

## 사장교의 극한강도 평가

### Ultimate Strength Evaluation of Cable Stayed Bridges



승원 김\*

\*한국시설안전기술공단 기술개발실 과장, 공학박사

#### 1. 서론

일반적으로 강구조물의 극한강도를 평가하는 방법은 분기점 좌굴해석법과 비선형·비탄성 극한해석법(L.P.I.A)으로 대분할 수 있다. 분기점 좌굴해석법은 다시 선형 좌굴해석법과 비탄성 좌굴해석법으로 구분되며 비선형·비탄성 극한해석법은 2차 소성영역해석법(El-Zanaty 등, 1980), 2차 소성힌지해석법(Orbison, 1982), Prakash 등, 1993, Liew, Tang, 1998, Kim 등, 2001 그리고 섬유보요소법(Ren, 1999)등으로 세분화할 수 있다. 선형 분기점 좌굴해석법은 해석 시 구조물이 갖는 결점을 반영하지 못하고 있으며 비탄성 분기점좌굴해석법(B.P.I.A) 또한 부재력 중에서 휨모멘트 효과를 고려하지 못함으로써 비선형·비탄성 극한해석법에 비하여 극한강도를 과대평가할 뿐만 아니라 전체 구조계의 붕괴 메커니즘을 왜곡하는 경향이 있다. 따라서 본 기술기사에서는 다양한 케이블 배치형식을 갖는 강사장교를 대상으로 비탄성 분기점좌굴해석법과 2차 소성힌지법을 사용하여 극한강도를 평가하고 전체 구조계의 붕괴 메커니즘의 차이점을 분석함으로써 비선형 분기점좌굴해석법의 한계점을 지적하고자 한다.

#### 2. 비탄성 분기점좌굴해석법

비탄성 분기점좌굴해석법은 극한내하력곡선식을 사용

하여 재료적 비선형성을 해석 시 반영함으로써 비탄성 해석을 수행한다. 이와 같은 방법은 각 국별로 각기 다른 극한내하력곡선식을 사용함으로써 발전되어왔다. Column Research Council (CRC)은 Bleich에 의해서 제안된 극한내하력곡선식을 채택하였으며 1986년 이후 AISCS는 구조물의 초기결함과 구속조건 등을 고려한 LRFD 비탄성 극한내하력곡선식을 채택하여 사용하고 있다. 또한, 기존의 많은 연구 결과를 토대로 European Convention of Construction Council (ECCC)는 잔류용력이 극한내하력곡선식을 결정하는데 중요한 인자임을 제시하였다. 그 결과 ECCC의 제안에 의하여 DIN 18800은 부재의 두께, 생산방법 (hot-rolled, welded product), profile form 등을 고려한 극한내하력곡선식을 제안하였다. Japan Steel Structure Society (JSSC)는 일본의 실정에 적합한 극한내하력곡선식을 제안하였으며 Japan Specifications for Highway Bridges (JSHB)는 이를 채택하여 사용하고 있다. 그림 1에서 살펴볼 수 있는바와 같이 JSHB가 채택한 극한내하력곡선식은 가장 작은 값을 사용함으로써 극한강도를 보수적으로 평가하고 있음을 알 수 있다. JSHB가 채택한 극한내하력곡선식은 부재의 생산방법 (hot-rolled, welded product), profile form 뿐만 아니라  $L/1,000$ 의 편심효과를 반영하여 결정되었다.

그림 1에서  $\sigma_1 = \frac{F_{cr}}{F_y}$ ,  $\lambda_1 = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E} \left( \frac{l_e}{r} \right)}$ 을 나타내고 있다. 이때,  $l_e$ 는 부재의 유효좌굴길이,  $r$ 은 회전반

