for N=20.

N=44. +-+ +-+ +-+ +-+ +-+ +-+ +-+ +-+ +-+ +-+ +-

N=48. +++++ -++++ -++++ -++++ -++++ -++++ -++++ -++++ -++++ -++++ -

N=52. First eleven rows

+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+
+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

N=56. Double design for N=28.

N=60. +++++ +-+++ -+--- +++++ +++++ +++++ +++++ +---- -+--- +-+++

N=64. Double design for N=32.

N=68. +++++ -+--- +++++ +++++ +++++ +++++ +---- +++++ -+---

N=72. +++++ +++++ +++++ +++++ +++++ +++++ +---- +---- +---- +----

N=76.

+	-	-	+	+	+	-	+	-	-	-	-	-	+	+	+	-	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	+	
-	+	+	-	-	-	+	-	+	-	+	-	-	-	+	+	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	+	-	
-	+	+	+	+	-	-	-	-	-	+	-	+	+	-	-	-	+	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	

The first three rows are given; to obtain the complete design the square blocks are permuted cyclically. The first column, apart from the corner element, has alternate signs.

N=80. +++++ +----- +---+ -++++ +++++ +----- -++++ -+--- +---+ +---+ +---+

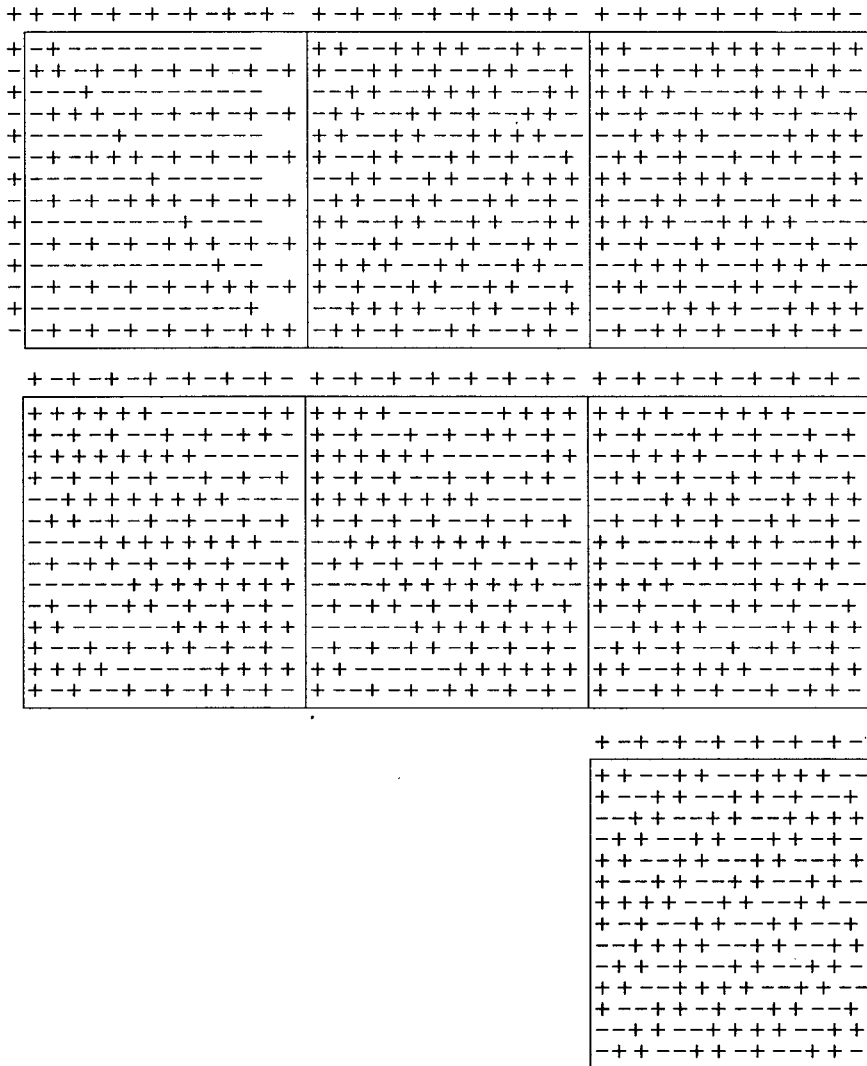
N=84. +++++ -++++ +---- -++++ -++++ +++++ +---+ -++++ +---+ -+++

N=88. Double design for N=44.

N=92. This design has not yet been obtained.

N=96. Double design for N=48.

N=100.



