

음함수 곡면기법을 이용한 폴리곤 모델의 홀메움에 관한 연구

유동진[#]

A Study on Filling Holes of the Polygon Model using Implicit Surface Scheme

Dong-Jin Yoo[#]

ABSTRACT

A new approach which combines implicit surface scheme and point projection method is presented in order to fill the arbitrarily shaped holes in the polygon model. In the method a trimmed surface which has an outer boundary curve is generated by using the implicit surface scheme and normal projection of point onto the base surface. The base surface is constructed by creating smooth implicit surface from the incomplete polygon model through which the surface should pass. In this paper an implicit surface is defined by a radial basis function, a continuous scalar-valued function over the domain R^3 . The base surface is the set of all points at which this scalar function takes on the value zero and is created by placing zero-valued constraints at the vertices of the polygon model. In order to show the validity of the present study, various hole fillings are carried out for the complex polygon model of arbitrary topology.

Key Words : Hole-filling (홀메움), Implicit surface (음함수곡면), Trimmed surface (트림곡면), Radial basis function(레이디얼 기초 함수)

1. 서론

컴퓨터 원용 설계(CAD), 컴퓨터 원용 해석(CAE), 컴퓨터 원용 가공(CAM), 컴퓨터 그래픽스(CG)등의 분야에서는 삼각형, 사각형 모양의 폴리곤 (polygon)모델을 이용하여 형상을 모델링 하는 경우가 빈번하다. 이런 경우에 보통 전문화된 폴리곤 생성기 또는 편집기 등을 이용하여 CAD 곡면데이터나 측정된 데이터로부터 폴리곤 모델을

생성하고 미비한 점은 여러기능을 이용하여 편집하게 되는데 초기 CAD 곡면 데이터의 불완전성, CAD 데이터의 변환 과정중의 오류, 폴리곤 모델을 생성시키는 과정에서의 오류, 곡면 데이터들 간의 불일치 등으로 인하여 완전한 폴리곤 모델을 생성하기 위해서는 많은 시간이 소요되는 후처리 작업들이 필요하게 된다.^{1,2} 그 중에서도 홀메움 (hole filling)과정은 폴리곤 모델을 다루는 많은 분야에서 반드시 거쳐야 할 중요한 단계로서 유한요

^{***} 접수일: 2004년 7월 27일; 게재승인일: 2004년 12월 10일

[#] 교신저자: 대전대학교 컴퓨터응용기계설계공학과

E-mail djyoo@daejin.ac.kr Tel. (031) 539-2031

소모델의 경우에 있어서는 원래 없던 홀이 존재하게 되면 해의 정확도가 떨어질 뿐만 아니라 경우에 따라서는 해석자체를 불가능 하게 하고 컴퓨터 그래픽스, 컴퓨터 원용 가공, 쾌속 조형(rapid prototyping)등을 위한 폴리곤 모델에 있어서의 홀은 형상 모델링 또는 형상 가공상에 많은 문제점을 발생시키므로 유한 요소모델, 폴리곤 모델에 존재하는 홀은 반드시 제거되어야 한다. 본 연구에서는 이러한 많은 문제점을 갖고 있는 유한요소 모델 또는 폴리곤 모델에 존재하는 다양한 형태의 홀을 자동적으로 제거하기 위하여 최근 CG 분야에서의 많은 연구를 통하여 그 효용성이 점차 확대되고 있는 음함수 곡면 기법을 기존의 CAD 기법과 접목한 새로운 홀메움 알고리즘을 제안하고자 한다. 그동안 컴퓨터 원용 형상 모델링 분야에서는 삼각, 오각, 육각 등의 정형화된 홀을 곡면으로 메꾸기 위하여 NURBS 패치나 메쉬 분할법등의 CAD 기법이 주로 이용되었는데 최근에는 메쉬 분할법과 메쉬 스무딩(mesh smoothing)을 혼합적으로 이용하여 일반적인 형상의 홀을 삼각요소로 채우는 새로운 방법이 국내 연구가들에 의해 보고되었다.³⁻⁵ 또한 CG 분야에서는 3 차원상에 존재하는 무수한 점군으로부터 하나의 음함수 곡면(implicit surface)을 생성함으로써 다양한 형태의 홀을 제거하려는 연구가 진행 되어왔다.⁶⁻⁹ 저자에 의하여 이미 연구 보고된 탄성유한요소해석과 트림곡면에 의한 방법도¹⁰ 다양한 형태의 홀 메움에 적용이 가능하지만 홀의 크기가 커지면 탄성 유한 요소 해석을 위한 요소수가 증가하게 되고 따라서 강성 행렬의 크기도 급증하게 되므로 계산 시간, 프로그램 작성 난이도 등 여러면에서 볼 때 본 연구에서 제안한 음함수 곡면 기법에 의한 방법이 더 효율적이라고 할 수 있다.