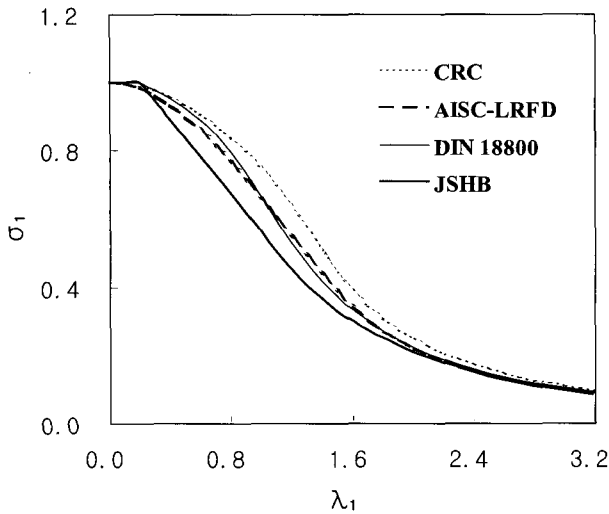


그림 1 극한내하력곡선 비교

경을 의미한다.

본 기사에서는 제시된 극한내하력곡선식 중에서 JSHB가 채택한 식을 사용하여 비탄성 분기점좌굴해석을 수행하였다. 그 수치해석 절차는 다음과 같다.

- (1) 선형 탄성해석을 수행하여 구조물의 기하강성행렬을 구성한다. 이때 축방향력이 고려된다.
- (2) 고유치해석  $K_E(E_{f,i}) + \kappa K_G(N_i)$  을 수행한다. 최소 고유치 값 ( $\kappa = \kappa_m$ ) 으로부터 임계축력( $N_{cr,i} = \kappa N_i$ ) 과 임계응력( $F_{cr,i} = N_{cr,i}/A_i$ ) 를 구한다.
- (3)  $l_{e,i} = \pi \sqrt{E_{f,i} I_i / N_{cr,i}}$  으로부터 유효좌굴길이 ( $l_{e,i}$ ) 를 계산한다. 유효좌굴길이와 극한내하력곡선식을 이용하여 극한강도( $F_{u,i}$ ) 를 산정한다.
- (4) 전 단계의  $E_{f,i}^0$  와  $E_{f,i} = (F_{u,i} / F_{cr,i}) \cdot E_{f,i}^0$  로부터 현 단계의  $E_{f,i}$  를 이용하여 수렴조건  $(E_{f,i} - E_{f,i}^0) / E_{f,i}^0 < \epsilon$  을 만족할 때까지 (2) 단계부터 반복 계산한다. 여기서, 밑첨자  $i$  는  $i$  번째 부재를 의미한다.

### 3. 2차 소성힌지법

비선형 · 비탄성 극한해석법 중에서 2차 소성힌지법은 강구조물에 널리 사용되고 있다. 2차 소성힌지법에서는 보-기둥 부재의 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 축방향력에 의하여 휨 강성의 감소 영향을 고려하는 함수로서 부재를 하나 혹은 두 개의 요소로 이상화하여 기하학적 비선형을 효과적으로 고려할 수 있는 안정함수 (Kim 등, 1996a; Kim 등 1996b)를 사용하였다. 이와 더불어 보-기둥 부재의 재료적 비선형을 고려하기 위하여 CRC 접선계수와 연

화소성힌지 (Softening Plastic Hinge)를 사용하였으며 잔류응력을 가진 부재가 축방향력에 의하여 점진적으로 항복하는 것을 고려하기 위하여 CRC 접선계수를 사용하였다(Chen 등, 1992). 접선탄성계수 모델은 축방향력을 받는 부재의 점진적 소성화를 적절히 고려할 수 있으나, 축방향력과 모멘트를 동시에 받는 부재의 점진적 소성화를 나타내기에는 부적합하다. 이를 위하여 구조물의 강성을 탄성강성에서 완전 소성강성 즉 영까지 점진적 변화를 나타내기 위하여 연화소성힌지를 사용하였다 (Kim 등, 2001). 본 연구에서는 절점당 6개의 자유도를 갖는 3차원 뼈대요소를 적용하였으며, 횡방향 변위에 의한 추가적인 축력과 모멘트를 고려하여 강성행렬을 구성하였다 (Kim 등, 2003).

