한국방재학회논문집
제5권 1호 2005년 3월
pp. 55 ~ 62

아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 비탄성 면내좌굴 강도

In-plane Inelastic Buckling Strength of Parabolic Arch Ribs Subjected Distributed Loading Along the Axis

윤 기 용* / 문 지 호** / 김 성 훈*** / 이 학 은****
Yoon Ki Yong / Moon, Ji Ho / Kim, Sung Hoon / Lee, Hak Eun

Abstract

Parabolic arch ribs are widely used in practical. In case of circular arch ribs. Inelastic in-plane buckling behaviors were investigated by Trahair(1996). Recently Yong-lin Pi & Bradford(2004) investigated about in-plane design equation for circular arch ribs. In 1970~1980. In-plane buckling strength about parabolic arch ribs were studied by some japan researchers (Sinke, Kuranishi). Study results of Sinke & kuranishi are only valid for rise-span ratio 0.1~0.2. In this paper. The researchers investigated about in-plane inelastic buckling behaviors of parabolic arch ribs having rise-span ratio from 0.1 to 0.4. From the results. When the rise-span ratio increase. flexural moments increase and influence of axial force to in-plane buckling strength decrease. Finally, buckling curves for parabolic arch ribs subjected distributed loading along the axis were suggested.

key words : arch, in-plane buckling, inelastic analysis, buckling curve

요 지

포물선 아치 리브는 원형 아치 리브와 더불어 실무에 폭넓게 적용되고 있는 아치 형상이다. 원형 아치 리브의 비탄성 면내 거동에 관한 연구는 1990년대 Trahair(1996)를 중심으로 연구가 진행되었으며, Yong-Lin Pi와 Bradford(2004)에 의하여 최근까지 연구가 활발히 진행 되고 있다. 포물선 아치 리브의 비탄성 면내 거동에 관한 연구는 일본의 연구자(Sinke, Kuranishi)을 중심으로 1970년대 후반부터 1980년대 초반에 이르기까지 많은 연구가 진행되었다. 이러한 포물선 아치 리브에 관한 일본에서의 연구는 대부분 라이즈비가 0.1~0.2에 국한 되어있다. 본 연구에서는 비탄성 유한요소해석을 이용하여 라이즈비가 0.1에서 0.4에 이르는 박스형태의 단면을 갖는 포물선 아치 리브의 면내 거동에 관하여 연구를 수행하였다. 연구 결과 라이즈비가 증가할수록 아치 단면에 휨모멘트가 증가하였으며, 압축력이 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 안정성에 미치는 영향은 감소하였다. 마지막으로 본 연구에서는 아치 리브를 따라 작용하는 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 좌굴 곡선을 제안 하였다.

핵심용어 : 아치, 면내 좌굴, 비탄성 해석, 좌굴곡선

Ⅰ. 서 론

포물선 아치 리브는 원형 아치 리브와 더불어 실무에 가장 광범위하게 적용되고 있는 아치 형상이다. 원형 아치 리브의 비탄성 면내 거동에 관한 연구는 1990년대 Trahair(1996)를 중심으로 연구가 진행되었으며,

* 정회원 · 선문대학교 토목공학과 교수 (e-mail : kyyoon@sunmoon.ac.kr)
** 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사 과정
*** 고려대학교 사회환경시스템공학과 석사 과정
**** 정회원 · 고려대학교 사회환경시스템공학과 교수

Yong-Lin Pi와 Bradford(2004)에 의하여 최근까지 연구가 활발히 진행 되고 있다.

포물선 아치 리브의 비탄성 면내 거동에 관한 연구는 일본을 중심으로 1970년대 후반부터 1980년대 초반에 이르기 까지 많은 연구가 진행 되었다. Sinke(1977)는 일련의 실험과 해석을 통하여 포물선 아치 리브의 면내 극한 강도에 관하여 연구를 수행하였으며, Kuranishi(1980), Sinke(1980)는 비탄성 수치해석을 이용하여 보강 거더가 있는 포물선 아치의 면내 거동에 관하여 연구를 수행 하였다. 하지만, 이러한 포물선 아치에 관한 일본에서의 연구는 대부분 라이즈비가 0.1~0.2에 국한 되어있다. 실무에서는 주로 라이즈비 0.1~0.2 사이의 아치 리브를 사용하나 중로 아치교와 같은 경우 이 보다 더 큰 라이즈비를 사용하는 경우도 있다. 따라서 본 연구에서는 라이즈비 0.1에서 0.4에 이르는 박스형태의 단면에 관하여 연구를 수행하였으며, 비탄성 유한요소해석을 이용하여 포물선 아치 리브의 면내 거동을 분석하였다. 연구 결과 아치 리브를 따라 작용하는 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 좌굴 곡선을 제안 하였다.