2. 음함수 곡면의 수식적 표현

본 연구에서는 폴리곤 모델에 존재하고 있는 홀들을 완전히 덮을 수 있는 기본 곡면을 생성하기 위하여 폴리곤모델의 모든 점들을 통과 하는 부드러운 곡면을 하나의 음함수 곡면으로 정의하는 방법을 제안하였다. 본 연구에서 사용한 음함수 곡면식은 다음과 같이 정의 된다.⁹

$$f(X) = \sum_{j=1}^k \lambda_j \phi(X - C_j) + P(X) \quad (1)$$

여기서

X : 임의의 점에서의 좌표값 (x, y, z)

k : 통과해야할 구속점 수

C_j : 통과해야 할 구속점들의 좌표값 (C_j^x, C_j^y, C_j^z)

ϕ : 기초함수

λ_j : 구해야 할 각점에서의 가중치

$P(X)$: 구해야할 일차 다항식

$$(P(X) = P_0 + P_1x + P_2y + P_3z)$$

이다.

식(1)에서 ϕ 는 보간을 위한 기초함수로서 본 연구에서는 박판보간(thin-plate interpolation)에 많이 적용되고 있는 다음과 같은 레이디얼 기초함수(radial basis function)를 사용하였다.

$$\phi(X) = |X|^2 \log(|X|) \quad (2)$$

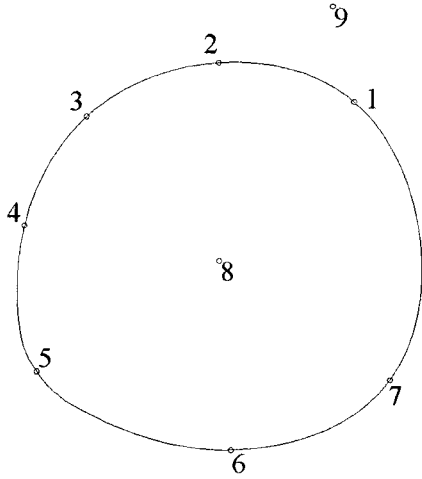
식(1) 에 생성하고자 하는 하나의 음함수 곡면이 폴리곤 모델의 모든 점들을 통과해야 한다는 구속조건을 대입하면 다음과 같은 식을 구할 수 있다.

$$h_i = \sum_{j=1}^k \lambda_j \phi(C_i - C_j) + P(C_i) \quad (3)$$

여기서

$$h_i = f(C_i) \quad (1 \leq i \leq k)$$

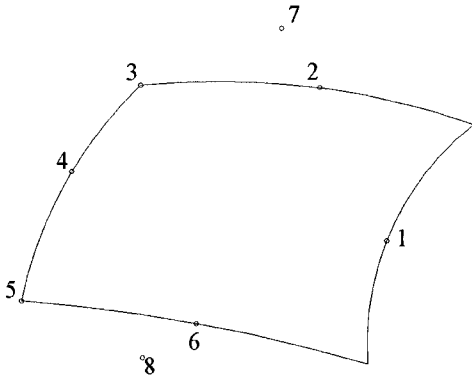
윗식에서 h_i 는 i 번째 점에서 $f(X)$ 가 가져야 할 스칼라 함수값으로서 그 점이 곡면상에 놓여 있는 경우에는 0 의 값을 그렇지 않은 경우에는 양 또는 음의 값을 갖게 된다. Fig. 1 에서 보는 바와 같이 점이 곡선 또는 곡면상에 있다면 0 의 값을 내부에 존재하면 양의 값을 외부에 존재하면 음의 값을 갖게 된다.



