도매전력시장에서 N-발전사업자의 보수행렬을 이용한 꾸르노 모델의 내쉬균형점 도출을 위한 방법론

論 文
54A-2-7

Approach for Evaluating the Nash Equilibrium of Cournot Game Model for N-Gencos by Using Payoff Matrix in Wholesale Electricity Market

朴 宗 培† · 林 正 烈* · 李 起 松** · 愼 重 鱗***
(Jong-Bae Park · Jung-Youl Lim · Ki-Song Lee · Joong-Rin Shin)

Abstract - This paper presents a method for evaluating the nash equilibrium of the Cournot model for N-Gencos in wholesale electricity market. In wholesale electricity market, the strategies of N-Gencos can be applied to the game model under the conditions, which the Gencos determine their strategies to maximize their benefit. Generally, the Lemke algorithm has known as the approach to evaluate the mixed nash equilibrium in the only two-player game model. In this paper, we have developed the necessary condition for obtaining the mixed nash equilibrium of N-player by using the Lemke algorithms. However, it is difficult to find the mixed nash equilibrium of two more players by using the analytic method since those have the nonlinear characteristics. To overcome the above problem, we have formulated the object function satisfied with the proposed necessary conditions for N-player nash equilibrium and applied the modified particle swarm optimization (PSO) method to obtain the equilibrium for N-player. To present the effectiveness the proposed necessary condition and the evaluation approach, this paper has shown the results of equilibrium of sample system and the cournot game model for 3-players.

Key Words : Game Theory, Payoff Matrix, Particle Swarm Optimization, Nash Equilibrium

1. 서 론

수직통합 혹은 독점산업으로 대표되던 전력산업은 발전/송전/배전 및 판매부문의 수직분할을 통해 경쟁적 시장구조로 변모하고 있으며 기존의 비용최소화에 기반한 전력산업의 운영방법론과는 달리 시장참여자들의 이익을 극대화 할 수 있는 방향으로 운영되고 있다[1].

향후 우리나라에 도입될 것으로 판단되고 있는 양방향 도매전력시장에서 전력거래는 발전/판매 및 배전사업자의 가격과 물량에 대한 입찰을 통해서 거래가격과 거래물량이 결정된다. 이때 입찰과정에서 각 시장참여자들은 자신의 이익을 극대화하기 위한 합리적인 전략을 수립하여 공급가격(구매가격)과 공급물량(구매물량)을 제시하게 된다. 따라서, 향후 우리나라에 도입될 양방향 도매전력시장에서 시장참여자들은 다른 시장참여자들의 입찰전략에 대한 자신들의 입찰전략을 수립할 필요가 있다. 따라서 시장참여자들은 경쟁적 전력시장에서 전력거래를 위한 합리적인 입찰전략을 수립하기 위해 게임이론의 전력시장에의 적용은 불가피하다.

최근 전력시장에서 시장참여자들의 전략을 분석하기 위해 적용된 게임이론과 관련되어 여러 문헌들이 발표되고 많은 연구가 진행되고 있으며 위의 문헌들의 대부분은 시장참여자들의 이익을 극대화 할 수 있는 순수전략(Pure Strategy)과 혼합전략(Mixed Strategy)을 도출하는 방법론을 제시하고 있다. Ferrero 등은 경쟁적 전력시장에서의 전력거래의 문제를 정적 완전 정보 2인 게임으로 정형화하여 문제를 해석한 바가 있으며, 이 논문에서는 입찰가격을 각 발전기의 출력과 연계하고(즉, 한계비용에 기초한 입찰) 문제를 이산화시켜 내쉬균형점을 도출하였고[2] 또한, 경쟁적 전력시장에서의 전력가격 결정 문제를 비협조 불완전 정보 2인 게임 문제로 정형화하여 해석하여 기존의 연구를 발전시킨 바가 있다[3].

또한 Park 등은 경쟁적 전력시장을 2인 게임으로 모델링하여 최적반응함수로부터 참여자간의 입찰가격 연속함수을 선정하고 선정된 입찰가격 연속함수로부터 해석적인 방법론을 통하여 최대 이득을 얻을 수 있는 입찰물량에 대한 연속함수를 동시에 결정할 수 있는 방법론을 제시하였을 뿐만 아니라[4], 다음 논문에서 2인 발전사업자의 입찰전략 함수를 일차함수로 가정하고 발전사업자의 발전제약을 고려하였을 때의 참여자들의 이익을 극대화 할 수 있는 최적전략함수를 해석적인 방법을 통하여 결정한 바가 있다[5]. 뿐만 아니라 Baldick 등은 꾸르노 모델을 이용하여 송전선 제약이 존재할 경우의 시장참여자들의 전략을 도출하였으며, 시장참여자들의 선형 입찰함수를 이용하여 최적반응함수를 통한 내쉬 균형점을 도출할 수 있는 방법이 보고 된 바 있다[6]. 하지만, 위의 방법론들을 전력시장에 적용하는데 있어 3인 이상의 문제를 적용하는데 한계가 존재한다.