2. 해석모델의 검증

본 연구에서 사용한 비탄성 유한요소 모델을 검증하기위하여 Sinke(1977)에 의하여 수행된 실험을 이용하였다. Sinke는 그림 1과 같은 포물선 아치에 전 지간에 걸쳐 w라는 하중을 제하하고, 지간의 절반에 p라는 활하중을 제하하여 실험을 하였다. 실험에 쓰인 단면은 직사각형 단면으로 폭이 $10mm$ 높이가 $18\ mm$이다. 실험에 사용된 재료는 우리나라의 SM 400과 유사한 재료로써 재료 실험 결과 항복 응력, σ_y =$294MPa$, 극한 강도, σ_u=$456MPa$, 탄성계수, E=$208\ GPa$이다. 해석 모델의 검증에 쓰인 실험체의 하중은 활하중, p와 사하중 w의 비, p/w=0.2이며, 라이즈비 ($f = h/L$)는 1/6이다.

그림 2는 실험을 통해 얻은 하중과 최대 변위를 통하여 얻은 무차원화된 하중 변위 그래프이다. 그림 2에서 x축은 $v_{\max}/L$로써 실험 중 발생하는 최대변위를 지간 L로 나눈 값이다. y축은 $P=(w+0.5p)$를 이용하여 나타낸 하중의 무차원화된 값이다. 그림 2에서 볼 수 있듯이 실험과 Sinke에 의하여 수행된 FEM 해석과 본 연구에서 사용된 FEM 해석 이 세 가지가 아주 작은 오차 범위 안에서 일치하는 것을 볼 수 있다. 이러한 결과로 본 논문에서 이용한 FEM 모델은 타당한 것으로 판단된다.

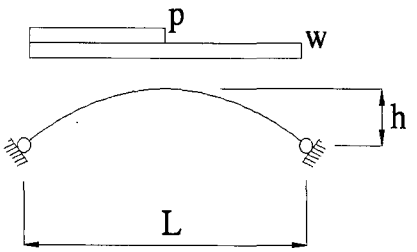

그림 1. 해석 검증 모델

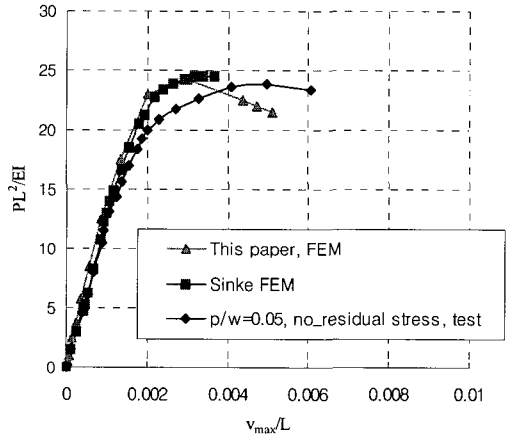

그림 2. FEM 결과와 실험의 하중 변위 그래프

3. 비탄성 유한요소 해석 결과

비탄성 해석을 수행하기 위해 범용 구조해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하였다. 해석에 사용된 하중은 그림 3에서와 같이 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 선택하였다. 사용된 요소는 B22로써 3절점을 갖는 평면 빔 요소이다. 비탄성 해석은 기하비선형과 재료 비선형을 모두 고려하여 해석을 수행하였다. 비탄성 해석에 사용된 재료는 SM 400을 사용하였으며, 응력 변형률 관계는 그림 4와 같이 가정 하였다. 그림 4에서 σ_y=$250MPa$, σ_u=$400MPa$이다. 해석은 라이즈비 0.1, 0.2, 0.3, 0.4인 포물선 아치 리브에 대하여 수행되었으며, 경계조건은 2-힌지 지점 포물선 아치 리브와 고정 지점을 갖는 포물선 아치 리브 2가지로 분류 하였다.

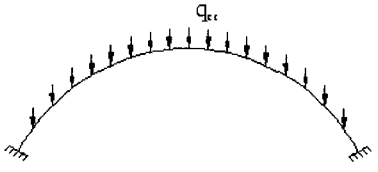

그림 3. 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중

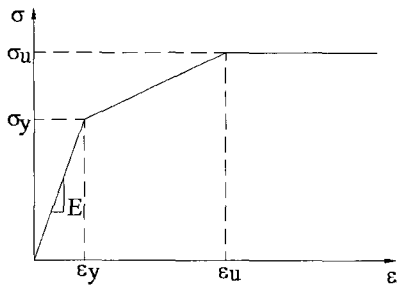

그림 4. 해석에 사용된 재료모델

고전 좌굴 이론에서 아치 지간에 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브는 휨모멘트가 무시할 수 있을 정도로 작다고 가정한다. 따라서 포물선 아치 리브 전단면에 걸쳐 압축력만 발생함으로 포물선 아치를 압축력을 받는 기둥과 같이 가정하여 좌굴 하중을 결정하며, 기둥과 같은 면내 좌굴 곡선이 그려지게 된다. 아치 지간에 수직 방향의 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브에 대한 면내 좌굴 식은 아래의 식 (1)과 같으며, 이 식 (1)을 이용하여 그린 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 곡선은 그림 5에서 실선으로 나타난다.