3.2 PBD 사례 [3, 6]

사례 : y : 미생물 유래 Transglutaminase (mTG) 수을 향상

x : 배양 배치와 조건

x_1 : Soluble Starch (g/L) : A (+수준:60, -수준:40)

x_2 : Proteose Peptone(g/L) : B (+수준:24, -수준:16)

x_3 : $MgSO_4$ (g/L) : C (+수준:1.5, -수준:0.5)

x_4 : Yeast Extract (g/L) : D (+수준:3, -수준:1)

x_5 : NaH_2PO_4 (g/L) : E (+수준:1.5, -수준:0.5)

x_6 : PPG (g/L) : F (+수준:0.25, -수준:0.25)

x_7 : Urea (g/L) : G (+수준:3, -수준:1)

교호작용 효과는 없으며 주효과만을 검출하고자 할 경우 배치가능한 인자의 수 $N-1$ 이 7이므로 $N=8$ 의 $PB_8(2^7)$ PBD를 디자인하여 실험을 실시한다.

4. Box-Behnken 디자인(PBD)

4.1 디자인 설계

BBD는 2차 반응표면 실험계획(RSM)에서 각 인자의 수준값이 극단값(Extreme, Corner Point)이 나오지 않고 실험의 중간값(Mid-Point)으로 안정된 실험을 실시할 수 있을 경우 사용되는 3수준 일부실험방법이다. 이는 중심합성 디자인 계열의 CCC, CCI, CCF 보다 실험횟수를 절약할 수 있는 디자인이며 설계 단계는 다음과 같다.

단계1: 배치가능한 인자의 수(k)를 고려하여 표6 BBD디자인 생성표에서 디자인 행렬(Design Matrix)을 선택한다.

단계2: 디자인 행렬의 \pm 는 $(-, -)$, $(-, +)$, $(+, -)$, $(+, +)$ 의 네 개의 실험점을 갖는다. 총 실험점(N :실험횟수)에 따라 디자인 행렬을 생성하여 BBD 디자인을 만든다.

작성예 : $k=3$ 인 경우 BBD

단계1: 표6에서 $k=3$ 인 경우 디자인 행렬을 선정한다.

단계2: 디자인 행렬의 $\pm, 0$ 등의 원소를 이용하여 표7과 같은 BBD를 생성한다.

<표 7> $k=3$ 인 경우 BBD

	A	B	C
1	-	-	0
2	-	+	0
3	+	-	0
4	+	+	0
5	-	0	-

<표 7> $k=3$ 인 경우 BBD

	A	B	C
1	-	-	0
2	-	+	0
3	+	-	0
4	+	+	0
5	-	0	-
6	-	0	+
7	+	0	-
8	+	0	+
9	0	-	-
10	0	-	+
11	0	+	-
12	0	+	+
13	0	0	0
14	0	0	0
15	0	0	0

<표 6> Box-Behnken 디자인 생성표 [10]

Number of factors(k)	Design matrix	Number of points			
3	$\begin{bmatrix} \pm 1 & \pm 1 & 0 \\ \pm 1 & 0 & \pm 1 \\ 0 & \pm 1 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 12 \\ 3 \\ \hline N=15 \end{array}$			
			4	$\begin{array}{ c c c c } \hline \pm 1 & \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 \\ 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \end{array}$	$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} 8 \\ 1 \\ \\ 8 \\ 1 \\ \\ 8 \\ 1 \\ \hline N=27 \end{array}$

5	$\begin{array}{c} \left[\begin{array}{ccccc} \pm 1 & \pm 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \\ \hline \left[\begin{array}{ccccc} 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 & 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 & 0 & 0 & \pm 1 \\ 0 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right] \end{array}$	} }	20 3 20 3 <hr style="width: 100%;"/> N=46
6	$\left[\begin{array}{cccccc} \pm 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 \\ 0 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$	}	48 6 <hr style="width: 100%;"/> N=54
7	$\left[\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & \pm 1 & 0 \\ \pm 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 \\ 0 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 \\ \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & \pm 1 & 0 & 0 \\ 0 & \pm 1 & \pm 1 & 0 & 0 & \pm 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$	}	56 6 <hr style="width: 100%;"/> N=62

4.2 BBD사례 [8,9]

사례:

y: 환경유해성 양이온 흡착률 향상

x: 회분식 흡착조건

x_1 : PH : A (-1수준:5, 0수준:7, 1수준:9)

x_2 : Ca^{2+} (mol/l) : B (-1수준:-4, 0수준:-3, 1수준:-2)

x_3 : Na^+ (mol/l) : C (-1수준:-4, 0수준:-3, 1수준:-2)

3^3 CRD의 27회 실험, CCC, CCI, CCF의 실험보다 $k=3$ 인 경우 BBD는 15회의 실험횟수로 경제적인 실험을 실시할 수 있다. 단 BBD는 -1, 1수준의 극단값보다 0수준의 중간값에서 주로 반응할 경우 사용하면 효율성과 효과성을 동시에 추구할 수 있다.

