한국초등수학교육학회지 9(2), 161-180. Journal of Elementary Mathematics Education in Korea 9(2), 161-180.

초등학교 수학 교과서에 나타난 삼각형과 사각형의 넓이 지도 방법에 대한 분석

김 신 영[1] · 강 완[2]

제7차 수학과 교육과정의 6개 영역 중 측정 영역은 수학의 실용적 가치의 측면에서 강조되고 있다. 이 중 삼각형과 사각형의 넓이 지도는 통합적인 수학적 능력이 요구되고, 측정 영역의 후속 단계 학습의 기초가 되므로 중요한 교수학적 의미를 가진다. 따라서 본 연구에서는 우리나라 제1차 교육과정에서부터 제7차 교육과정에 따른 초등학교 수학 교과서에 나타난 삼각형과 사각형의 넓이 지도 방법을 ① 넓이의 개념과 ② 삼각형과 사각형의 넓이 공식으로 나누어 범주를 구성하고, 지도 시기 및 지도 순서와 지도 방법을 교수학적 변환의 관점에서 분석하였다.

[주제어] 초등학교 수학 교과서, 교수학적 변환, 삼각형과 사각형의 넓이, 수학과 교육과정

Ⅰ. 서 론

제7차 수학과 교육과정은 1997년 12월에 고시되어 현재 초등학교 전 학년에서 시행되고 있다. 제7차 수학과 교육과정의 내용 영역은 수와 연산, 도형, 측정, 확률과 통계, 문자와 식, 규칙성과 함수의 6개 영역으로 구성되어 있다. 이 중에서 측정 영역은 수학의 실용적 가치의 측면에서 점점 강조되고 있다. 측정 영역 중에서 도형의 넓이를 구하는 것은 예부터 실질적인 필요에 의해서 탐구되어 왔다. 이는 기하학의 어원에서도 살펴볼 수 있다. 기하학은 영어로 geometry라 하는데 이는 그리스어의 geometrein으로부터 유래된 것이다. 'geo' 는 땅을, 'metrein' 은 측정을 뜻한다.

도형의 넓이를 구하기 위해서는 수와 연산, 도형, 측정 영역에 대한 통합적인 수학적 능력을 갖추고 있어야 한다. 도형의 넓이 구하는 방법을 지도하는 일에는 사칙연산, 도형의 분할과 합성, 단위 환산 등 수학의 거의 모든 기능이 고루 활용되므로 도형의 넓이 구하는 공식은 매우 중요한 교수학적 의미를 가지고 있다(강완, 2001, p.38). 따라서 삼각형과 사각형의 넓이 지도 방법의 변화를 살펴보는 일은 앞으로 초등 수학 지도 내용과 방법의 개선을 위해 의미있는 일이라고 할 수 있다.

우리나라의 교육과정은 현재 제7차 교육과정이 시행되고 있으므로, 지금까지 교육과정의 개편에 따라 개정된 교과서를 통해 삼각형과 사각형의 넓이 지도 방법의 변화를 살펴보고 이를 바탕으로 교수학적으로 효과적인 방안을 모색해보는 것이 필요하다.

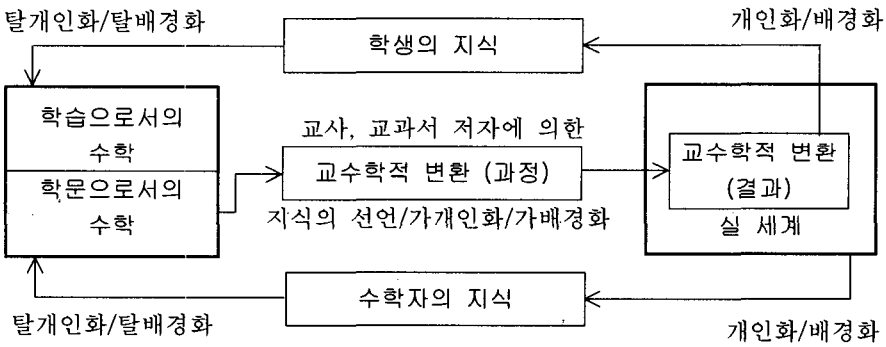
1) [제1저자] 서울 역촌 초등학교.
2) 서울 교육 대학교 수학교육과.

본 연구는 제1차 교육과정에서 제7차 교육과정까지의 우리나라 초등학교 수학 교과서에 나타난 삼각형과 사각형의 넓이 지도 방법의 변화를 교수학적 변환의 관점에서 살펴보고, 앞으로의 나아갈 방향을 모색해 보는 것을 목적으로 한다.

Ⅱ. 이론적 배경

1. 교수학적 변환론

Chevallard(1985)는 교육적 의도에 의한 지식의 변형을 '교수학적 변환(didactic transposition)' 이라고 칭하였다. 교수학적 변환론(didactic transposition theory)은 지식의 대부분이 가르치기 위해서가 아니라, 사용하기 위해서 고안된 것이라는 주장에 근거한다. 교수학적 변환이란 학문적 지식을 가르칠 지식으로 변환하는 것, 쓰여질 도구로서의 지식으로부터 가르치고 배울 지식으로의 변환을 말한다. 따라서 교육적 의도를 가진 지식의 변형은 어느 것이나 교수학적 변환이라고 할 수 있다(강완, 1991, p.72). 교수학적 변환을 둘러싼 수학적 지식의 흐름은 다음과 같이 도식화될 수 있다.



<그림 1> 교수학적 변환의 도식(강완, 1991, p.82)

교수학적 변환을 고안하거나 관찰할 때에 언제나 신중히 고려하여야 할 현상을 네 가지로 분류할 수 있다. 먼저, 개인화, 배경화의 과정과 관련하여 메타-인지적 이동(meta-cognitive shift)과 형식적 고착(formal abidance)이 있다. 메타-인지적 이동은 가상적 학생의 개인화, 배경화의 과정을 지나치게 강조한 결과이고, 형식적 고착은 그 중요성을 과소평가한 결과이다. 학생의 탈개인화, 탈배경화와 관련하여 고려하여야 할 두 가지 극단적 현상은 토파즈 효과(Topaze effect)와 죠르단 효과(Jourdain effect)이다. 토파즈 효과는 학생의 탈개인화, 탈배경화의 과정을 간과한 방편적 조치의 결과이고, 죠르단 효과는 그 과정을 과대평가한 결과이다(강완, 1991, p.83).

2. 측정 영역 내용 체계에서의 삼각형과 사각형의 넓이 지도

삼각형과 사각형의 넓이 지도는 제7차 수학과 교육과정의 영역 중 측정 영역에 해당한다. 초등학교에서 삼각형과 사각형의 넓이 지도는 5-가 단계와 5-나 단계에서 지도된다.

이것은 6-가 단계의 직육면체의 겉넓이와 부피, 6-나 단계의 원주율과 원의 넓이, 원기둥의 겉넓이와 부피의 학습에 기초가 된다. 나아가 7-나 단계에서 학습하게 되는 부채꼴의 넓이와 입체도형의 겉넓이와 부피와도 관련된다. 그러므로 삼각형과 사각형의 넓이는 중학교 이후 학습하게 될 피타고라스 정리를 포함한 기하학적 명제에 관련되어 있으며, 또 3차원 양인 부피의 학습으로 이어진다(정동권, 2001, p.3)는 점에서 초등학교 측정 영역에서 큰 비중을 차지하는 지도 내용이라고 볼 수 있다.

Ⅲ. 연구 방법

1. 연구 방법

본 연구는 교과서 안에서의 교수학적 변환을 연구하는 것에 그 목적이 있으므로, 현상학적 기술(phenomenological description)에 따른 연구 방법을 이용하였다.

2. 연구 절차

가. 자료의 선정 및 수집

우리나라의 초등학교 수학 교과서는 1종 국정교과서 방식을 따르고 있으므로 본 연구에서는 제1차 교육과정에서 제7차 교육과정에 해당하는 초등학교 수학 교과서가 연구 자료가 된다. 제1차 교육과정에서 제7차 교육과정의 초등학교 수학 교과서를 대상으로 넓이와 관련된 교과서를 수집하였다.