### 4. 케이블 요소

케이블은 인장에만 저항하는 부재로써, 자중과 장력에 의해서 케이블 새그(sag)가 형성된다. 또한, 케이블 새그량이 변화함에 따라 케이블의 축방향 강성이 변화한다. 경사진 케이블의 새그로 인한 기하학적 비선형을 고려함에 있어서, 등가탄성계수를 갖는 등가직선 케이블 요소를 사용하는 것이 적절하다(Wang 등, 1996). 등가탄성계수 개념은 Ernst(1965)에 의하여 처음 소개되었으며 하중 재하 전에 케이블에 도입되는 최초의 장력만을 고려하는 접선탄성계수와 최초의 장력과 하중 재하 후 변화하는 장력을 함께 고려하는 할선탄성계수로 분류된다. 할선탄성계수식은 식(1)과 같다.

$$E_{eq} = E_s = \frac{E_c}{1 + \frac{(w_c l_c)^2 (T_c^0 + T_c^1)}{24 (T_c^0)^2 (T_c^1)^2} E_c A_c} \quad (1)$$

여기서,  $E_{eq}$ =케이블의 등가탄성계수,  $E_u$ =케이블의 접선(Tangent)탄성계수,  $E_s$ =케이블의 할선(Secant)탄성계수,  $E_c$ =케이블의 탄성계수,  $A_c$ =케이블 단면적,  $w_c$ =케이블 단위길이당 자중,  $l_c$ =케이블 수평투영 길이,  $T_c^0$ =하중 재하 전 케이블 장력,  $T_c^1$ =하중 재하 후 케이블 장력을 의미한다.

본 기술기사에서는 케이블 부재의 새그(sag)로 인한 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 할선탄성계수를 사용하였으며, 부재당 1개의 요소에 2절점을 적용하여 강성행렬을 구성하였다.

## 5. 예 제

본 절에서는 그림 2의 3차원 Fan Type, Semi-Harp Type 및 Harp Type 강사장교에 대하여 초기형상 해석 종료 후 케이블 초기장력 및 초기형상을 입력 데이터로 도입하여 비선형 비탄성 해석을 수행함으로써 극한강도를 평가하였으며 동일한 대상에 대하여 비탄성 분기점좌굴해석을 수행하였다. 또한, 보강형 높이를 변화하여 제안한 2차 소성힌지해석법과 비탄성 분기점좌굴해석법에 의해 얻어진 결과를 토대로 전체 구조계의 붕괴 메카니즘을 비교·분석하였다. 보-기둥 부재(보강형, 주탑, 가로보)의 탄성계수는 207.0GPa이고, 케이블의 탄성계수는 158.6GPa이다. 보-기둥 부재와 케이블의 자중은 각각 76.82kN/m<sup>3</sup> 및 60.5 kN/m<sup>3</sup>이고, 항복응력은 각각 248MPa 및 1,103MPa이다.

### 5.1 초기형상해석

초기형상 해석에 사용된 사하중은 강사장교의 자중과 주형에 상재되는 사하중을 고려하여 각 절점에 재하하였다. 3가지 케이블 배치형식의 강사장교에 대하여 초기형상 해석을 수행한 결과 산정된 케이블 초기장력(initial cable tensions)과 초

기형상을 얻을 수 있었으며, 이 값들은 극한강도 평가를 위한 비선형 비탄성 해석의 입력 데이터로 고려된다.

### 5.2 극한강도 평가

보-기둥 부재의 응력-변형률 관계는 탄성-경화소성으로 가정하였고 케이블의 응력-변형률 관계는 탄성 영역 내에서 유효하다고 가정한다. 비선형 비탄성 해석에 사용한 하중은 AASHTO-LRFD(1998)에서 규정하고 있는 사하중, 활하중, 충격하중만을 고려하였으며, 사하중은 강사장교의 자중과 주형에 상재되는 사하중을 고려하여 각 절점에 재하하였고 활하중은 영향선을 고려하여 각 절점에 재하하였다. 하중계수로는 사하중 1.25, 활하중 1.75, 충격계수 0.33을 사용하였다. 강사장교의 해석결과 비례증분하중비는 표 1에 다음과 같이 정리되었다.

