

# 비선형 비탄성 유한변위 해석 및 좌굴해석에 의한 강사장교의 극한강도 비교

## Comparison of Limit Strength of Steel Cable-Stayed Bridges using Nonlinear Inelastic Displacement and Buckling Analyses

송 원 근† 김 승 억\* 최 동 호\*\* 마 상 수\*\*\*  
Song, Weon-Keun Kim, Sung-Eock Choi, Dong-Ho Ma, Sang-Soo  
(논문접수일 : 2004년 11월 26일 ; 심사종료일 : 2005년 8월 4일)

### 요 지

본 논문은 강사장교의 극한강도를 다루고 있다. 강사장교의 극한강도를 평가하기 위하여 비선형·비탄성 해석 접근법과 분기점 좌굴 고유치해석 접근법인 유효접선탄성계수( $E_t$ )법을 사용하여 예제를 수행하였다. 이를 위하여 초기형상을 고려한 실용적인 비선형·비탄성 해석기법을 제시하였다. 초기형상 해석 시 각 형상해석 단계마다 보-기둥 부재의 부재력 대신 개선된 구조물형상을 고려하였다. 보-기둥 부재의 기하학적 비선형은 안정함수를 사용하여 고려하였고, 재료적 비선형은 CRC 접선계수와 포물선 함수를 사용하여 고려하였다. 또한, 케이블 부재의 기하학적 비선형은 할선탄성계수 값을 사용하여 고려하였다. 본 연구에서 제안한 해석기법으로 예측된 하중-변위 곡선들이 다른 연구에 의한 결과들과 비교·검증 되었으며, 제시된 3차원 강사장교 모델들에 대하여 제안한 해석기법과 비탄성 좌굴해석을 사용하여 극한강도를 비교하였다.

**핵심용어** : 강사장교, 초기형상, 비선형 비탄성 해석, 유효접선탄성계수법, 극한강도

### Abstract

The study examines the limit strength for steel cable-stayed bridges. A case studies have been performed in order to evaluate the limit strength for steel cable-stayed bridges using nonlinear inelastic analysis approach and bifurcation point instability analysis approach, effective tangent modulus ( $E_t$ ) method. To realize it, a practical nonlinear inelastic analysis considering the initial shape is developed. In the initial shape analysis, updated structural configuration is introduced instead of initial member forces for beam-column members at every iterative step. Geometric and material nonlinearities of beam-column members are accounted by using stability function, and by using CRC tangent modulus and parabolic function, respectively. Besides, geometric nonlinearity of cable members is accounted by using secant value of equivalent modulus of elasticity. The load-displacement relationships obtained by the proposed method are compared well with those given by other approaches. The limit strengths evaluated by the proposed nonlinear inelastic analysis for the proposed cable-stayed bridges with three dimensional configuration compared with those by the inelastic bifurcation point instability analyses.

**keywords** : steel cable-stayed bridge, initial shape, nonlinear inelastic analysis, effective tangent modulus method, limit strength.

### 1. 서 론

사장교는 다른 교량에 비하여 장경간이며, 케이블은 길

이가 길고 높은 초기장력이 도입되어 있다. 따라서 케이블 새그(sag), 보-기둥 효과 및 대변위에 의한 비선형 및 재료적 비선형은 반드시 고려되어야 한다. 이동하중이 재하

† 책임저자, 정회원·한국시설안전기술공단 기술개발실 과장 공학박사  
전화: 031-910-4128 ; Fax: 031-910-4181

E-mail: song98@kistec.or.kr

\* 정회원·세종대학교 토목환경공학과 부교수

\*\* 정회원·한양대학교 토목공학과 조교수

\*\*\* 한국시설안전기술공단 기술개발실 연구원

• 이 논문에 대한 토론을 2005년 12월 31일까지 본 학회에 보내주  
시면 2005년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

되기 전 시공단계로부터 케이블은 높은초기장력이 존재하므로, 사장교의 수차해석을 수행하기 전에 적절한 초기형상을 결정해야하며, 극한강도를 평가하기 위하여 결정된 초기형상을 고려한 비선형 비탄성 해석을 수행하여야 한다.

과거 30년 이상 비선형 비탄성 해석을 이용한 강 뼈대 구조물의 해석기법들에 대한 연구가 수행되어 왔다. 비선형 비탄성 해석은 2차 소성영역해석과 2차 소성힌지해석으로 구분할 수 있다. 2차 소성영역해석은 정밀해로 알려져 있음에도 불구하고 요소의 수가 너무 많아져 효율성이 떨어지므로 일반설계 및 구조해석에서는 사용되지 않고 있다(El-Zanaty 등, 1980; Clarke 등, 1992). 2차 소성힌지해석은 부재 당 한 개의 요소를 사용하며 단면이 완전 소성상태가 되기 전에는 탄성으로 간주해서 2차 소성영역 해석에 비하여 계산량은 줄일 수 있지만, 현저한 소성화가 유발되는 세장비가 작은 부재의 경우에는 강성을 과대평가하는 경향이 있다(Liew, 1992). 3차원 구조물에 대한 2차 소성힌지해석기법은 Orbison(1982), Prakash 등(1993), Liew 등(1998)에 의하여 연구되었다. 그러나 Orbison의 방법은 점진적인 소성화를 고려하지 못할 뿐만 아니라 탄성구간 내에서 전단변형이 고려되지 않는 문제가 있다. Prakash와 Powell에 의하여 개발된 DRAIN-3DX는 절점에서의 세분화된 단면의 응력과 변형률을 사용하여 점진적 소성화를 나타냄으로써 소성영역법과 탄소성힌지법의 장점을 살린 방법이다. 그러나 기하학적 비선형은 축방향력의 영향만을 고려하고 휨모멘트와의 상호작용을 고려하지 못하는 문제점이 있으며, 비탄성을 고려하기 위하여 계산시간이 많이 소요된다. Liew와 Tang은 2차원 소성힌지를 3차원으로 확장하여 비탄성 효과를 나타내었으며 기하강도행렬을 사용하여 비선형 효과를 고려하였으나, 축방향력이 큰 경우 부재의 강도를 과대평가하는 단점이 있다. 제안한 비선형 비탄성해석에서 보-기둥 부재의 기하학적 비선형은 안정함수를, 재료적 비선형은 CRC 접선계수와 포물선 함수를 각각 사용하여 고려하였다. 케이블 새그를 고려하기 위하여 활선탄성계수 값을 사용하였다. 대변위 효과를 고려하기 위하여 비선형 반복 단계마다 강성행렬을 재구성하였다.

국내에서는 케이블 요소의 처짐 형상 결정에 대한 연구(정진환 등, 2002)가 수행되었으며 지금까지 Nazmy 등(1990), Ermopoulos 등(1992), Wang 등(1996)과 김선훈 등(2001)에 의하여 강사장교에 관한 다양한 연구가 수행되었다. 그러나 이와 같은 연구들은 강사장교의 강도와 안정성을 평가하기 위해서 비선형 탄성 해석을 사용하였다. 본 연구에서는 3차원 강사장교의 초기형상해석을 수

행하고, 결정된 케이블 초기장력(initial cable tensions)과 초기형상(initial shape)을 고려하는 비선형 비탄성 해석기법을 이용하여 사장교의 극한강도를 평가하고자 한다. 또한, 제안한 방법에 의한 극한강도를  $E_T$  법(유효접선탄성계수법: Effective Tangent Modulus Method)을 이용한 비탄성 고유치해석 결과와 비교함으로써 형고비가 작을수록 사장교의 거동이 축력에 지배됨을 밝혔다.  $E_T$  법은 기하강성행렬의 구성에 있어 부재력 중 축력만을 고려하여 사장교 각 부재의 비선형 효과를 근사적으로 모사하였고 비탄성 효과를 근사적으로 고려하기 위하여 기둥의 기준내하력 곡선을 적용하였다.

## 2. 제안한 비선형 비탄성 해석

### 2.1 보-기둥 부재의 비선형성

보-기둥 부재의 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 안정함수를 사용하였다. 안정함수란 축방향력에 의하여 휨강성의 감소 영향을 고려하는 함수로서 부재를 하나 혹은 두 개의 요소로 이상화하여 기하학적 비선형을 효과적으로 고려할 수 있다(Kim 등, 1996a; Kim 등 1996b).

보-기둥 부재의 재료적 비선형을 고려하기 위하여 CRC 접선계수와 연화소성힌지(softening plastic hinge)를 사용하였다. 잔류응력을 가진 부재가 축방향력에 의하여 점진적으로 항복하는 것을 고려하기 위하여 CRC 접선계수를 사용하였다(Chen 등, 1992). 접선탄성계수 모델은 축방향력을 받는 부재의 점진적 소성화를 적절히 고려할 수 있으나, 축방향력과 모멘트를 동시에 받는 부재의 점진적 소성화를 나타내기에는 부적합하다. 이를 위하여 구조물의 강성을 탄성강성에서 완전 소성강성 즉 영까지 점진적 변화를 나타내기 위하여 연화소성힌지를 사용하였다(Kim 등, 2001). 본 연구에서는 절점당 6개의 자유도를 갖는 3차원 뼈대요소를 적용하였으며, 횡방향 변위에 의한 추가적인 축력과 모멘트 그리고 전단력을 고려하여 강성행렬을 구성하였다(Kim 등, 2003).