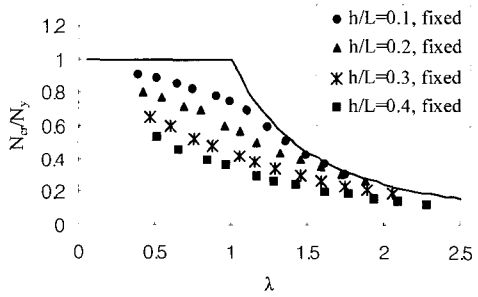

그림 5. FEM 해석 결과 (고정지점)

$$N_{cr}=\frac{\pi^2 EI}{(\gamma S)^2}\ ,\ \lambda=\sqrt{\frac{N_y}{N_{cr}}}\ ,\ N_y=\sigma_y A \qquad (1)$$

식(1)에서 N_{cr}은 지간의 1/4지점에서 발생하는 압축력을 의미하며, E는 탄성계수, I는 단면2차 모멘트, S는 아치 리브의 길이, γ는 아치 리브의 경계조건과 라이즈비에 따른 좌굴계수이다. 여기서 아치 리브가 고정지점을 갖는 경우 라이즈비에 상관없이 0.35를 사용한다.

그림 5는 고정 지점을 갖는 포물선 아치 리브가 수직 방향 등분포 하중을 받을 경우 라이즈비에 따라 비탄성 유한요소 해석을 수행하여 얻은 결과를 나타낸다. 그림 5에서 알 수 있듯이 라이즈비가 0.1인 경우 압축력이 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 안정성에 기여하는 정도가 상당히 크며, 면내 좌굴 곡선이 일반적인 기둥과 매우 흡사 한 것을 알 수 있다. 하지만 라이즈비가 커질 경우 아치 리브의 면내 좌굴 안정성에 압축력이 기여하는 정도가 작아지는 것을 알 수 있다. 그림 5에서 λ가 작은 라이즈비 0.4인 포물선 아치 리브의 경우 N_{cr}이 N_y 약 60% 정도만 나타나고 있다. 이와 같이 라이즈비가 커지면서 면내 좌굴 곡선이 내려가는 현상은 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중의 경우 아치 지간에 작용하는 수직 등분포 하중과는 다르게 라이즈비가 커질수록 휨모멘트의 영향이 커지면서 압축력이 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 강도에 미치는 영향이 작아지기 때문이다. 그림 6과 그림 7은 그림 5에서 탄성범위에 있는 즉 λ가 충분히 클 때 라이즈비에 따른 응력 상태를 나타낸 것이다. 이 그림에서 S는 아치의 길이를 나타내며, σ는 단면에 발생하는 축 방향 응력으로 박스 단면의 제일 위와 제일 아래의 Integration point에서 구한 값이다.

위의 그림 6과 그림 7에서 λ가 거의 같더라도 라이즈비에 따라서 응력 상태가 다른 것을 알 수 있다. 그림 6과 같이 라이즈비가 작을 경우 모든 단면에서 응력이 항복응력(250MPa)보다 큰 경우는 없었다. 따라서 단면은 모두 탄성 상태에 머물러 있으며, 휨모멘트는 면내 좌굴 강도에 영향을 미치지 못하였다. 그림 5에서도 볼 수 있듯이 그림 6의 경우인 즉, λ=1.749이며, 라이즈비가 0.1인 경우 탄성 면내 좌굴 곡선과 일치하는 것을 볼 수 있다. 하지만 λ=1.7619로 λ값이 크더라도 라이즈비가 0.4로 큰 경우 그림 7에서 볼 수 있듯이 아치 단면에서 부분적으로 항복응력(250MPa)을 넘어가는 것을 볼 수 있다. 이와 같이 라이즈비가 큰 경우 휨모멘트에 의하여 발생하는 응력이 축력에 의해 발생하는 응력과 더해져서 항복응력을 초과하여 λ값이 크더라도 비탄성 면내 좌굴이 일어남을 알 수 있다. 즉, 그림 7의 단면은 그림 5에서 볼 수 있듯이 λ가 크더라도 탄성 면내 좌굴 곡선 아래에 있는 것을 볼 수 있다.

그림 8은 2-힌지 지점 포물선 아치 리브가 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받을 경우 라이즈비에 따른 비탄성 유한 요소해석 결과를 나타낸 것이다. 이 그림에서도 그림 5와 같이 라이즈비가 커질수록 면내 좌굴 강도에서 압축력이 미치는 영향이 점점 작아지는 것을 알 수 있다. 이러한 이유는 라이즈비가 커질수록 휨모멘트가 커지면서 휨모멘트로 인하여 발생하는 응력이 압축력으로 인하여 발생하는 응력과 더하여져 아치 리브의 단면이 항복에 이르기 때문이다.

