

논문 2005-42TE-4-8

# 유전 알고리즘을 이용한 정방 비결합 제어기의 $H_{\infty}$ 설계

(  $H_{\infty}$  Design for Square Decoupling Controllers Using Genetic Algorithm )

이 종 성\*

( Jong-Sung Lee )

## 요 약

본 논문에서는 다변수 제어시스템 설계시 효과적인 제어를 어렵게 만드는 요인 중의 하나인 입력과 출력의 결합문제를 해결하기 위해서 각 채널의 출력변수는 대응되는 입력 신호에 의해서만 독립적으로 조정되도록 하는 비결합 제어기를 설계하였다. 설계된 제어기는 비결합 조건뿐만 아니라 제어계의 강인성을 동시에 고려할 수 있는 특성을 2자유도 구조에 적용하였다. 또한 제어기를 구하는 경우 계산을 용이하게 하기위해서 플랜트를 표준모델로 확장시킨 후 전달행렬을 이용하여 상태공간계수로 표현하였다. 이 경우 비결합제어기의 자유매개변수를 구하는데 있어서 지능형탐색방법의 일종인 유전알고리즘을 적용하였다. 일반적으로 유전알고리즘을 특정한 문제에 적용할 경우 그 문제가 가지고 있는 최적화 특징을 잘 파악하여 이것을 이용하는 것이 유전알고리즘 적용시 성공여부를 결정하는 중요한 요인이 된다. 따라서 본 논문에서는 유전알고리즘을 이용하여 고정 차수의 정방 비결합제어기의  $H_{\infty}$ 설계시 효율적인 방법을 제시하였다.

## Abstract

In this paper, the genetic algorithm is used to design a fixed order square decoupling  $H_{\infty}$  controllers based on the Two-Degree-of-Freedom standard model. The proposed decoupling  $H_{\infty}$  controller which is minimizes the maximum energy in the output signal is designed to reduce the coupling properties between the input/output variables which make it difficult to control a system efficiently. A minimal set of assumptions for existence of the decoupling controller formula is described in the state-space formulas. It is verified by an example.

**Keywords :** Genetic algorithm, Decoupling controllers, Two-Degree-of-Freedom

## I. 서 론

현대의 많은 제어 시스템 중 많은 수가 다입력과 다출력을 가지는 다변수 시스템으로 구성 되어있다. 그런데 이러한 다변수 시스템들을 제어하는데 있어 가장 큰 문제는 입·출력 사이에 많은 결합(coupling)이 존재한다는 것이다. 비결합 제어란 다변수의 입력과 출력 사이의 결합 효과를 제거하여 시스템의 각 채널의 출력 변수는 대응되는 입력 신호에 의해서만 독립적으로 조

정되도록 제어기를 설계하는 것이다<sup>[1]-[3]</sup>. 기존의 비결합 제어 문제들은 주로 성능 최적화 문제에 비중을 두었는데 시스템의 출력 채널에서 나타날 수 있는 오차에 대한 영향은 신호의 성격에 따라 상당히 증가할 수 있으므로 비결합 제어 문제도 입력 측으로 최악의 가능한 신호(worst possible signal)가 인가되었을 때 이에 대응할 수 있는 관점에서 접근할 필요성이 생기게 되었다. 따라서 본 논문에서는 주어진 제한된 입력 신호에 의해 출력에서 나타날 수 있는 오차 항의 에너지 값이 최대인 경우를  $H_{\infty}$ 노음으로 정의하여 이 값을 최소화시키면서 동시에 비결합성을 만족하는 제어기를 설계하였다. 이 경우 주파수 영역에서의 비결합 제어기 설계 시 문제가 되는 계산상의 어려움을 해결하고자 비결합

\* 정회원, 부천대학 전자과  
(Dept. of Electronic Engineering, Bucheon College)  
\*\* 이 논문은 2004년도 부천대학 교비지원 연구비에  
의하여 지원된 연구의 결과임  
접수일자:2005년8월30일, 수정완료일:2005년12월9일

제어기를 포함한 평가함수를 상태공간 계수로 표현하였다. 이것을 지능형 탐색방법의 하나인 유전알고리즘을 이용하여 고정차수의 정방 비결합 제어기의  $H_\infty$ 설계를 하였다. 일반적으로 유전 알고리즘을 특정 문제에 적용할 경우 그 문제가 가지고 있는 최적화 특성을 잘 파악하여 이용하는 것이 유전 알고리즘 적용시 성공 여부를 결정하게 된다. 따라서 본 논문에서는 정방 비결합  $H_\infty$ 제어기 설계에 유전 알고리즘을 적용하는 경우 효과적인 방법을 제시하였다.