표 1 사장교의 극한강도 비교

거더 높이 (m)	Fan Type			Semi-Harp Type			Harp Type		
	B.P.I.A	L.P.I.A	오차율 (%)	B.P.I.A	L.P.I.A	오차율 (%)	B.P.I.A	L.P.I.A	오차율 (%)
0.16	0.970	0.99	2.1	0.860	0.91	5.5	0.629	0.69	8.8
1.00	3.184	2.23	-42.8	3.701	2.16	-71.3	3.875	1.98	-95.7

$$\text{※ 오차율}(\%) = \frac{L.P.I.A - B.P.I.A}{L.P.I.A} \times 100$$

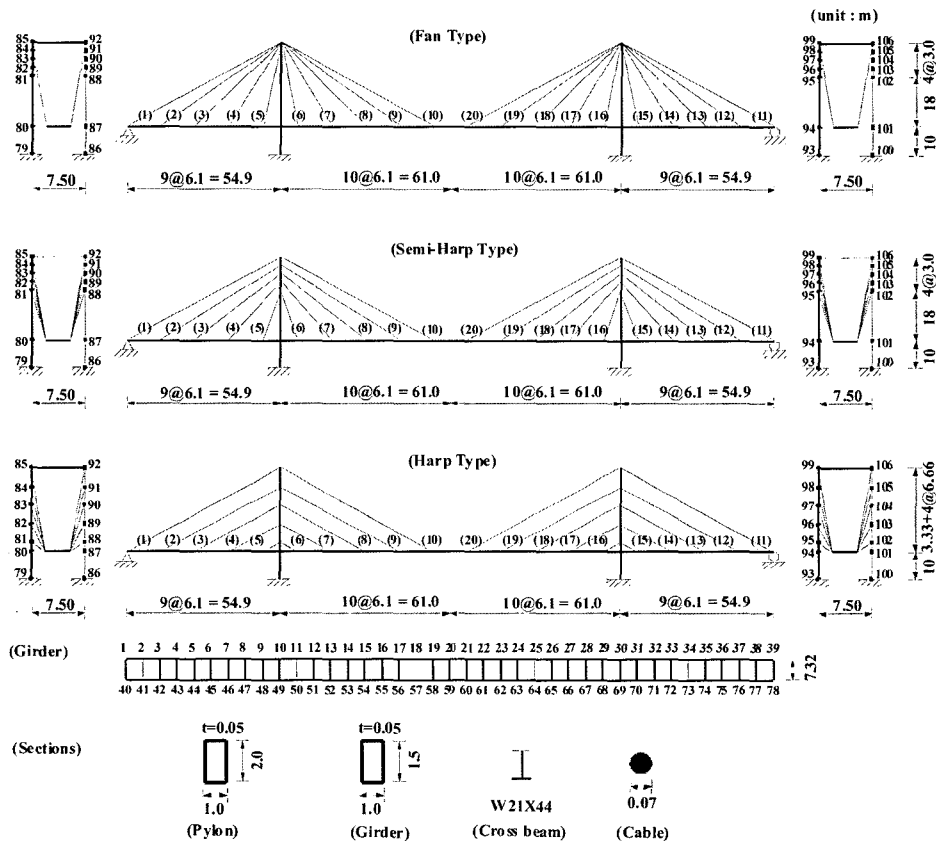


그림 2 3차원 강사장교

## 6. 결 론

사장교의 기하학적 형태를 고려해볼 때 케이블과 보강형이 이루는 사이각의 크기는 케이블 배치 형식에 따라 Fan Type, Semi-Harp Type 그리고 Harp Type 순으로 크게 나타나고 있으며 그 결과 사장교의 보강형 및 주탑에 발생하는 최대 축력의 크기에 차이가 발생하게 된다. 즉, 보강형의 경우 주탑과 만나는 부분에서 Harp Type, Semi-Harp Type 그리고 Fan Type 순으로 최대 축력의 크기가 발생하며 주탑의 경우 하단부에서 이와는 반대의 순으로 최대 축력의 크기가 발생된다(표 2 참조).