### 2.2 케이블 부재의 기하학적 비선형성

케이블은 인장에만 저항하는 부재로써, 자중과 장력에 의해서 케이블 새그(sag)가 형성된다. 또한, 케이블 새그량이 변화함에 따라 케이블의 축방향 강성이 변화한다. 경사진 케이블의 새그로 인한 기하학적 비선형을 고려함에 있어서, 등가탄성계수를 갖는 등가직선 케이블 요소를 사

용하는 것이 적절하다(Wang 등, 1996). 등가탄성계수 개념은 Ernst(1965)에 의하여 처음 소개되었으며 하중 재하 전에 케이블에 도입되는 최초의 장력만을 고려하는 접선탄성계수와 최초의 장력과 하중 재하 후 변화하는 장력을 함께 고려하는 할선탄성계수로 분류된다. 접선탄성계수식과 할선탄성계수식은 각각 식 (1)과 식 (2)와 같다.

$$E_{eq} = E_{ta} = \frac{E_c}{1 + \frac{(w_c l_c)^2}{12(T_c^0)^3} E_c A_c} \quad (1)$$

$$E_{eq} = E_s = \frac{E_c}{1 + \frac{(w_c l_c)^2 (T_c^0 + T_c^1)}{24(T_c^0)^2 (T_c^1)^2} E_c A_c} \quad (2)$$

- 여기서,  $E_{eq}$  : 케이블의 등가탄성계수
- $E_{ta}$  : 케이블의 접선(Tangent)탄성계수
- $E_s$  : 케이블의 할선(Secant)탄성계수
- $E_c$  : 케이블의 탄성계수
- $A_c$  : 케이블 단면적
- $w_c$  : 케이블 단위길이당 자중
- $l_c$  : 케이블 수평투영 길이
- $T_c^0$  : 하중 재하 전 케이블 장력
- $T_c^1$  : 하중 재하 후 케이블 장력

본 논문에서는 케이블 부재의 새그(sag)로 인한 기하학적 비선형을 고려하기 위하여 할선탄성계수를 사용하였으며, 부재당 1개의 요소에 2절점을 적용하여 강성행렬을 구성하였다.

### 2.3 비선형 해석 절차

본 논문에서는 비선형 수치해석 기법으로 각 단계별로 증분하중을 작용시키며 증분하중에 해당하는 증분변위를 구하기 위하여 직접반복법(direct iteration)을 사용하였다. 따라서 각 단계별로 부재 강도행렬을 재구성하게 된다. 비선형 비탄성해석을 수행하기 전에 그림 1과 같은 절차를 거쳐 강사장교의 초기형상 해석을 수행하였다. 첫 번째 단계(NSI=1: Number of Shape Iteration)는 변형 전 형상(configuration before deformation)으로부터 사하중 하에서 초기형상 해석을 위한 비선형 수치해석을 수행하였다. 이 단계에서는 케이블의 최초 장력이 도입되지 않으므로 케이블의 등가탄성계수는 매우 작아진다. 두

번째 단계(NSI=2)에서는 첫 번째 단계에서 얻어진 케이블 장력과 변위 즉, 구조물형상(updated structural configuration)을 고려하여 비선형 수치해석을 수행한다. 구조물형상이란 변형 전 형상을 기준으로 발생한 변위에 대해 절대 값이 같고 부호가 반대인 변위 값으로 형성된 구조물의 변형 형상으로 수치해석의 형상해석 각 단계의 최소값으로 사용된다. 이와 같이 초기형상 해석을 위한 수치해석 단계를 거치면서 모든 절점 변위 값의 합이 허용치를 만족하면 초기형상 해석을 종료한다. 이 때, 종료조건 판단의 기준 좌표는 변형 전 형상의 절점좌표이다. 초기형상 해석의 종료조건은 식 (3)과 같다.

$$SOD = \sum_{i=1}^{NON} \sqrt{U_{iX}^2 + U_{iY}^2 + U_{iZ}^2} \leq \epsilon \quad (3)$$

여기서,

- $SOD$  = 모든 절점 변위의 합(sum of displacements)
- $NON$  = 절점 수
- $U_{iX}$  = 전체좌표계에서  $i$ -번째 절점의 X-방향 변위
- $U_{iY}$  = 전체좌표계에서  $i$ -번째 절점의 Y-방향 변위
- $U_{iZ}$  = 전체좌표계에서  $i$ -번째 절점의 Z-방향 변위
- $\epsilon$  = 허용치

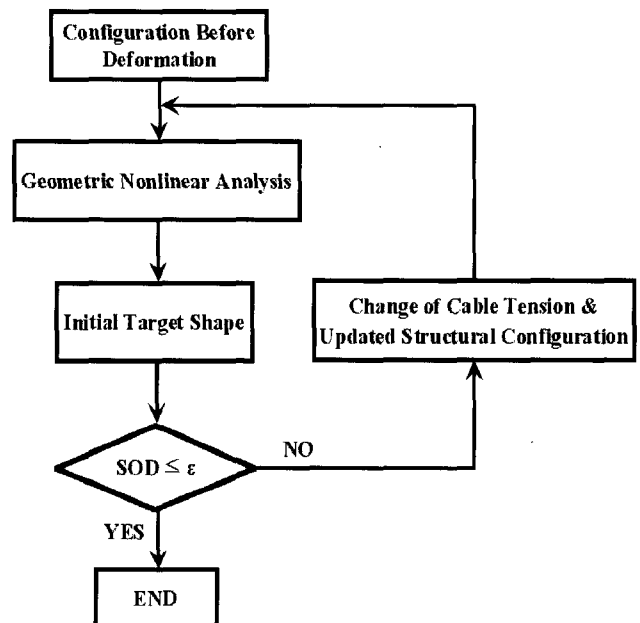


그림 1 초기형상 해석절차

강사장교의 초기형상 해석 후 극한강도를 평가하기 위하여 비선형 비탄성 해석을 추가적으로 수행하여야 하며 그 절차는 그림 2와 같다.

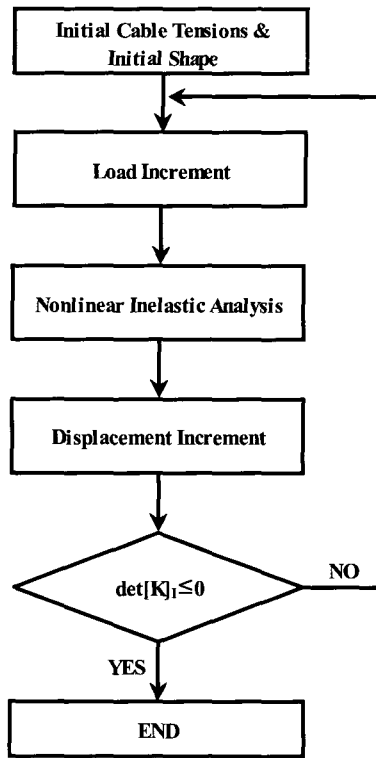


그림 2 비선형 비탄성 해석절차

### 3. 유효접선탄성계수법

$E_f$  법은 일본의 혼슈시코쿠연락교공단(本州四國連絡橋公團)의 현수교 주탑 설계요령에 규정된 방법으로 기준내하력 곡선을 도입하여 각 부재의 유효좌굴길이와 전체구조계의 좌굴강도를 산출하는 방법으로 비선형 및 비탄성 효과를 모두 고려한 탄소성 유한변위 해석법에 비하여 해석방법이 간단하고 해석시간이 빠르다는 장점을 가지고 있다. 특히 시간이 장대한 사장교에 대해서  $E_f$  법에 의한 좌굴강도의 추정값은 비선형 효과를 모두 고려한 탄소성 유한변위 해석에 의한 추정값과 비교하여 대략 20%이내의 오차를 나타내고 있다(Iwasaki 등, 2001).

본 논문에서 사용한  $E_f$  법은 도로교표준시방서(1996)의 기준내하력 곡선을 적용하여 각 부재별로 구해진 접선탄성계수가 수렴할 때까지 해석을 반복하여 전체구조계의 비탄성 고유치를 구하는 해석방법으로 해석과정은 그림 3과 같다.

- (1) 선형 탄성해석을 수행하여 구조물의 기하강성행렬을 형성한다.
- (2) 고유치해석  $|K_E(E_{f,i}) + \kappa K_G(N_i)|$  을 수행한다. 최소 고유치 값( $\kappa = \kappa_{min}$ )으로부터 임계축력( $N_{cr,i} = \kappa N_i$ )과 임계응력( $F_{cr,i} = N_{cr,i} / A_i$ )를 구한다.