## II. 정방 비결합 $H_\infty$ 제어기의 상태공간 계수

### 1. 비결합 제어 문제

먼저 본 논문에서 다루는 비결합 문제는 기준 입력 추종 문제와 관련이 있으므로 기준 입력  $r(s)$ 를 분리하여 처리할 수 있는 그림 1의 2자유도 구조의 표준 모델을 제시한다. 그림 1에서 비결합성을 만족하는  $H_\infty$ 제어기를 설계할 때 제어기 전달 행렬  $T_c(s) = [C_y(s) : C_r(s)]$ 은 2자유도 구조이고, 입출력을 고려한 시스템의 전달함수로 표현하면 (1)식이 된다.

$$\begin{bmatrix} z_0(s) \\ z_1(s) \\ y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{01} & P_{02} \\ P_{11} & P_{12} \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(s) \\ u(s) \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 조정변수  $z(s)$ 를 분리하여 전달함수로 나타내면

$$z(s) = \begin{bmatrix} z_0(s) \\ z_1(s) \end{bmatrix} = T_{zw}(s) w(s) + T_{zr}(s) r(s) \quad (2)$$

이 된다. 그리고 (2)식을 구성하는 각각의 전달행렬은

$$T_{zw}(s) = \begin{bmatrix} P_{01} \\ P_{11} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_{02} \\ P_{12} \end{bmatrix} R_y P_{21}, \quad T_{zr}(s) = \begin{bmatrix} P_{02} \\ P_{12} \end{bmatrix} R_r \quad (3)$$

$$[R_y : R_r] = (I - C_y P_{22})^{-1} [C_y : C_r] \quad (4)$$

로 나타낼 수 있는데, (4)식에서  $C_y$ ,  $C_r$ 를 구하면

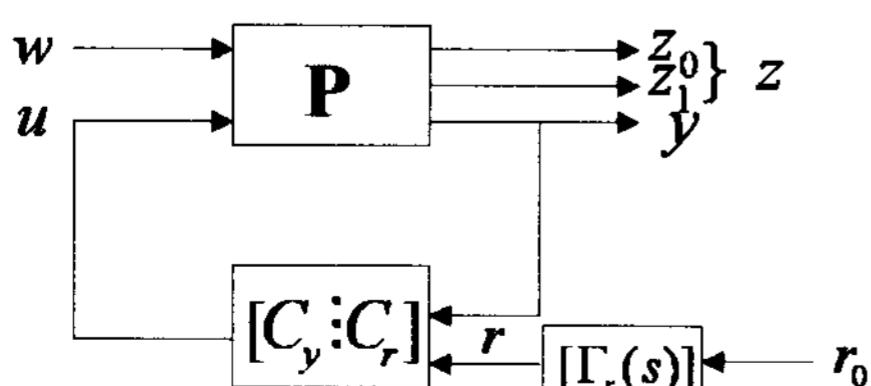


그림 1. 2자유도 구조의 표준모델  
Fig. 1. 2-degree-of-freedom standard model.

$$[C_y : C_r] = (I + R_y P_{22})^{-1} [R_y : R_r] \quad (5)$$

이 되므로  $(R_y, R_r)$ 과  $(C_y, C_r)$ 은 1:1 대응관계가 있다. 따라서 모든 제어기 설계 공식도  $R_y, R_r$ 에 대해 구하고자 한다. 그리고 비결합 문제가 기준 입력 추종 문제와 관계있기 때문에 결국 원하는 조건을 갖는  $R_r$ 를 구하는 문제라고 생각할 수 있다. 두 제어기의 설계에서  $R_y$ 는 임의의 제어 기법을 이용하여 안정한 제어기 형태를 별도로 구했다고 가정하고, 본 논문에서는 비결합 조건을 만족시키는  $R_r$ 만을 구한다. 그리고 비결합 문제와 관련된  $T_{zr}(s)$ 에 대한 전달행렬  $T_{zr}(s) = \begin{bmatrix} P_{02} \\ P_{12} \end{bmatrix} R_r$ 이고, 이것을 만족하는 비결합 제어기는  $P_{02} R_r = D_a$ 가 된다. 결국 비결합 조건을 만족하는  $R_r$ 를 구하는 문제로 생각할 수 있다. 앞으로  $R_r$ 을 비결합 제어기라고 부르고, 다음을 정의하자.

**정의 1 :** 그림 1의 시스템에서 대응하는 제어기  $C_r$ 이 폐루프 시스템을 내부적으로 안정화시킬 때 실 유리 행렬  $R_r$ 은 허용가능하다고 한다<sup>[4]</sup>. 그리고 다음은 그림 1의 플랜트  $P$ 가 안정화 기능을 보장하는 조건이다<sup>[5]</sup>.