표 2 최대 축력 크기비교

거더 높이 (m)	Fan Type		Semi-harp type				Harp type					
	B.P.L.A(KN)		L.P.L.A(KN)		B.P.L.A(KN)		L.P.L.A					
	보강형	우주탑	보강형	우주탑	보강형	우주탑	보강형	우주탑				
0.16	-4624	-4897.9	-4510.1	-4751.2	-5309.5	-4885.4	-4775	-4863.6	-4941.6	-4870.1	-5533.3	-4791.7
1.00	-4918.3	-11177.1	-11943	-27025	-35339	-11143.9	-12541	-24890	-9154.1	-11038.9	-17122	-21326

부재력으로 모멘트를 제외한 축력만을 고려할 수 있는 비탄성 분기점좌굴해석 시 보강형의 높이가 작은 경우 (H=0.16m) 보강형과 주탑에서 발생한 임계하중의 크기를 비교한 결과 보강형에서 발생한 임계하중이 상대적으로 더 크게 나타남으로써(표 3, 4 참조) 좌굴에 의한 보강형의 파단이 전체 구조계의 붕괴를 지배하는 주요 원인임을 알 수 있었다. 따라서 보강형에서 발생한 최대 축력의 크기가 작은 순서대로, 다시 말해서 Fan Type, Semi-Harp Type 그리고 Harp Type 순으로 좌굴(극한)강도의 크기가 크게 결정되었다(표 1 참조). 이와는 반대로 보강형의 높이가 상대적으로 클 때 (H=1.0m)는 보강형보다 주탑에서 발생한 임계하중이 상대적으로 더 크게 나타나 (표 3, 4 참조) 주탑의 좌굴에 의한 파단이 전체 구조계의 붕괴를 지배하였다. 따라서 주탑에서 발생한 최대 축력의 크기가 작은 순서대로, 다시 말해서 Harp Type, Semi-Harp Type 그

표 3 보강형의 최대 축력 비교

거더 높이 (m)	Fan Type		Semi-Harp Type		Harp Type	
	B.P.L.A	L.P.L.A	B.P.L.A	L.P.L.A	B.P.L.A	L.P.L.A
	Pcr/Py	P/Py	Pcr/Py	P/Py	Pcr/Py	P/Py
0.16	-0.170	-0.171	-0.174	-0.181	-0.192	-0.210
1.00	-0.325	-0.232	-0.435	-0.256	-0.567	-0.352

표 4 우측 주탑 하단부의 최대 축력 비교

거더 높이 (m)	Fan Type		Semi-Harp Type		Harp Type	
	B.P.L.A	L.P.L.A	B.P.L.A	L.P.L.A	B.P.L.A	L.P.L.A
	Pcr/Py	P/Py	Pcr/Py	P/Py	Pcr/Py	P/Py
0.16	-0.133	-0.135	-0.118	-0.124	-0.086	-0.094
1.00	-0.473	-0.332	-0.549	-0.320	-0.573	-0.293