- (3)  $l_{el,i} = \pi \sqrt{E_{f,i} I_i / N_{cr,i}}$  으로부터 유효좌굴길이( $l_{el,i}$ )를 계산한다. 유효좌굴길이와 기준내하력 곡선을 이용하여 극한강도( $F_{u,i}$ )를 산정한다.
- (4) 전 단계의  $E_{f,i}^0$  와  $E_{f,i} = (F_{u,i} / F_{cr,i}) \cdot E_{f,i}^0$  로부터 현재의  $E_{f,i}$  를 이용하여 수렴조건  $|(E_{f,i} - E_{f,i}^0) / E_{f,i}^0| < \epsilon$  을 만족할 때까지 (2)단계부터 계속 반복한다.

여기서, 밑첨자  $i$ 는  $i$ 번째 부재를 의미한다.

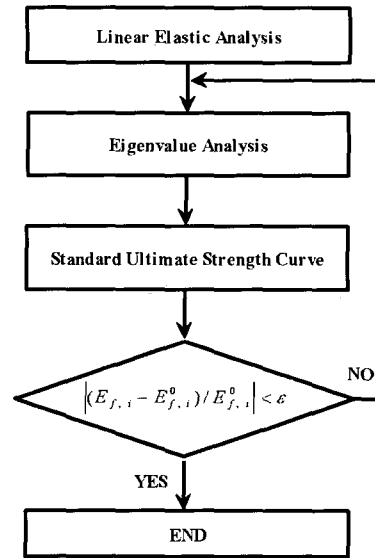


그림 3 유효접선탄성계수법 해석절차

### 4. 제안한 비선형 비탄성 해석 검증

#### 4.1 양단 수평하중을 받는 케이블

그림 4는 양단 수평하중을 받는 케이블이다. 초기장력( $T_c^0$ ) 17.794kN이 케이블 양단에 작용하고 있고, 탄성계수는 131GPa이다. 케이블 단면적은  $5.48 \times 10^{-4} m^2$  이고, 단위길이 당 자중은 46.11N/m이다. 수평하중 증가에 따른 수평변위를 그림 5에 Karoumi(1999)의 해석결과와 비교하였다. 수평하중 증가에 따른 케이블 수평변위가 Karoumi의 해석결과와 유사함을 알 수 있다.

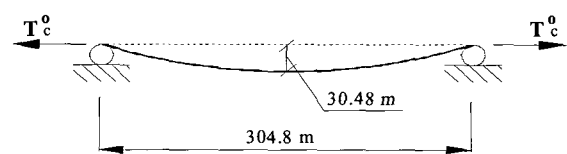


그림 4 양단 수평하중을 받는 케이블

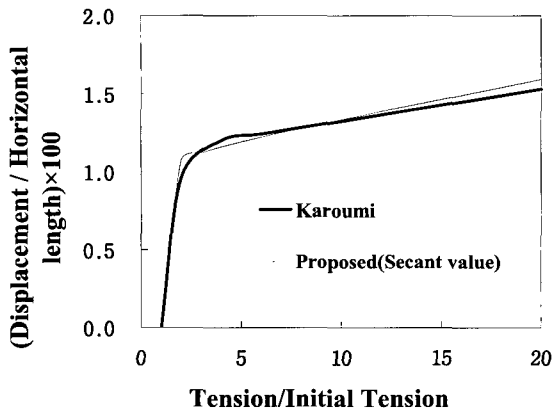


그림 5 케이블의 수평변위/수평길이-수평하중 곡선

### 4.2 3차원 강뼈대 구조물

본 예제는 Orbison(1982) 및 Liew 등(1998)에 의하여 해석된 3차원 비대칭 6층 뼈대 구조물이다. 본 논문에서 제안된 방법은 보-기둥 접근법(*beam-column approach*)에 바탕을 둔 반면, Orbison방법 및 Liew와 Tang 방법은 유한요소법(*finite element approach*)에 바탕을 두고 있다. 본 논문에서 제안된 방법은 기하학적 비선형을 고려함에 있어서 부재당 한개 혹은 두개의 요소만으로 기하학적 비선형을 정확하게 나타낼 수 있는 반면, 유한요소법에서는 기하학적 강도 행렬을 사용함으로써 부재 당 여러 개의 요소를 필요로 하는 단점이 있다. 각 부재의 항복강도는  $248MPa$ , 탄성계수는  $207GPa$ 이고, 전단 탄성계수는  $79.3GPa$ 이다. 해석에 사용된 구조물은 그림 6과 같다. 구조물에 작용하는 사하중은  $4.8kN/m^2$ , 풍하중은 Y-방향

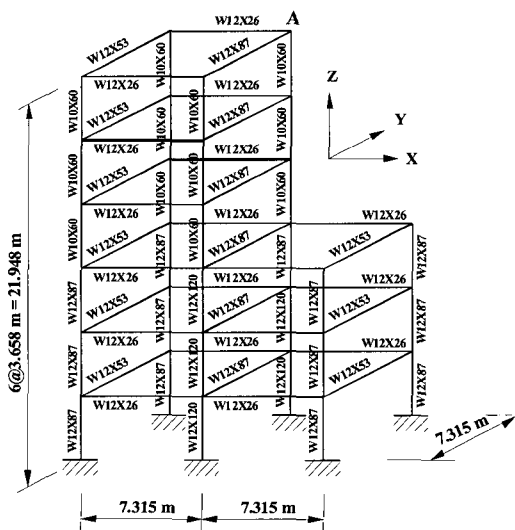


그림 6 3차원 6층 뼈대구조물

으로 절점당  $26.7kN$ 을 전면에 작용시켰다.

해석 결과를 Liew와 Tang(전단변형 고려) 및 Orbison(전단변형 미고려)과 비교하여 그림 7 및 표 1과 표 2에 나타내었다. 전단 변형을 고려하는 경우 표 1에서 보는 바와 같이 본 해석과 Liew의 비례증분하중비(*Proportional increment load ratio*)는 각각 2.057, 2.062로서 오차는 0.24%미만이다. 전단 변형을 고려하지 않은 경우에도 Orbison의 비례증분하중비와 유사한 결과를 나타내었다.

표 1 전단 변형을 고려한 해석 결과

해석 방법	제안된 해석		Liew의 해석
완전 소성면	LRFD	Orbison	Orbison
비례증분하중비	1.990	2.057	2.062
Y-방향변위(A점)	208mm	219mm	250mm

표 2 전단 변형을 고려하지 않은 해석 결과

해석 방법	제안된 해석		Orbison의 해석
완전 소성면	LRFD	Orbison	Orbison
비례증분하중비	1.997	2.066	2.059
Y-방향변위(A점)	199mm	208mm	247mm

### 4.3 2차원 Fan Type 사장교의 초기형상해석

그림 8은 Wang 등(1996)에 의하여 해석된 2차원 Fan

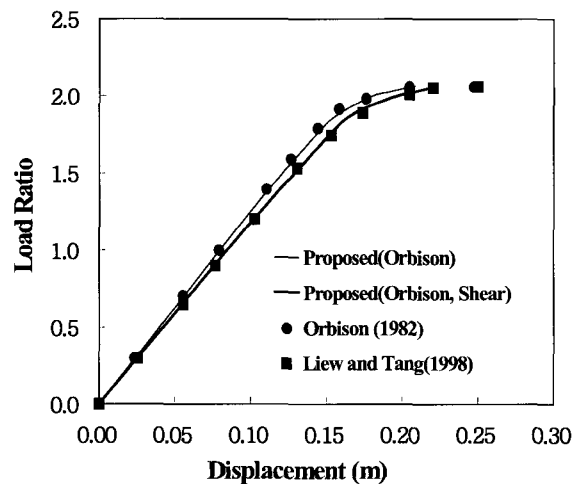


그림 7 3차원 6층 뼈대구조물의 하중-변위 곡선

Type 강사장교 예제이다. 단면상수 및 물성치는 표 3과 같다. 표 3에서  $E$ ,  $A$ ,  $I$  및  $w$ 는 각각 탄성계수, 단면적, 단면 2차모멘트 및 단위 길이 당 자중이다. Wang과 Yang은 케이블 등가탄성계수로 접선탄성계수를 사용하였고, 초기부재력으로 축력을 사용하였다. 반면, 본 연구에서는 할선탄성계수를 사용하였고, 초기부재력 대신 초기변위의 개념을 도입한 구조물형상(updated structural configuration)을 사용하여 초기형상 해석을 수행하였다. 할선탄성계수를 사용한 케이블은 각각 하나의 요소로 이루어져 있다. 케이블 양단부는 바닥판과 주탑에 각각 핀(pin)으로 연결되어 있다. 허용치( $\epsilon$ )가 0.1m인 경우 케이블 초기장력 및 주형의 처짐은 각각 표 4와 그림 9와 같다. 표 4에서 등가탄성계수에 의한 케이블 초기장력은 Wang과 Yang의 결과보다 조금 낮게 산정되었다. 그림 9에서 제안한 방법에 의한 초기형상 해석 시 주형의 처짐이 Wang과 Yang의 주형의 처짐보다 작게 나타나는 사실을 알 수 있었다.