**가정 1 :** 플랜트  $P$ 는 우반평면의 잠복 극점(hidden pole)이 없으며,  $\Psi_{P_{22}}^+ = \Psi_P^+$ 이다.

여기서  $\Psi_{P_{22}}$ 와  $\Psi_P$ 는 각각  $P_{22}$ 와  $P$ 의 특성 분모식이고<sup>[6]</sup>,  $\Psi^+$ 와  $\Psi^-$ 는 각각 다항식  $\Psi$ 의 폐우평면과 개좌평면에 위치한 영점만을 갖는 다항식이다.

일반적으로 제어입력  $u$ 와 입력 신호  $r$ 의 차원은 서로 같지 않다. 본 논문에서는 제어 입력 신호와 기준 입력 신호의 차원이 같은 경우만을 생각하기로 하자. 이 경우,  $r_2 = q$ 가 되고 따라서  $R_r$ 와 제어기  $C_r$ 은 정방행렬이 된다. 이제

$$P_{22} = B_1 A_1^{-1} \quad (6)$$

의 우 다항식 서로소 쌍(right coprime polynomial pair)을 생각하고  $H_1$ 이 폐우평면에서 해석적인 임의의 실 유리 행렬이라고 하면 가정 1이 만족될 때 허용 가능한  $R_r$ 의 형태는

$$R_r = A_1 H_1 \quad (7)$$

이 된다<sup>[7]</sup>. 여기에  $P_{02} = B_{p1} A_{p1}^{-1}$ 의 우 다항식 서로소 쌍을 생각하고, (7)식의 허용 가능한  $R_r$ 이 비결합 제

여기가 될 조건을 서술하기 위해 다음과 같은 행렬을 정의하자<sup>[8,9]</sup>.

**정의 2 :**  $\triangle_L$ 과  $\triangle_R$ 은  $q \times q$ 의 차원을 갖는 대각 행렬로 형태는 다음과 같다.

- $\triangle_L = \text{diag}\{\triangle_{L1}/\triangle_{L1*}, \triangle_{L2}/\triangle_{L2*}, \dots, \triangle_{Lq}/\triangle_{Lq*}\}$

형태이며  $\triangle_{Li}$ 는  $B_{p1}$ 의  $i$ 번째 행에 있는 원소들의 폐우평면 영점 항들의 최대 공약 다항식이며, 최고차항의 계수는 1이다. 따라서  $B_{p1} = \triangle_L \widetilde{B}_{p1}$ ,  $\widetilde{B}_{p1}$ 은 다항식 행렬의 표현이 가능하다.

- $\triangle_R = \text{diag}\{\triangle_{R1}/\triangle_{R1*}, \triangle_{R2}/\triangle_{R2*}, \dots, \triangle_{Rq}/\triangle_{Rq*}\}$

의 형태이며  $\triangle_{Rj}$ 는  $A_1^{-1} A_{p1} \widetilde{B}_{p1^{-1}}$ 의  $j$ 번째 열에 있는 원소의 분모들의 폐우평면 영점 항들의 최소 공배 다항식이며 최고차항의 계수는 1이다.

이제  $P_{02} R_r$ 을 (6), (7)식 그리고 정의 2에 따라 다시 쓰면

$$\begin{aligned} P_{02} R_r &= B_{p1} (A_{p1})^{-1} A_1 H_1 \\ &= \triangle_L \widetilde{B}_{p1} A_{p1}^{-1} A_1 H_1 \end{aligned} \quad (8)$$

이 되고, 따라서 (8)식을 안정한 대각유리 행렬이 되게 하는  $H_1$ 을 구하는 문제로 귀착된다.

**가정 2 :**  $P_{02}(s)$ 는 역행렬이 존재한다.

**정리 1 :** 가정 1~2가 만족될 때 허용 가능한 비결합 제어기  $R_r$ 의 형태는

$$R_r = P_{02}^{-1} \triangle_L \triangle_R D \quad (9)$$

이다. 여기서  $D$ 는 폐우 평면에서 해석적인 임의의 실 유리 대각행렬이다<sup>[3]</sup>. 그리고 허용 가능한 비결합 제어기  $R_r$ 이 존재하기 위한 가정들을 추가하면 다음과 같다.

**가정 3 :**  $(F, G_2)$ 는 가체어하고  $(F, H_2)$ 는 가관측하다.

**가정 4 :**  $J_{02}$ 는 역행렬이 존재한다.

**가정 5 :** 행렬  $F_r$ 은 안정 행렬이다.

**가정 6 :** 행렬  $\begin{bmatrix} F - j\omega I & G_2 \\ H_0 & J_{02} \end{bmatrix}$ 는 모든  $\omega$ 에 대하여 열 계수 (column rank)를 가진다.