위의 한계를 보완하기 위하여 Deb과 Hobbs 등은 꾸르노 모델의 내쉬균형점의 도출을 위한 필요조건을 이끌어 낼 수 있는 목적함수를 생성하여 발전 제약과 송전망 제약, 현물시

† 교신저자, 正會員 : 建國大 工大 電氣工學科 助敎授 · 工博
E-mail : jbaepark@konkuk.ac.kr
* 學生會員 : 建國大 工大 電氣工學科 碩士
** 正 會 員 : 建國大 工大 電氣工學科 博士課程
*** 正 會 員 : 建國大 工大 電氣工學科 敎授 · 工博
接受日字 : 2004年 11月 15日
最終完了 : 2005年 12月 19日

장 뿐만 아니라 예비력 시장까지 고려할 수 있는 비선형 최적화 문제로 다자 꾸르노 내쉬균형점을 도출한 바가 있다[7,8]. 하지만, 위의 접근법은 경기자 혹은 참여자간의 내쉬균형점의 필요조건으로부터 도출되는 최적반응함수의 교점으로부터 내쉬균형점을 도출되어야 하나 발전 및 송전망 제약조건이 존재하는 경우 최적반응함수의 교점이 발생하지 않게 되어 정확한 내쉬균형점을 찾을 수 없다는 단점이 존재한다. 이러한 단점을 보완하기 위하여 Lee 등은 Lemke 알고리즘[9]과 다수 경기자의 보수행렬(Payoff Matrix)을 통하여 송전망 제약이 존재할 때의 시장참여자들의 이익이 극대화 될 수 있는 혼합 내쉬균형점을 도출하는 방법론을 제시하였다[10]. 하지만, 위의 논문에서 4인 이상의 시장참여자가 존재하게 되는 경우 초월큐브(Hypercube)형태의 행렬식이 요구되며 모든 시장참여자의 열등전략을 제거한 각 전략의 기대보수를 등식조건으로 취함으로써 내쉬 균형점의 일부만을 도출하는 한계가 존재한다.

따라서, 본 논문에서는 위에서 언급한 한계점들을 보완하기 위하여 다자 게임모델을 2차원 형태의 보수행렬을 기반으로 다자 게임의 내쉬 균형점의 필요조건을 제안하였다. 또한 3인 이상의 내쉬 균형점을 도출하기 위한 필요조건이 비선형 함수이기 때문에 본 논문에서는 다자 꾸르노 모델의 내쉬 균형점을 도출하기 위해 내쉬 균형점의 필요조건으로 구성된 목적함수를 제안하였고 비선형 최적화 문제를 해결하기 위하여 PSO(Particle Swarm Optimization)기법을 도입하는 방법론을 제안하였다.

2. N명 게임 정식화

2.1 2명 게임

기존의 Lemke가 제안한 알고리즘에 따르면 두 명의 경기자 G_1, G_2의 순수전략이 각각 m, n 개이고 G_1이 i번째 전략을 선택하고, G_2가 j번째 전략을 선택할 때의 G_1의 보수를 a_{ij}', G_2의 보수를 b_{ij}'이다. 이때 각 경기자의 보수행렬은 각 경기자의 보수로 구성된 행렬인 A', B'이고 G_1, G_2 각각의 선택에 따른 확률을 x_i, y_j이면 각 경기자의 기대보수는 식 (1)과 같다.

$$x^T A' y\ ,\ x^T B' y \tag{1}$$
$$\text{s.t. } x = (x_i) \in R^{m\times 1},\ x^T e_m = 1,\ e_m = (1) \in R^{m\times 1},\ x_i \ge 0,\ \forall i$$
$$y = (y_j) \in R^{n\times 1},\ y^T e_n = 1,\ e_n = (1) \in R^{n\times 1},\ y_j \ge 0,\ \forall j$$

이 때, 혼합 내쉬 균형점을 (x^*, y^*)라 하면 내쉬 균형점에 대한 필요조건은 식 (2)와 같이 정의된다[9].

$$x^{*T} A' y^* \ \ge\ x^T A' y^* \tag{2}$$
$$\text{s.t. } x = (x_i) \in R^{m\times 1},\ x^T e_m = 1,\ e_m = (1) \in R^{m\times 1},\ x_i \ge 0\ ,\ \forall i$$
$$x^{*T} B' y^* \ \ge\ x^{*T} B' y$$
$$\text{s.t. } y = (y_j) \in R^{n\times 1},\ y^T e_n = 1,\ e_n = (1) \in R^{n\times 1},\ y_j \ge 0,\ \forall j$$

내쉬균형점의 필요조건이 식 (2)와 같이 비선형 문제로 정식화되므로, 선형화를 위해 선형상보문제(Linear Complementarity Problem : LCP)로 변환한다. 각 경기자의 보수행렬 A', B'의 요소에 음수가 존재하는 경우 다음과 같이 각 행렬의 요소에 임의의 양수 α, β 를 더하여 각 행렬의 요소가 모두 양수가 되도록 보정하여 보수행렬 A, B 을 구한다.

$$\begin{aligned} a_{ij} &= a_{ij}' + \alpha > 0, \\ b_{ij} &= b_{ij}' + \beta > 0, \\ A = (a_{ij}),&\ \ B = (b_{ij}) \end{aligned} \tag{3}$$

식(3)의 보정된 보수행렬을 통해 각 경기자의 보정된 기대보수를 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x^T A y &= x^T A' y + \alpha \\ x^T B y &= x^T B' y + \beta \end{aligned} \tag{4}$$

식 (1)의 $x^T e_m = 1$, $y^T e_n = 1$ 을 식 (4)에 대입하여 정리하면 식 (5)와 (6)과 같다.

