

논문 2005-42TE-3-3

다중 선형 시불변 모델에 대한 다목적 H_2/H_∞ 제어기 설계

(The Design of Multi-Objective H_2/H_∞ Controllers for multiple linear Time-invariant models)

조도현*, 원영진**, 이종용***

(Cho Do-Hyeoun, Won Young-Jin, and Lee Jong-Yong)

요약

본 논문은 안정화 조절기와 추종 성능을 확보하기 위하여 폴리토프 모델을 갖는 도립진자 시스템의 다목적 H_2/H_∞ 제어기를 설계를 나타낸다. 꼭지점 기법을 갖는 LMI 설계 기법에 의하여 폴리토프 모델에 대한 다목적 제어기를 설계한다. 각 폴리토프 모델에 대하여 설계된 제어기에 의해 제어된 도립진자를 큰 경사각의 초기값에 대한 수직 각을 안정하게 연직 위치로 복원시키는 곳을 관찰한다.

Abstract

This paper presents a design of a multi-objective H_2/H_∞ controller of an inverted pendulum with polytopic model for the stabilizing regulator and tracking performances. Multi-objective controllers are designed for polytopic models by the LMI design technique with convex algorithms. It is observed that the inverted pendulum controlled by any controller designed for each polytopic model is stably restored to the vertical angle position for initial values of larger tilt angles.

Keywords : H_2/H_∞ control, multi-objective control, polytopic model, inverted pendulum.

I. 서론

모델의 불확실성 또는 모델링 오차를 설계과정에서 고려하여 제어 시스템을 다루는 강건 제어 설계 문제는 다양한 방법이 소개되어 왔다. Khargoneker 등은 이러한 문제의 효율적인 풀이 방법으로 블록 최적화(convex optimization) 기법을 제시^[1]하였고, 최근에는 선형 행렬 부등식(linear matrix inequality, LMI)이 설계에 사용되고 있다.

LMI 설계법^[2]에서는 모델 불확실성을 표현하는 방법

으로서 폴리토프 모델(polytopic model), 아핀 매개변수 종속 모델(affine parameter dependent model) 및 선형 분수 모델(linear fractional model) 표현법 등을 제공하고 있다.

한편 도립진자 시스템(inverted pendulum system)은 기계적인 불안정한 모드를 갖는 시스템으로, 집중 매개변수의 비선형 시스템방정식의 모델로 표현된다. 이 모델은 연직축에 대하여 기울어진 각도 θ 가 미소하다고 가정하면, 선형 시불변 모델(linear time invariant model)로 근사화할 수 있다. 그러나, 비교적 큰 θ 로 진동하는 도립진자 시스템을 제어하는 경우, 도립진자가 연직축에서 벗어난 경사각도 θ 가 커질수록, 비선형 모델에 포함된 $\sin\theta$, $\cos\theta$, $(dt/d\theta)^2$ 등의 비중을 무시할 수 없으며, $\theta = 0$ 의 동작점으로 근사화한 선형 시불변 모델의 모델 오차는 커진다.

본 논문은, 초기치 진폭이 비교적 큰 도립진자를 연

* 정회원, 인하공업전문대학 디지털전자정보과
(Dept. of Digital Electronics & Information, Inha Technical College)

** 정회원, 부천대학 전자과
(Dept. of Electronics, Bucheon College)

*** 정회원, 광운대학교 정보과학교육원
(Division of General Education, Kwangwoon Univ.)

접수일자 : 2005년5월9일, 수정완료일 : 2005년9월8일

직 위치로 되돌려 세우는 안정화 제어기를 설계한다. 연직축에 대하여 여러 개의 경사 각도를 동작점으로 하여 복수의 선형 시불변 모델을 만들고, 이들 모델로 구성된 집합에 대하여, LMI 기법으로 강건한 H_2/H_∞ 제어기를 설계하는 방법을 다룬다.

II. 독립 전자 시스템 모델

2.1 독립전자 시스템 비선형 모델

기계적인 불안정한 모드를 갖는 대표적인 시스템인 독립전자(inverted pendulum on the cart)는 제어 시스템, 인체 및 항공역학, 로봇 시스템 등의 해석에 광범위하게 응용되는 실험대상이다. 본 논문은 Quanser Consulting의 독립전자 시스템인 IP-01를 실험대상으로 하였고, 구성은 그림 1과 같다^[3].

그림 1의 독립전자 시스템에 대한 수학적 모델링을 위해서, 먼저 수레에 가해지는 힘 f 를 입력으로 하여, 수학적 모델을 만든다^[4]. 이 모델은 시스템 방정식의 입력을 수레를 구동하는 전동기의 구동전압 $u(t)$ 로 표현하고, 시스템 방정식에는 전동기 전압 $u(t)$ 와 수레에 가해지는 힘 사이의 관계를 포함시키면, 독립전자 시스템의 수학 모델은 식(1)과 같다.

$$\begin{aligned}
 & [m \cos^2 \theta - \frac{4}{3} (M + m)] \ddot{p} \\
 & = mg \cos \theta \sin \theta - \frac{4}{3} ml \sin \theta \dot{\theta}^2 \\
 & + \frac{4}{3} \frac{K_m K_g^2}{R r^2} \dot{p} - \frac{4}{3} \frac{K_g K_m}{R r} u
 \end{aligned} \tag{1}$$