**가정 7 :** 행렬  $\begin{bmatrix} F - j\omega I & G_2 \\ H_0 & J_{02} \end{bmatrix}$ 는 모든  $\omega$ 에 대하여 열 계수를 가진다.

## 2. 평가함수 설정

본 논문에서는 허용 가능한 비결합 제어기  $R_r$ 의 집합에서 주어진 전달함수의  $\infty$ -노음을 최소화시키는 제어기를 구하는 것이다. 따라서 기준입력과 관련된 조정 변수  $z_0(s)$ 와 기준입력과의 오차항  $e(s) = (I - T_{z_0 r}) \Gamma_r r_0$ 이 되고,  $z_1(s)$ 와 기준입력 사이의 관계는  $z_1 = T_{z_1 r} \Gamma_r r_0$ 가 된다.

그러므로  $H_\infty$ 문제는  $\|(I - T_{z_0 r}) \Gamma_r\|_\infty$ 와  $\|T_{z_1 r} \Gamma_r\|_\infty$ 을 최소화시키는 문제로 각각 생각할 수 있으며,

$$I_0 = \begin{bmatrix} I \\ 0 \end{bmatrix}, \widetilde{P}_{12}(s) = \begin{bmatrix} P_{02}(s) \\ P_{12}(s) \end{bmatrix}, T_{zr} = \begin{bmatrix} T_{z_0 r} \\ T_{z_1 r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{02}(s) \\ P_{12}(s) \end{bmatrix} R_r \quad (10)$$

로 표시하는 경우 위의 두 가지를 결합하여 표현하면

$$E_r = \left\| (I_0 - \widetilde{P}_{12} R_r) \Gamma_r \right\|_\infty \quad (11)$$

으로 나타낼 수 있다.

## 3. 상태공간 계수를 이용한 공식 표현

이 절에서는 플랜트의 상태공간 모델  $P(s)$ 과  $\Gamma_r(s)$ 의 상태공간 모델이 다음과 같이 주어진 경우

$$\begin{bmatrix} P_{01}(s) & P_{02}(s) \\ P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F & G_1 G_2 \\ H_0 & J_{01} J_{12} \\ H_1 & J_{11} J_{12} \\ H_2 & J_{21} J_{22} \end{bmatrix}, \quad \Gamma_r(s) = \begin{bmatrix} F_r & G_r \\ H_r & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

$H_\infty$ 문제에 적용하여 보자. 그리고 제어기를 구하는 과정에서 계산상의 어려움을 해소하기 위해 앞 절에서 제시된 평가함수를 상태공간 계수로 바꾸어 보면<sup>[8, 9]</sup> (7)식의 상태공간 계수식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E_r &= \left\| (I_0 - \widetilde{P}_{12} R_r) \Gamma_r \right\|_\infty \\ &= \left\| \begin{bmatrix} F_r G_r \\ H_r 0 \end{bmatrix} - \left[ \begin{array}{cc|c} F_e & G_e H_N & G_e J'_e \\ 0 & F_d & G_d \\ \hline \widetilde{H}_1 - \widetilde{J}_{12} K_1 & \widetilde{J}_{12} R_1^{-1/2} H_N & \widetilde{J}_{12} R_1^{-1/2} J'_e \end{array} \right] \begin{bmatrix} F_d G_d \\ H_d J_d \end{bmatrix} \right\|_\infty \\ &\leq \|T_1 + T_1 D T_2\|_2^2 \end{aligned} \quad (13)$$

그리고 (13)식을 다시 LFT로 표시해보면

$$E_r = \|T_1 + T_2 D T_3\|_\infty = \|F_r(\begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & 0 \end{bmatrix}, D)\|_\infty \quad (14)$$

이 된다.  $\widetilde{H}_r = \begin{bmatrix} H_r \\ 0 \end{bmatrix}$ 인 관계인 경우 각각의 상태공간 모델은 다음과 같다.

$$P_t(s) = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_t | G_{t\tau} G_t \\ H_{t\tau} | J_{t\tau} J_t \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$D(s) = \begin{bmatrix} d_{11}(s) & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_{22}(s) & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_{nn}(s) \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} F_d | G_d \\ H_d | J_d \end{bmatrix} \quad (16)$$