표 3 2차원 Fan Type 강사장교의 단면상수 및 물성치

Member	$E, E_c (GPa)$	$A, A_c (m^2)$	$I (m^4)$	$w, w_c (kN/m)$
Girder	207	0.320	1.131	87.5
Pylon①	207	0.269	0.432	-
Pylon②	207	0.228	0.345	-
Pylon③	207	0.203	0.211	-
Exterior Cable	207	0.042	-	3.2
Interior Cable	207	0.016	-	1.2

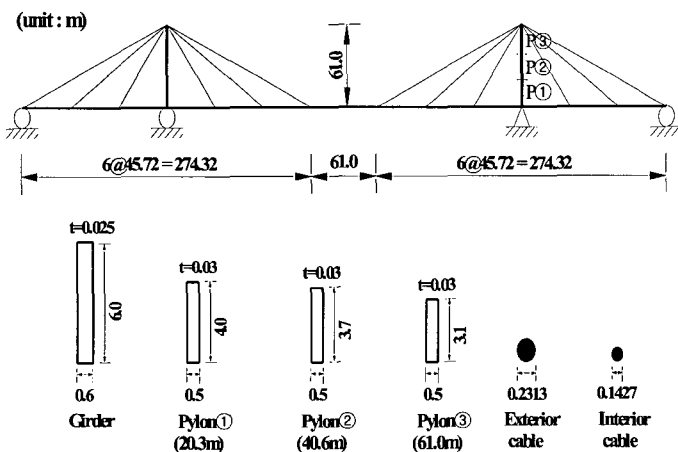


그림 8 2차원 Fan Type 강사장교

표 4 2차원 Fan Type 강사장교의 케이블 초기장력 (kN)

Cable Number	Wang(1996)	Proposed (Secant value)
1	10,740	6,312
2	8,270	6,247
3	4,800	3,544
4	4,550	4,993
5	7,810	6,734
6	11,310	4,828

### 5. 3차원 강사장교의 극한강도

본 절에서는 그림 10의 3차원 Fan Type, Semi-Harp Type 및 Harp Type 강사장교에 대하여 초기형상 해석 종료 후 케이블 초기장력 및 초기형상을 입력 데이터로 도입하여 비선형 비탄성 해석을 수행함으로써 극한강도를 평가하였다. 또한, 거더 높이 변화에 따른 제안한 비선형 비탄성 해석과 비탄성 좌굴해석 ( $E_f$ )법에 의해 얻어진 극한강도를 비교하였다. 보-기둥 부재(거더, 주탑, 가로보)의 탄성계수는 207.0 GPa이고, 케이블의 탄성계수는 158.6 GPa이다. 보-기둥 부재와 케이블의 자중은 각각 76.82 kN/m<sup>3</sup> 및 60.5kN/m<sup>3</sup>이고, 항복응력은 각각 248MPa 및 1,103MPa이다.

#### 5.1 초기형상해석

초기형상 해석에 사용된 사하중은 강사장교의 자중과 주형에 상재되는 사하중을 고려하여 각 절점에 재하 하였다. SOD가 1.0 m보다 같거나 작을 경우 초기형상 해석을 중

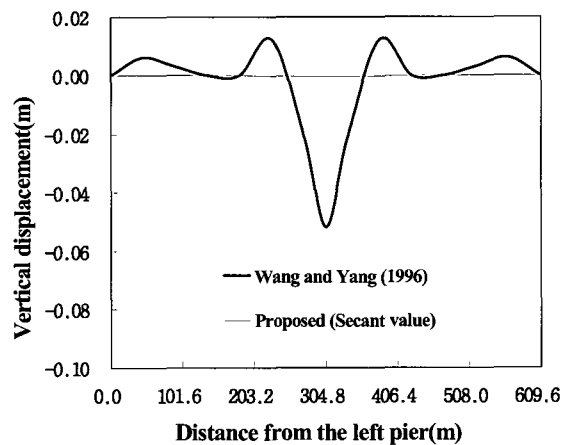


그림 9 2차원 Fan Type 강사장교 주형의 처짐

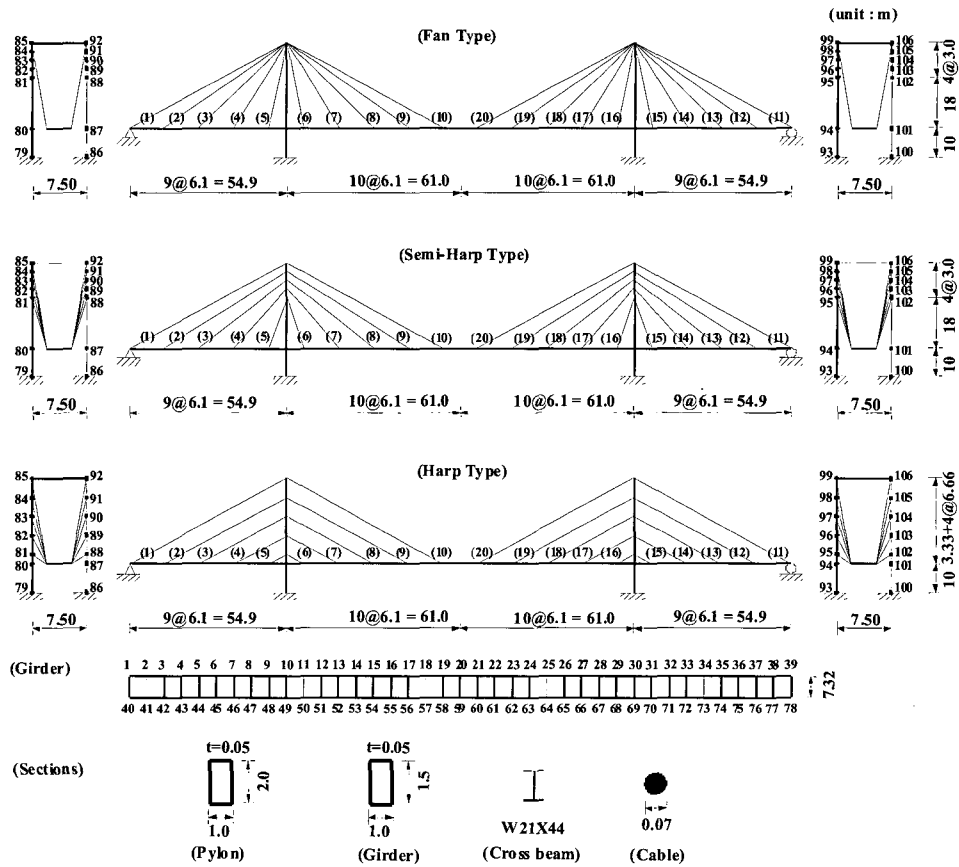


그림 10 3차원 강사장교

료하였다. 3가지 Type의 강사장교에 대하여 초기형상 해석을 수행한 결과 산정된 케이블 초기장력(initial cable tensions)과 초기형상은 각각 표 5와 그림 11과 같다. 이 값들은 극한강도 평가를 위한 비선형 비탄성 해석의 입력 데이터로 고려된다.