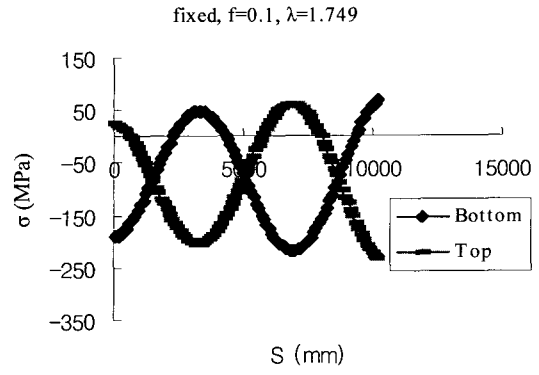

그림 6.아치리브에 따른 응력(f=0.1)

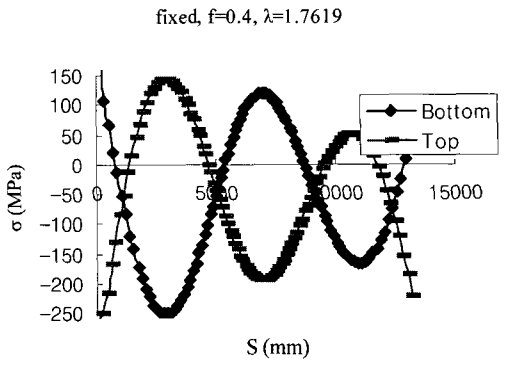

그림 7.아치리브에 따른 응력(f=0.4)

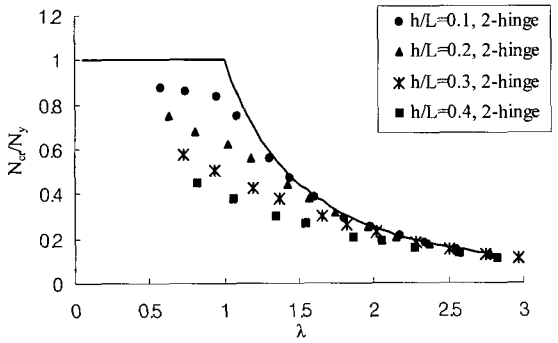

그림 8. FEM 해석 결과(2-힌지 지점)

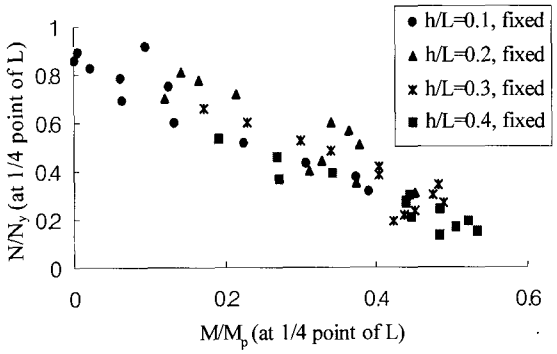

그림 9. 축력과 휨모멘트 분담률

위와 같은 사실을 종합하면 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 경우 라이즈비가 작은 경우 고정지점을 갖는 포물선 아치나 2-힌지 지점 포물선 아치 리브 모두 압축력이 면내 좌굴 안정성에 지배적인 역할을 하며, 일반적인 기둥과 같은 거동을 보인다. 하지만 라이즈비가 커질수록 압축력이 면내 좌굴 안정성에 미치는 영향을 감소하며, 그림 5와 그림 8에서 알 수 있듯이 라이즈비가 0.1증가에 따라 압축력이 면내 좌굴 안정성에 미치는 영향이 약 10~20%정도 감소하게 된다.

그림 9는 그림 5에서 나타난 비탄성 유한요소 해석 결과를 이용하여 축력과 휨모멘트의 분담률을 나타낸 그림이다. 이 그림에서 M/M_p는 지간의 1/4지점에서 좌굴 발생시 구한 휨모멘트와 해석 단면의 플라스틱 휨모멘트의 비를 나타내며, N/N_y는 지간의 1/4지점에서 좌굴 발생시 구한 축력과 $N_y=\sigma_y A$의 비를 나타낸 것이다. 그림 9에서 알 수 있듯이 라이즈비가 커짐에 따라 그에 해당하는 점들이 오른쪽으로 이동하는 것을 알 수 있다. 즉 라이즈비가 커질수록 휨모멘트의 영향이 커지는 것을 알 수 있다.

위의 그림 5와 그림 8은 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치를 휨모멘트가 무시할 수 있을 정도로 작게 발생한다는 가정하에 일반적인 기둥과 같이 포물선 아치를 생각하여 면내 좌굴 곡선을 나타낸 것이다. 하지만 라이즈비가 커질수록 휨모멘트의 영향을 무시할 수 없으며, 면내 좌굴 안정성에 미치는 영향이 커지므로 위의 그림 5와 그림 8과 같이 y축을 축력의 함수로 표현하는 것은 불합리하다.