$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6 = h_7 = 0$$

$$h_8 > 0, h_9 < 0$$

(a) in case of 2-D curve



$$h_1 = h_2 = h_3 = h_4 = h_5 = h_6 = 0$$

$$h_7 > 0, h_8 < 0$$

(b) in case of 3-D surface

Fig. 1 Schematic diagram illustrating the concept of implicit functions

Fig. 1(b)의 솔리드 형태가 아닌 열린 곡면의 경우 곡면에 의하여 분할된 공간의 한쪽이 양으로 정의 되면 다른 한쪽은 음으로 간주하면 되고 솔리드와 같이 닫혀진 곡면의 경우는 Fig. 1(a)에서와 같이 내부가 양 외부는 음으로 정의 된다.

3. 음함수 곡면기법을 이용한 홀메움 알고리즘

3.1 음함수 곡면 기법을 이용한 기본곡면의 생성

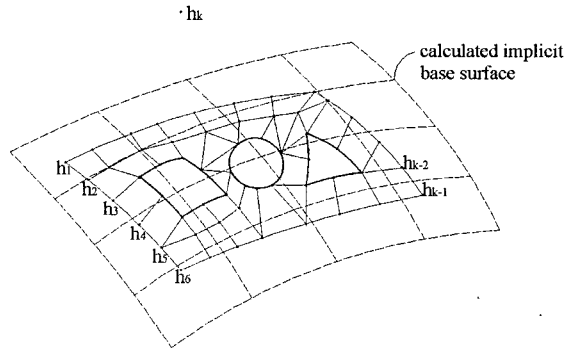
Fig. 2 에서 보는 바와 같이 홀을 포함하는 폴리곤 모델의 모든 점들을 통과하는 부드러운 음함수 곡면을 얻기 위해서 모든 점들에 대하여 식(3)의 구속 조건식을 적용하면 다음과 같은 행렬형태의 선형 연립방정식계를 구성할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} & \dots & \phi_{1k} & 1 & C_1^x & C_1^y & C_1^z \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} & \dots & \phi_{2k} & 1 & C_2^x & C_2^y & C_2^z \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \phi_{k1} & \phi_{k2} & \phi_{k3} & \dots & \phi_{kk} & 1 & C_k^x & C_k^y & C_k^z \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1^x & C_2^x & C_3^x & \dots & C_k^x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1^y & C_2^y & C_3^y & \dots & C_k^y & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1^z & C_2^z & C_3^z & \dots & C_k^z & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \vdots \\ \lambda_k \\ P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서

$$\phi_{ij} = \phi(C_i - C_j)$$

이다.



$$h_1 = h_2 = h_3 \dots h_{k-1} = 0$$

$$h_k > 0$$

Fig. 2 Generation of base surface using implicit surface scheme

식(4)의 h_1 부터 h_{k-1} 까지 $k-1$ 개의 점에서의 함수 값을 0 으로 놓고 폴리곤 모델상에 존재하지 않는 k 번째 점에서의 함수값을 임의의 양의 값으로 놓은 후에 연립방정식을 풀면 각 점에서의 가중치 λ_i 와 일차 다항식의 계수 P_i 를 구할 수 있다. 이렇게 구해진 λ_i 와 P_i 를 식(1)에 대입하면 하나의 음함수 곡면식을 정의 할 수 있는데 간단한 수치해법을 통하여 곡면상의 임의의 점에서의 좌표값 및 미분 벡터등을 연속적으로 구할 수 있다. 식(4)의 계수 행렬은 대각요소가 전부 0 의 값을 가지므로 본 연구에서는 피벗처리가 추가된 가우스 소거법이나 LU 분해법등을 이용하여 연립방정식의 해를 구하였다.

3.2 트림곡면의 정의 및 요소의 생성

앞절에서와 같이 일차적으로 기본곡면이 구해지면 Fig. 3 에서와 같이 전체 폴리곤 모델을 덮을 수있을 만큼의 점군을 곡면위에 생성시킨 후 각점들을 폴리곤 모델의 평균 법선 벡터 방향으로 직선 투영시켜 교차점들을 구한다.