$$\begin{aligned} & x^{*T} A y^* \ \ge\ x^T A y^* \\ \rightarrow\ & x^T (x^{*T} A y^*) e_m - x^T A y^* \ge 0 \\ \rightarrow\ & x^T \{ (x^{*T} A y^*) e_m - A y^* \} \ge 0 \\ \rightarrow\ & (x^{*T} A y^*) e_m - A y^* \ge 0 \\ \rightarrow\ & e_m \ge A \frac{y^*}{(x^{*T} A y^*)} \\ \rightarrow\ & e_m \ge A \eta^* \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} & x^{*T} B y^* \ \ge\ x^{*T} B y \\ \rightarrow\ & y^T (x^{*T} B y^*) e_n - y^T B^T x^* \ge 0 \\ \rightarrow\ & y^T \{ (x^{*T} B y^*) e_n - B^T x^* \} \ge 0 \\ \rightarrow\ & (x^{*T} B y^*) e_n - B^T x^* \ge 0 \\ \rightarrow\ & e_n \ge B^T \frac{x^*}{(x^{*T} B y^*)} \\ \rightarrow\ & e_n \ge B^T \xi^* \end{aligned} \tag{6}$$

식 (5),(6)의 부등호 조건은 슬랙변수 u^*, v^* 를 도입하면 다음과 같이 등호제약의 선형상보문제로 표현된다.

$$\begin{pmatrix} 0 & A \\ B^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \xi^* \\ \eta^* \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} u^* \\ v^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} e_m \\ e_n \end{pmatrix}, \tag{7}$$
$$\begin{pmatrix} u^* \\ v^* \end{pmatrix} \ge 0,\quad \begin{pmatrix} \xi^* \\ \eta^* \end{pmatrix} \ge 0,\quad \begin{pmatrix} u^* \\ v^* \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \xi^* \\ \eta^* \end{pmatrix} = 0$$

식(7)의 해 $(u^*, v^*, \xi^*, \eta^*)$는 기존의 LCP 기법을 이용하여 구할 수 있으며, 도출된 ξ^*, η^* 통하여 각 시장참여자의 내쉬 균형점인 x^*, y^*와 각 경기자의 기대보수는 다음과 같이 도

출된다.

$$x^* = \frac{\xi^*}{\sum_{i=1}^{m} \xi_i^*}, \quad y^* = \frac{\eta^*}{\sum_{j=1}^{n} \eta_j^*} \tag{8}$$

$$\pi_{G_1} = x^{*T} A y^* - \alpha, \quad \pi_{G_2} = x^{*T} B y^* - \beta$$

2.2 4명 게임

3명 이상에서의 게임에서는 각 경기자의 전략을 보수행렬을 이용하여 표현하기 위해서는 경기자 수만큼의 차원이 높아지게 된다. Lee 등은 3인 이상의 게임의 경우 각 전략을 고려하여 나타내기 위해 입방체의 '큐브'형태로 모델링 하기 때문에 n명 게임에서는 n차원의 초월큐브(hypercube) 형태로 확장이 필요하다. 하지만 본 논문에서는 다차원의 초월큐브를 보다 용이하게 취급하기 위해서 특정 경기자의 전략과 나머지 경기자들의 전략을 열거한 2차원 보수행렬 기법을 제안하였다. 하지만 3인 이상의 내쉬 균형점을 도출하기 위한 필요조건은 비선형 함수이기 때문에 본 논문에서는 PSO (Particle Swarm Optimization) 알고리즘을 이용하여 내쉬 균형점을 도출하였다. 4명 게임의 경우에 대한 내쉬 필요조건과 내쉬 균형점의 필요조건으로 구성된 본 논문에서 제안하는 목적함수는 아래와 같다.

- 경기자 : G_1, G_2, G_3, G_4
- 각 경기자들의 순수전략개수 : m, n, o, p
- 각 경기자들의 순수전략에 따른 각 경우의 보수 :
  $a_{ijkl}, b_{ijkl}, c_{ijkl}, d_{ijkl}$1) ($i, j, k, l$= 각경기자들의 선택)
- 경기자 G_1의 선택에 관한 확률 :
  $x = (x_i) \in R^{m\times1}, x^T e_m = 1, e_m = (1) \in R^{m\times1}, x_i \geq 0, \ \forall i$
- 경기자 G_2의 선택에 관한 확률 :
  $y = (y_j) \in R^{n\times1}, y^T e_n = 1, e_n = (1) \in R^{n\times1}, y_j \geq 0, \ \forall j$
- 경기자 G_3의 선택에 관한 확률 :
  $z = (z_k) \in R^{o\times1}, z^T e_o = 1, e_o = (1) \in R^{o\times1}, z_k \geq 0, \forall k$
- 경기자 G_4의 선택에 관한 확률 :
  $w = (w_l) \in R^{p\times1}, w^T e_p = 1, e_p = (1) \in R^{p\times1}, w_l \geq 0, \ \forall l$
- 경기자 G_1의 기대보수 :
  $\Pi_1 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} x_i y_j z_k w_l a_{ijkl}$
- 경기자 G_2의 기대보수 :
  $\Pi_2 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} x_i y_j z_k w_l b_{ijkl}$
- 경기자 G_3의 기대보수 :
  $\Pi_3 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} x_i y_j z_k w_l c_{ijkl}$
- 경기자 G_4의 기대보수 :
  $\Pi_4 = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} x_i y_j z_k w_l d_{ijkl}$
- 경기자 G_1의 보수행렬 :
  $A = [a_{i(jkl)}] \in R^{m\times(n\times o\times p)}$
- 경기자 G_2의 보수행렬 :
  $B = [b_{j(ikl)}] \in R^{n\times(m\times o\times p)}$
- 경기자 G_3의 보수행렬 :
  $C = [c_{k(ijl)}] \in R^{o\times(m\times n\times p)}$
- 경기자 G_4의 보수행렬 :
  $D = [d_{l(ijk)}] \in R^{p\times(m\times n\times o)}$