여기서, θ 와 p 는 각각 수직축에 대한 진자각도[rad]와 수레의 위치[m]를 나타내고, u 는 수레를 구동하는 직류전동기의 입력구동전압[V]이며, 직류전동기의 전자기자 저항은 $R = 2.6 [\Omega]$ 이다. 직류전동기 K_m 와 K_g

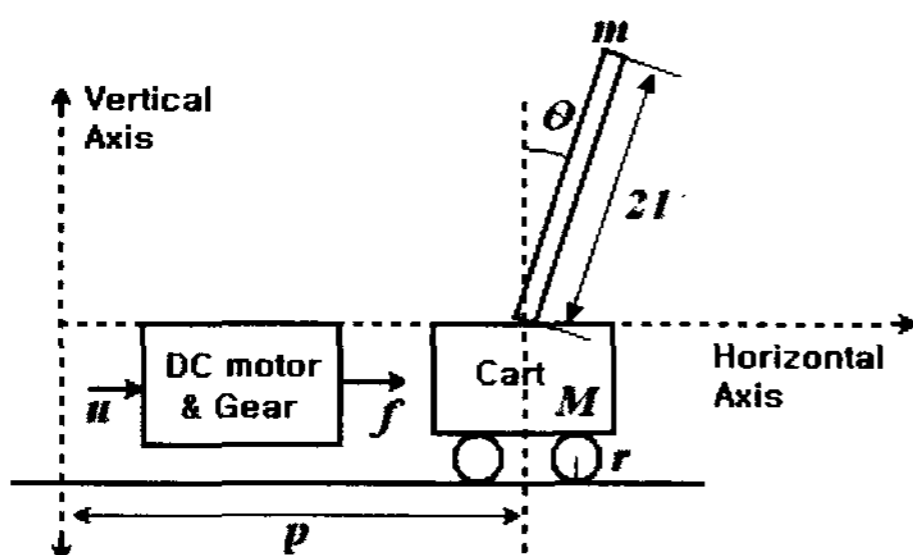


그림 1. 독립 전자 시스템
Fig. 1. Inverted pendulum system.

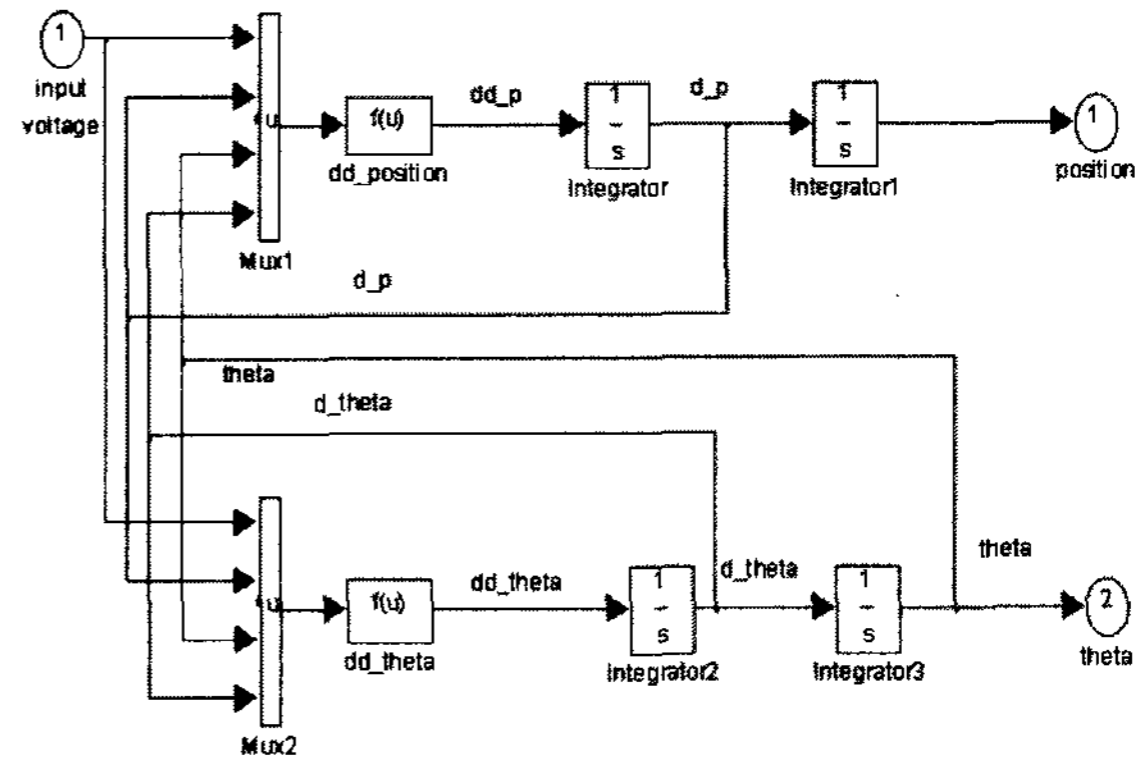


그림 2. 독립 전자 시스템의 SIMULINK 모델
Fig. 2. SIMULINK model of inverted pendulum system.