표 5 3차원 강사장교의 케이블 초기장력(kN)

Cable No.	Fan Type	Semi-Harp Type	Harp Type
(1)	339	357	384
(2)	362	371	399
(3)	351	363	399
(4)	299	323	405
(5)	240	276	874
(6)	255	297	598
(7)	341	373	501
(8)	403	419	492
(9)	385	400	453
(10)	290	313	363
(11)	338	357	384
(12)	361	371	401
(13)	351	363	404
(14)	299	322	408
(15)	240	274	808
(16)	255	299	664
(17)	341	374	499
(18)	403	420	487
(19)	385	399	449
(20)	291	313	361

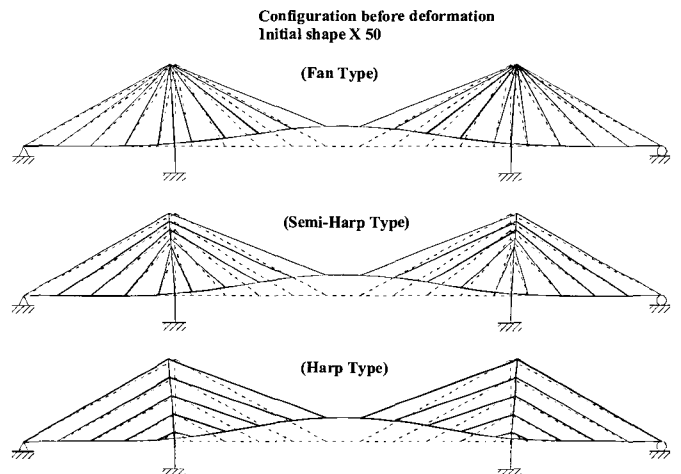


그림 11 3차원 강사장교의 초기형상

## 5.2 극한강도 평가

보-기둥 부재의 응력-변형률 관계는 탄성-경화소성으로 가정한다. 케이블의 응력-변형률 관계는 탄성 영역 내에서 유효하다고 가정한다. 비선형 비탄성 해석에 사용한 하중은 AASHTO-LRFD(1998)에서 규정하고 있는 사하중,

활하중, 충격하중만을 고려하였으며, 사하중은 강사장교의 자중과 주형에 상재되는 사하중을 고려하여 각 절점에 재하하였고 활하중은 영향선을 고려하여 각 절점에 재하하였다. 하중계수로는 사하중 1.25, 활하중 1.75, 충격계수 0.33을 사용하였다. 표 5의 케이블 초기장력은 비선형 비탄성 해석의 최초장력으로 사용되었으며, 그림 11의 초기형상은 비선형 비탄성 해석에 최초 변위값으로 도입되었다. 활선탄성계수를 사용한 강사장교의 해석결과 거더 높이가 1.5m일 때 비례증분하중비는 Fan Type의 경우 2.41, Semi-Hape Type은 2.23, 그리고 Harp Type은 1.91로 산정되었다. 극한강도 평가 후 얻은 하중-변위 곡선은 그림 12와 같다. 본 해석 결과를 통하여 사장교의 케이블 배치 형상으로 사장교를 구분할 경우 Fan Type 사장교가 가장 경제적인 형태임을 알 수 있었다.

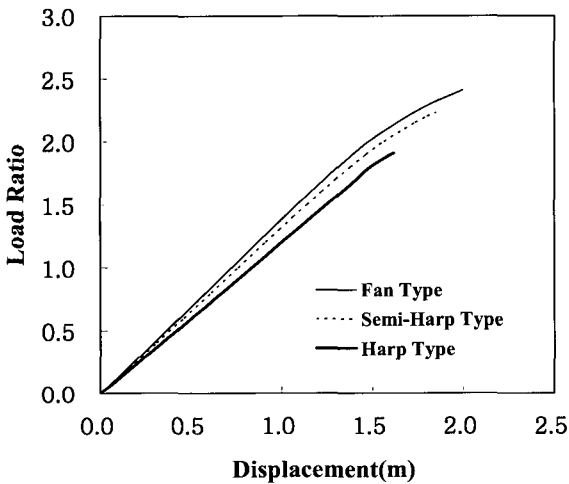


그림 12 3차원 강사장교 주형 중앙지간 중앙부의 하중-(수직)변위 곡선

5.3 비선형 비탄성해석과  $E_f$  법의 극한강도 비교

5.2절과 동일한 조건하에서 거더 높이만 0.12m~1.50m 까지 변화시켜 가면서 비선형 비탄성 해석에 의한 비례증분하중비와  $E_f$ 법에 의한 비탄성 고유치 값을 Fan Type, Semi-Harp Type 및 Harp Type에 대하여 표 6~8에 각각 비교하였다. 형고비를 거더높이/지간으로 가정하고, 중앙지간(L)은 122.0m를 사용하였다. 표 6~8에서 거더 높이가 감소할수록 즉, 형고비가 감소할수록 제안한 방법을 기준으로  $E_f$ 법에 의한 극한강도와의 상대오차가 감소하는 경향을 알 수 있으며, 이를 토대로 작은 형고비를 갖는 사장교에 있어서 축력이 구조물계 거동을 지배한다는 사실

을 알 수 있다. 그러나 비교적 큰 형고비를 갖는 사장교의 경우 극한강도를 보다 정확히 산정하기 위해서는 제안한 비선형 비탄성 해석을 수행하여야 한다.

표 6 거더 높이별 Fan Type 사장교의 극한강도 비교

거더 높이(m)	형고비 ( $\times 10^3$ )	극한강도		오차(%)
		제안한 해석	$E_f$	
0.12	0.984	0.49	0.461	5.9
0.14	1.148	0.73	0.695	4.8
0.16	1.311	0.99	0.970	2.1
0.18	1.475	1.18	1.275	-8.1
0.20	1.639	1.24	1.603	-29.3
0.22	1.803	1.30	1.784	-37.2
0.25	2.049	1.38	1.872	-35.6
0.30	2.459	1.50	2.016	-34.4
0.40	3.279	1.70	2.297	-35.1
0.50	4.098	1.86	2.565	-37.9
1.00	8.197	2.23	3.184	-42.8
1.50	12.295	2.41	3.469	-43.9

표 7 거더 높이별 Semi-Harp Type 사장교의 극한강도 비교

거더 높이(m)	형고비 ( $\times 10^3$ )	극한강도		오차(%)
		제안한 해석	$E_f$	
0.12	0.984	0.44	0.410	6.9
0.14	1.148	0.66	0.617	6.5
0.16	1.311	0.91	0.860	5.5
0.18	1.475	1.16	1.131	2.5
0.20	1.639	1.27	1.421	-11.9
0.22	1.803	1.34	1.724	-28.6
0.25	2.049	1.42	1.882	-32.5
0.30	2.459	1.55	2.028	-30.8
0.40	3.279	1.76	2.315	-31.6
0.50	4.098	1.89	2.600	-37.6
1.00	8.197	2.16	3.701	-71.3
1.50	12.295	2.23	3.907	-75.2

표 8 거더 높이별 Harp Type 사장교의 극한강도 비교

거더 높이(m)	형고비 ( $\times 10^3$ )	극한강도		오차(%)
		제안한 해석	$E_f$	
0.12	0.984	0.32	0.301	5.9
0.14	1.148	0.49	0.453	7.6
0.16	1.311	0.69	0.629	8.8
0.18	1.475	0.91	0.825	9.3
0.20	1.639	1.09	1.034	5.2
0.22	1.803	1.23	1.251	-1.7
0.25	2.049	1.40	1.582	-13.0
0.30	2.459	1.55	2.071	-33.6
0.40	3.279	1.74	2.365	-35.9
0.50	4.098	1.89	2.648	-40.1
1.00	8.197	1.98	3.875	-95.7
1.50	12.295	1.91	4.610	-141.4



표 6~8을 통하여 본 논문에서 제시한 다양한 사장교 모델에 대하여 수행한 극한강도 평가 방법 중 비탄성 분기점 좌굴해석 방법은 비탄성 임계(좌굴)하중의 크기를 보-기동접근법에 의한 유한변위해석 방법에 의해 얻어진 축력의 크기보다 크게 산정하고 있다. 이는 구조적으로 비탄성 분기점 좌굴해석이 부재력으로 축력만을 반영함으로써 축력과 모멘트가 동시에 발생하는 부재에 대하여 과도한 임계하중을 산정한다는 사실을 알 수 있었다.

표 9~11에서 살펴볼 수 있듯이 보-기동 접근법에 의한 유한변위해석 결과 거더 높이의 변화와 상관없이 주탑 하단부(전체 구조계에서 최대축력 발생지점)와 주형과 좌측 주탑 및 우측 주탑이 교차하는 두 지점(주형부에서 최대 축력 발생지점) 그리고 주탑 중앙지간의 중앙부(주형부에

서 최소 축력과 최대모멘트가 동시에 발생하는 지점)에서  $E_t/E_{값}$ 은 항상 1.0을 나타내고 있다. 이는 외부 하중에 의해 발생하는 부재력 중 축력만으로는 사장교 주요부재인 주형과 주탑이 비탄성 영역으로 진입하지 않는다는 사실을 설명해주고 있다. 따라서, 비탄성 분기점 좌굴해석을 통해서 얻어진 임계하중은 과도한 것이며, 본 논문에서 제시한 다양한 사장교 모델에 대하여 합리적인 극한강도를 얻을 수 없음을 알 수 있었다. 또한, 주형에서 최대 축력(압축력)이 발생하는 지점은 모든 거더 높이에서  $E_t/E_{값}$ 이 1.0으로 일정하고 연화소성힌지가 거의 발생되지 않는 것으로 분석되었다. 따라서 주형에서 최대 축력이 발생하는 지점의 극한거동은 전체 구조계의 붕괴에 매우 작은 영향을 미치는 것으로 나타났다. 그리고 주탑 하단부에서도 케이블