따라서 전체 폐루프 시스템의 동적 방정식이

$$\begin{cases} \dot{x}_{cl} = F_{cl}x_{cl} + G_{cl}r \\ z = H_{cl}x_{cl} + J_{cl}r \end{cases} \text{로 표시될 때 각각에 대한 상태 공간 계수는 다음과 같이 표시할 수 있다.}$$

$$\begin{bmatrix} F_d | G_d \\ H_d | J_d \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} F_t + GJ_dH_t & G_dH_d \\ G_dH_t & F_d \\ \hline H_{t\tau} + J_{t\tau}H_t & J_{t\tau}H_d \\ \hline J_{t\tau} & J_{t\tau}J_d \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} F_t &= \begin{bmatrix} F_r & 0 & 0 \\ 0 & F_e & G_eH_N \\ 0 & 0 & F_\Delta \end{bmatrix}, \quad G_{t\tau} = \begin{bmatrix} G_r \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad G_{t\tau} = \begin{bmatrix} 0 \\ -G_eJ_e' \\ -G_\Delta \end{bmatrix} \\ H_t &= [H_r \quad \widetilde{H}_1 - \widetilde{J}_{12}K_1 \quad \widetilde{J}_{12}R_1^{-1/2}H_N], \quad H_t = [H_r \quad 0 \quad 0] \\ J_{t\tau} &= [0], \quad J_{t\tau} = [-\widetilde{J}_{12}R_1^{-1/2}J_e], \quad J_{t\tau} = [0], \quad J_t = [0] \end{aligned} \quad (18)$$

### III. 유전 알고리즘을 이용한 비결합 $H_\infty$ 제어기 설계

#### 1. 비결합 $H_\infty$ 제어기 설계

식(11)의 폐루프 시스템에 유전 알고리즘을 적용하여 비결합  $H_\infty$  제어기를 설계하는 경우 자유 매개 변수 부분인  $F_d, G_d, H_d, J_d$ 의 형태는 미리 정해진다. 그런데  $D(s)$ 가 비결합 제어기 형태인 정방의 대각 행렬이 되기 위해서는 구조적으로 이를 보장해 주어야 한다. 따라서  $D(s)$ 의 상태공간행렬  $F_d, G_d, H_d, J_d$ 는 다음과 같이 설정하였으며,  $F_d$ 의 탐색 범위는 음의 구간으로 제한하여 폐루프 시스템의 안정화 조건이 항상 만족되도록 하였다.

$$F_d = \begin{bmatrix} f_1 & 0 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & f_2 & 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & f_{n-1} & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 0 & f_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

여기서  $f_1, f_2, \dots, f_n < 0$ 인 임의의 상수

$$G_d = \begin{bmatrix} g_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & g_2 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & g_{n-1} & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & g_n \end{bmatrix}, \quad H_d = \begin{bmatrix} h_1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & h_2 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & h_{n-1} & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & h_n \end{bmatrix} \quad (20)$$

유전 알고리즘 적용에<sup>[10]</sup> 필요한 염색체를 형성하는 변수들은 (19), (20)과 같으며 이들은 2진수의 정해진 다음의 비트 수로 나열된다.

$$S_q = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_n \ g_1 \ g_2 \ \cdots \ g_n \ h_1 \ h_2 \ \cdots \ h_n] \quad (21)$$

위와 같이 염색체들을 일정한 수로 만들어 적합도 함수를 평가하여 가장 높은 적합도 값을 가지는 (21)의 염색체가  $F_d, G_d, H_d$ 를 구성하는 인자가 된다.

$$Fitness = -\|E_r\|_\infty \quad (22)$$

### IV. 적용 예제

예제는 그림 2의 시스템에서 비결합 제어기  $R_r(s) = P_{02}^{-1} \Delta L \Delta R D$ 를 구하는 과정을 유전 알고리즘을 이용하여 구하는 방법을 예시하였다. 먼저 가정 3~7의 조건이 모두 성립하므로 위에서 정의한 상태공간 계수식을 적용할 수 있으며, 먼저 식(1)의 시스템 전달행렬을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} z_0 \\ z_1 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & P_a(s) \\ 0 & I \\ I & P_a(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega \\ u \end{bmatrix} \quad (23)$$

그림 2에서 플랜트  $P_a(s)$  와  $\Gamma_r(s)$ 은 다음과 같다. 여기서 플랜트  $P_a(s)$ 는 3, 4에 극점을 가지는 불안정한 시스템임을 알 수 있다.

$$\begin{aligned} P_a(s) &= \begin{bmatrix} \frac{s-1}{s-3} & \frac{s^2-3s+2}{(s-3)(s-4)} \\ \frac{1}{s-3} & \frac{(s^2-8)}{(s-3)(s-4)} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} F_a | G_a \\ H_a | J_a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 4 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \Gamma_r(s) &= \begin{bmatrix} \frac{1}{s+5} & 0 \\ 0 & \frac{1}{s+5} \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} -5 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (24)$$

이와 같이 주어지는 경우 시스템의 전달 함수를 상태공간 계수로 표시하면 아래와 같이

$$H(s) = \begin{bmatrix} F | G_1 G_2 \\ H_0 | J_{01} J_{02} \\ H_1 | J_{11} J_{12} \\ H_2 | J_{21} J_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_d | 0 G_d \\ H_d | 0 J_d \\ 0 | 0 I \\ H_d | I J_d \end{bmatrix} \quad (25)$$