아래의 그림 10과 그림 11은 그림 5와 그림 8과 유사하게 각각 고정지점을 갖는 포물선 아치 리브와 2-힌지 지점 포물선 아치 리브가 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받을 경우 라이즈비에 따른 면내 좌굴 곡선이다. 이 그래프가 그림 5, 그림 8과 다른점은 y축이 아치 단면에 발생하는 축력이 아니라 아치 리브에 작용하는 하중으로 표시되어있다는 것이다. 아래 그림의 x축인 S/r은 아치의 길이, S와 아치 단면의 $r=\sqrt{I/A}$의 비로 일종의 아치 단면의 세장비를 나타내며, y축인 q_{cr}/q_p는 임계 좌굴 하중, q_{cr}과 1st order analysis로 얻어진 아치 지간에 수직 등분포 하중을 받는 경우 아치 단면을 항복에 이르게 하는 q_p의 비로 나타난다. q_p는 식(2)와 같다.

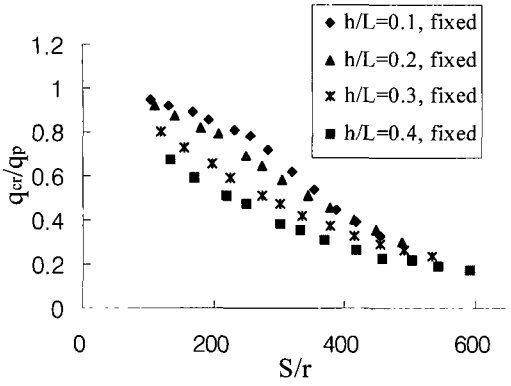

그림 10. 면내 좌굴 곡선(고정지점)

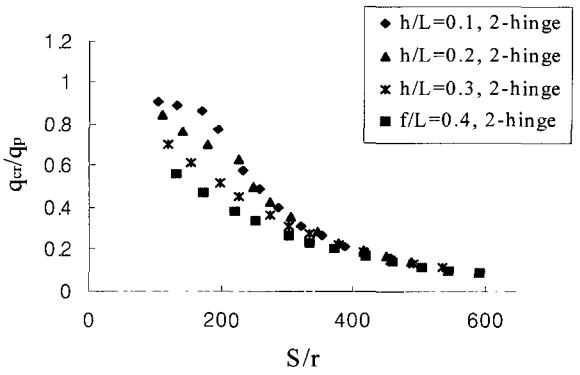

그림 11. 면내 좌굴 곡선(2-힌지 지점)

$$q_p = \frac{2A\sigma_y}{L\sqrt{1/16\,(L/h)^2+1}} \tag{2}$$

식(2)에서 L은 포물선 아치 리브의 지간, h는 포물선 아치 리브의 높이, A는 포물선 아치 리브의 단면적, σ_y는 포물선 아치 리브 단면의 항복응력을 나타낸다. 이렇게 1/4지점에서 압축력이 아니라 아치 리브가 최대로 받을 수 있는 임계 수직 등분포 하중으로 면내 좌굴 곡선을 작성하는 방법은 Yabuki &vinnakota (1984)에 의해 제안되었다.

그림 10, 그림 11에서 알 수 있듯이 라이즈비가 0.1과 0.2에서는 거의 같은 면내 좌굴 곡선이 나타나는 것을 볼 수 있다. 하지만 라이즈 비가 0.3, 0.4인 경우 면내 좌굴 곡선이 점점 내려가는 것을 알 수 있다. 이러한 이유는 식(2)가 아치 지간에 작용하는 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 경우 제안되었음으로 휨모멘트가 크게 발생하는 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 라이즈비 0.3과 0.4의 포물선 아치 리브와 같은 경우에는 부적절하기 때문이다.

4. 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 좌굴 곡선

앞의 3장에서 언급하였듯이 그림 5, 그림 8과 같이 Euler 좌굴식을 이용하여 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 좌굴 곡선을 작성하는 경우와 그림 10, 그림 11과 같이 1st order analysis로 얻어진 아치 지간에 수직 등분포 하중을 받는 경우 아치 단면을 항복에 이르게 하는 q_p를 이용하여 좌굴 곡선을 작성하는 경우 모두 라이즈비가 커질 경우 휨모멘트에 의하여 면내 좌굴 강도가 저하되는 것을 알 수 있었다. 이러한 현상의 원인은 Euler 좌굴식과 q_p의 경우 기본적으로 아치 단면에 압축력만 발생하는 하중의 경우 유효하기 때문이다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 본 연구에서는 아치 리브가 휨모멘트를 받는 경우 라이즈비에 따라 포물선 아치가 받을 수 있는 q_p의 값을 수정 하여 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 좌굴 곡선을 제안하였다. 앞의 해석결과에서 라이즈비가 0.1증가에 따라 휨모멘트에 의하여 압축력이 면내 좌굴 안정성에 미치는 영향이 약 10%에서 크게는 20%정도 감소하게 된다는 사실을 언급하였다. 또한 이때 임계 면내 좌굴 하중은 약 10%정도 감소하였다. 이러한 사실은 표 1에 나타난 각각의 라이즈비에 따른 평균좌굴 하중비를 통하여 알 수 있다.