는 각각 전동기 상수와 치차비로 $0.00767 [Nm/A]$ 와 3.7이다. 진자의 질량과 수레의 질량은 각각 $m = 0.210 [Kg]$ 과 $M = 0.455 [Kg]$ 이고, 수레바퀴의 반지름과 회전점에서 무게중심점까지의 진자길이는 각각 $r = 0.00635 [m]$ 와 $l = 0.303 [m]$ 이다. g 는 중력 가속도로 $9.8 [m/s^2]$ 이다.

MATLAB의 SIMULINK를 이용하여 독립전자 시스템의 비선형 모델 식(1)를 표현하면, 그림 2와 같다. 식(1)의 방정식은 SIMULINK의 2개의 비선형 함수블록 $f(u)$ 에 포함된다^[5].

2.2 독립전자 시스템의 폴리토프 모델

강건 제어 설계 문제에서 모델의 불확실성 또는 모델링 오차의 표현은 설계과정에 사용되는 매우 중요한 요소로서 다양한 표현방법이 있으며, LMI 설계법^[4]에서는 모델 불확실성을 표현하는 방법으로 폴리토프 모델, 아핀 매개변수 종속 모델(affine parameter dependent model) 및 선형 분수 모델(linear fractional model) 표현법 등을 사용한다.

LMI를 이용한 강건 제어 설계문제에서 모델의 불확실성의 표현 방법 가운데 폴리토프 모델 방법을 선택하여, 시스템의 다중모델(multi-model) 표현의 선형 시변(time varying)이나 비선형 모델을 시불변 선형화에서 발생하는 모델 오차(불확실성)의 최소화하였다^[2,6,7].

비선형인 독립전자 시스템을 여러 동작점에서 각각의 선형 시불변 시스템 모델의 집합으로 표현하기 위하여 그림 2에서 입력이 영일 때, 진자각도가 각각 -30° , 0° 그리고 $+30^\circ$ 에서 선형화 한 모델을 얻는다.

비선형의 SIMULINK 모델에 대하여, **linmod** 명령어를 사용함으로써, 선형 상태공간 모델로 구한다. 이와

같이 얻은 3개의 선형 시불변 시스템은 진자각도 -30° , 0° 그리고 $+30^\circ$ 일 때 선형화 하여 얻어진 시스템을 각각 S-6, S0 그리고 S6로 나타낸다.

$$S_k : \dot{x}_S = A_{S_k}x_S + B_{S_k}u \quad (2)$$

$$y_S = C_{S_k}x_S + D_{S_k}u \quad (k = -6, 0, 6)$$

여기서, $x_S = [p \ \theta \ \dot{p} \ \dot{\theta}]^T$ 및

$$A_{S-6} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.1064 & -14.0471 & 0 \\ 0 & 21.7234 & 29.9142 & 0 \end{pmatrix}, B_{S-6} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.1431 \\ -6.6935 \end{pmatrix}$$

$$A_{S0} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -3.0414 & -15.1369 & 0 \\ 0 & 31.5772 & 37.2219 & 0 \end{pmatrix}, B_{S0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.3870 \\ -8.3287 \end{pmatrix}$$

$$A_{S6} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1.1064 & -14.0471 & 0 \\ 0 & 21.7231 & 29.9142 & 0 \end{pmatrix}, B_{S6} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.1431 \\ -6.6935 \end{pmatrix}$$

C_{S_k} 는 상태 피드백을 고려하여 4×4 단위행렬로 설정하며, D_{S_k} 는 4×1 영행렬이다. 독립진자 시스템의 경우 식(2)에서처럼 -30° 와 $+30^\circ$ 에서 선형화한 모델은 서로 같다는 것을 알 수 있다. 그러므로 독립진자 시스템의 진자각도 동작범위를 -30° 에서 $+30^\circ$ 까지 고려할 때, 양의 각도 방향만 고려한다. 또한, 0° 에서 $+30^\circ$ 까지 5° 간격으로 나누어 각각의 동작점에서 선형화 하여 S0에서 S6까지 7개의 선형 시불변 모델을 구하면 S1에서 S5에 이르는 5개의 모델은 모두 S0와 S6의 볼록 결합(convex combination)이 된다.

그러므로 S0와 S6을 꼭지점(vertex)으로 하는 폴리토프(polytope) 시스템을 제어대상의 모델로 고려된다. 여기서, 꼭지점 시스템 S0와 S6의 고유치는 각각 $\{0.0, 5.0973, -4.5679, -15.6663\}$ 와 $\{0.0, 4.4649, -4.2818, -14.2302\}$ 이다.