나. 교과서 내용 분석 및 기술

교과서 내용 분석 및 기술의 단계는 두 단계로 이루어졌다. 첫째, 수집된 교과서의 내용을 살펴봄으로써 넓이를 지도하기 위한 교수-학습 활동 단위를 추출하였다. 추출된 단위로는 넓이의 비교와 넓이의 측정, 표준단위의 도입, 직사각형의 넓이 공식, 정사각형의 넓이 공식, 삼각형의 넓이 공식, 평행사변형의 넓이 공식, 사다리꼴의 넓이 공식, 마름모의 넓이 공식, 일반적인 다각형의 넓이, 여러 가지 넓이의 단위와 단위 사이의 관계 등이 있다. 둘째, 추출된 단위에 따라 제1차 교육과정에서 제7차 교육과정에 따른 교과서의 내용을 분석하여 교과서의 행간에 적고 기술하였다. 기술한 자료를 바탕으로 비교 분석에 대한 관점을 마련하였다. 기술된 내용들의 용어를 통일하여 임시코드를 만든 후, 임시코드에 따라 제1차 교육과정에서 제7차 교육과정에 따른 교과서의 내용을 표로 작성하여 각 시기별 교과서의 공통점과 차이점, 변화 과정을 분석하였다.

다. 코드의 목록화 및 분류

임시코드를 목록으로 만들어 유사한 용어를 정리하였다. 목록은 임시코드, 교육과정, 학년과 학기, 교과서 쪽수, 기술된 내용을 항목으로 하였고, 가나다 순으로 코드별로 분류하였다.

라. 코드 정리 및 범주 구성

교수학적 변환에 비추어 유사하게 관련된 코드를 집합으로 구성하였다. 이 집합들을 다시 유사한 집합으로 분류하여 범주를 형성하였다. 본 연구에서는 넓이의 내용을

① 넓이의 개념(넓이의 비교와 넓이의 측정, 표준단위의 지도)

② 삼각형과 사각형의 넓이 공식(직사각형과 정사각형의 넓이 공식, 평행사변형의 넓이 공식, 삼각형의 넓이 공식, 사다리꼴의 넓이 공식, 마름모의 넓이 공식)

으로 나누어 범주를 구성하였다. 이를 통해 나타난 결과를 바탕으로 제1차 교육과정에서 제7차 교육과정에 따른 교과서의 지도 순서 및 지도 방법의 차이를 비교하였다. 가배경화 과정의 한 측면으로 지도 순서의 공통점과 차이점을 비교하였고, 가개인화 과정의 한 측면으로 지도 방법의 몇 가지 유형을 선정하여 각 시기별 교과서를 비교 분석하였다.

Ⅳ. 교과서 분석

1. 1차 교과서[3)]

제1차 교육과정은 1955년 8월에 공포되어 그 해부터 국민학교 전 학년에 걸쳐 시행되었다. 넓이와 관련된 내용은 4학년 2학기에 넓이의 비교, 넓이의 측정, 표준단위 1㎠, 직사각형의 넓이, 정사각형의 넓이, 표준단위 1㎡, 삼각형의 넓이, 평행사변형의 넓이, 마름모의 넓이에 대한 내용이 제시된다. 5학년 1학기에는 넓이의 단위 1㎢와 1a, 1ha와 그 관계에 대한 내용이 제시되며, 5학년 2학기에는 사다리꼴의 넓이, 정육각형의 넓이가 제시된다. 6학년 1학기에는 실생활에서 쓰이는 넓이의 단위인 1단과 1정, 평의 관계에 대한 내용이 제시된다.

1차 교과서는 삼각형과 사각형의 넓이 지도의 체계성이 부족하다. 넓이 지도에 해당하는 측정 영역과 도형 영역이 한 단원 안에 복잡하게 섞여 있다. 넓이 지도에 해당하는 지도 요소를 모두 갖추지 못하고 있고, 중복되어 제시되는 경우도 있다. 설명의 방법으로 지도 내용을 제시함으로써 넓이의 비교와 측정에 관한 경험을 학생들에게 제공하지 못한다. 다른 시기의 교과서에 비해 다양한 넓이 공식의 유도 방법이 제시되나, 학습의 계열을 고려하지 않고 제시된 방법이 있다.

2. 2차 교과서

제2차 교육과정은 1963년 2월에 공포되어 1964년 국민학교 1, 2학년부터 시행되었다. 4학년 2학기에 넓이의 비교, 넓이의 측정, 표준단위 1㎠, 직사각형의 넓이, 정사각형의 넓이, 표준단위 1㎡, 표준단위 1㎟, 삼각형의 넓이에 대한 내용이 제시된다. 5학년 1학기에는 넓이의 단위 1a와 1ha, 1㎢, 평행사변형의 넓이, 삼각형의 넓이, 사다리꼴의 넓이가 제시된다. 6학년 1학기에는 넓이의 단위 ㎢, ha, a, ㎡, ㎠의 관계가 단위 단원에서 제시된다.

2차 교과서는 1차 교과서에 비해 삼각형과 사각형의 넓이 지도 요소가 정선되어 배열되었다. 1차 교과서에 비해 설명이 논리적이며 체계적이기는 하지만, 여전히 학습자의 활동 제시가 없고 설명의 양이 많아 학습자에게 사고의 기회를 제공하지 않는다. 다른 시기의

3) 이하, 제1차 교육과정에 의해 개발된 교과서를 1차 교과서라고 부르며, 이후 교육과정에 의해 개발된 교과서도 2차 교과서, 3차 교과서, …라고 부르기로 한다.

교과서에서 볼 수 없는 지도 방법의 시도가 많으며, 공식 유도 과정의 설명이 절차 위주로 제시되었다.

3. 3차 교과서

제3차 교육과정은 1973년 2월에 공포되었고, 그 해 국민학교 1, 2학년부터 시행되었다. 4학년 2학기에 넓이의 비교, 넓이의 측정, 표준단위 1㎠, 직사각형의 넓이, 표준단위 1㎡, 삼각형의 넓이에 대한 내용이 제시된다. 5학년 2학기에는 평행사변형의 넓이와 사다리꼴의 넓이, 넓이의 단위 1a와 1ha, 1㎢, 6학년 2학기에는 정다각형의 넓이에 대한 내용이 제시된다.

3차 교과서는 생활 장면의 도입을 찾기 어려우며, 식의 사용이 많아진 것이 특징이다. 넓이 공식을 유도하는 과정에 대한 설명이 줄고, 식을 이용하여 넓이 공식이 유도된 과정을 제시하고 있다. 여전히 학습자의 활동과 사고의 기회가 제공되지 않으며 교과서에 의해 일방적으로 학습 요소가 제시되고 있다. 용어의 사용과 식의 제시에 있어 엄밀함을 나타낸다.

4. 4차 교과서

제4차 교육과정은 1981년 12월에 고시되어 1982년 국민학교 1, 2, 3학년부터 시행되었다. 4학년 2학기에 넓이의 비교, 넓이의 측정, 표준단위 1㎠, 직사각형의 넓이, 정사각형의 넓이, 표준단위 1㎡, 표준단위 1㎢, 삼각형의 넓이에 대한 내용이 제시된다. 5학년 1학기에는 평행사변형의 넓이, 높이가 외부에 있는 삼각형의 넓이, 사다리꼴의 넓이, 넓이의 단위 1a와 1ha와 다른 넓이 단위와의 관계에 대한 내용이 제시된다.

4차 교과서는 지도 요소에 따른 학습 주제가 제시되며, 학습 주제에 따른 학습 분량도 일정하게 배열되었다. 간단한 명령형 문장과 질문형 문장으로 설명이 줄었으며, 설명에 빈칸을 제시하여 빈칸 채우기형의 서술 방식을 이용한다. 넓이 공식의 유도에서는 다양성이 줄어든 대신 공식의 유도가 가장 간편하며 논리적인 방법을 사용하였다.