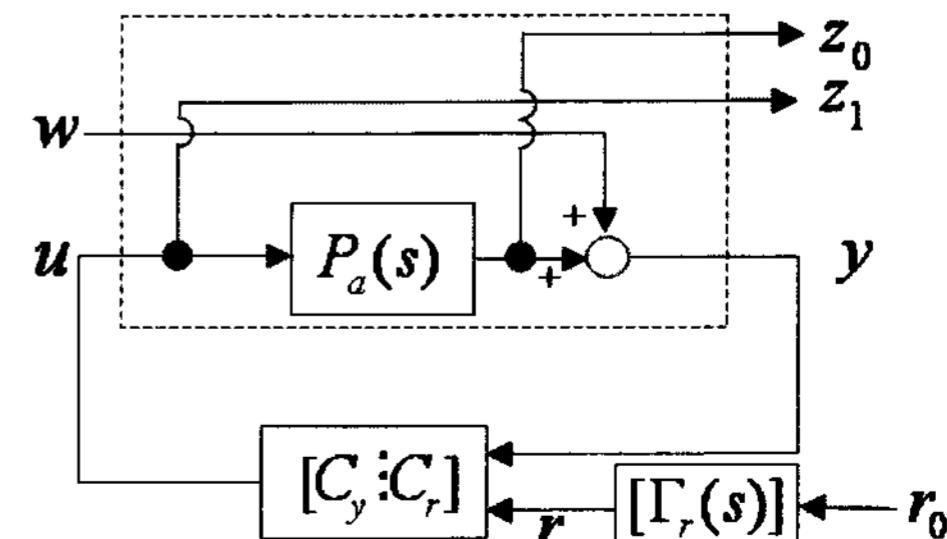


그림 2. 비결합 제어기 적용 예제

Fig. 2. The example for a decoupling controller design.

이 되고,  $J_{02} = J_a \neq 0$  임을 알 수 있다. 그러면 비결합 제어기를 구하기 위해서 (25)식에서 구한 표준모델의 상태공간 계수를 평가함수에 적용하여  $H_2$ 표준형으로 표현하면 (18)식과 같은  $F_t, G_t, G_{tr}, H_{tz}, H_t, J_{tzr}, J_{tz}, J_{tr}, J_t$ 에 대한 각각의 상태공간 계수 값을 얻을 수 있다.

$$F_t = \begin{bmatrix} -5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -4.44089e-16 & 1.04266e-15 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & -2 & -1.78742e-15 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

$$G_{tr} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$G_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -6.00000e-1 & -7.99999e-1 \\ 1.59999e+0 & -1.20000e+0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H_t = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$$

$$H_{tz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -2 & -4.44089e-16 & 1.04266e-15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -8.93712e-16 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 2 & 1.93637e-15 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -3 & -8.93712e-16 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J_{tzr} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_{tz} = \begin{bmatrix} -1 & 1.11022e-16 \\ 0 & -9.99999e-1 \\ -1 & 9.99999e-1 \\ 0 & -9.99999e-1 \end{bmatrix},$$

$$J_{tr} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad J_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

이 시스템에 대하여 최적  $H_\infty$  제어기를 적용할 경우 전체 전달 행렬  $\|E_r\|_\infty$ 의  $H_\infty$  노음값은 0.2000이 나왔고, 비결합  $H_\infty$  제어기를 유전알고리즘을 이용하여 구하는 경우  $H_\infty$  노음값은 0.2003이 되었다. 증가분은 비결합 제어기의 대각화에 대한 제한사항으로 분석된다. 따라서 비결합 제어기  $R_r(s) = P_{02}^{-1} \Delta_L \Delta_R D$ 에 필요한  $\Delta_L(s), \Delta_R(s), D(s)$  값을 구하면 그 결과는 다음과 같다.

$$\Delta(s) = \Delta_L(s) \Delta_R(s) = \begin{bmatrix} \frac{s-1}{s+1} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (27)$$

이 때 비결합 제어기의 자유 매개변수  $D(s)$ 를 구성하는 상태공간 계수 중  $J_d = 0$  을 제외한  $F_d, G_d, H_d$ 를 구하기 위해 공학용으로 널리 쓰이는 Matlab의 GA Toolbox<sup>[11]</sup> 이용하였다. 여기서 사용되는 유전 연산자의 값과 탐색을 위한 파라미터값들은 여러 번의 조종을 거

쳐 다음과 같이 선정하였으며 정해진 세대수를 평균 10회 반복하여 탐색을 실시하였다.