S0와 S6의 고유치는 독립진자 시스템에 불안정한 모드가 존재하며, 선형화의 동작점에 따라 시스템 모드의 변동이 있다. 폴리토프 시스템을 독립진자 시스템의 선형화 모델에 적용한 구체적인 폴리토프 모델 S는 S0와 S6를 꼭지점 시스템(vertex systems)으로 하여 식(3)과 같이 표현되며, S는 S0와 S6의 볼록 결합이다^[2].

$$S \in Co\{S_0, S_6\} \quad (3)$$

비선형항을 갖는 독립진자 시스템은 동작점에 따라

서 여러 개의 선형 시불변 시스템의 집합으로 표현된다. 그러므로, 선형 미분 포함(LDI)^[8,9]에 토대를 둔 폴리토프 시스템 S의 도입하면, 비선형 모델을 가진 실제의 독립진자 시스템의 특성이 선형 시불변 모델의 볼록 결합에 포함된다고 가정할 수 있다. 또한, 폴리토프 S는 진자 각도가 영도일 때 선형화한 시스템 S0를 공칭 모델(nominal model)로 하면, 다른 동작점에서의 선형화 시스템 S6를 공칭모델 S0에 대한 매개변수 변동을 갖는 시스템으로 고려할 수 있다. 이러한 매개변수의 변동을 가지는 시스템의 제어를 위하여 강건제어(robust control)가 필요하다.

III. 선형 행렬 부등식을 이용한 극점배치 H_2/H_∞ 제어기

3.1 제어기 설계 방법

독립진자 시스템의 비선형의 항을 불확실성으로 설정하여, 모델 불확실성에 대해 강건 안정한 제어시스템을 구성한다. 또한, 독립진자의 본질적인 불안정성을 빠른 시간 내에 안정화하면서, 또한 수레의 위치를 원하는 곳으로 이동하는 것을 제어목적으로 설정한다. 이러한 목적을 위해서, 극점배치 H_2/H_∞ 제어기를 설계한다. 일반적인 극점배치 H_2/H_∞ 제어 구조는 그림 3과 같다.

그림 3에서 제어대상 $P(s)$ 는 식(4)와 같은 상태 공간 방정식으로 주어진다.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1w + B_2u \\ z_\infty = C_1x + D_{11}w + D_{12}u \\ z_2 = C_2x + D_{22}u \\ y = x \end{cases} \quad (4)$$

입력 w 에서 출력 z_∞ 및 z_2 의 폐경로 전달함수를 각각 $T_\infty(s)$ 와 $T_2(s)$ 로 표기하며, 설계목적은 평가함수 $\alpha \|T_\infty\|_\infty^2 + \beta \|T_2\|_2^2$ 를 최소화 하는 상태 피드백 이득 K 를 구하는 것된다. 여기서, α 와 β 는 각각 $\|T_\infty\|_\infty^2$

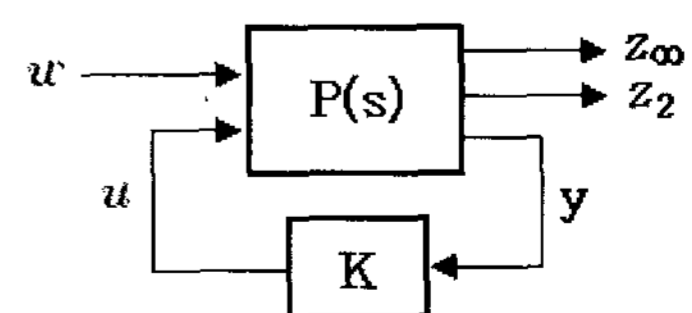


그림 3. 제어 구조
Fig. 3. Control scheme.

과 $\|T_2\|_2^2$ 에 대한 상수하중으로, 설계할 때 각각의 노름에 대한 비중을 결정해 준다.

불확실성을 고려한 강건 H_∞ 제어와 폴리토프 모델을 고려한 독립진자 시스템의 시간 응답 성능을 위하여 H_2 노름의 평가 함수를 제약 조건으로 추가했다. 독립진자 시스템은 불안정한 시스템으로, 특히 강건 안정성에 대한 하중 요소를 크게 고려하고, 독립진자 시스템이 안정화된 상태에서 임의의 위치로 이동할 때의 응답 성능을 고려하여 $\alpha = 2$, $\beta = 1$ 로 설정하였다.

시스템의 빠르기와 감쇠 특성을 고려하여 반평면과 원뿔 부채꼴의 영역에 극점을 배치하는 것으로 고려하였다. 극점배치 H_2/H_∞ 제약조건을 갖는 볼록 최적화(convex optimization) 문제를 고려한다. 이 문제는 선형 행렬 부등식(LMI)으로 공식화된다^[6,10,11]. 식(5)는 다중 모델에 대한 다목적 상태 피드백 제어기 설계의 선형 행렬 부등식 표현식이다. 즉, $\|T_\infty\|_\infty \leq \gamma$ 및 $\|T_2\|_2 \leq \sqrt{\text{Trace}(Q)}$ 의 관계를 가질 때, 식(5)의 선형 행렬 부등식을 제약조건으로 하여 평가함수 $2\gamma^2 + \text{Trace}(Q)$ 를 최소화하는 최적해를 구한다.