5. 5차 교과서

제5차 교육과정은 1987년 6월에 고시되었고, 1989년 국민학교 1, 2, 3학년부터 시행되었다. 4학년 1학기에 넓이의 비교, 넓이의 측정, 표준단위 1㎠, 직사각형의 넓이, 정사각형의 넓이, 표준단위 1㎡에 대한 내용이 제시된다. 4학년 2학기에는 삼각형의 넓이에 대한 내용이 제시된다. 5학년 1학기에는 평행사변형의 넓이, 높이가 외부에 있는 삼각형의 넓이, 사다리꼴의 넓이, 마름모의 넓이, 넓이의 단위 1a, 1ha, 1㎢와 그 관계에 대한 내용이 제시된다. 5차 교과서는 4차 교과서와 매우 유사한 내용과 순서 및 시기로 구성되었다.

6. 6차 교과서

제6차 교육과정은 1992년 9월에 고시되었고, 1995년 초등학교 1, 2학년부터 시행되었다. 4학년 2학기에 넓이의 비교, 넓이의 측정, 표준단위 1㎠, 직사각형의 넓이, 정사각형의 넓이, 표준단위 1㎡, 삼각형의 넓이에 대한 내용이 제시된다. 5학년 1학기에는 평행사변형의 넓이, 높이가 외부에 있는 삼각형의 넓이, 사다리꼴의 넓이, 마름모의 넓이, 넓이의

단위 1a, 1ha, 1㎢와 그 관계에 대한 내용이 제시된다. 6차 교과서는 5차 교과서와 매우 유사한 내용과 순서 및 시기로 구성되었다.

7. 7차 교과서

제7차 교육과정은 1997년 12월에 고시되었고, 2000년에 초등학교 1, 2학년부터 시행되었다. 5학년 가 단계에서 넓이의 비교, 넓이의 측정, 표준단위 1㎠, 직사각형의 넓이, 정사각형의 넓이, 표준단위 1㎡, 평행사변형의 넓이, 삼각형의 넓이에 대한 내용이 제시된다. 5학년 나 단계에서는 사다리꼴의 넓이, 마름모의 넓이, 넓이의 단위 1a, 1ha, 1㎢와 그 관계에 대한 내용이 제시된다.

7차 교과서는 학습 내용이 정선되어 중복되는 지도 요소가 없다. 학습자의 활동과 사고의 기회를 제공하는 방향으로 교과서가 기술되었으며, 생활 소재를 도입하여 수학적 지식의 활용을 위한 가개인화와 가배경화가 이루어졌다. 넓이 공식의 지도 순서상의 가장 큰 특징은 삼각형의 넓이 공식의 지도 전에 평행사변형의 넓이 공식의 지도가 이루어진다는 점이다. 이것으로 넓이 공식의 지도 요소가 중복됨이 없이 체계성을 갖추게 되었다.

V. 분석 결과에 대한 논의

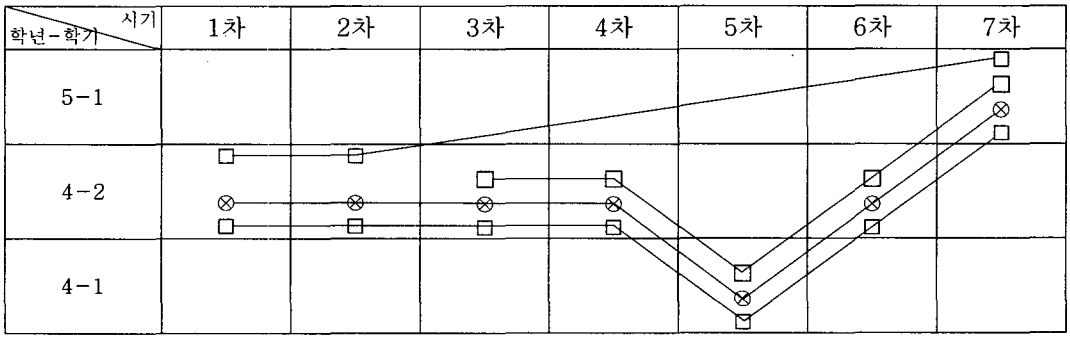
1. 지도 시기 및 지도 순서

가. 넓이의 개념

넓이의 개념 지도는 1차, 2차, 3차, 4차, 6차 교과서는 4학년 2학기에, 5차 교과서는 4학년 1학기에 제시된다. 7차 교과서는 가장 늦은 5학년 가 단계에 제시된다.

넓이의 개념 지도는 직접비교, 간접비교, 임의단위에 의한 측정, 표준단위에 의한 측정의 네 가지 지도 요소로 이루어지며, 언급된 순서대로 지도된다. 1차에서 7차 교과서는 제시된 지도 요소의 수에는 차이가 있으나, 이와 같은 지도의 순서를 따르고 있다. 임의단위에 의한 측정이 3차 교과서 이후 등장하며, 표준단위에 의한 측정이 1차, 2차, 7차 교과서에서만 볼 수 있다는 점이 각 시기별 교과서의 차이점이다.

[표 1] 넓이의 개념 지도 시기 및 순서



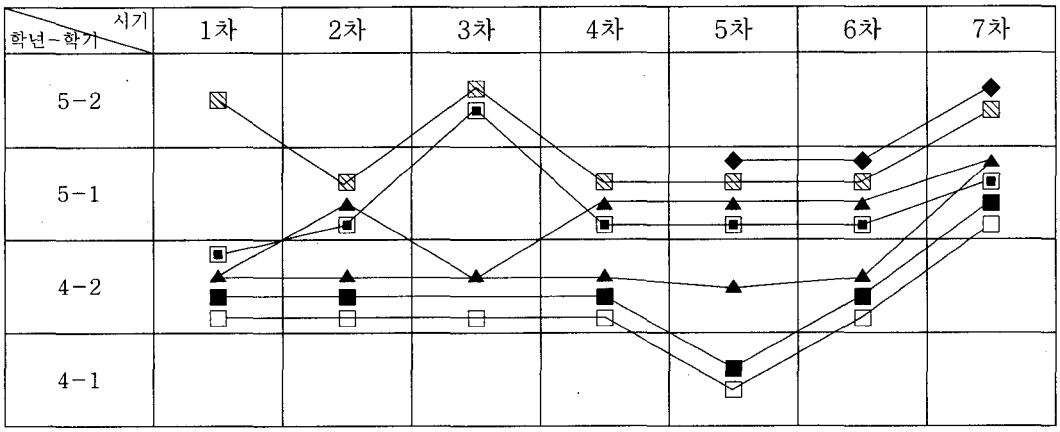
□: 직접비교 ⊗: 간접비교 □: 임의단위에 의한 측정 □: 표준단위에 의한 측정

넓이의 개념 지도의 순서에는 큰 차이가 없지만, 네 가지 지도 요소는 1차에서 6차 교과서까지는 확실히 구분되지 않는다. 7차 교과서에서 비로소 네 가지 지도 요소가 명확하게 제시되고 있다. 그러므로 7차 교과서에서 넓이의 개념 지도에 대한 지도 요소의 체계가 형성되었다고 볼 수 있다. 즉 넓이의 개념 지도의 시기와 순서는 적절하게 제시되어 왔지만, 지도 요소의 체계에 따른 지도 순서는 7차 교과서에서 확립되었다고 볼 수 있다.

나. 삼각형과 사각형의 넓이 공식

삼각형과 사각형의 넓이 공식의 지도는 삼각형의 넓이 지도와 평행사변형의 넓이 지도 중 어느 것을 먼저 지도하느냐에 따라 도형의 넓이 지도의 순서가 달라진다([표 2] 참조). 또한 마름모의 넓이 공식은 5차 교과서에 이르러 넓이 공식의 지도 요소로 포함되었다. 마름모의 넓이 공식은 넓이 공식 중 유일하게 대각선을 이용하므로 지도할 가치가 있다.

[표 2] 도형의 넓이 공식의 지도 시기 및 순서



□: 직사각형의 넓이 ■: 정사각형의 넓이 ▲: 삼각형의 넓이
▣: 평행사변형의 넓이 ▨: 사다리꼴의 넓이 ◆: 마름모의 넓이

삼각형의 넓이 지도를 직각삼각형, 내부높이삼각형, 외부높이삼각형의 넓이로 구분하면 [표 3]과 같다. 4차 교과서에서 외부높이삼각형을 통한 넓이의 지도가 제시된다. 외부높이삼각형을 통한 삼각형의 넓이 공식은 삼각형의 외부에서 높이를 찾아낼 수 있어야 하므로, 학생들의 배경화와 개인화 과정이 어렵다. 그러므로 이전 교과서에서 외부높이삼각형을 통한 넓이 공식의 지도가 제시되지 않음으로 추정할 수 있다.