라이즈비가 0.1증가함에 따라 임계 좌굴 하중이 약 10%감소한다는 사실은 근거로 본 연구에서는 라이즈비가 0.1일 때의 좌굴 하중을 기준으로 삼아 라이즈비가 0.1 증가 할수록 식(2)에 의하여 구한 q_p값을 10%씩 감소 시켰다. 이를 수식으로 나타내면 다음 식(3)과 같다. 이렇게 라이즈비가 0.1인 경우의 임계 면내 좌굴 하중을 기준으로 정한 이유는 라이즈비가 0.1인 경우 아치 리브가 아치 리브를 따라 작용하는 하중을 받는 경우라도 아치 지간에 투영된 수직 등분포 하중을 받는 경우와 같이 휨모멘트가 크게 발생하지 않았으며, 압축력이 좌굴 안정성에 미치는 영향이 약 90%이상이기 때문이다.

$$(q_p)_m = (1.1 - h/L) \times q_p = K \times q_p$$

$$0.1 \leq h/L \leq 0.4 \tag{3}$$

여기서 q_p는 식(2)를 통하여 얻은 값이며, K는 라이즈비(f)에 따라 변화하는 계수로 f=0.1 일 경우 1, f=0.2 일 경우 0.9, f=0.3 일 경우 0.8, f=0.4 일 경우

표 1. 라이즈비에 따른 평균좌굴 하중비

고정지점			2-힌지 지점		
h/L	$Avr(q_{cr}/q_p)$	차이(%)	h/L	$Avr(q_{cr}/q_p)$	차이(%)
0.1	0.69		0.1	0.50	
		8			7
0.2	0.61		0.2	0.43	
		13			9
0.3	0.48		0.3	0.34	
		11			8
0.4	0.37		0.4	0.26	
평균		10.7	평균		8

0.7이다. 위의 식(3)에 의하여 구한 $(q_p)_m$을 이용하여 그림 10, 그림 11을 다시 그리면 그림 12, 그림 13과 같이 된다.

그림 12와 그림 13은 식(3)을 이용하여 구한 세장비 S/r에 따른 면내 좌굴 곡선이다. 위의 그래프는 앞의 다른 면내 좌굴 곡선과는 달리 라이즈비에 따라 임계 좌굴 하중이 비가 거의 일정한 것을 알 수 있다. 따라서 앞에서는 라이즈비에 따라 다른 면내 좌굴 곡선식을 사용하여, 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 임계 하중을 계산하여야 했지만 위의 그림 12와 그림 13을 이용한다면 한가지의 면내 좌굴 곡선식으로 임계 좌굴 하중을 결정할 수 있다.

본 연구에서는 그림 12와 그림 13의 결과를 바탕으로 그림 3과 같이 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 고정지점, 2-힌지 지점 포물선 아치에 관하여 좌굴곡선을 제안 하였다. 좌굴 곡선은 2차 다항식으로 가정하였으며, 식(4)와 같이 S/r 즉, 세장비의 함수로 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 좌굴 곡선을 나타내었다. 2-힌지지점과 고정지점을 갖는 포물선 아치의 경우 식(4)에 나타난 상수 a b c의 값은 표 2와 같이 나타난다.

$$\frac{q_{cr}}{(q_p)_m} = a(S/r)^2 + b(S/r) + c < 1 \qquad (4)$$

위의 식(4)와 같이 좌굴 곡선을 작성하였을 경우 라이즈비에 상관없이 한가지 좌굴 곡선을 이용하여 손쉽게 좌굴하중을 산정할 수 있다. 또한 기존의 식(1)로 좌굴을 판단하는 경우 어떤 하중에 관하여 해석을 통하여 부재력을 산정하여 이 값을 좌굴을 발생시키는 축력과 비교하여 좌굴을 판단하여야 하지만 하중식(4)를 이용하여 좌굴을 판단하는 경우 해석이 필요 없이 곧바로 좌굴하중을 산정할 수 있다.