$$\begin{pmatrix} A_k X + X A_k^T + B_{2k} Y + Y^T B_{2k}^T & B_{1k} & X C_{1k}^T + Y^T D_{12k}^T \\ B_{1k}^T & -I & D_{11k}^T \\ C_{1k} X + D_{12k} Y & D_{11k} & -\gamma^2 I \end{pmatrix} < 0$$

$$\begin{pmatrix} Q & C_{2k} X + D_{22k} Y \\ X C_{2k}^T + Y^T D_{22k}^T & X \end{pmatrix} > 0$$

$$[\lambda_{ij} + \mu_{ij}(A_k X + B_{2k} Y) + \mu_{ji}(X A_k^T + Y^T B_{2k}^T)]_{1 \leq i, j \leq m} < 0$$

여기서, $k=0,6$ 은 식(3)에서 사용된 S의 꼭지점 시스템의 지표(index)이다. 선형 행렬 부등식으로 표현된 폐경로 시스템의 극점 영역은 식(6)과 같다.

$$D = \{z \in C : L + Mz + M^T \bar{z} < 0\} \quad (6)$$

선형 행렬 부등식(LMI)으로 표현되면, 효율적인 볼록 최적화 해법(convex optimization method)인 내부점 다항식 알고리즘(interior-point polynomial algorithm)으로 풀 수 있다^[12]. 즉 선형 행렬 부등식인 식(5)를 제약 조건으로 하여, 평가함수 $2\gamma^2 + \text{Trace}(Q)$ 를 최소화하는 최적해 X, Y를 구하면, 우리가 원하는 상태 피드백 이득 K는 $K = YX^{-1}$ 로서 주어진다.

3.2 독립진자 시스템에 대한 제어기 설계 결과

그림 3의 일반화 대상(generalized plant) $P(s)$ 의 구

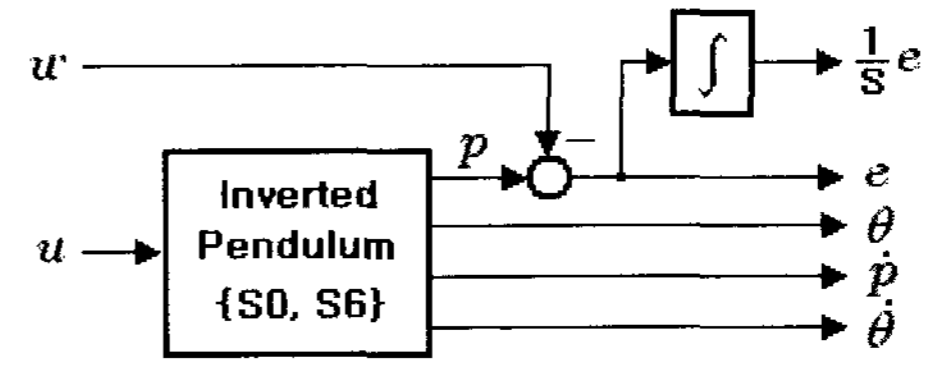


그림 4. 일반화 제어대상 $P(s)$ 의 상태변수
Fig. 4. Parameters of generalized plant $P(s)$.

체적인 상태변수는 그림 4와 같이 고려했다. 여기서, w 는 수레의 기준 위치, 그리고 e 는 수레의 위치 오차다. 수레의 추종 성능을 얻기 위해서 적분기를 추가했다. 그림 4에서, 일반화 제어대상 $P(s)$ 의 상태변수는 식(7)과 같다.

$$x = [e \ \theta \ \dot{p} \ \dot{\theta} \ \int e dt]^T \quad (7)$$

제어량, z_2, z_∞ 는 식(8)과 같다.

$$z_\infty = [5.8\theta, 0.1u]^T$$

$$z_2 = [2.5e, 5.8\theta, 0.0025 \int e dt, 0.1u]^T \quad (8)$$

진자 각도는 최대 오차가 0.173 [rad] (약 10 도), 수레 위치는 최대 오차가 0.4 [m], 적분 오차는 최대 400 [m·sec], 시스템에 가해질 수 있는 최대 전압의 크기는 10 [V]인 상황을 고려하여 상수 하중을 선정하였다.

그러므로 S0 시스템의 경우에 얻어진 일반화 제어대상은 식(9)와 같다.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1.1064 & -14.0471 & 0 & 0 \\ 0 & 21.7234 & 29.9142 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

$$B_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3.1431 \\ -6.6935 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$C_1 = \begin{pmatrix} 0 & 5.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad C_2 = \begin{pmatrix} 2.5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5.8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0025 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$D_{11} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_{12} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}, \quad D_{22} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

설계시 고려한 극점배치 영역은 실수부가 -0.03보다 작은 좌반면과 꼭지점이 원점에 있고 각도가 135도인 원뿔이 공존하는 영역으로 지정한다. 극점배치 제한영역을 이와 같이 설정한 이유는, -0.03보다 작은 좌반면으로 제약함으로써, 폐경로 시스템의 응답속도를 개선하고, 원뿔 형태의 영역으로 감쇠 특성을 개선하고자 한 것이다. 이러한 형태의 폐경로 극점지정 제한영역은 LMI control toolbox의 **Imireg** 명령을 이용하여 지정할 수 있으며, 결과로서 식(6)의 선형 행렬 부등식 형태가 된다.