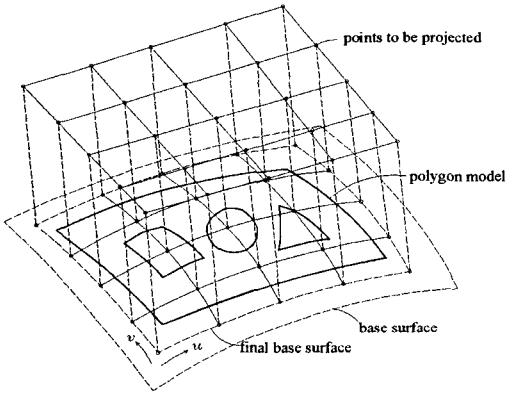


Fig. 3 Points projection onto the base surface

점군을 지나는 직선과 음함수 곡면과의 교차점을 구하기 위해서 다음과 같은 뉴턴랩슨반복 계산식을 이용하였다.

$$\lambda_{i+1} = \lambda_i - \frac{F(\lambda)}{F'(\lambda)} \quad (5)$$

여기서

$$F(\lambda) : f(r_0 + \lambda N)$$

r_0 : 투영하고자 하는 점

λ : 직선의 길이를 나타내는 매개변수

N : 폴리곤 모델의 평균 법선 벡터

이다.

이렇게 구해진 각 교차점들은 최종적인 기본 곡면의 구성점으로서 u, v 두 방향에 대하여 3 차 퍼거슨 곡선 보간을 하여 각점에서의 u, v 방향 접선 벡터를 구한 후 3 차 퍼거슨 곡면으로 표현하였다.

최종적인 기본 곡면을 이용하여 트림곡면을 생성하기 위해서는 외곽 경계곡선이 정의 되어야 하는데 폴리곤 모델의 내부홀의 루프(loop)를 구성하는 점들을 기본곡면에 수직투영 하여 구하였다.

어떤점 P 를 곡면 $r(u, v)$ 에 수직 투영하기 위해서는 다음과 같은 비선형 방정식의 해를 구해야 한다.¹¹

$$\begin{aligned} f(u, v) &= r_u(u, v) \cdot (r(u, v) - P) = 0 \\ g(u, v) &= r_v(u, v) \cdot (r(u, v) - P) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

식(6)의 해를 구하기 위하여 다음과 같은 비선형 뉴턴랩슨 방법을 이용하였다.

$$\begin{bmatrix} f_u & f_v \\ g_u & g_v \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta u \\ \Delta v \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} f(u_i, v_i) \\ g(u_i, v_i) \end{bmatrix} \quad (7)$$

여기서

$$\Delta u : u_{i+1} - u_i$$

$$\Delta v : v_{i+1} - v_i$$

f_u : f 함수의 u 에 대한 1 차 미분

f_v : f 함수의 v 에 대한 1 차 미분

g_u : g 함수의 u 에 대한 1 차 미분

g_v : g 함수의 v 에 대한 1 차 미분

이다.

식(7)은 u, v 의 변화가 어느 허용오차 안에 들때

까지 반복수행 된다. Fig. 4 에서와 같이 경계곡선들이 구해지면 최종적인 기본곡면은 여러 개의 완전한 트림곡면으로 재정의 될 수 있다.