이때 각 경기자의 보수행렬은 자신의 전략을 기준으로 자신을 제외한 상대 경기자들의 전략의 조합으로 표현하기 위하여, 다음과 같이 2차원 행렬 $A(=[a_{ij}]) \in R^{m\times n}$ 를 열벡터 형태인 $A^S \in R^{(m\times n)\times1}$로 변형하였다.

$$A^S = \begin{bmatrix} a_1^T \\ a_2^T \\ \vdots \\ a_m^T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{12} \\ \vdots \\ a_{1n} \\ a_{21} \\ \vdots \\ a_{m1} \\ \vdots \\ a_{mn} \end{bmatrix} \tag{9}$$

또한, 자신을 제외한 2인 이상의 전략의 조합을 표현하기 위하여 다음과 같이 $g(x, y)$ 함수를 도입하였다.

$$g(x, y) = x \odot y = (x y^T)^S \tag{10}$$

$$x = (x_i) \in R^{m\times1}, \ x_i \geq 0 \ \ \forall i, \ \ y = (y_j) \in R^{n\times1}, \ \ y_j \geq 0, \ \ \forall j$$

따라서 위에서 정의한 행렬과 함수를 이용하여 4인 게임에서의 각 경기자의 기대보수는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\Pi_1 = x^T A\{(yz^T)^S w^T\}^S = x^T A(y \odot z \odot w) = x^T A g(g(y,z), w)$$
$$\Pi_2 = y^T B\{(xz^T)^S w^T\}^S = y^T B(x \odot z \odot w) = y^T B g(g(x,z), w)$$
$$\Pi_3 = z^T C\{(xy^T)^S w^T\}^S = z^T C(x \odot y \odot w) = z^T C g(g(x,y), w)$$
$$\Pi_4 = w^T D\{(xy^T)^S z^T\}^S = w^T D(x \odot y \odot z) = w^T D g(g(x,y), z)$$

이때 4인 게임에서의 내쉬 균형점을 (x^*, y^*, z^*, w^*) 라 하면 내쉬 균형점에서 G_1의 기대보수는 $\Pi_1^* = x^{*T} A g(g(y^*, z^*), w^*)$이며, G_1의 내쉬 균형점을 도출하기 위한 필요조건은 식 (11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$x^{*T} A g(g(y^*, z^*), w^*) \geq x^T A g(g(y^*, z^*), w^*)$$
$$\rightarrow x^T (x^{*T} A g(g(y^*, z^*), w^*)) e_m - x^T A g(g(y^*, z^*), w^*) \geq 0$$
$$\rightarrow x^T \{ x^{*T} A g(g(y^*, z^*) w^*)\} e_m - A g(g(y^*, z^*), w^*) \geq 0$$

1) $a_{ijkl}, b_{ijkl}, c_{ijkl}, d_{ijkl}$ 가 양을 가진다고 가정하여 식을 전개 하였으며, 만약 음을 갖는 경우 식(3)과 같이 보정하여 계산한다.

$$\rightarrow (x^{*T}Ag(g(y^*, z^*)w^*))e_m - Ag(g(y^*, z^*), w^*) \geq 0$$
$$\rightarrow (x^{*T}Ag(g(y^*, z^*), w^*))e_m \geq Ag(g(y^*, z^*), w^*)$$
$$\rightarrow \left\{ \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} x_i^* y_j^* z_k^* w_l^* a_{ijkl} \right\} e^m \geq \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} y_j^* z_k^* w_l^* a_{1jkl} \\ \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} y_j^* z_k^* w_l^* a_{2jkl} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{o} \sum_{l=1}^{p} y_j^* z_k^* w_l^* a_{mjkl} \end{bmatrix} \tag{11}$$

동일한 방법으로 다른 경기자 G_2, G_3, G_4의 내쉬필요조건을 도출하면 다음과 같다.

- 경기자 G_2의 내쉬필요조건 :
  $y^{*T}Bg(g(x^*, z^*), w^*)e_n \geq Bg(g(x^*, z^*), w^*)$
- 경기자 G_3의 내쉬필요조건 :
  $z^{*T}Cg(g(x^*, y^*), w^*)\ e_o \geq Cg(g(x^*, y^*), w^*)$
- 경기자 G_4의 내쉬필요조건 :
  $w^{*T}Dg(g(x^*, y^*), z^*)e_p \geq Dg(g(x^*, y^*), z^*)$

본 논문에서는 위의 모든 경기자의 필요조건을 만족하는 내쉬 균형점을 도출하기 위한 목적함수를 식 (12)과 같이 제안하였다.

$$\begin{aligned} \min \Big\{ & |f^{G1}\ (x, y, z, w) - \max f^{G1}{}_i{}'(y, z, w)|_- \\ & + |f^{G2}\ (x, y, z, w) - \max f^{G2}{}_j{}'(x, z, w)|_- \\ & + |f^{G3}(x, y, z, w) - \max f^{G3}{}_k{}'(x, y, w)|_- \\ & + |f^{G4}(x, y, z, w) - \max f^{G4}{}_l{}'(x, y, z)|_- \Big\} \end{aligned} \tag{12}$$