상태 피드백 이득 K 는 LMI control toolbox의 **msfsyn** 함수를 이용해서 구한다. 결과적으로 얻어진 상태 피드백 이득 K 는 식(10)과 같다. 이때, 제어기를 얻는 과정에서 계산된 H_2 성능은 0.371 값을 가지며, H_∞ 성능은 0.04이다.

$$K = [26.1170 \ 110.0279 \ 36.0062 \ 21.3233 \ 0.8240] \quad (10)$$

IV. 실물장치 실험

본 논문에서 제시한 제어기의 실제 성능을 평가하기 위한 실물장치 실험 구성은 그림 5와 같다.

아날로그 신호를 디지털 신호로 변환하는 A/D 변환기와 디지털 신호를 아날로그 신호로 변환하는 D/A 변환기는 12 비트의 분해능을 갖는다. 표본화 주기는 0.01 초로 설정하였다.

첫 번째 실험은, 진자의 초기각도가 영일 때, 수레의 위치를 10초 후에 0.2 [m] 움직이도록 기준 명령을 내린 경우로 설정하였다. 이 실험에 대해서, 그림 6은 수레의 추종 응답 곡선이고 그림 7은 이에 상응하는 진자 각도 응답곡선이다. 각 결과는 모의실험 결과 자료와 함께 비교되어 있다.

두 번째 실험은 수레의 위치는 0[m]를 유지하면서, 진자의 초기각도가 12° (0.21[rad])인 경우로 설정하였다. 그 결과로서, 그림 8은 진자 각도의 초기치에 대한 응답 곡선이다.

실물장치의 구동기 한계를 고려하여 진자각의 초기 각도 실험은 10° 근방으로 제한하였다. 실험의 재현성을 위하여, 초기치 실험에서 독립진자를 경사지게 세워 두는 장치를 사용하였다. 이 장치를 사용하여, 10° 근방의 고정된 값으로 실험을 반복하여 수행할 수 있다.

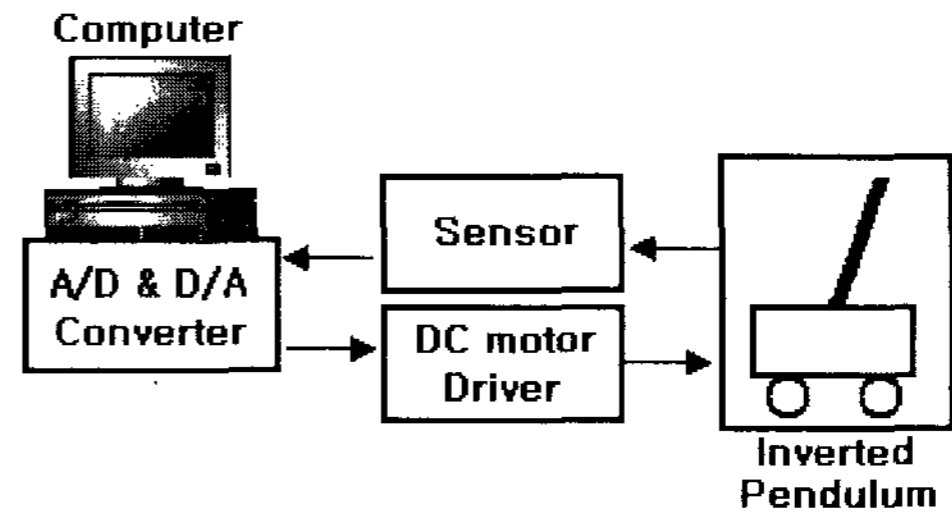


그림 5. 실험 구성 블록선도
Fig. 5. Block of experiments.