표 9 우측 주탑 하단부의 부재력 및 소성화 비교

거더 높이 (m)	Fan type					Semi-harp type					Harp type							
	$E_t$	제한한 해석				$\eta$	$E_t$	제한한 해석				$\eta$	$E_t$	제한한 해석				$\eta$
	Pcr/Py	P/Py	M3/Mp3	M2/Mp2	Pcr/Py		P/Py	M3/Mp3	M2/Mp2	Pcr/Py	P/Py		M3/Mp3	M2/Mp2				
0.12	-0.063	-0.067	0.214	0.0000011	1.000	-0.056	-0.060	0.187	0.0007094	1.000	-0.041	-0.044	0.125	0.0043659	1.000			
0.14	-0.095	-0.100	0.304	0.0000016	1.000	-0.085	-0.090	0.265	0.0010672	1.000	-0.062	-0.067	0.181	0.0066431	1.000			
0.16	-0.133	-0.135	0.414	0.0000021	1.000	-0.118	-0.124	0.363	0.0014765	1.000	-0.086	-0.094	0.243	0.0092541	1.000			
0.18	-0.176	-0.162	0.483	0.0000025	0.967	-0.155	-0.159	0.467	0.0018880	0.977	-0.113	-0.125	0.308	0.0120531	1.000			
0.20	-0.221	-0.170	0.484	0.0000026	0.959	-0.196	-0.174	0.496	0.0020710	0.945	-0.142	-0.149	0.355	0.0142329	1.000			
0.22	-0.246	-0.179	0.496	0.0000028	0.943	-0.238	-0.184	0.511	0.0021905	0.921	-0.172	-0.169	0.396	0.0160381	0.995			
0.25	-0.259	-0.191	0.514	0.0000029	0.913	-0.260	-0.196	0.530	0.0023299	0.886	-0.219	-0.193	0.452	0.0182284	0.951			
0.30	-0.280	-0.208	0.546	0.0000032	0.850	-0.282	-0.215	0.568	0.0025562	0.803	-0.287	-0.215	0.525	0.0202705	0.842			
0.40	-0.323	-0.238	0.599	0.0000036	0.707	-0.325	-0.246	0.632	0.0029215	0.614	-0.331	-0.243	0.642	0.0228448	0.553			
0.50	-0.364	-0.263	0.636	0.0000039	0.567	-0.368	-0.267	0.667	0.0031556	0.473	-0.374	-0.267	0.734	0.0244781	0.222			
1.00	-0.473	-0.332	0.666	0.0000048	0.283	-0.549	-0.320	0.719	0.0038089	0.142	-0.573	-0.293	0.783	0.0269154	0.000			
1.50	-0.539	-0.375	0.646	0.0000053	0.190	-0.605	-0.346	0.712	0.0044305	0.067	-0.712	-0.296	0.696	0.0311436	0.217			

표 10 주형부에서 최대 축력이 발생한 지점의 부재력 및 소성화 비교

거더 높이 (m)	Fan type					Semi-harp type					Harp type							
	$E_t$	제한한 해석				$\eta$	$E_t$	제한한 해석				$\eta$	$E_t$	제한한 해석				$\eta$
	Pcr/Py	P/Py	M3/Mp3	M2/Mp2	Pcr/Py		P/Py	M3/Mp3	M2/Mp2	Pcr/Py	P/Py		M3/Mp3	M2/Mp2				
0.12	-0.084	-0.087	-0.493	0.0000063	0.997	-0.086	-0.090	-0.453	0.0000093	1.000	-0.095	-0.101	-0.365	0.000349	1.000			
0.14	-0.124	-0.128	-0.559	0.0000093	0.937	-0.127	-0.134	-0.510	0.000137	0.970	-0.141	-0.152	-0.432	0.000518	0.995			
0.16	-0.170	-0.171	-0.602	0.000123	0.829	-0.174	-0.181	-0.564	0.000185	0.866	-0.192	-0.210	-0.482	0.000694	0.922			
0.18	-0.220	-0.202	-0.566	0.000144	0.832	-0.224	-0.227	-0.592	0.000229	0.743	-0.248	-0.273	-0.530	0.000854	0.759			
0.20	-0.272	-0.209	-0.488	0.000151	0.918	-0.277	-0.246	-0.525	0.000249	0.820	-0.305	-0.323	-0.530	0.000949	0.654			
0.22	-0.297	-0.216	-0.439	0.000157	0.955	-0.330	-0.255	-0.477	0.000261	0.871	-0.363	-0.358	-0.580	0.001052	0.439			
0.25	-0.304	-0.224	-0.387	0.000165	0.981	-0.352	-0.264	-0.426	0.000275	0.918	-0.448	-0.397	-0.631	0.001185	0.159			
0.30	-0.315	-0.234	-0.332	0.000176	0.997	-0.364	-0.278	-0.378	0.000295	0.948	-0.564	-0.419	-0.638	0.001361	0.049			
0.40	-0.333	-0.247	-0.268	0.000189	0.999	-0.386	-0.294	-0.331	0.000322	0.969	-0.600	-0.432	-0.634	0.001612	0.012			
0.50	-0.348	-0.254	-0.232	0.000195	0.993	-0.406	-0.295	-0.305	0.000328	0.982	-0.629	-0.435	-0.633	0.001780	0.002			
1.00	-0.325	-0.232	-0.270	0.000170	0.997	-0.435	-0.256	-0.390	0.000301	0.957	-0.717	-0.352	-0.529	0.001719	0.580			
1.50	-0.281	-0.200	-0.463	0.000171	0.949	-0.363	-0.211	-0.548	0.000319	0.843	-0.708	-0.287	-0.286	0.001433	0.993			

표 11 주형부에서 최대 모멘트가 발생한 지점의 부재력 및 소성화 비교

거더 높이 (m)	Fan type					Semi-harp type					Harp type				
	$E_f$ 제안한 해석				$\eta$	$E_f$ 제안한 해석				$\eta$	$E_f$ 제안한 해석				$\eta$
	Pcr/Py	P/Py	M3/Mp3	M2/Mp2		Pcr/Py	P/Py	M3/Mp3	M2/Mp2		Pcr/Py	P/Py	M3/Mp3	M2/Mp2	
0.12	0.000	0.009	0.856	-0.000083	0.479	0.000	0.008	0.778	-0.000077	0.682	0.000	0.005	0.576	-0.000058	0.975
0.14	0.000	0.013	0.974	-0.000111	0.077	0.000	0.011	0.918	-0.000108	0.282	0.000	0.006	0.708	-0.000087	0.822
0.16	0.000	0.016	0.992	-0.000129	0.000	0.000	0.014	0.989	-0.000129	0.000	0.000	0.006	0.840	-0.000118	0.000
0.18	0.000	0.018	0.992	-0.000143	0.000	0.000	0.017	0.992	-0.000144	0.000	0.000	0.005	0.952	-0.000143	0.000
0.20	0.000	0.017	0.991	-0.000154	0.000	0.000	0.017	0.992	-0.000156	0.000	0.000	0.003	0.991	-0.000158	0.000
0.22	0.000	0.017	0.991	-0.000163	0.000	0.000	0.017	0.991	-0.000166	0.000	0.000	0.002	0.996	-0.000169	0.000
0.25	0.000	0.017	0.991	-0.000172	0.000	0.000	0.017	0.991	-0.000176	0.000	0.000	0.003	0.997	-0.000182	0.000
0.30	0.000	0.017	0.991	-0.000181	0.002	0.000	0.017	0.991	-0.000187	0.001	0.000	0.009	0.993	-0.000196	0.009
0.40	0.000	0.016	0.992	-0.000183	0.000	0.000	0.017	0.991	-0.000190	0.000	0.000	0.021	0.983	-0.000205	0.000
0.50	0.000	0.015	0.992	-0.000175	0.000	0.000	0.017	0.991	-0.000184	0.000	0.000	0.030	0.979	-0.000202	0.000
1.00	0.000	0.010	0.995	-0.000122	0.000	0.000	0.015	0.992	-0.000129	0.000	0.000	0.028	0.948	-0.000152	0.000
1.50	0.000	0.007	0.996	-0.000090	0.000	0.000	0.013	0.993	-0.000093	0.000	0.000	0.015	0.816	-0.000115	0.000