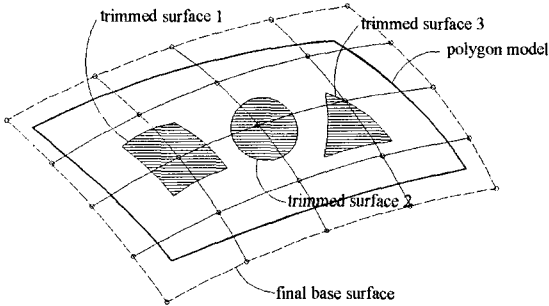


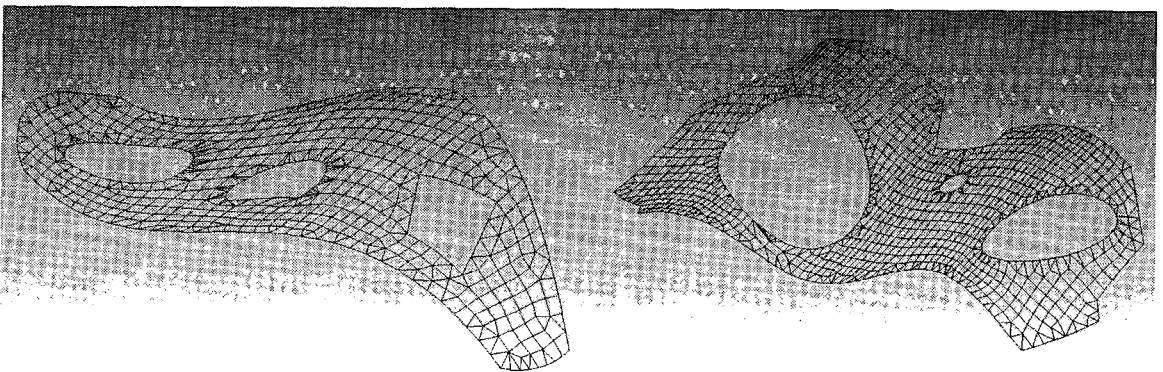
Fig. 4 Definition of trimmed surfaces

Fig. 4 의 경우는 폴리곤 모델에 세개의 내부 홀이 존재하고 있으므로 세개의 독립적인 트림 곡면이 생성됨을 보여주고 있다.

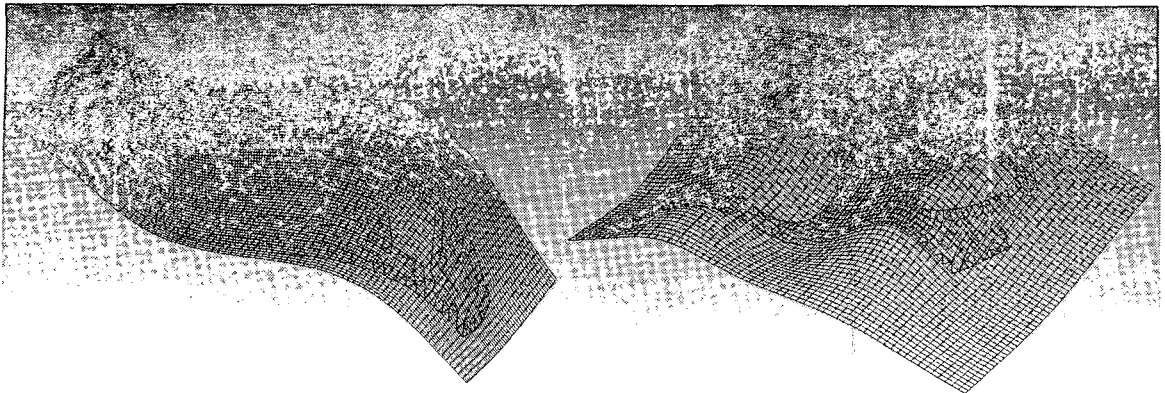
이상의 과정을 거쳐 정의된 트림곡면을 이용하여 홀 내부에 요소를 생성하고 홀 주위의 요소들과 결합시켜 주면 홀이 제거된 완전한 형태의 폴리곤 모델을 얻을 수 있다.

4. 적용예

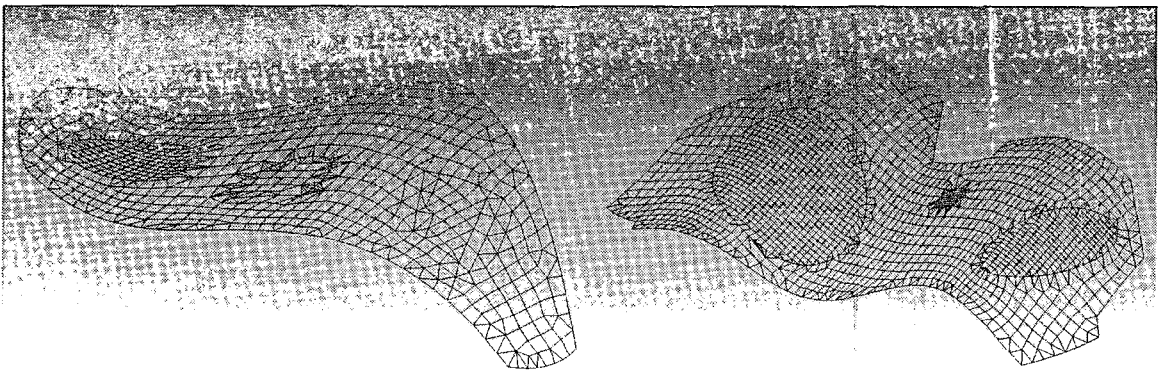
본 연구를 통하여 제안된 홀 메쉬 알고리즘의 효율성 및 타당성을 검증하기 위하여 다양한 폴리곤 모델에 대하여 실험을 해 보았다. Fig. 5 는 세개의 내부홀이 존재하는 폴리곤 모델의 경우로서 Fig. 5(a)는 홀이 제거되기 전의 모습이며 Fig. 5(b)는 기존의 폴리곤 모델의 모든 절점을 구속조건으로 해서 생성된 음함수 기본 곡면을 보여주고 있는데 폴리곤 모델에 부드럽게 접하고 있는 것을 확인 할 수 있다. 음함수 곡면 기법에 의하여 생성된 곡면은 폴리곤 모델의 모든 점들을 통과할 뿐만 아니라 홀 내부는 물론 폴리곤 모델이 존재하지 않는 외부 공간의 영역까지 기존 모델의 형상을 유지하며 부드럽게 연장되어 있음을 알 수 있다. 이는 라디얼 기초함수를 이용한 음함수 곡면 보간법이 폴리곤 모델의 내부는 물론 외부영역까지 외삽(extrapolation)이 가능하다는 것을 의미한다. Fig. 6 은 실제 차체 판넬의 폴리곤 모델로서 복잡한 형상의 내부홀이 한 개 존재 하고 있다. Fig. 6(a)는 홀이 제거되기 전의 모습을 Fig. 6(b)는 음함수 기본곡면을 Fig. 6(c)는 내부홀을 성공적으로 제거한 결과를 보여주고 있다. Fig. 7 은 쾌속조형 공정을 위한 폴리곤 모델로서 메쉬 편집 과정 중에 발생한 몇 개의 홀들이 Fig. 7(a)에서 보는 바와 같이 모델 전체에 걸쳐 산재되어 있는데 Fig. 7(b)는 이러한 홀들을 성공적으로 제거한 결과를 보여주고 있다.