$s.t.$

$$x = (x_i) \in R^{m\times1},\ x^Te_m = 1,\ e_m = (1) \in R^{m\times1},\ x_i \geq 0, \forall i$$
$$y = (y_j) \in R^{n\times1},\ y^Te_n = 1,\ e_n = (1) \in R^{n\times1},\ y_j \geq 0, \forall j$$
$$z = (z_k) \in R^{o\times1},\ z^Te_o = 1,\ e_o = (1) \in R^{o\times1},\ z_k \geq 0, \forall k$$
$$w = (w_l) \in R^{p\times1},\ w^Te_p = 1,\ e_p = (1) \in R^{p\times1},\ w_l \geq 0, \forall l$$

여기서, $f^{G1}(x, y, z, w) = \Pi_1$ 이며, $f^{G1}{}_i{}'(y, z, w)$ 은 $f^{G1}(x, y, z, w)$ 에서 경기자 1의 i번째 전략의 확률 x_i를 1로 하고 나머지 전략의 확률은 0으로 할 때의 기대보수이다. 나머지 경기자도 위와 같은 방식을 취한다. 또한, 식 (12)의 목적함수에서 $|a|_- = \begin{cases} a \geq 0 \text{ 이면 } & 0 \\ a < 0 \text{ 이면 } & |a| \end{cases}$ 으로 정의하여 각 경기자가 자신의 선택에 대한 확률을 제외한 경우의 기대보수가 자신의 선택에 대한 확률을 고려한 경우보다 같거나 작은 경우에만 영의 값을 갖게 된다. 따라서, 모든 경기자의 혼합 내쉬균형에 대한 필요조건을 모두 만족하는 경우에는 목적함수의 값이 영이 되며 그 때의 각 경기자의 선택에 대한 확률이 내쉬 균형점이 된다.

2.3. N명 게임

n명의 게임에서의 내쉬 균형점에 대한 필요조건은 다음과 같이 일반화 될 수 있다.

- 경기자 : $i\ (i=1....n)$
- 경기자 i의 전략의 개수 : $s^i\ (i=1....n)$
- 경기자 i의 j 번째 선택 :
  $j^i\ (j^i = 1.2...s^i)\ \ (i=1....n)$
- 경기자 i의 선택에 관한 확률 :
  $x^i\ \ (i=1....n)$
  $s.t.$
  $x^i = (x^i{}_{j^i}) \in R^{s^i\times1},\ x^{iT}e_{s^i} = 1,$
  $e_{s^i} = (1) \in R^{s^i\times1},\ x^i{}_{j^i} \geq 0\ , \forall j^i$
- 각 경기자가 $j^1 j^2 .. j^n$를 선택할 때 경기자-i의 보수 2) : $a^i{}_{j^1 j^2 .. j^n}$
- 경기자 i의 보수행렬 :
  $A_i = [\ a^i{}_{j^i (j^1 j^2 ... j^{i-1} j^{i+1} ... j^n)}] \in R^{s^i \times (s^1 s^2 ... s^{i-1} s^{i+1} ... s^n)}$
- 경기자 i의 기대보수 :
  $\pi_i = \sum_{j^1=1}^{s^1} \sum_{j^2=1}^{s^2} \cdots \sum_{j^n=1}^{s^n} x^1_{j^1} x^2_{j^2} .. x^n_{j^n} a^i_{j^1 j^2 .. j^n}$
  $= x^{iT} A_i x^1 \odot x^2 \odot x^3 \cdots \odot x^{i-1} \odot x^{i+1} \cdots \odot x^n$
  $= x^{iT} A_i g(g(\cdots g(g(g(\cdots g(g(x^1, x^2), x^3) \cdots), x^{i-1}), x^{i+1}) \cdots), x^n)$

이때, 위의 4명 게임에서와 같이 n명의 게임에서의 경기자 i의 내쉬 균형점에 대한 필요조건은 식(13)과 같이 일반화되며 모든 경기자의 혼합 내쉬균형점을 도출하기 위한 목적함수는 식(14)과 같다.

$$f^i(x^1, x^2, \ .x^{i-1}.x^i, x^{i+1}..., , x^n) \geq f^i{}_{j^i}{}'(x^1, x^2, .x^{i-1}.x^{i+1}..., , x^n) \tag{13}$$

$$\min \left\{ \sum_{i=1}^{n} |f^i(x^1, x^2, .x^{i-1}.x^i, x^{i+1}, \cdots, x^n) - \max f^i{}_{j^i}{}'(x^1, x^2, .x^{i-1}.x^{i+1}, \cdots, x^n)|_- \right\} \tag{14}$$

$s.t.$

$$x^i = (x^i{}_{j^i}) \in R^{s^i\times1},\ x^{iT}e_{s^i} = 1,\ e_{s^i} = (1) \in R^{s^i\times1},\ x^i \geq 0$$

---

2) $a^i{}_{j^1 j^2 .. j^n}$ 가 양을 가진다고 가정하여 식을 전개 하였으며, 만약 음을 갖는 경우 식(3)과 같이 보정하여 계산한다.