1차에서 3차 교과서까지 등장하지 않았던 외부높이삼각형의 넓이 지도를 4차 교과서에서 지도 요소로 추가할 때, 논리적 사고 단계에 따른 도형의 넓이 구하는 순서에 따라 기존에 제시되었던 내부높이삼각형과 평행사변형의 넓이 공식 이후로 외부삼각형의 넓이 지도를 추가한 것으로 생각된다. 하지만 이 지도 순서는 삼각형의 넓이 공식을 중복하여 지도하게 된다. 7차 교과서는 평행사변형의 넓이 공식의 지도 후에 삼각형의 넓이 공식을 지도함으로써 내부높이삼각형과 외부높이삼각형의 지도 요소를 분리하지 않고 통합하였으며, 이것으로 삼각형의 넓이 공식의 지도가 중복되지 않게 되었다.

[표 3] 삼각형의 넓이 지도 시기 및 순서

학년-학기 \ 시기	1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
5-2			▣				
5-1		◿ ▣		⋈ ▣	⋈ ▣	⋈ ▣	◀ ⋈ ▣
4-2	▣ ◀ ◿	◀ ◿	◀ ◿	◀ ◿	◀ ◿	◀ ◿	

◿: 직각삼각형의 넓이 ◀: 내부높이삼각형의 넓이
⋈: 외부높이삼각형의 넓이 ▣: 평행사변형의 넓이

2. 지도 방법

가. 넓이의 개념

(1) 넓이의 비교

넓이의 비교 지도는 직접비교의 경험을 제시하는 방향으로 변화되었다([표 4] 참조).

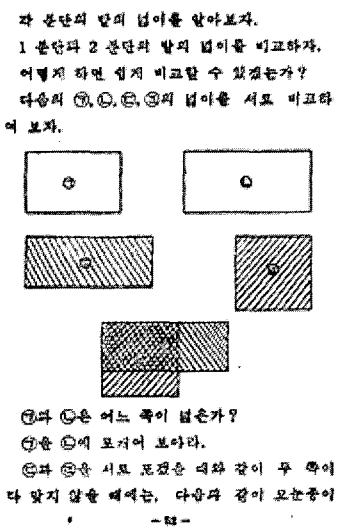
[표 4] 넓이의 비교 지도 방법

방법 \ 교육과정		1차		2차		3차		4차		5차		6차		7차	
		직접비교	간접비교[4]	직접비교	간접비교	직접비교	간접비교	직접비교	간접비교	직접비교	간접비교	직접비교	간접비교	직접비교	간접비교
한 변이 같은 두 직사각형 제시		○		○		○									
두 변이 다른 두 직사각형 제시			○		○		○	○	○	○	○	○	○	○	○
직사각형 만들기			○											○	○
두 직사각형 겹친 그림 제시		○	○		○	○	○	○	○		○	○	○		
직접비교 활동	직접 겹치기			○				○	○			○		○	○
	목측			○		○	○			○					
	설명	○			○	○	○								
	비교 결과 질문							○	○					○	○
	비교 결과 근거 질문													○	○
생활 장면의 도입		○		○		○								○	

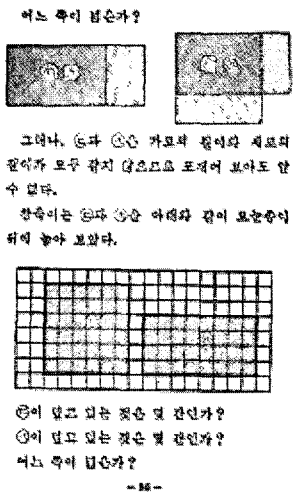
1차 교과서에서 3차 교과서까지는 넓이의 비교를 한 변이 같은 두 직사각형을 제시하여 비교함으로써 1차원의 양인 길이에 의존함을 알 수 있다. 또한 2차 교과서의 '㉢과 ㉣을 서로 포갰을 때와 같이 두 쪽이 다 맞지 않을 때에는' 과 3차 교과서의 '그러나, ㉢과

4) 직접비교를 통해 넓이의 비교가 되지 않는 경우로, 간접비교의 필요성을 의미하는 내용을 말한다.

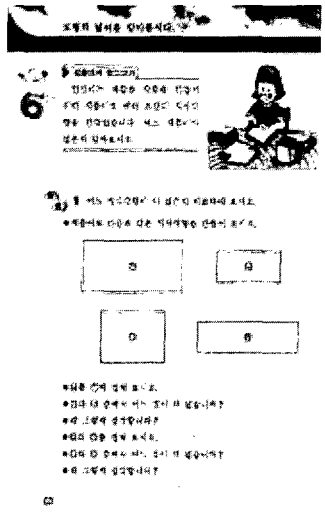
㉣은 가로의 길이와 세로의 길이가 모두 같지 않으므로 포개어 보아도 알 수 없다.' 를 보면, 넓이의 비교를 길이의 비교에 의존하고 있음을 알 수 있다(<그림 2>, <그림 3> 참조).



<그림 2> 2차 4-2 52쪽



<그림 3> 3차 4-2 56쪽



<그림 4> 7차 5-가 88쪽

4차 교과서 이후는 2차원 양의 비교를 제시한다. 그러나 두 비교 대상의 넓이의 겹친 그림을 제시하여 직접비교의 기회를 막고 넓이 비교의 방법을 정형화한다. 7차 교과서는 겹친 그림의 제시 없이 직접비교의 경험을 제공하며 활동을 통한 넓이의 개념 지도에 중점을 둔다(<그림 4> 참조).

(2) 임의단위에 의한 측정

3차에서 6차 교과서의 임의단위에 의한 측정은 표준단위인 1㎠와 비슷한 크기를 단위넓이로 제시하여 표준단위인 1㎠를 도입하기 위한 교수학적 요소의 성격이 강하다. 반면 7차 교과서는 임의단위를 달리하여 측정하는 경험을 제공함으로써 같은 영역의 넓이도 측정 단위에 따라 측도가 달라짐을 인식하도록 한다. 그러므로 7차 교과서에서 본격적인 임의단위에 의한 측정이 제시된 것으로 볼 수 있다(<그림 5> 참조).

[표 5] 임의단위와 표준단위에 의한 측정에 사용된 도형

교육과정 / 방법	1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
임의단위에 의한 측정			모눈종이	직사각형	직사각형	1㎠보다 작은 정사각형	이등변 삼각형
표준단위에 의한 측정	1㎠인 정사각형	1㎠인 정사각형					1㎠인 정사각형

나. 삼각형과 사각형의 넓이 공식

(1) 직사각형의 넓이 공식

1㎠인 정사각형의 개수를 세는 것은 1차 교과서에서 6차 교과서까지 1㎠인 정사각형이 몇 개씩 몇 줄이 있다는 것을 이용하여 거의 유사한 방법으로 설명되나, 1㎠인 정사각형의 개수를 구하는 식과 직사각형의 넓이 공식과의 관계에 대한 설명은 차이점이 있다([표 6] 참조).