- 모집단의 수 : 100, 세대 수 : 50

교배 확률 : 0.3, 돌연변이 확률 : 0.01

- 각 변수의 탐색 구간

$-250 \leq F_d \leq -0.01, -125 \leq G_d \leq 125, -125 \leq H_d \leq 125$

- 탐색 시 정밀도

$$\frac{\text{탐색구간의 상한} - \text{탐색구간의 하한}}{2^{\text{비트수}}} = \frac{250}{2^{12}} = 0.0610$$

$S_q = [-90.69 \ -236.33 \ 5.9365 \ -0.0991 \ 0.622 \ -1.3822]^T$  나왔다. 이것을 대각의 전달함수 행렬로 구현하면 다음과 같으며, 그림 3은 모의실험 결과이다.

$$D(s) = \begin{bmatrix} \frac{3.6931s + 872.7895}{s^2 + 327.02s + 21432.7677} & 0 \\ 0 & \frac{0.1369s + 12.4224}{s^2 + 327.02s + 21432.7677} \end{bmatrix} \quad (28)$$

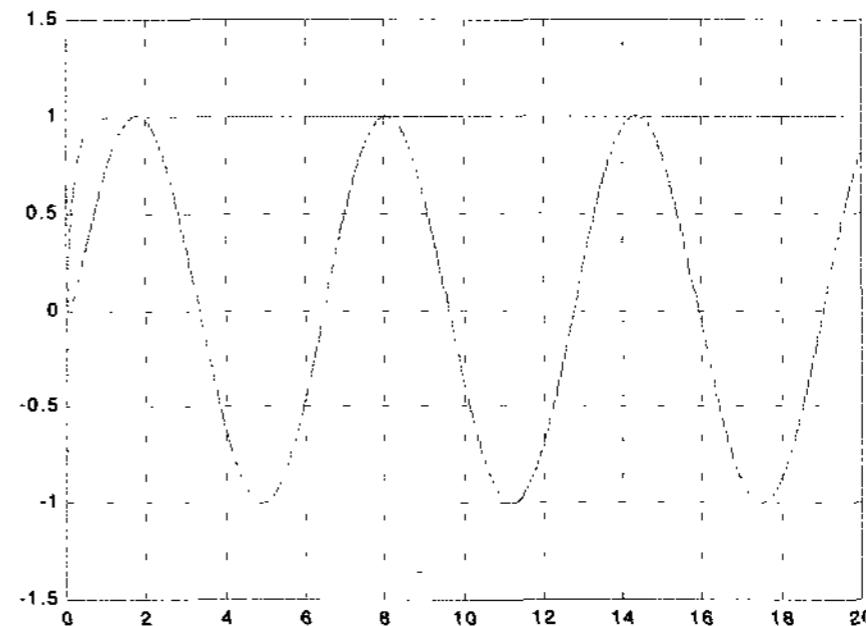


그림 3.  $r_{01}$ 에 사인함수,  $r_{02}$ 에 단위 계단함수를 인가했을 때의 플랜트 출력  $z_{01}, z_{02}$ 의 파형

Fig. 3. Plant output when applying sine function to input1 and unit step function to input2.

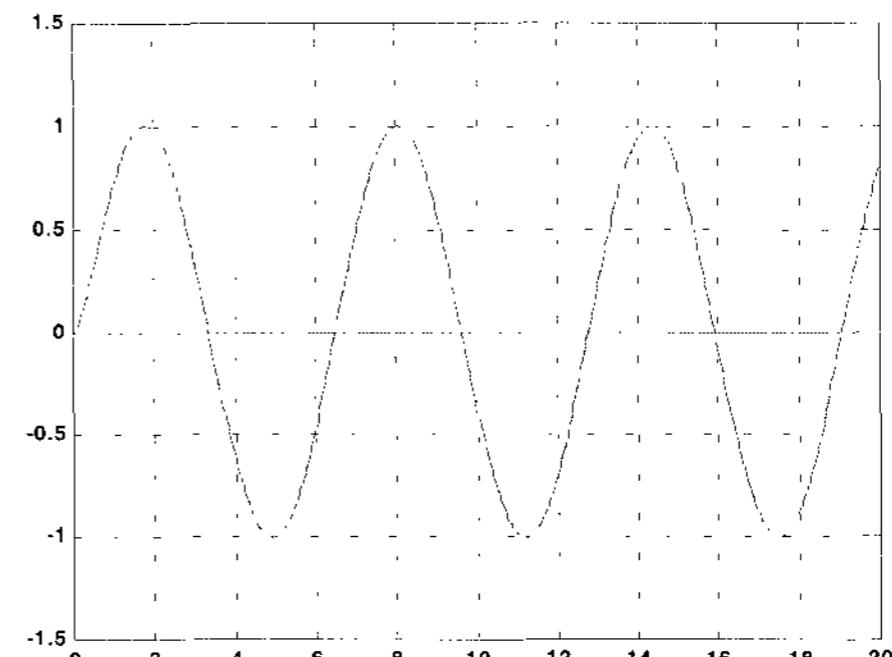


그림 4.  $r_{01}$ 에 사인함수,  $r_{02}$ 에 0 함수를 인가했을 때의 플랜트 출력  $z_{01}, z_{02}$ 의 파형

Fig. 4. Plant output when applying sine function to input1 and 0 function to input2.