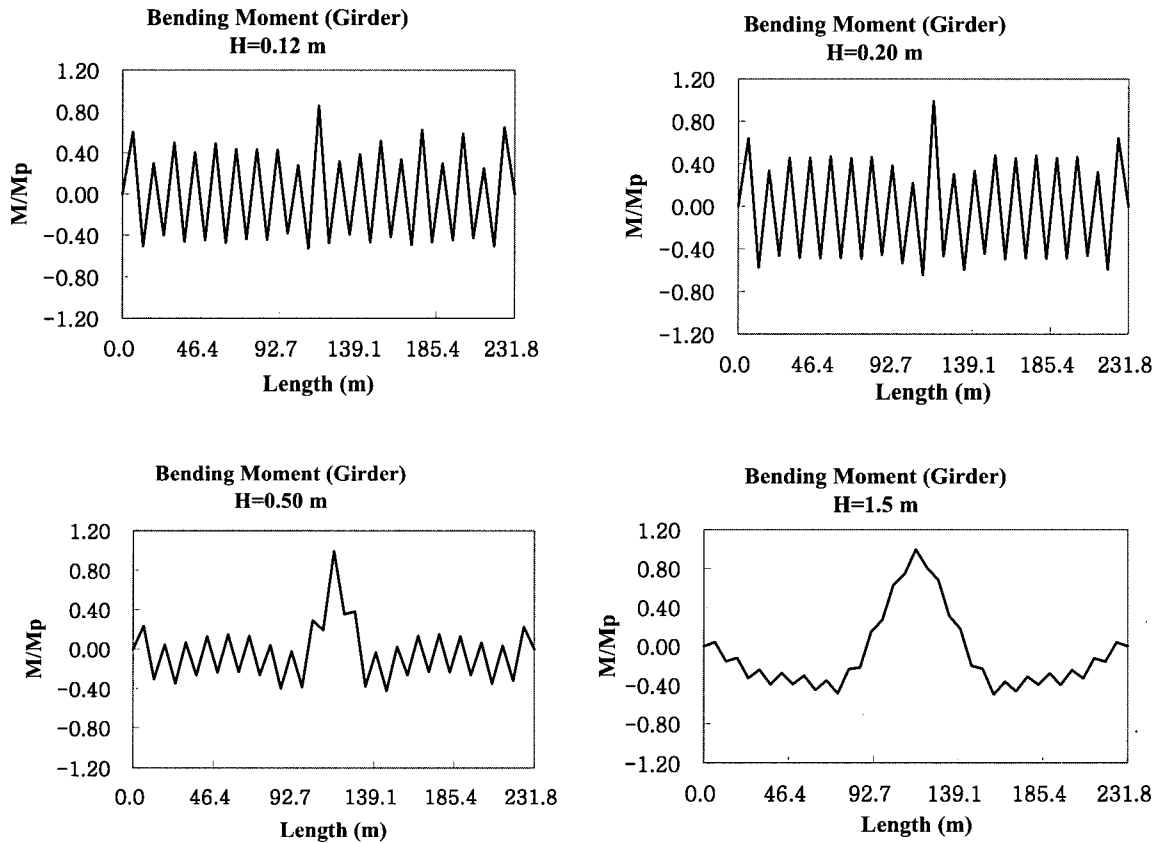


그림 13 거더 높이별 Fan Type 사장교 주형의 모멘트 분포도

형식에 관계없이 모든 거더 높이에서  $E_f/E_{값}$ 이 1.0으로 일정하다는 결과를 얻을 수 있었다.

그림 13은 Fan Type 사장교 주형부에서 거더 높이가 변화할 때 모멘트 분포도를 그린 것으로 거더의 높이가 높아질수록 주형과 케이블의 강성 차이가 커져 케이블을 경

계로 모멘트의 변화가 점차 작아지는 사실을 알 수 있었다. 이는 케이블이 단부 경계조건으로 작용할 만큼 주형에 비하여 충분한 강성이 확보되지 않았기 때문이다.

그림 14에서 살펴볼 수 있는 바와 같이 케이블 배치 형식에 따라 각기 다른 3가지 형식의 사장교의 경우 거더의

높이가 0.5m이하에서는 극한하중 저항능력에 큰 차이가 없었으나 거더 높이가 1.0m이상에서는 Fan Type, Semi-Harp Type, Harp Type 순으로 극한하중 저항능력이 우수한 것으로 평가되었다.

그림 15는 거더 높이가 1.5m인 각기 다른 3가지 형식별 사장교의 극한하중의 증가 시  $E_{eq}/E$ 값의 변화를 주탑 부에 가장 가깝게 배치된 케이블과 주형 중앙지간 중앙부에 가장 가깝게 배치된 케이블에 대하여 정리한 것으로 3가지 사장교 형식에서 동시에 파단이 발생하는 (9)번 케이블을 비교해 보면  $E_{eq}/E$ 값이 1.0에 가장 먼저 도달한 Harp Type의 케이블이 파단도 먼저 일어나는 것으로 나타났다. 극한강도의 차이가 가장 크게 발생한 거더 높이 1.5m일 때 3가지 형식별 사장교 케이블의 거동을 그림 15를 통하여 분석한 결과 초기형상 결정 후 Fan Type 사장교의 새그량이 Semi-Harp Type 및 Harp Type 사장교의 새그량 보다 상대적으로 크게 남아있다는 사실을 알 수 있다. 이와 같은 현상으로 인해 극한하중의 재하 초기단계에서 케이블의 새그량이 완전 제거될 때까지, 즉  $E_{eq}/E$ 값이 1.0에 이를 때까지 축방향 인장력에 저항하는 케이블에 상대적으로 작은 추가 장력이 발생하여 케이블이 항복에 이르는 시점이 지연될 수 있었으며 결과적으로 전

체 구조물의 붕괴 시 상대적으로 구조물의 극한하중 저항능력을 향상시키는 것으로 분석되었다.

여기서,  $P_o$ 은 임계좌굴축력,  $P_y$ 는 축방향 항복력,  $M_3$ 는 강축모멘트,  $M_p3$ 는 강축소성모멘트,  $M_2$ 는 약축모멘트,  $M_p2$ 는 약축소성모멘트,  $E_k$ 는 CRC 접선계수이며  $\eta$ 는 연화소성힌지의 발현 정도를 나타내는 포물선함수이다.

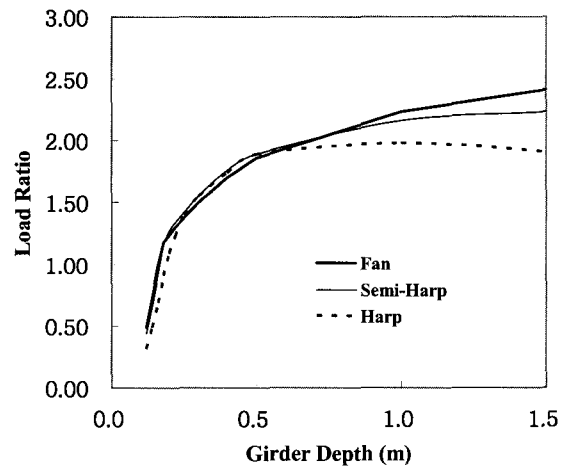


그림 14 3차원 강사장교의 거더 높이별 극한강도의 변화

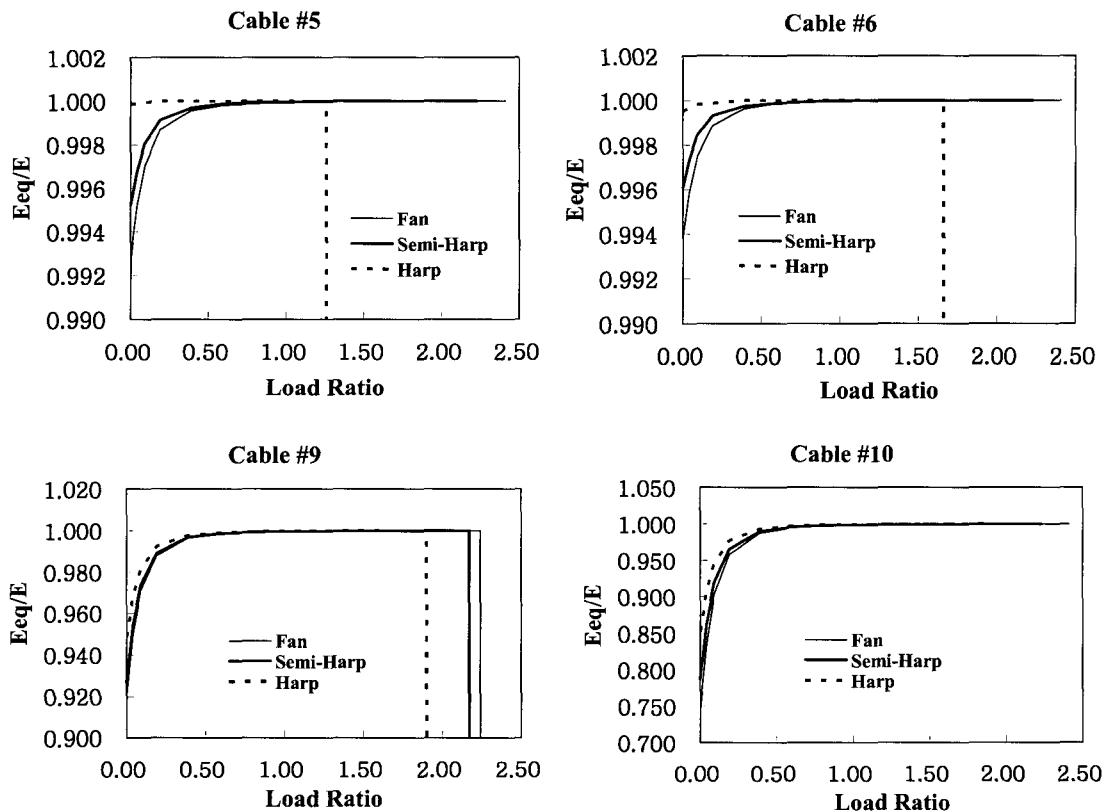


그림 15 케이블의 등가탄성계수-하중 곡선

## 6. 결 론

본 논문에서는 3차원 강사장교의 초기형상을 고려한 실용적인 비선형 비탄성 해석기법을 개발하였으며, 제안한 방법과 비탄성 좌굴해석 방법인  $E_f$  법을 이용하여 극한강도를 산정하고 그 결과를 비교·평가하였다. 본 연구에서 다음과 같은 결론을 얻었다.