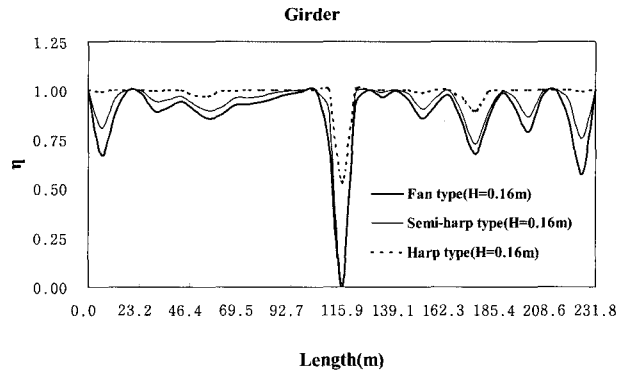


그림 3 보강형 중앙부 소성화 정도

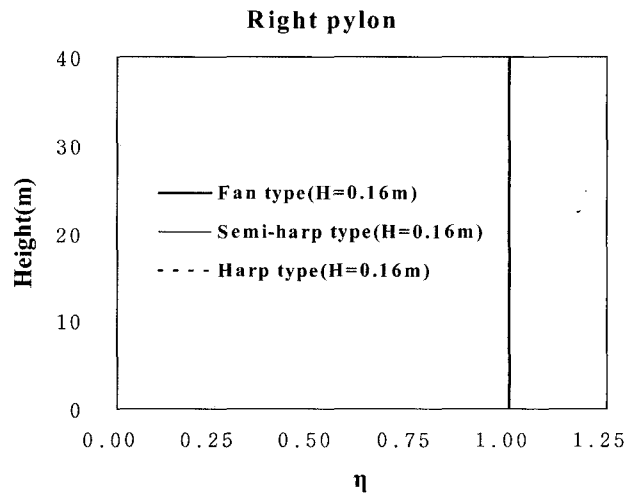


그림 4 우주탑 소성화 정도

리고 Fan Type 순으로 좌굴(극한)강도의 크기가 크게 결정되었다(표 1 참조).

그러나 비선형·비탄성극한해석 결과 비교적 작은 높이 의(H=0.16m) 보강형을 갖는 Fan Type과 Semi-Harp Type 사장교의 경우 전체 구조계의 붕괴 시 보강형 중앙부에서 완전 소성화(그림 3 참조)가 진행될 때까지 주탑의 소성화(그림 4 참조)가 전혀 진행되지 않았다. 따라서 전체 구조계의 붕괴는 모멘트로 인한 보강형 중앙부의 소성화가 주요 원인으로 파악되었다. 그러나 Harp Type의 경우 보강형 중앙부의 소성화가 충분히 진행되기 이전에 전체 구조계의 붕괴가 발생하였다. 이는 3가지 케이블 배치 형식의 사장교 중에서 Harp Type 사장교 보강형에 발생한 최대축력(표 2 참조)이 가장 크게 나타나고 있으므로 보강형 중앙부에 완전 소성화가 발생하지 이전에 축력에 의해 보강형의 비탄성 좌굴이 발생하여 전체 구조계의 붕괴를 유발한 것으로 판단된다. 따라서 극한강도의 크기는 보강형에 나타난 최대 축력의 크기와 반비례하여 비탄성 분기점좌굴해석의 경우와 같이 Fan Type, Semi-Harp Type 그리고 Harp Type 순으로 나타났다. 이때 케이블

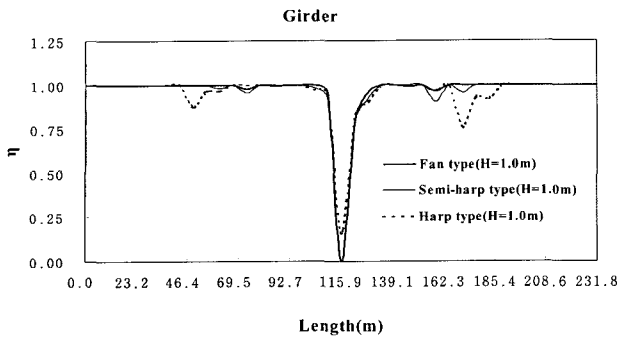


그림 5 보강형 중앙부 소성화 정도

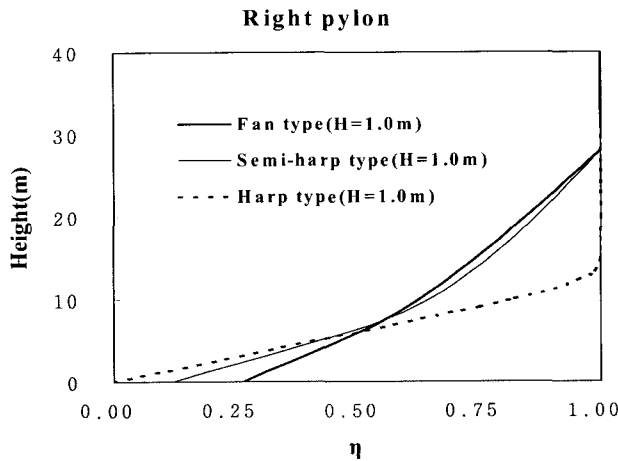


그림 6 우주탑 소성화 정도

배치형식에 관계없이 케이블의 파단은 발생하지 않았다. 그림 3 - 6에서 사용된 기호  $\eta$ 는 소성화의 정도를 표현하는 포물선함수이다.