[표 6] 직사각형의 넓이 공식 지도 방법

방법 \ 교육과정		1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
직사각형 그림 제시		○	○	○	○	○	○	
직사각형 그림 그리기								○
1㎠가 a개씩 b줄		○		○	○	○	○	
단위넓이 1㎠의 ab 배			○	○	○	○	○	
식 제시	1㎠×a×b=ab㎠	○						
	a×b=ab. ab㎠	○	○	○				
	a×b=ab(㎠)		○	○		○	○	
	ab㎠=a㎝×b㎝				○			
가로, 세로의 길이와 연관한 설명			○	○				
넓이 구하는 방법 예상, 말하기								○
공식 제시		○	○	○	○	○	○	○
단위를 포함한 식 설명			○	○				

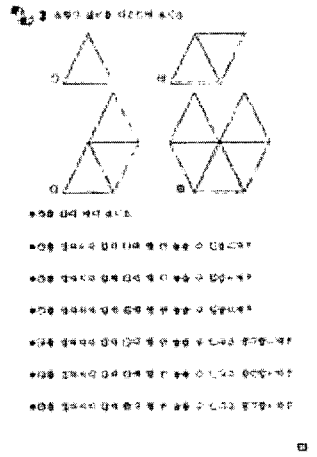
1차, 4차, 5차, 6차 교과서는 단위넓이 1㎠의 개수를 세는 방법에서 1㎠가 a 개씩 b 줄이 있음을 이용하여 곱셈식 a×b=ab를 이용하여 넓이를 구한 뒤, 직사각형의 넓이 공식을 제시하기 전에 다른 설명을 하지 않았다. 하지만 2차와 3차 교과서는 1㎠의 개수를 세는 곱셈식 a×b=ab와 직사각형의 가로와 세로의 길이의 측도와의 관련성을 표시하였다 (<그림 6> 참조).

단위넓이 1㎠의 개수를 세는 것은 2차원의 양인 넓이를 이용하여 넓이를 측정하는 직접측정의 과정이지만, 직사각형의 가로와 세로의 길이를 곱하는 넓이의 공식은 길이의 측도를 이용하는 간접측정의 과정이다. 직접측정에서 간접측정으로 넓이의 측정 관점이 변하는 과정에 대한 설명은 2차, 3차 교과서에만 제시되어 있다. 이것은 초기의 교과서가 교과서에 의한 교수학적 변환이 중심이었던 것이, 4차 교과서 이후 교사에 의한 교수학적 변환으로 비중을 두어 가고 있음을 반영하는 것이다.

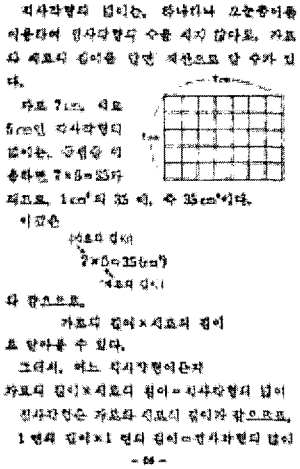
7차 교과서에서는 공식의 유도 과정에 대한 설명이 없이 학생에게 활동을 제시하고 넓이를 구하는 방법을 예상할 수 있는 질문을 제시하고 있는데 이것은 7차 교과서에서 학생에 의한 지식의 구성을 의도하는 것으로 교과서의 역할이 바뀌어가고 있음을 보여준다

(<그림 7> 참조).

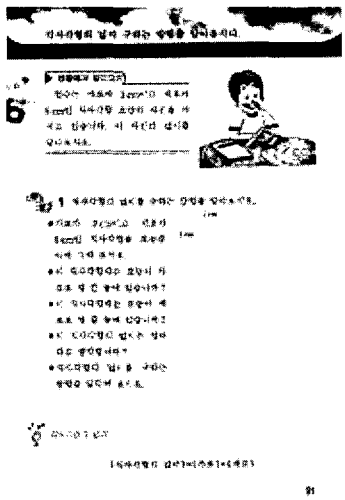
1차, 2차, 3차 교과서는 4차, 5차, 6차, 7차 교과서에 비해 다양한 종류의 식을 많이 제시하고 있다. 이것은 넓이 공식에 대한 이해보다 넓이를 구하는 식의 사용과 변형에 중점을 둔 것으로 형식적 고착의 문제를 야기할 수 있다. 또한 2차, 3차 교과서는 단위를 포함한 식의 사용에 대한 설명을 제시하고 있다.



<그림 5> 7차 5-가 89쪽



<그림 6> 2차 4-2 56쪽



<그림 7> 7차 5-가 91쪽

(2) 정사각형의 넓이 공식

1차 교과서는 정사각형의 넓이 공식을 직사각형의 넓이 공식의 설명과 함께 유도하므로 병행제시형, 2차 교과서는 정사각형의 가로와 세로의 길이가 같음을 이용하여 직사각형의 넓이 공식에 의존하여 지도하므로 의존형, 3차 교과서는 정사각형의 넓이 공식의 제시가 없이 학생들이 문제를 해결하도록 하므로 탐구형, 4차에서 6차 교과서는 직사각형의 넓이 공식과 독립되게 정사각형의 넓이 공식을 제시하여 지도하므로 독립형, 7차 교과서는 직사각형과 정사각형의 관계에 대한 질문을 통해 학생들이 정사각형의 넓이 공식을 유추하도록 하므로 유추형이라고 부르기로 한다.

정사각형의 넓이 공식은 1차, 2차, 3차 교과서에서 다른 양상을 보이다가, 4차, 5차, 6차 교과서에서 일관되게 독립형을 유지해왔다([표 7] 참조). 7차 교과서는 직사각형과 정사각형의 관계를 이용하여 넓이 공식을 유추하도록 한다. 이는 공식을 보는 시각이 계산을 위한 알고리즘에서 공식 자체의 활용에 대한 시각으로 변화해 왔음을 보여준다.

[표 7] 직사각형 넓이 공식과 정사각형 넓이 공식의 관계

교육과정 / 방법	1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
직사각형 넓이 공식과의 관계	병행제시형	의존형	탐구형	독립형	독립형	독립형	유추형

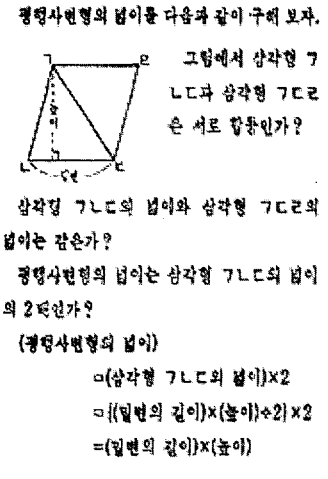
(3) 평행사변형의 넓이 공식

[표 8]을 보면 평행사변형의 넓이 공식은 크게 삼각형을 이용하는 방법과 직사각형을 이용하는 방법으로 유도된다. 첫 번째 방법은 평행사변형의 한 대각선으로 나뉜 두 삼각형의 넓이를 더하는 방법이며, 두 번째 방법은 평행사변형의 일부를 잘라 다른 부분에 붙임으로써 직사각형으로 변형시키는 방법이다(<그림 8>, <그림 9> 참조).

[표 8] 평행사변형의 넓이 공식 지도 방법

방법 \ 교육과정		1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
삼각형 이용	두 삼각형의 합	○		○	○			
직사각형 이용	잘라 붙이기	○		○	○	○	○	○
Cavalieri 법칙 이용			○					

첫 번째 방법이 삼각형의 넓이 공식을 이용하여 '÷2' 와 '×2' 의 계산과정을 거쳐야 함에 반해, 두 번째 방법은 평행사변형을 변형시킴으로써 직사각형의 넓이 공식을 사용할 수 있으므로 3차 이후 교육과정에서 일관되게 활용되어 왔다고 볼 수 있다.


평행사변형의 넓이를 다음과 같이 구해 보자.

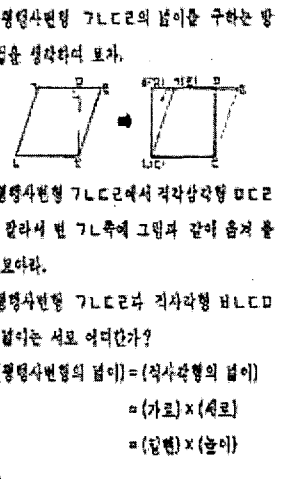
그림에서 삼각형 ㄱㄴㄷ과 삼각형 ㄱㄷㄹ은 서로 합동인가?

삼각형 ㄱㄴㄷ의 넓이와 삼각형 ㄱㄷㄹ의 넓이는 같은가?

평행사변형의 넓이는 삼각형 ㄱㄴㄷ의 넓이의 2배인가?