3. PSO 알고리즘

3인 이상의 내쉬 균형점은 언급한 바와 같이 비선형 특성을 가지고 있기 때문에 해석적인 방법을 이용하여 도출할 수가 없다. 따라서, 본 논문에서는 휴리스틱 알고리즘 중의 하나인 PSO(Particle Swarm Optimization)를 이용하여 N경기자에 대한 내쉬균형점을 도출하였다. PSO 알고리즘은 1995년 Eberhart와 Kennedy에 의하여 일반적 인공생명, 개체의 군집이론을 근본으로 사회적인 행동양식에 기반해서 제안되었다[11, 12].

3.1 일반적인 PSO 알고리즘

각각의 개체는 n차원 공간에서의 한 점으로 표현이 된다. l번째 개체가 $X_l=(x_{l1},\ldots,x_{ln})$이고, l번째 개체의 속도을 $V_l=(v_{l1},\ldots,v_{ln})$라 하면 PSO 개체의 운동 방정식은 식(15)와 같다. 이때, l번째 개체의 목적함수 값이 가장 좋은 개체의 위치를 $Pbest_l=(x_{l1}^{Pbest},\ldots,x_{ln}^{Pbest})$라 하고, 군집에서 모든 개체 중에서 목적함수가 가장 좋은 개체의 위치를 $Gbest_l=(x_{l1}^{Gbest},\ldots,x_{ln}^{Gbest})$라고 하면 각 개체는 식(15)와 (16)을 이용하여 탐색하는 것이 일반적인 PSO 알고리즘이다.

$$\begin{aligned} V_l^{k+1} = w\ V_l^k &+ c_1 rand_1 \times (\ Pbest_l^k - X_l^k) \\ &+ c_2 rand_2 \times (\ Gbest^k - X_l^k) \end{aligned} \tag{15}$$

$$X_l^{k+1} = X_l^k + V_l^{k+1} \tag{16}$$

여기서,

V_l^k : k번째 반복에서의 l번째 개체의 속도 $(0 \le V_{ij} \le 1)$

w : 관성 가중치

c_1, c_2 : 양의 실수

$rand_1, rand_2$: [0,1]사이의 랜덤함수

X_l^k : k번째 반복에서의 l 번째 개체

3.2 내쉬 균형점 도출 위한 PSO 알고리즘

N-경기자의 내쉬균형점을 도출하기위해 본 논문에서 제안한 PSO의 알고리즘의 기본적인 틀은 다음과 같다.

step 1) 초기화

step 2) 각 개체의 속도와 위치의 수정

step 3) $Pbest$ 와 $Gbest$의 수정

step 4) 종료조건을 만족할 때까지 step 2로 이동

3.2.1 초기화

초기화 과정에서, 개체들은 무작위하게 위치시킨다. 본 논문에서 개체의 구성은 각 경기자들의 확률 선택으로 구성되어진다. n명의 게임에서 최초 반복 시 개체의 l 번째 위치 벡터와 속도는 다음과 같다.

$$X_l^0 = (\ x^1{}_{l1},\ x^1{}_{l2},\cdots,\ x^1{}_{ls^1},\ x^2{}_{l1},\cdots,\ x^2{}_{ls^2},\cdots,\ x^n{}_{ls^n})$$
$$V_l^0 = (\ v^1{}_{l1},\ v^1{}_{l2},\cdots,\ v^1{}_{lj^1},\ v^2{}_{l1},\cdots,\ v^2{}_{lj^2},\cdots,\ v^n{}_{lj^n})$$

속도는 경기자들의 확률의 보정된 변화량과 같다. 위치와 속도의 요소는 같은 차원을 가진다. 이것은 등분조건식(17)과 부등조건 식(18)을 만족시킨 개체들의 군집을 만드는데 매우 중요하다.

$$\sum_{j^i=1}^{s^i} x^i{}_{j^i} = 1 \quad (i=1,\ldots,n) \tag{17}$$

$$0 \le x^i{}_{j^i} \le 1 \tag{18}$$

부등조건을 만족시킨 개체 l 의 요소를 만들 수 있다 할지라도 등분조건을 만족시키기 위한 새로운 방법의 개발이 필요하다. 아래 나열된 절차는 군집 내에서 초기 개체 생성을 위해 제안되었다.

step 1) $j^i=1$

step 2) 무작위로 한 개체에서 요소를 선택

step 3) 만족된 부등 조건하에 무작위로 요소의 생성 값 생성

step 4) 만약 $j^i = s^i - 1$ 이면 step 5로 넘어가고, 그렇지 않은 경우 $j^i = j^i + 1$ 으로 하고 step 2로 돌아간다.

step 5) 각 경기자 $(i=1,\ldots,n)$의 개체의 마지막 요소 값은 1 에서 $\sum_{j^i=1}^{s^i-1} x^i{}_{j^i}$ 를 뺀 값에 의해 결정된다. 만약 조건을 만족하는 범위 내에서 값이 결정되면 step 6으로 그렇지 않으면 step 1로 되돌아간다.

step 6) 초기화 과정을 종료한다.