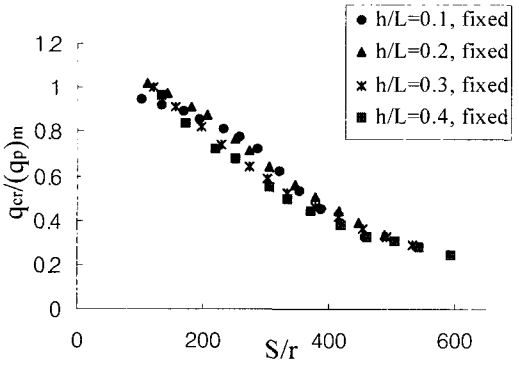

그림 12. 면내 좌굴 곡선(고정지점, 식(3) 적용)

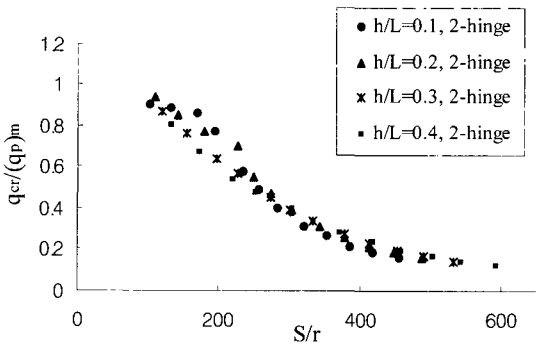

그림 13. 면내 좌굴 곡선(2-힌지 지점, 식(3) 적용)

표 2. 경계 조건에 따른 상수 a, b, c

	a	b	c
2-힌지 지점	4×10^{-6}	-0.0045	1.3888
고정지점	1×10^{-6}	-0.0026	1.3007

아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 2-힌지 지점과, 고정 지점 포물선 아치의 좌굴 곡선은 그림 14와 그림 15같이 나타난다. 그림 14와 그림 15의 그래프의 R^2의 값은 각각 0.9762와 0.9604이다. R^2의 값은 Curve fitting의 정확도를 나타내는 지표 중 하나이며, 1에 가까울수록 주어진 데이터와 곡선이 잘 일치하게 된다.

그림 16은 식(4)를 이용하여 작성한 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 좌굴 곡선을 나타낸다. 그림 16에서 같은 세장비에서 고정 지점을 갖는 포물선 아치 리브의 경우가 2-힌지 지점의 포물선 아치 리브보다 큰 강도를 나타내는 것을 볼 수 있으며, 이러한 경향은 비탄성 면내 좌굴이 발생하는 구간에서 가장 크게 발생한다. 반면에 단면이 항복하는 구간이나 세장비가 아주 큰 경우에는 고정지점이나 2-힌지 지점을 갖는 포물선 아치 리브의 좌굴 강도의 차이가 줄어든다.

단면이 항복하는 구간은 고정 지점의 경우 S/r=120, 2-힌지 지점의 경우 S/r=90이다.

식(2), 식(3)과 식(4)를 이용하면 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 좌굴 강도를 손쉽게 구할 수 있다. 간단히 좌굴 강도 계산 절차를 나타내면 아래와 같다. 먼저 식(4)를 이용하여 주어진 아치 리브 단면의 세장비에 해당하는 $q_{cr}/(q_p)_m$을 계산 한다. 그 후 식(3)과 식(2)를 이용하여 $(q_p)_m$을 구하여 q_{cr} 계산한다.

식(4)는 기본적으로 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 라이즈비 0.1의 포물선 아치 리브의 비탄성 유한요소 해석 결과에 바탕을 두고 있다. 앞에서도 언급하였듯이 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 라이즈비 0.1의 포물선 아치 리브의 경우 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브와 마찬가지로 휨모멘트의 좌굴 안정성에 미치는 영향은 아주 작다. 따라서 식(4)에서 $(q_p)_m$를 q_p로 치환하면 식(4)는 수직 등분포 하중을 받는 즉, 아치 리브 전단면이 압축력을 받는 경우에도 사용 가능하다. 그림 17은 식(4)에서 $(q_p)_m$를 q_p로 치환하여 작성한 좌굴 곡선과 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 유한 요소 해석 결과를 비교한 것이다. 그림 17에서 알 수 있듯이 식(4)에서 $(q_p)_m$를 q_p로 치환한 경우 식(4)는 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브에도 잘 적용되는 것을 알 수 있다.

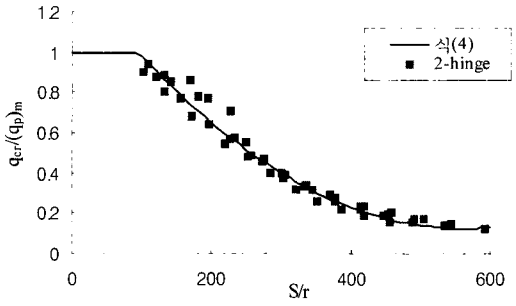

그림 14. 면내 좌굴 곡선(2-힌지지점, 식(4) 적용)

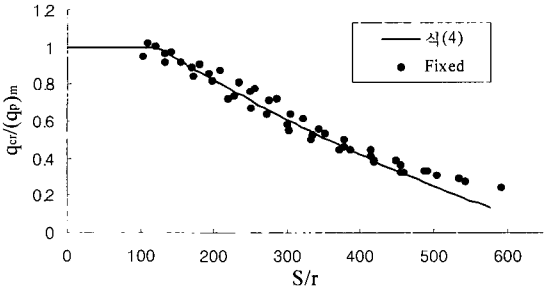

그림 15. 면내 좌굴 곡선(고정지점, 식(4) 적용)