(평행사변형의 넓이)
=(삼각형 ㄱㄴㄷ의 넓이)×2
=(밑변의 길이)×(높이)÷2×2
=(밑변의 길이)×(높이)

<그림 8> 4차 5-1 122쪽

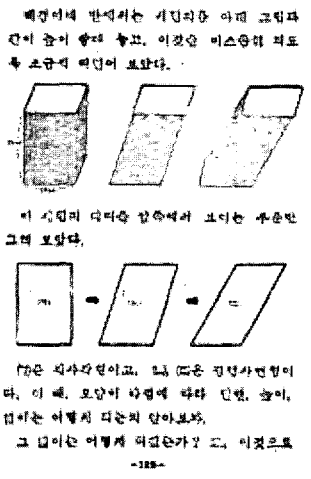

평행사변형 ㄱㄴㄷㄹ의 넓이를 구하는 방법을 생각하여 보자.

평행사변형 ㄱㄴㄷㄹ에서 직각삼각형 ㅁㄷㄹ을 잘라서 변 ㄱㄴ쪽에 그림과 같이 옮겨 붙여 보아라.

평행사변형 ㄱㄴㄷㄹ과 직사각형 ㅂㄴㄷㅁ의 넓이는 서로 어떠한가?

(평행사변형의 넓이)=(직사각형의 넓이)
=(가로)×(세로)
=(밑변)×(높이)

<그림 9> 5차 5-1 90쪽


<그림 10> 2차 5-1 125쪽

2차 교과서는 Cavalieri의 원리를 이용하여 밑변의 길이와 높이가 같은 직사각형과 평행사변형을 통해 평행사변형의 넓이와 직사각형의 넓이가 같다는 것을 확인시킨 후 평행사변형의 넓이 공식을 제시한다(<그림 10> 참조). 시험지 더미의 앞쪽에서 보이는 부분의 모양이 직사각형과 평행사변형이기는 하지만 시험지 더미의 입체적인 요소로 인해 이것을 아동이 인지하기 어렵다. 또 시험지의 두께가 연속적으로 모여 넓이가 된다는 것도 이해하기 어려우며, 아동에게는 넓이의 연속적인 특성보다 분해·합성되는 특성이 더 쉽게 인지되기 때문에 지도상의 어려움이 따를 것으로 생각된다.

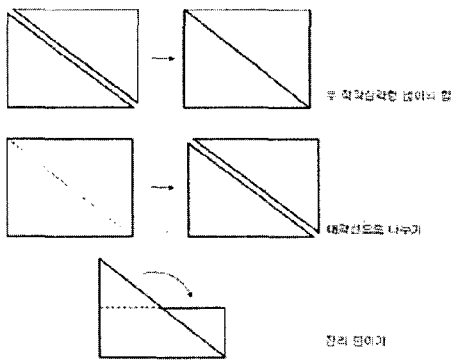
(4) 삼각형의 넓이 공식

삼각형의 넓이 공식은 다른 도형의 넓이 공식보다 다양한 지도 방법이 제시된다. 이는 직각삼각형, 내부높이삼각형, 외부높이삼각형의 삼각형의 모양에 따른 지도 방법의 차이와 외부높이삼각형과 평행사변형의 지도 순서에 따른 차이와 관련이 있다([표 9] 참조).

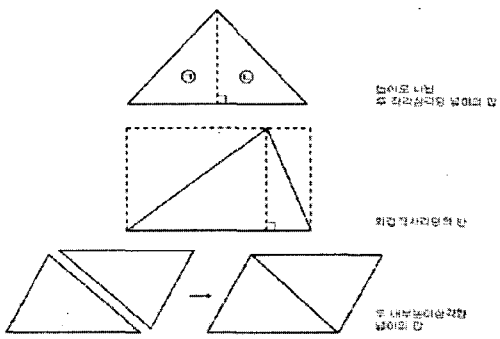
[표 9] 삼각형의 넓이 공식 지도 방법

방법 \ 교육과정			1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
직각삼각형	직사각형 이용	두 직각삼각형 넓이의 합	○	○	○				
		대각선으로 나누기	○	○	○	○	○	○	
		잘라 붙이기	○	○					
내부높이 삼각형	삼각형 이용	높이로 나뉜 두 직각삼각형 넓이의 합	○						
	직사각형 이용	외접직사각형의 반		○	○	○	○	○	
	평행사변형 이용	두 내부높이삼각형 넓이의 합							○
외부높이 삼각형	평행사변형 이용	대각선으로 나누기				○	○	○	
		두 외부높이삼각형 넓이의 합							○

1차 교과서에서 6차 교과서까지 삼각형의 넓이 지도는 직각삼각형의 넓이를 이용하여 삼각형의 넓이가 직사각형의 넓이의 반이라는 개념을 지도한다(<그림 11>참조). 이 개념의 지도 후, 내부높이삼각형을 이용하여 삼각형의 넓이 공식을 지도한다. 1차, 2차 교과서는 내부높이삼각형을 이용한 지도가 체계적이지 못하나, 3차 교과서에서 6차 교과서는 내부높이삼각형이 외접직사각형의 넓이의 반이라는 사실을 설명한 후 구체적인 수치를 이용하여 삼각형의 넓이를 구하고 공식을 제시한다(<그림 12> 참조).



<그림 11> 직각삼각형의 넓이 지도



<그림 12> 내부높이삼각형의 넓이 지도

[표 9]를 보면 외부높이삼각형을 이용한 지도는 4차 이후의 교과서에서만 나타난다. 4

차, 5차, 6차 교과서는 내부높이삼각형을 이용한 삼각형의 넓이 공식과 평행사변형의 넓이 공식을 지도한 후 외부높이삼각형의 넓이를 지도한다. 7차 교과서는 평행사변형의 넓이 지도 후 내부높이삼각형과 외부높이삼각형을 이용하여 삼각형의 넓이 공식을 지도한다. 내부높이삼각형과 외부높이삼각형은 병행되어 제시된다.

삼각형의 넓이 공식은 삼각형의 높이의 위치와 평행사변형의 넓이 공식의 지도 순서와 관련되어 중복되는 지도 요소를 삭제하는 방향으로 변화되었다. 그러나 이는 학생들에게 삼각형의 넓이를 다양한 방법으로 구하는 경험을 제공하지 못한다. 또한 삼각형의 넓이 공식은 교과서에 의한 일방적인 설명이 아닌 학생의 활동성을 중시하는 방향으로 서술 방식이 변화하였다.

넓이와 밑변의 길이가 주어졌을 때 높이를 구하는 방법의 지도는 5차 교과서 이후 등장한다. 6차 교과서에서 이항을 통한 식을 제시하여 형식적 고착의 문제를 야기할 수 있는 가능성이 있었으나, 7차 교과서에서 식의 제시 없이 활동을 통해 지도 방법을 제시하여 이 문제가 해소되었다.

(5) 사다리꼴의 넓이 공식

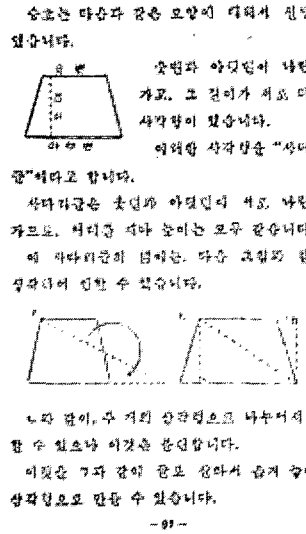
사다리꼴의 넓이는 2차에서 7차 교과서까지 평행사변형의 넓이 공식을 이용하여 공식을 유도하고 있다([표 10] 참조). 이 방법은 합동인 사다리꼴을 사다리꼴 옆에 돌려 붙인 평행사변형이 사다리꼴의 2배이므로, 평행사변형의 넓이 공식을 2로 나누어 사다리꼴의 넓이 공식을 얻는다. 이 방법은 간단한 도형의 합성으로 이미 알고 있는 평행사변형의 넓이 공식을 이용할 수 있다.