각 개체의 시작점을 만든 후, 각 개체의 속도 또한 무작위하게 생성된다. 아래의 조건은 초기속도의 생성에 사용되어진다.

$$(0-\varepsilon) - \ x^i{}_{lj^i}{}^0 \le v^i{}_{lj^i} \le (1+\varepsilon) - \ x^i{}_{lj^i}{}^0 \tag{19}$$

여기서 ε은 매우 작은 양수이다. l 개체에서 속도요소 j^i는 범위 내에서 무작위로 생성된다. 개선된 초기화 계획은 항상 조건을 만족하는 개체를 생성할 뿐만 아니라 PSO 알고리즘의 개념을 벗어나지 않는 개체들을 생성한다. l 개체에서 초기 $Pbest_l$는 l 개체 초기 위치이고 초기 $Gbest_l$ 는 l 개체에서 최소 손실 지점된다.

3.2.2 속도보정

각 개체의 수정된 위치는 식(15)에서 얻어진 다음 stage에서의 각 개체의 속도를 계산하는데 필요하다. 속도 보정과정에서, ω, c_1, c_2 와 같은 파라미터 값은 미리 결정되어지며,

가중치 함수는 식(20)과 같이 정의되어진다[8].

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{Iter_{\max}} \times Iter \quad (20)$$

여기서,

$\omega_{\max}$, $\omega_{\min}$: 최대, 최소 가중치

$Iter_{\max}$: 최대 반복수

$Iter$: 현재 반복수

또한, 본 논문에서 내쉬 균형점을 도출하기 위해 식(16)과 (20)의 파라미터들은 다음과 같이 적용하였다[12].

$$c_1 = c_2 = 2.0\ ,\ \omega_{\max} = 0.9\ ,\ \omega_{\min} = 0.4$$

3.2.3 조건을 고려한 위치 수정

각 개체의 위치는 보정된 속도에 기초하여 식(16)에 의해 개선되어진다. 각 개체의 위치는 규정 속도 범위내에서 항상 부등조건을 만족하는 것은 아니다. 만약 각 개체의 어떤 요소가 규정속도 범위내에서 부등조건을 만족하지 않을 때 개체의 위치는 최대/최소 조정점으로 고정된다. 비록 앞의 방법이 항상 각 개체의 부등조건(18)을 만족시킨다 하더라도 등분조건 문제는 여전히 남게 된다. 그러므로, 각 경기자의 선택의 합은 1과 같다라는 조건 도입이 필요하다. PSO 알고리즘에서 등분 조건을 해결하기 위해 본 논문에서는 아래와 같은 과정을 사용하였다.

step 1) $j^i=1$. 현재 반복은 k

step 2) 무작위하게 l 개체요소선택 그리고 배열 $A(n)$요소 저장

step 3) 식(14),(15) 그리고 아래 부등조건을 만족시키기 위한 위치 조정을 이용해서 j^i의 요소 값을 수정

$$x^{i^{k+1}}_{lj^i} = \begin{cases} x^{i^k}_{lj^i}+v^{i^{k+1}}_{lj^i} & \text{if } 0 \le x^{i^k}_{lj^i}+v^{i^{k+1}}_{lj^i} \le 1 \\ 0 & \text{if } x^{i^k}_{lj^i}+v^{i^{k+1}}_{lj^i} < 0 \\ 1 & \text{if } x^{i^k}_{lj^i}+x^{i^{k+1}}_{lj^i} > 1 \end{cases} \quad (21)$$

step 4) 만약 $j^i=s^i-1$이면 step 5로 그렇지 않으면 $j^i=j^i+1$을하고 step 2로 다시 돌아간다.

step 5) l 개체에서 경기자의 마지막 요소의 값은 1에서 $\sum_{j=1}^{s^i-1} x^i{}_{j^i}$ 값을 뺀 값으로 결정되어진다. 만약 그 값이 범위 내에 존재하지 않는다면 식(16)을 이용해서 값을 조정하고 step 6으로 돌아간다. 만약 범위 내에 존재하면 step 8로 넘어간다.

step 6) $r^i=1$

step 7) 등조건 ($1-\sum_{j^i=1, j^i \ne r}^{s^i} x^i{}_{lj^i}$)을 만족하는 값들의 배열에서 요소 r^i의 값을 재조정한다. 만약 값이 규정범위 내에 존재한다면 step 8로 넘어가고 그렇지 않으면 $r^i=r^i+1$을 하고 step 7로 간다. 만약 $r^i=s^i+1$ 이면 step 6으로 간다.

step 8) 과정을 종료한다.

3.2.4 Pbest와 Gbest의 보정

$k+1$의 반복 시 각 개체의 $Pbest$는 아래와 같이 보정된다.

$$\begin{aligned} Pbest_l^{k+1} &= X_l^{k+1} \ \text{if} \ \ f_l^{k+1} < f_l^k \\ Pbest_l^{k+1} &= Pbest_l^k \ \text{if} \ \ f_l^{k+1} > f_l^k \end{aligned} \quad (22)$$

여기서,

f_l : l 개체에서 위치를 계산하는 목적함수

또한, $k+1$의 반복 시 $Gbest$는 계산된 위치와 $Pbest_l^{k+1}$ 사이의 가장 최상의 값으로 결정된다.

3.2.5 종료조건

적용한 PSO의 종료조건은 다음과 같다.

$$f_l \le \varepsilon(=10^{-10}) \quad (23)$$

4. 사 례 연 구

제안한 접근법의 타당성을 검토하기 위해서 보수가 임의적으로 주겼을 경우와 꾸르노 모델을 통한 사례연구를 수행하였다.

4.1 임의적인 보수의 3명 게임의 사례

본 사례에서는 3명의 경기자가 2개씩의 순수전략을 가지고 있으며, 이때 각 경기자 전략이 우월관계가 없는 임의적인 보수행렬를 적용하였다.