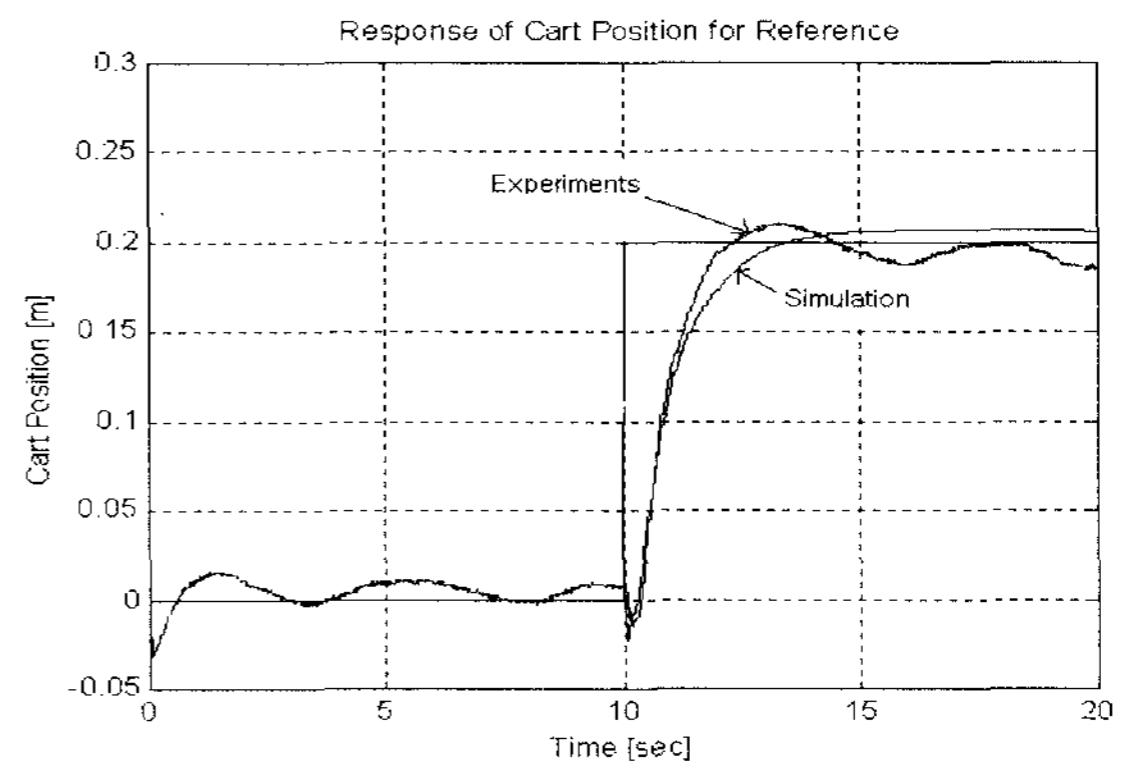


그림 6. 기준위치에 대한 수레위치의 응답
Fig. 6. Response of cart position for reference.

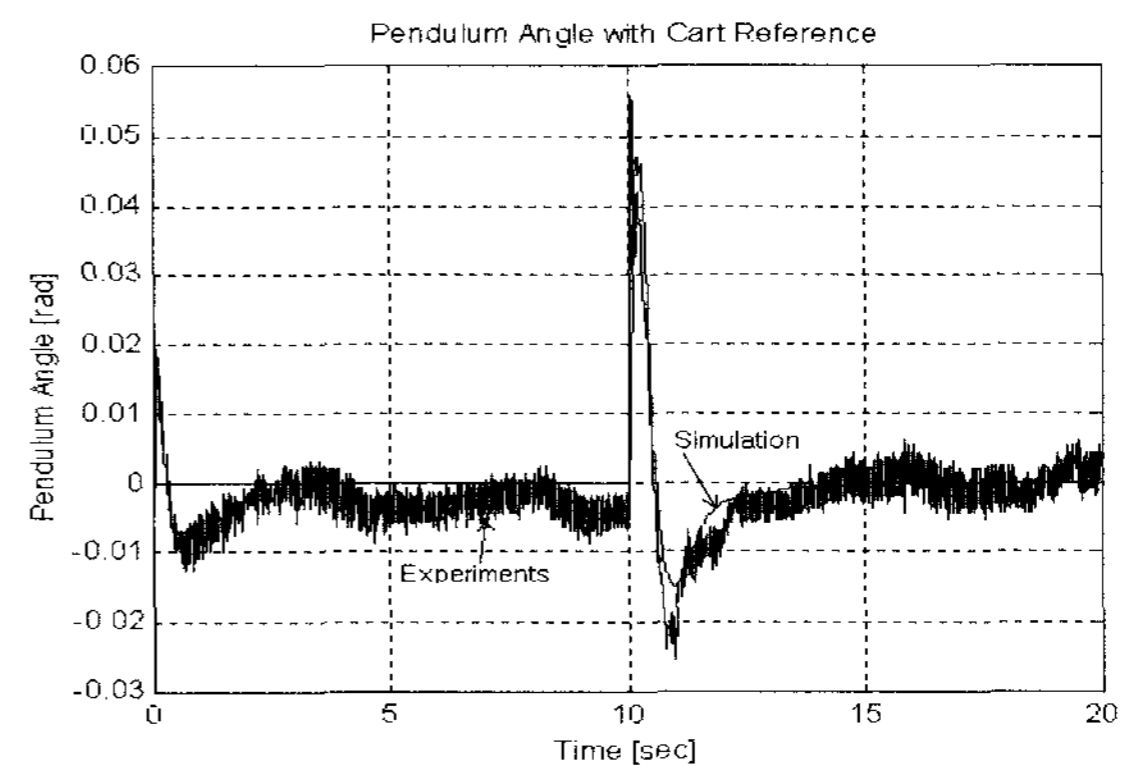


그림 7. 수레가 기준위치를 추종할 때 진자각 응답
Fig. 7. Response of pendulum angle with cart reference.