[표 10] 사다리꼴의 넓이 공식 지도 방법

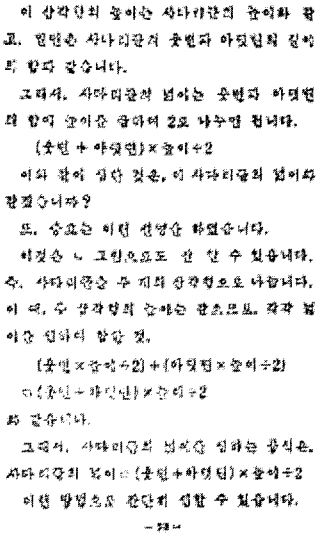
방법 \ 교육과정		1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
잘라 붙이기		○	○					
대각선으로 나뉜 두 삼각형의 합	식 전개 없음					○		○
	결합법칙의 사용	○		○	○			
평행사변형 이용	합동인 두 사다리꼴 돌려 붙이기		○	○	○	○	○	○

사다리꼴의 넓이 공식을 유도하기 위해서 평행사변형의 넓이 공식을 이용하지 않고 삼각형의 넓이 공식을 이용할 수도 있다. 사다리꼴의 한 대각선으로 나뉜 두 삼각형의 넓이를 더하여 넓이를 유도할 수 있는데, 이것은 또 다른 사다리꼴을 돌려 붙이는 과정이 없기 때문에 위의 방법보다 간단해 보인다(<그림 13>, <그림 14> 참조).

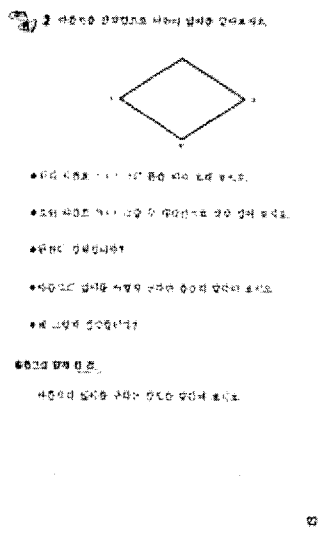
하지만 삼각형의 넓이 공식을 이용하면 사다리꼴의 윗변과 아랫변을 이용한 삼각형의 넓이 공식이 결합법칙에 의해 정리되는 식의 전개의 서술이 불가피하다. 제7차 교육과정에서 결합법칙은 7-가 단계, 즉 중학교 1학년 수준의 학생들에게 지도되고 있으므로 삼각형의 넓이 공식을 이용한 사다리꼴의 넓이 공식 유도 방법은 적절하지 않다고 생각된다. 그러므로 5차 교과서 이후 결합법칙이 사용되지 않은 것은 바람직한 변화라고 생각된다.



<그림 13> 1차 5-2 97쪽



<그림 14> 1차 5-2 98쪽



<그림 15> 7차 5-나 99쪽

(6) 마름모의 넓이 공식

마름모의 넓이 공식 지도는 5차 교과서에서 본격적으로 제시된다. 1차 교과서는 공식의 유도와 제시 없이 마름모의 넓이를 구할 수 있는 방법을 암시하고 넓이를 구하도록 질문하고 있으므로 본격적인 공식 지도는 5차 교과서부터라고 볼 수 있다([표 11] 참조).

[표 11] 마름모의 넓이 공식 지도 방법

방법 \ 교육과정		1차	2차	3차	4차	5차	6차	7차
삼각형 이용	한 대각선에 의해 나뉜 두 삼각형의 합	○				○		특정방법 제시 않음
	한 대각선에 의해 나뉜 한 삼각형 넓이의 2배							
	두 대각선에 의해 나뉜 한 직각삼각형 넓이의 4배						○	
직사각형 이용	외접직사각형의 반					○	○	○
공식 제시						○	○	○

넓이 공식의 지도 후 5차 교과서는 한 대각선에 의해 나누어진 두 삼각형의 넓이를 더하여 마름모의 넓이를 구할 수 있음을, 6차 교과서는 마름모의 두 대각선에 의해 나누어진 합동인 직각삼각형의 넓이를 4배함으로 마름모의 넓이를 구할 수 있음을 지도한다. 삼각형과 삼각형을 더하여 마름모의 넓이 공식을 지도할 때는 결합법칙의 지도가 선행되어야 하므로, 5차와 6차 교과서에서는 마름모의 넓이를 대각선에 의해 나누어진 삼각형을 이용하여 구할 수 있다는 정도로 지도하고 있다.

7차 교과서는 직사각형의 넓이 공식을 이용하는 방법과 삼각형의 넓이 공식을 이용하는 방법이 활동으로 제시되어 있으나 두 가지 방법 중 어느 것으로 공식을 유도해야 한다는 언급은 없다. 7차 교과서는 학생들이 어떤 방법을 선택하여 마름모의 넓이 구하는 방법을 찾아내느냐에 따라 결합법칙의 사용 여부가 결정된다(<그림 15> 참조). 7차 지도서를 보면, 두 삼각형이 합동이므로 '×2' 를 하여 넓이 구하는 것을 안내하도록 제시되어 있다. 이 경우 5차와 6차 교과서와는 달리 결합법칙의 지도가 필요하지 않다. 그러므로 7차 지도서에 제시된 방법은 마름모의 넓이 공식을 유도하는데 적합한 방법이라고 할 수 있다.

Ⅵ. 결 론

이상에서의 분석과 논의를 바탕으로 하여 다음의 결론을 얻을 수 있다.

가. 넓이의 개념 지도와 관련하여 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 넓이의 개념은 7차 교과서에서 지도 요소가 모두 갖추어졌으며 학습자에게 넓이 비교와 측정의 경험을 제공함으로써, 넓이 개념 지도에 중점을 두는 방향으로 변화하였다. 1차 교과서에서 6차 교과서까지는 넓이의 개념 지도 요소가 모두 교과서에 제시되지 않았으나, 7차 교과서에서는 넓이 개념의 지도 요소가 모두 갖추어졌고 지도 방법이 더욱 구체적으로 제시되었다. 겹친 그림을 제시하여 학생들의 직접비교의 기회를 막았던 이전 교과서와는 달리 7차 교과서는 학생들에게 직접비교의 경험을 제공하며, 임의단위에 의한 측정을 강조하여 넓이의 개념 지도에 중점을 두는 방향으로 변화하였다. 이것은 학생을 고려한 넓이의 개념에 대한 가배경화와 가개인화가 이루어진 것으로 바람직한 변화라고 볼 수 있다.

나. 삼각형과 사각형의 넓이 공식 지도와 관련하여 얻은 결론은 다음과 같다.

첫째, 교과서의 기술 방향은 1차, 2차, 3차 교과서에서는 교과서에 의한 변환을, 4차, 5차, 6차 교과서에서는 교사에 의한 변환을, 7차 교과서에서는 학습자에 의한 지식의 구성을 강조하는 방향으로 변화되었다.

1차, 2차, 3차 교과서는 교과서에 의한 설명이 자세하게 제시되었으나, 4차와 5차, 6차 교과서는 일방적인 설명이 줄어들고 명령형의 문장과 질문으로 교과서의 내용이 간단하게 제시된다. 반면 7차 교과서는 설명이나 명령형의 문장 없이 학생들에게 활동을 제시하고 활동을 바탕으로 알게 된 점을 예상하여 말하도록 하는 방향으로 교과서가 기술되었다. 즉 1차, 2차, 3차 교과서는 교과서의 기술 방향을 교과서에 의한 변환에 초점을 맞추었고, 4차에서 6차 교과서는 교사에 의한 변환에 교과서 기술의 초점을 두었으며, 7차 교과서에 이르러서는 학습자에 의한 지식의 구성을 안내하는 방향으로 교과서의 기술 방향이 변화된 것으로 볼 수 있다.

둘째, 삼각형과 사각형의 넓이 공식의 지도는 넓이의 측도를 구하는 것에서 넓이 공식 유도의 지도로 강조점이 변화하였다. 또한 측도를 구하는 과정의 알고리즘 계산의 강조에서 넓이 공식 자체의 활용으로 강조점이 변화하였다.

초기의 교과서는 넓이의 측도를 구하는 다양한 방법을 제시하였다. 이것은 점차 학생들

에게 넓이 공식의 유도가 더 적합한 방법만을 사용하여 넓이 공식을 지도하는 방향으로 변화된다. 또한 초기의 교과서는 넓이를 구하는 식의 사용과 변형에 중점을 두었으나, 점차 넓이의 공식을 다른 도형의 넓이 공식의 유도에 사용하는 넓이 공식 자체의 활용에 중점을 두는 방향으로 변화되었다. 즉, 삼각형과 사각형의 넓이 지도는 넓이 공식의 유도와 공식 자체의 활용으로 강조점이 변해가고 있다고 볼 수 있다. 이것은 학생들이 스스로 발견할 수 있는 간단하면서도 논리적인 학습 방법으로 교과서의 내용이 변화한 것으로 바람직한 변화라고 생각된다.