5. 결 론

본 연구는 실험자가 의도하는 요인의 주효과 또는 교호작용효과를 경제적으로 실시할 수 있는 창의적인 3가지 일부실험시법을 제안하였다.

2^{k-p} 일부실험시법은 유연성 없는 2수준계 직교 배열법과 달리 실험자가 요구하는 효과를 검출하고자 할 경우 해상도에 의한 3가지 최적 기준에 의하여 창의적이고 자유롭게 설계하는 디자인이며 시공간의 외생변수를 제거하고자 할 경우 블록화 2^{k-p} 일부 실험시법을 사용하면 효율적이다.

주효과만을 검출하고자 할 경우 4의 배수인 실험계획 횟수로 실험을 경제적으로 실시하는 Plackett-Burman 디자인과 안정화된 2차 반응표면블럭을 효율적으로 실시할 수 있는 Box-Behnken디자인 등의 설계방법과 사례등을 제시하였다.

6. 참 고 문 헌

- [1] 김공순, "블럭화한 2^{k-p} 부분실험시법에서 최적 디자인 선택에 관한 연구," 전남대학교 석사학위논문, 1997.
- [2] 김상익, "2 수준계 Resolution V 최소 부분 실험법의 최적성에 관한 연구," 품질경영학회지, 32(1992) 234-243.
- [3] 문영훈, 이기학, 허성도, "Plackett-Burman Model을 이용한 Cu-Ni 합금의 PULSE MIG 용접 변수 해석," 대한 용접학회지, 5(1987) 47-53.
- [4] 박동권, 실험계획법, 자유아카데미, 1995.
- [5] 박성현, 현대 실험계획법, 민영사, 2003.
- [6] 윤영주, "통계학적 실험계획법을 이용한 미생물유래 Transglutaminase 생산을 위한 배지 최적화와 회분식배양," 전북대학교 석사학위논문, 2004.
- [7] 이우선, 최신실험설계, 영풍문고, 1998.
- [8] 이재량, "수용액/광물계면에서 환경 유해성 양이온의 흡착에 관한 연구." 연세대학교 석사학위논문, 1998.
- [9] S.Bae, M. Shoda, " Statistical Optimization of Culture Conditions for Bacterial Cellulose Production Using Box-Behnken Design," Biotechnology and Bioengineering, 90(2005) 20-28.

- [10] G.E.P. Box, N.R. Draper, *Empirical Model-Building And Response Surfaces*, John Wiley & Sons: NY, 1987.
- [11] A.Fries, W.G. Hunter, "Minimum Aberration 2^{k-p} Designs," *Technometrics*, 22(1980) 601-608.
- [12] Y. Fujii, "An Upper Bound of Resolution In Symmetrical Fractional Factorial Designs," *Anns. Statist*, 4(1976) 662-667.
- [13] R.L. Plackett, J.P.Burman, "The Design of Optimum Multifactorial Experiments," *Biometrika*, 33 (1946) 305-325.
- [14] C.F.J. Wu, Y. Chen, "A Graph-Aided Method for Planning Two-Level Experiment When Certain Interactions are Important ," *Technometrics*, 34(1992) 162-175.

저 자 소 개

최 성 운 : 현 경원대학교 산업공학과 교수 재직 중, 한양 대학교 산업공학과에서 공학사, 공학석사, 공학박사 학위를 취득하고, 1994년 한국 과학 재단 지원으로 University of Minnesota에서 1년간 Post-Doc을 수행하였으며, 2002년부터 1년 반 동안 University of Washington에서 Visiting Professor를 역임하였음. 주요 관심분야는 자동화 생산 및 장치 산업에서의 품질관리이며, 컴퓨터·정보통신시스템의 신뢰성 설계 및 분석, RFID시스템에도 관심을 가지고 있음.

이 창 호 : 현재 인하대학교 산업공학과 교수로 재직중. 인하대학교 산업공학과 졸업, 한국과학기술원 산업공학과 석사, 한국과학기술원 경영학과 공학박사 취득
주요 연구관심분야는 인천항의 물류관리, RFID를 활용한 응용시스템, 항공산업관련 스케줄링과 중소기업의 ERP개발 등