모의실험 결과를 분석해 보면, 그림 3은  $r_{01}$ 에는 사인함수를 인가하고,  $r_{02}$ 에는 단위 계단함수를 인가한 경우, 그림 4는  $r_{01}$ 에는 사인함수를 인가하고,  $r_{02}$ 에는 0 함수를 인가한 경우 이에 대응되는 각각의 출력채널  $z_{01}, z_{02}$ 의 파형을 나타낸 것이다. 그림에서 보는 바와 같이 각각의 입력채널이 서로 다른 출력채널에 영향을 미치지 않는 것을 알 수 있다. 따라서 적용된 비결합 제어기는 주워진 시스템의 비결합 조건을 잘 만족하면서 입력신호를 추종함을 알 수 있다.

## V. 결 론

본 논문에서는 기준 입력을 별도로 고려할 수 있는 2 자유도 구조의 표준 플랜트 모델을 채택하여 비결합 조건뿐만 아니라 제어계의 강인성능을 동시에 고려할 수 있는 정방 비결합  $H_{\infty}$  제어기 설계문제를 다루었다. 이 경우 기존에 설계된 비결합 제어기는 주파수 영역에서의 전달함수형태를 이용하기 때문에 제어기를 설계하는 과정에서 발생되는 스펙트럼 인수화, 부분분수 전개와 극점-영점 상쇄와 같은 계산상의 어려운 점을 해결하기 위해서 비결합 제어기를 상태공간 계수식으로 표현하였다.

이렇게 표현된 상태공간 계수 중에서 비결합 제어기를 구성하는 자유매개전달 함수  $D(s)$ 의 상태공간계수  $F_d, G_d, H_d$ 를 유전알고리즘을 이용하여 구하였다. 설계된 비결합 제어기는 모의실험을 통하여 그 효용성을 입증할 수 있었다.

## 참 고 문 헌

- [1] C. A. Desoer and A. N. Gündes, "Decoupling linear multiinput-multioutput plants by dynamic output feedback: An algebraic theory", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 31, no. 8, pp. 744-750, 1986.
- [2] J. J. Bongiorno, Jr., "On the design of optimal decoupled two-degree-freedom multivariable feedback control systems", in *Proc. Conf. Decision Contr.*, pp. 591-592, Ft. Lauderdale, FL, Dec., 1985.
- [3] H. P. Lee and J. J. Bongiorno, Jr., "Wiener-Hopf design of optimal decoupled multivariable feedback control systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 38, no. 12, pp. 1838-1843, Dec., 1993.
- [4] H. P. Lee, "Wiener-Hopf design of decoupled multivariable feedback control systems", Ph. D. dissertation, Polytechnic University, Farmingdale, New York, 1992.
- [5] K. Park and J. J. Bongiorno, Jr., "A general theory for the Wiener-Hopf design of multivariable control systems", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. 34, pp. 619-626, 1989.
- [6] D. C. Youla, H. Jabr, and J. J. Bongiorno, Jr., "Modern Wiener-Hopf design of optimal controllers-part II ; The multivariable case", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. AC-21, no. 3, pp. 319-338, June, 1976.
- [7] D. C. Youla and J. J. Bongiorno, Jr., "A feedback theory of two-degree-of-freedom optimal Wiener-Hopf Design", *IEEE Trans. on Automatic Control*, vol. AC-30, no. 7, pp. 652-665, July, 1985.
- [8] 박기현, "비결합 제어 시스템의 위너-호프 설계와 상태공간 계산 공식", Report SKK-CAL-99-02, 1999.
- [9] 강기원, "선행 행렬 부등식을 이용한 비결합 제어기의  $H_{\infty}$ 설계", 공학박사학위 논문, 성균관대학교, 1999.
- [10] Zbigniew Michalewicz, "Genetic Algorithms + Data Structure = Evolution Programs", Springer-Verlag, 1995.
- [11] Andrew F. Potvin, "Genetic Algorithm Toolbox", The MathWorks, Inc., 1994.

---

## 저 자 소 개



이 종 성(정회원)

1990년 성균관대학교 전기공학과 졸업(공학사).

1996년 성균관대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학석사).

2000년 성균관대학교 대학원 전기공학과 졸업(공학박사).

2001년~현재 부천대학 전자과 조교수.

<주관심분야 : 강인제어, 최적제어, 지능제어>