(a)



(b)

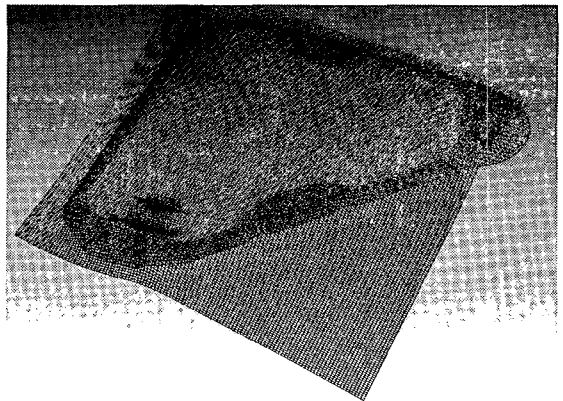


(c)

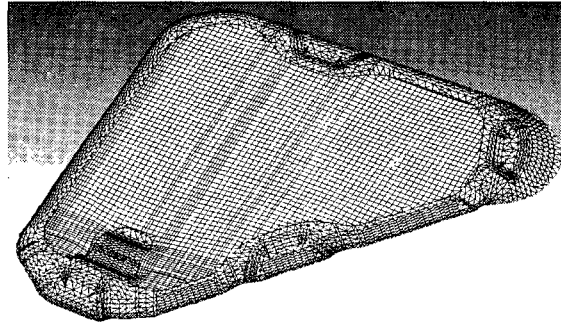
Fig. 5 Filling of hole using implicit surface scheme : (a) before the hole filling, (b) generation of base surface by implicit surface scheme, and (c) hole filling with meshes