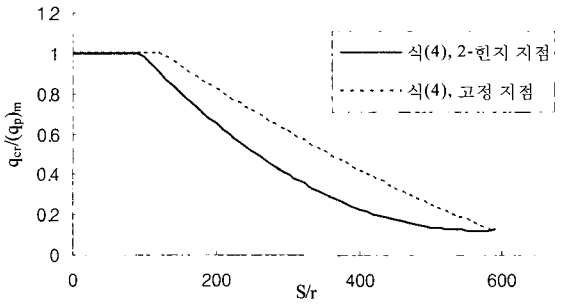

그림 16. 면내 좌굴 곡선 비교 (식(4))

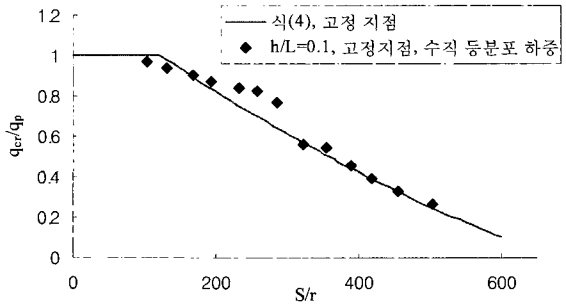

그림 17. 수직 등분포 하중을 받는 경우 유한 요소 해석 결과와 식(4) 비교 그래프

5. 결 론

본 연구에서는 비탄성 유한요소해석을 이용하여 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 면내 거동에 관하여 연구를 수행하였다. 위의 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치에 관한 비탄성 유한요소해석을 통하여 얻은 본 연구의 결론을 아래와 같다.

1. 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치는 라이즈비가 증가할수록 휨모멘트가 증가하여 압축력이 면내 좌굴 안정성에 미치는 영향이 감소한다. 따라서 기존에 쓰이는 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 Euler 좌굴 식을 이용하여 면내 좌굴 강도를 계산하는 식(1)은 적절치 않다.
2. 식(2)를 이용하여 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 임계 하중을 계산하여 면내 좌굴 곡선을 작성하는 경우, 라이즈비가 증가할수록 q_{cr}/q_p는 감소하였다. 이러한 이유는 기존의 식(2)가 축력만 받는 경우에 유효하며, 휨모멘트를 고려하지 못하기 때문이다.
3. 식(3)을 이용하여 휨모멘트의 영향을 고려한 $(q_p)_m$을 계산한 후 면내 좌굴 곡선을 작성하였을 때 그림 12, 그림 13과 같이 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 면내 좌굴 거동을 라이즈비에 상관없이 잘 묘사할 수 있었다.
4. 본 연구에서는 유한 요소 해석 결과를 이용하여 아치 리브를 따라 작용하는 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 좌굴 곡선을 식(4)와 같이 제안하였다.
5. 식(4)의 경우 $(q_p)_m$를 q_p로 치환하면 식(4)는 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 경우에도 적용가능 하다. 이러한 결론은 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 유한 요소 해석을 통하여 검증하였다.

감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

ABAQUS Standard user's manual version 6.2 (2001), Hibbit, Karsson and Sorensen Inc.,

Austin, W. J. (1971), In-plane bending and buckling of arches, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 97, N0. ST5, pp. 1575~1592

Kuranishi, S., Sato, T., Otsuki, M. (1980), Load carring capacity of two-hinged steel arch bridges with stiffening deck, Proc. Jpn. Soc. Civ. Eng., No. 300, pp. 121~130 (in japanese)

Shinke, T., Zui, H., & Namita, Y.(1977), Analysis of experiment on in-plane load carrying capacity of arches, Proc. Jpn. Soc. Civ. Eng., No. 244, pp. 57~69 (in japanese)

Shinke, T., Zui, H., & Nakagawa, T.(1980), In-plane load carrying capacity of two-hinge arches with stiffening girder Proc. Jpn. Soc. Civ. Eng., No. 301, pp. 47~59 (in japanese)

T. V. Galambos, (1998), "Guide to stability design criteria for metal structures", 5th edition, Wiley, New York.

Yong-Lin Pi & N.S. Trahair(1996), In-plane inelastic buckling and stregths of steel arches Journal of the Structural Engineering, ASCE, Vol. 122, NO. 7, pp. 734~747

Yong-Lin Pi & M.A. Bradford(2004), In-plane stregth and design of fixed steel I-section arches, Engineering structures, pp. 26.

◎ 논문접수일 : 2005년 03월 01일
◎ 심사의뢰일 : 2005년 03월 03일
◎ 심사완료일 : 2005년 03월 25일