- (1) 제안한 비선형 비탄성 해석기법은 보-기둥 요소와 케이블 요소의 거동에 영향을 주는 중요한 요소들(보-기둥 요소의 휨과 관련한 점진적인 항복, 잔류응력, 기하학적 비선형, 케이블 새그의 영향)을 고려할 수 있으며,  $E_f$  법 또한 근사적으로 잔류응력과 기하학적 비선형을 고려할 수 있다.
- (2) 제안한 비선형 비탄성 해석기법에 의해 얻어진 강사장교의 주요 부재들의 하중-변위 곡선들은 다른 해석방법과 잘 일치하여 해석의 정확성이 검증되었다.
- (3) 주형의 모멘트 분포도를 살펴보면 거더 높이가 낮은 경우 케이블 지지점에서 모멘트 크기가 변화하면서 케이블 지지점 사이의 요소가 단일곡률을 형성하고 있으나, 거더의 높이가 높을 경우 좌측 및 우측 주탑부를 제외한 케이블 지지점에서 모멘트의 크기가 변하지 않고 있으며, 이로 인해 케이블로 지지된 사이의 부재가 쌍곡률을 형성하고 있다. 따라서, 상대적으로 높은 거더를 사용한 주형의 경우 거더의 강도와 케이블의 강도의 차이가 커져 케이블이 단부 경계조건으로서의 명확한 역할을 할 수 없음을 알 수 있었다.
- (4) 주형 내부에서 중앙경간 중앙부는 최소 축력(인장력)과 최대 모멘트가 동시에 발생하는 지점일 뿐만 아니라 최초로 연화소성현상이 발생하는 지점으로 거더 높이가 높을수록 전체 구조물의 붕괴 시 연화소성현상이 점차적으로 크게 발생되거나 종국적으로 단면 전체가 완전소성 영역에 진입하는 단면 특성을 갖는다. 따라서 최소 축력(인장력)이 발생하는 지점임에도 불구하고 구조물 내부에서 소성영역으로 진입한 최초의 부재로 판명되었고 거더의 높이가 높을수록 단면의 소성영역이 증가하여 종국적으로 단면 전체가 완전소성 영역에 진입한 상태에서 전체 구조계의 소성 붕괴가 발생하는 결과를 토대로 전체 구조계의 붕괴를 유발하는 주요 원인이 모멘트임을 알 수 있었다. 그러나 거더의 높이가 매우 낮은 경우 주탑 하단부에는 연화소성현상이 전혀 발생되지 않았으며 주형 중앙경간의 중앙부에서도 단면이 소성영역에 충분히 진

입하기 이전에 전체 구조계의 붕괴가 발생하여 비탄성 좌굴에 의한 붕괴임을 알 수 있었으며 소성과괴 시 전체 구조계의 붕괴에 주탑부가 미치는 영향이 매우 작다는 사실을 밝혔다.

- (5) 초기형상을 고려한 3차원 강사장교의 극한강도를 평가하였으며, 거더 높이 변화에 따른 극한강도를  $E_f$  법을 사용한 비탄성 좌굴해석 결과와 비교하면 거더 높이가 감소할수록 즉, 형고비가 감소할수록 제안한 방법과 비탄성 좌굴해석 결과와의 상대오차가 감소하는 경향을 보였다. 따라서 작은 형고비를 갖는 사장교에 있어서 축력이 구조물계의 극한거동을 지배한다는 사실을 알 수 있었으며, 비교적 큰 형고비를 갖는 사장교의 경우 극한강도를 보다 정확히 산정하기 위해서는 제안한 비선형 비탄성 해석을 수행하여야 한다.
- (6) 본 논문에서 제시한 다양한 사장교 모델의 극한강도는 주형의 거더 높이가 높을수록 증가하다가 거더 높이가 0.5m 이상에서는 점차 증가량이 감소하는 경향을 보이고 있다. 특히, Harp Type의 경우 거더 높이 1.0m 이후에 자중 증가로 인하여 오히려 극한강도가 감소하였다. 따라서, 본 논문에서 제안한 사장교 모델의 경우 Fan Type 사장교가 그 밖의 케이블 배치형식에 비하여 가장 경제적인 형태임을 알 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- 김선훈, 최창근, 송명관(2001) 케이블 지지구조물의 구조 해석을 위한 개선된 유한요소, 한국전산구조공학회 논문집, 14(4), pp.117~125.
- 도로교표준시방서(1996) 건설교통부.
- 정진환, 조현영, 박용명, 계만수(2002) 케이블 처짐형상 결정을 위한 반복 계산법의 개발, 한국전산구조공학회 논문집, 15(4), pp.715~725.
- AASHTO(1998) AASHTO LRFD Bridge Design Specification, AASHTO.
- Chen, W. F., Lui, E. M.(1992) Stability design of steel frames, CRC Press, Boca Raton, p.380
- El-Zanaty, M., Murray, D., Bjorhovde, R. (1980) Inelastic behavior of multistory steel frames, Structural Engineering Report 83, University of Alberta, Alberta, Canada.
- Clarke, M. J., Bridge, R. Q., Hancock, G. J., Trahair, N. S.(1992) Benchmarking and verification of second-order elastic and inelastic frame analysis programs, in SSRC TG 29 Workshop and Nomograph on Plastic Hinge Based

- Methods for Advanced Analysis and Design of Steel Frames, White, D. W. and Chen, W. F., Eds., SSRC, Lehigh University, Bethlehem, PA.
- Ermopoulos, J. C., Vlahinos, A. S., Wang, Y. C.** (1992) Stability analysis of cable-stayed bridges, *Computers and Structures*, 44(5), pp. 1083~1089.
- Ernst, H. J.**(1965) Der E-Modul von Seilen unter Beruecksichtigung des Durchhanges, *Der Bauingenieur* 40, pp.52~55.
- Iwasaki, H., Nogami, K., Nagai, M.**(2001) Precision of  $E_f$  method for evaluating load-carrying capacity of long-span cable-stayed bridges and its ultimate strength check, IABSE Conference Seoul 2001, IABSE 2001 reports 84, pp.110~111.
- Karoumi, R.**(1999) Some modeling aspects in the nonlinear finite element analysis of cable supported bridges, *Computers & Structures*, 71, pp.397~412.
- Kim, S.E. and Chen, W.F.**(1996a) Practical advanced analysis for braced steel frame design, *ASCE J. Struct.Eng.*, 122(11), pp.1266~1274.
- Kim, S.E., Chen, W.F.**(1996b) Practical advanced analysis for unbraced steel frame design, *ASCE J. Struct. Eng.*, 122(11), pp.1259~1265.
- Kim, S.E., Choi, S.H., Ma, S.S.**(2003) Performance based design of steel arch bridges using practical inelastic nonlinear analysis, *J. Const. Steel Res.*, 59, pp.91~108.
- Kim, S.E., Park, M.H., Choi, S.H.**(2001) Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis, *Eng. Struct.*, 23, pp.1491~502.
- Liew, J. Y. R.**(1992). Advanced Analysis for Frame Design, Ph.D. Thesis, School of Civil Engineering, Purdue University, West Lafayette, IN p.392.
- Liew, J. Y., Tang, L. K.**(1998). Nonlinear refined plastic hinge analysis of space frame structures, Research Report No. CE027/98, Department of Civil Engineering, National University of Singapore, Singapore.
- Nazmy, A.S., Abdel-Ghaffar, A.M.**(1990) Three-dimensional nonlinear static analysis of cable-stayed bridges, *Computers and Structures*, 34(2), pp.257~271.
- Orbison, J.G.**(1982) Nonlinear static analysis of three-dimensional steel frames, Report No. 82-6, Department of Structural Engineering, Cornell University, Ithaca, New York.
- Prakash, V., Powell, G. H.**(1993) DRAIN-3DX: Base program user guide, version 1.10, A Computer Program Distributed by NISEE / Computer Applications, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley
- Wang, P.H., Yang, C.G.**(1996) Parametric Studies on Cable-Stayed Bridges, *Computer and Structures*, 60(6), pp.243~260.