(a) before the hole filling

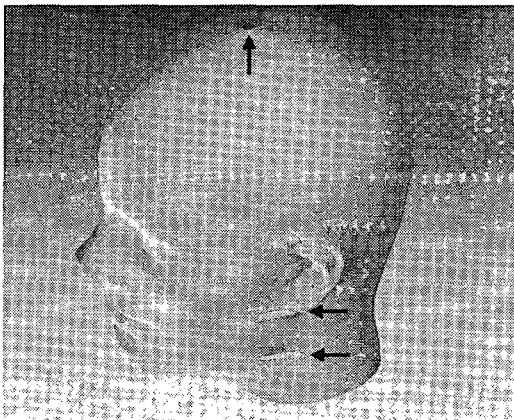


(b) generated base surface

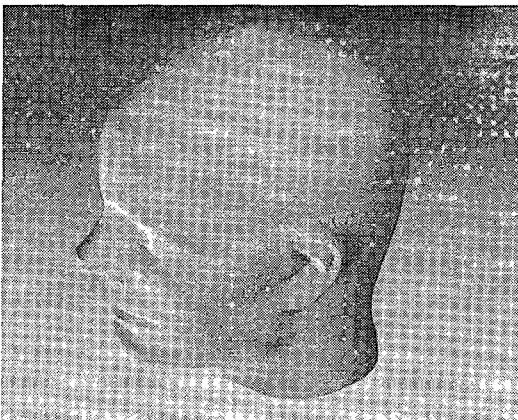


(c) hole filling with meshes

Fig. 6 Filling of hole in the case of polygon model for the actual car panel



(a) before the hole filling



(b) shaded view of polygon model after multiple hole filling

Fig. 7 Filling of hole in the case of polygon model for the rapid prototyping

5. 결론

본 논문에서는 폴리곤 모델에 존재하는 다양한 형태의 홀을 제거하기 위하여 폴리곤 모델의 모든 점들을 통과하는 부드러운 기본 곡면을 음함수 곡면기법을 이용하여 생성한 후 홀을 구성하는 점들을 기본곡면에 투영하여 외곽 경계 곡선을 구함으로써 홀 내부를 완전한 하나의 트림곡면으로 정의하였다. 이렇게 생성된 트림곡면에 대한 폴리곤의 생성 및 집합을 통하여 홀들을 성공적으로 제거할 수 있었다. 레이디얼 기초 함수를 이용한 음함수 곡면 보간법의 경우 풀어야 할 방정식의 개수는 홀의 크기나 형태와는 관계없고 폴리곤 모델을 구성하는 점의 개수에만 비례하므로 홀주위의 폴리곤 모델에서 홀내부 형상 복원에 필요한 적절한 영역의 점들만 취함으로써 계산 시간을 단축시킬 수 있었다. 향후에는 수십만, 수백만개의 폴리곤으로 구성되어 있는 모델에도 적용이 가능하도록 대형 크기의 방정식을 효율적으로 풀 수 있는 수치해법에 대한 연구를 진행하고 있다.

후기

본 연구에서 제안한 제반 알고리즘의 검증에 많은 도움이 되었던 프레스 금형모델, 쾌속조형을 위한 휴먼모델등의 다양한 폴리곤 데이터를 제공해주신 관계자 여러분께 감사의 말씀을 드립니다.

참고문헌

1. Besl, P. J., Mckay, N. D., "A method for registration of 3-D shape," IEEE Trans. Pattern Anal Mach. Intell., Vol. 14, pp. 239-256, 1992.
2. Schroeder, J., Zarge, J., Lorensen, W., "Decimation of Triangle Meshes," Computer Graphics, Vol. 26, pp. 65-70, 1992.
3. Piegsl, L. and Tiller, W., "Filling N-sided regions with NURBS patch," The Visual Computer, Vol. 15, pp. 77-89, 1999.
4. Catmull, E., Clark, J., "Recursively generated B-spline surfaces on arbitrary topological meshes," Computer-Aided Design, Vol. 10, pp. 350-355, 1978.
5. Jun, Y. T., Park, K. H., Rho, H. M. and Choi, Y., "A Study on Filling Polygonal Holes in a Polygon-based Reverse Engineering System," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Vol. 21, No.4, pp. 140-147, 2004.
6. Carr, J. C., Beatson, R. K., Cherrie, J. B., Mitchell, T. J., Fright, W. R., McCallum, B. C., Evans, T. R., "Reconstruction and representation of 3D objects with radial basis functions," In Proceedings of SIGGRAPH 2001, pp. 67-76, 2001.
7. Floater, M. S., Iske, A. A., "Multistep scattered data interpolation using compactly supported radial basis functions," Journal of Comp. Appl. Math., Vol. 73, pp. 65-78, 1996.
8. Lazzaro, D., Montefusco, L. B., "Radial basis functions for multivariate interpolation of large scattered data sets," Journal of Computational and Applied Math., Vol. 140, pp. 521-536, 2002.
9. Turk, G. and O'Brien, J. F., "Variational implicit surfaces," Tech. Rep. GIT-GVU-99-15, Georgia Institute of Technology, May, 1999.
10. Yoo, D. J., "A Study on Filling Holes of the Polygon Model," Journal of the Korean Society of Precision Engineering, Submitted.
11. Les Piegsl and Wayne Tiller, The NURBS Book, Springer, 1995.