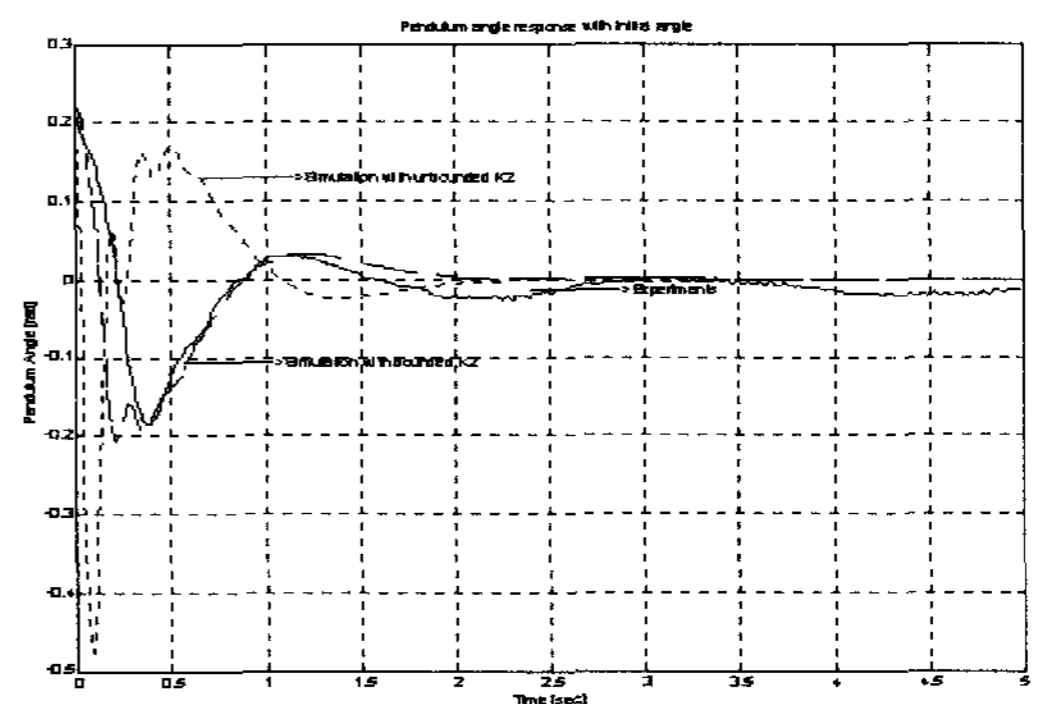


그림 8. 초기 경사 각도를 갖는 독립진자의 각도 응답
Fig. 8. Response of angle with initial value.

V. 결 론

본 논문에서는 독립진자의 모델을, 복수개의 모델 원소를 가진 폴리토프 모델(polytopic model)로 표현하고, 극점 배치 H_2/H_∞ 제어기를 설계하였다. 복수개의 제어 대상에 다목적 제어성능을 만족하는 제어기 설계문제를 해결하기 위해서, 선형 행렬 부등식 (LMI) 기법을 이용하였다. 모의실험을 통해 제어기의 성능을 다각적으로 관찰하였으며, 실물장치 실험을 위해서는 C언어로 프로그램을 개발하여 실측자료를 저장하고 MATLAB에서 그 자료를 분석할 수 있도록 하였다.

결과적으로, 미분 포함 사상(differential inclusion mapping)에 이론적 토대를 둔 폴리토프 모델에 대하여 제어기를 설계함으로써, 진자각도의 초기치에 대한 실험을 통하여, 비교적 큰 진폭으로 진동하는 독립 진자를 안정하게 연직 위치로 복원시키는 제어 효과를 관찰할 수 있었다.

참 고 문 헌

- [1] P. P. Khargoneker, and M.A, Rotea, "Mixed H_2/H_∞ control : A convex optimization approach", IEE Trans. Automat. Contr., vol. 36, no. 7, pp824-837, 1991.
- [2] P. Gahinet, A. Nemirovski, Alan J. Laub, M. Chilali, LMI Control Toolbox, The MATH WORKS Inc., mass., U.S.A., 1995.
- [3] J. Apkarian, A comprehensive and modular laboratory for control systems design and implementation, Quanser Consulting, Canada, 1995.
- [4] 김종식, 선형 제어시스템 공학, 청문각, pp. 97-99, 1994.
- [5] The MATH WORKS, SIMULINK - dynamic system simulation software, The MATH WORKS Inc., mass., U.S.A., 1995.
- [6] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, SIAM, Philadelphia, U.S.A., 1994.
- [7] S. H. Lee, S. C. Lee, et al., "The robust H_∞ controller design via linear matrix inequalities (LMIs) for an inverted pendulum on the cart", The International Conference on Electrical Engineering, pp.288-290, 1998.
- [8] J. P. Aubin, A. Cellina, Differential Inclusions, Springer, 1984.
- [9] J. P. Aubin, A. Cellina, Differential Inclusions

and Viability Theory, Systems & Control Encyclopedia, Volume 2, 1987, pp1023-1033.

- [10] M. Chilali, P. Gahinet, " H_∞ Design with Pole Placement Constraints: An LMI Approach", IEEE Trans. Aut. Contr., Vol. 41, No. 3, 1996.
- [11] P. P. Khargonekar, M. A. Rotea, "Mixed H_2/H_∞ Control: A Convex Optimization Approach", IEEE Trans. Aut. Contr., Vol. 36, No. 7, pp 824-837, 1991.
- [12] Y. Nesterov, A. Nemirovskii, Interior-Point Polynomial Algorithms in Convex Programming, SIAM, Philadelphia, U.S.A., 1994.

저 자 소 개

조도현(정회원)

제41권 TE편 제1호 참조

원영진(정회원)

제41권 TE편 제1호 참조

이종용(정회원)

제42권 TE편 제3호 참조