셋째, 넓이의 공식을 유도하는 방법은 교육과정과 학생들의 수준에 맞게 변화해 왔으나, 넓이 공식의 지도를 위한 다양한 교수학적 고안이 삭제되어 학생들의 다양한 학습 경험의 기회가 축소되었다.

6차 교과서에서는 넓이와 밑변의 길이가 주어졌을 때 높이를 구하는 과정에 이항을 사용하였고, 넓이 공식의 유도에서 결합법칙이 사용되기도 하였다. 또 2차 교과서에서는 학생들이 인지하기 어려운 넓이의 연속적인 특성을 사용한 Cavalieri의 원리를 이용하여 평행사변형의 넓이 공식을 유도하기도 하였다. 교육과정의 개편에 따라 넓이의 공식을 유도하는 방법은 교육과정과 학생들의 수준에 맞는 방법이 사용되었고, 이에 따라 학생들이 이해하기 가장 적합한 방법의 사용으로 넓이 공식의 지도 방법이 제시되었다.

그러나 이 과정에서 학생들이 넓이를 다양한 방법으로 학습하는 경험의 제공이 축소되었다. 학생들은 넓이에 대한 다양한 학습 경험을 제공받음으로써 사고의 기회를 확장시킬 수 있다. 그러므로 학습자에게 넓이 지도를 위한 여러 가지 교수학적 고안을 제시하여 다양한 방법으로 탐구하는 경험을 제공할 필요가 있다.

넷째, 삼각형과 사각형의 넓이 지도는 점차 지도 요소가 정선되었으며, 7차 교과서는 삼각형의 넓이 공식 중복의 문제를 해결하였다.

1차 교과서는 지도 요소가 중복되어 제시되는 경우가 있었고, 6차 교과서까지 삼각형의 넓이 지도가 평행사변형의 넓이 지도에 선행하여 삼각형의 넓이 공식의 지도가 중복되는 문제가 있었다. 7차 교과서에서는 이런 지도 요소의 중복 문제를 해결하기 위하여 평행사변형의 넓이 지도를 삼각형의 넓이 지도에 앞서 제시하여, 넓이 지도 요소의 배열이 정선되었다.

7차 교과서는 평행사변형의 넓이 공식의 지도를 먼저 제시함으로써 내부높이삼각형과 외부높이삼각형을 이용한 삼각형의 넓이 공식의 지도가 통합된 지도 내용을 제시할 수 있게 되었다. 이것은 1차 교과서에서 6차 교과서까지 여러 차례의 교과서 개편에도 불구하고 해결되지 않았던 삼각형의 넓이 공식 중복의 문제를 7차 교과서에서 해결하였다는 것에 의의가 있다.

참 고 문 헌

강완 (1991). 수학적 지식의 교수학적 변환. **한국수학교육학회지 수학교육, 30**(3), 71-89.

강완 (2000). 수학 교과서에 나타난 계산 지도 방법의 변화 -두 자리 수의 덧셈과 뺄셈. **한국초등수학교육학회지, 4**, 21-28.

강완 (2001). 원의 넓이 공식에 대한 교수학적 변환 분석. **서울교육대학교 과학과 수학교육 논문집, 27**, 37-68.

강완, 백석윤 (1998). **초등수학교육론**. 서울: 동명사.

교육부 (1992). **국민학교 교육과정. 제6차 교육과정**, 교육부 고시 제1992-16호.

교육부 (1996). **수학 4-2**. 서울: 국정교과서주식회사.

교육부 (1997a). **수학 5-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

교육부 (1997b). **수학 익힘책 5-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

교육부 (1997c). **수학과 교육과정. 제7차 교육과정**, 교육부 고시 제1997-15호.

교육부 (1998). **초등학교 교육 과정 해설(IV)**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2002a). **수학 5-가 단계, 5-나 단계**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2002b). **수학 5-가 단계, 5-나 단계 교사용 지도서**. 서울: 대한교과서주식회사.

교육부 (2002c). **수학 익힘책 5-나 단계**. 서울: 대한교과서주식회사.

김혜련 (1999). **교육과정 변천에 따른 교과서 내용 분석 -초등학교 측도 영역을 중심으로.** 진주교육대학교 석사학위논문.

문교부 (1955a). **국민학교 교육과정. 제1차 교육과정**, 문교부령 제44호.

문교부 (1955b). **산수 4-2, 5-1, 5-2, 6-2**. 서울: 대한문교서적주식회사.

문교부 (1963a). **국민학교 교육과정. 제2차 교육과정**, 문교부령 제119호.

문교부 (1963b). **산수 4-2, 5-1, 6-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

문교부 (1973). **국민학교 교육과정. 제3차 교육과정**, 문교부령 제310호.

문교부 (1976). **산수 4-2, 5-2**. 서울: 국정교과서주식회사.

문교부 (1981). **국민학교 교육과정. 제4차 교육과정**, 문교부 고시 422호.

문교부 (1983). **산수 4-2, 5-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

문교부 (1987). **국민학교 교육과정. 제5차 교육과정**, 문교부 고시 제87-9호.

문교부 (1990a). **산수 4-1, 4-2, 5-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

문교부 (1990b). **산수 익힘책 5-1**. 서울: 국정교과서주식회사.

박성택, 신택균, 양인환, 손용규, 이정재 (1993). **수학교육**. 서울: 동명사.

배종수 (1999). **초등수학교육 내용-지도법**. 서울: 경문사.

우정호 (2000). **수학 학습-지도 원리와 방법.** 서울: 서울대학교출판부.

이중권 (2004). **우리나라의 수학교육과정.** 서울: 경문사.

정동권 (2001). 평면도형의 넓이 지도를 통한 수학적 사고의 신장. **인천교육대학교 과학교육논총, 13,** 1-36.

정말숙 (2004). **평면도형의 넓이 지도 방안.** 부산교육대학교 석사학위논문.

한인기, 신현용 (2001). 다각형의 넓이 및 그 활용에 관한 연구. **한국수학교육학회지 시리즈E 수학교육 논문집, 12,** 155-170.

Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique.* Grenoble, France: Le pensée sauvage.

Kang, W. (1990). *Didactic transposition of mathematical knowledge in textbooks* Doctoral dissertation, University of Georgia.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics.* Reston, VA: Author.

<Abstract>

An Analysis of Teaching Areas of Triangles and Quadrilaterals in Elementary School Mathematics Textbooks

Kim, Shin-young[5]; & Kang, Wan[6]

The purpose of this study is to delve into how elementary mathematics textbooks deal with the areas of triangles and quadrilaterals from a viewpoint of the Didactic Transposition Theory.

The following conclusion was derived about the teaching of the area concept: The area concept started to be taught perfectly in the 7th curricular textbook, and the focus of area teaching was placed on the area concept, since learners were gradually given opportunities to compare and measure areas.

As to the area formulae of triangles and quadrilaterals, the following conclusions were made: First, the 1st curricular, the 2nd curricular and the 3rd curricular textbooks placed emphasis on transposition by textbooks, and the 4th curricular, the 5th curricular and the 6th curricular textbooks accentuated transposition by teachers. The 7th curricular textbooks put stress on knowledge construction by learners; Second, the focus of teaching shifted from a measurement of area to inducing learners to make area formula. Namely, the utilization of area formula itself was accentuated, while algorithm was emphasized in the past; Third, the way to encourage learners to produce area formula changed according to the curricula and in light of learners' level, but a wide range of teaching devices related to the area formulae were removed, which resulted in offering less learning chances to students; Fourth, what to teach about the areas of triangles and quadrilaterals was gradually polished up, and the 7th curricular textbooks removed one of the overlapped area formula of triangle.

Keywords: elementary mathematics textbooks, didactic transposition, areas of triangles and quadrilaterals, mathematics curriculum

5) shinyoungkim@hotmail.com
6) wkang@snue.ac.kr