상대적으로 보강형의 높이가 높은 경우(H=1.0m) 보강형 중앙부의 최대 모멘트에 의한 소성화(그림 5 참조)와 주탑 하단부의 소성화(그림 6 참조)가 복합적으로 작용하여 전체 구조계가 붕괴되었음을 확인할 수 있다. 이때 극한강도의 크기는 주탑 하단부 소성화 정도와 반비례하여 나타나고 있다. 우주탑 하단부의 소성화 정도는 Harp Type의 사장교가 가장 커서 완전 소성화가 발생되었으며 이로 인하여 보강형 중앙부가 완전 소성화에 도달하기 이전에 주탑 하단부의 소성화로 인하여 전체 구조계가 붕괴되었음을 알 수 있었다. 주탑 하단부에 완전 소성화가 발생한 원인은 주탑 중앙부에 거치된 케이블의 파단(그림 7 참조)으로 인하여 주탑 상단부에 배치된 케이블에 반력이 집중됨으로써 주탑 하단부에 다른 2가지 케이블 배치형식의 사장교에 비하여 더 큰 모멘트가 발생되었기 때문이며(그림 8 참조), 그 결과 주탑 하단부에 가장 큰(완전 소성화) 소성화가 발생하였다(그림 6 참조). 따라서 3가지 케이블 배치형식의 사장교 중에서 Harp Type의 사장교가 가장 먼저 붕괴되는 결과를 낳았다. 즉, 주탑 하단부에 발

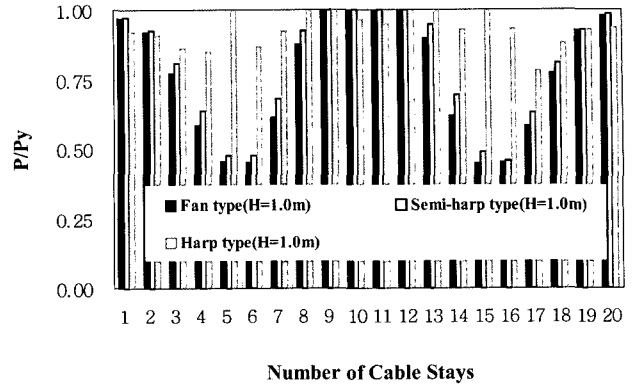


그림 7 케이블 장력 비교

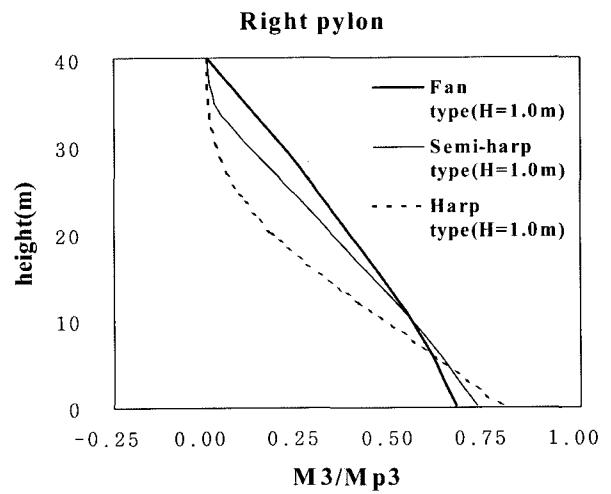


그림 8 우주탑 모멘트 비교

생한 모멘트의 크기와 반비례하여 Fan Type, Semi-Harp Type 그리고 Harp Type의 순으로 극한강도가 크게 평가되었다. 이때 그림 5와 6에서 살펴볼 수 있듯이 나머지 Fan Type과 Semi-Harp Type 사장교의 경우 전체 구조계 붕괴의 가장 큰 원인이 보강형의 소성 붕괴라는 사실을 알 수 있었다.

보강형의 높이가 비교적 작은 경우 비탄성 분기점좌굴 해석과 비선형·비탄성 극한해석의 결과가 동일하게 보강형의 파단이 전체 구조계의 붕괴를 유발하는 붕괴 메커니즘을 보이고 있으므로 극한강도의 상대적 오차율도 매우 작게 나타나고 있다(표 1 참조). 그러나 상대적으로 사장교 높이가 큰 보강형을 갖는 사장교에 대하여 비탄성 분기점좌굴해석을 통한 사장교의 극한(좌굴)강도 평가를 할 경우 주탑 하단부에 작용하는 축력에 의해 전체 구조계의 붕괴가 유발되는 것으로 밝혀져 비선형·비탄성 극한해석 결과에서 얻은 극한강도 결과 보강형 중앙부가 소성화되어 파단되는 Fan Type과 Semi-Harp Type 그리고 일부 케이블의 파단 후 주탑 하단부에 집중된 모멘트가 부재의 완전 소성화를 발생시켜 전체 구조계의 붕괴를 유발하는

Harp Type 사장교의 붕괴 메커니즘과는 서로 다르게 나타나고 있다. 그러므로 두 해석 결과에서 얻은 극한강도는 상대적으로 큰 오차가 발생되고 있음을 알 수 있었다 (표 1 참조). 즉, 비탄성 분기점좌굴해석의 경우 실제 극한거동과는 다르게 붕괴 메커니즘을 왜곡시켜 부정확한 극한강도 평가를 가져온 것으로 분석된다. 본 기술기사에서는 모멘트를 고려하지 못하는 비탄성 분기점좌굴해석 결과 붕괴 메커니즘이 왜곡되는 사례(H=1.0m)를 제시하였으며 보강형 높이가 실교량의 범위 내에서 사장교의 극한강도와 케이블 배치형식별 사장교의 극한하중 저항에 대한 효율성을 정확히 판단하기 위해서는 반드시 비선형·비탄성 극한해석 이론의 적용이 필요하다는 사실을 밝혔다.

### 참 고 문 헌

- AASHTO (1998) AASHTO LRFD Bridge Design Specification, AASHTO.
- Chen, W. F. and Lui, E. M. (1992) *Stability design of steel frames*, CRC Press, Boca Raton, p.380
- El-Zanaty, M., Murray, D., and Bjorhovde, R. (1980) Inelastic behavior of multistory steel frames, Structural Engineering Report No. 83, University of Alberta, Alberta, Canada.
- Ernst, H. J. (1965) *Der E-Modul von Seilen unter Beruecksichtigung des Durchhanges*, Der Bauingenieur 40, pp.52-55.
- Kim, S.E. and Chen, W.F. (1996a) Practical advanced analysis for braced steel frame design, *ASCE J. Struct.Eng.*, 122(11), pp.1266-1274.
- Kim, S.E. and Chen, W.F. (1996b) Practical advanced analysis for unbraced steel frame design, *ASCE J. Struct. Eng.*, 122(11), pp.1259-1265.
- Kim, S.E., Park, M.H., and Choi, S.H. (2001) Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis, *Eng. Struct.*, 23, pp. 1491-502.
- Kim, S.E., Choi, S.H., and Ma, S.S. (2003) Performance based design of steel arch bridges using practical inelastic nonlinear analysis, *J. Const. Steel Res.*, 59, pp.91-108.
- Liew, J. Y. and Tang, L. K. (1998). Nonlinear refined plastic hinge analysis of space frame structures, Research Report No. CE027/98, Department of Civil Engineering, National University of Singapore, Singapore.
- Orbison, J.G. (1982) Nonlinear static analysis of three-dimensional steel frames, Report No. 82-6, Department of Structural Engineering, Cornell University, Ithaca, New York.
- Prakash, V. and Powell, G. H. (1993) DRAIN-3DX: Base program user guide, version 1.10, A Computer Program Distributed by NISEE / Computer Applications, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley
- Ren, W. X. (1999) Ultimate behavior of long-span cable-stayed bridges, *J. Bridge Eng.*, 4(1), pp. 30-37.
- Wang, P.H., Yang, C.G. (1996) Parametric Studies on Cable-Stayed Bridges, *Computer & Structures*, 60(6), pp. 243-260. 