- 경기자 : G_1, G_2, G_3
- 각 경기자들의 순수전략의 개수 : 2, 2, 2
- 경기자 G_1 의 선택에 관한 확률 :
  $x=(x_i)\in R^{2\times1}$, $x^Te_2=1$, $e_2=(1)\in R^{2\times1}$, $x_i\ge0$, $\forall i$
- 경기자 G_2 의 선택에 관한 확률 :
  $y=(y_j)\in R^{2\times1}$, $y^Te_2=1$, $e_2=(1)\in R^{2\times1}$, $y_j\ge0$, $\forall j$
- 경기자 G_3 의 선택에 관한 확률 :
  $z=(z_k)\in R^{2\times1}$, $z^Te_2=1$, $e_2=(1)\in R^{2\times1}$, $z_k\ge0$, $\forall k$
- 각 경기자들의 순수전략의 표현 : G_{i1}, G_{i2}
- 각 경기자들의 순수전략에 따른 각 경우의 보수 : a_{ijk}, b_{ijk}, c_{ijk}
- 경기자의 보수행렬

표 1. G_1의 보수행렬

Table 1. G_1's Pay-off Matrix

	G_{21}, G_{31}	G_{21}, G_{32}	G_{22}, G_{31}	G_{22}, G_{32}
G_{11}	2	2	1	4
G_{12}	1	3	2	2

표 2. G_2의 보수행렬

Table 2. G_2's Pay-off Matrix

	G_{11} , G_{31}	G_{11} , G_{32}	G_{12} , G_{31}	G_{12} , G_{32}
G_{21}	1	3	2	1
G_{22}	2	1	1	4

표 3. G_3의 보수행렬

Table 3. G_3's Pay-off Matrix

	G_{11} , G_{21}	G_{11} , G_{22}	G_{12} , G_{21}	G_{12} , G_{22}
G_{31}	4	2	7	4
G_{32}	5	1	2	6

위의 예를 본 논문에서의 목적함수와 PSO 알고리즘을 적용한 프로그램을 반복 실행한 결과 다음의 표 4와 같이 5개의 내쉬균형점들을 구할 수 있었다.

표 4. 내쉬균형점

Table 4. Nash Equilibrium

1	각 경기자의 전략	내쉬균형일 때의 각 경기자의 확률		각 경기자가 자신의 순수전략에 따른 기대보수		내쉬균형에 따른 기대보수
G_1	G_{11}	x_1^*	1.000	$x_1=1,\ y^*,\ z^*$	2.00	2.00
	G_{12}	x_2^*	0.000	$x_2=1,\ y^*,\ z^*$	1.83	
G_2	G_{21}	y_1^*	0.500	$y_1=1,\ x^*,\ z^*$	1.67	1.67
	G_{22}	y_2^*	0.500	$y_2=1,\ x^*,\ z^*$	1.67	
G_3	G_{31}	z_1^*	0.667	$z_1=1,\ x^*,\ y^*$	3.00	3.00
	G_{32}	z_2^*	0.333	$z_2=1,\ x^*,\ y^*$	3.00	

2	각 경기자의 전략	내쉬균형일 때의 각 경기자의 확률		각 경기자가 자신의 순수전략에 따른 기대보수		내쉬균형에 따른 기대보수
G_1	G_{11}	x_1^*	0.500	$x_1=1,\ y^*,\ z^*$	1.50	1.50
	G_{12}	x_2^*	0.500	$x_2=1,\ y^*,\ z^*$	1.50	
G_2	G_{21}	y_1^*	0.500	$y_1=1,\ x^*,\ z^*$	1.50	1.50
	G_{22}	y_2^*	0.500	$y_2=1,\ x^*,\ z^*$	1.50	
G_3	G_{31}	z_1^*	1.000	$z_1=1,\ x^*,\ y^*$	4.25	4.25
	G_{32}	z_2^*	0.000	$z_2=1,\ x^*,\ y^*$	3.50	

3	각 경기자의 전략	내쉬균형일 때의 각 경기자의 확률		각 경기자가 자신의 순수전략에 따른 기대보수		내쉬균형에 따른 기대보수
G_1	G_{11}	x_1^*	0.667	$x_1=1,\ y^*,\ z^*$	2.00	2.00
	G_{12}	x_2^*	0.333	$x_2=1,\ y^*,\ z^*$	2.00	
G_2	G_{21}	y_1^*	0.000	$y_1=1,\ x^*,\ z^*$	1.67	1.78
	G_{22}	y_2^*	1.000	$y_2=1,\ x^*,\ z^*$	1.78	
G_3	G_{31}	z_1^*	0.667	$z_1=1,\ x^*,\ y^*$	2.67	2.67
	G_{32}	z_2^*	0.333	$z_2=1,\ x^*,\ y^*$	2.67	

4	각 경기자의 전략	내쉬균형일 때의 각 경기자의 확률		각 경기자가 자신의 순수전략에 따른 기대보수		내쉬균형에 따른 기대보수
G_1	G_{11}	x_1^*	0.833	$x_1=1,\ y^*,\ z^*$	2.00	2.00
	G_{12}	x_2^*	0.167	$x_2=1,\ y^*,\ z^*$	2.00	
G_2	G_{21}	y_1^*	1.000	$y_1=1,\ x^*,\ z^*$	1.92	1.92
	G_{22}	y_2^*	0.000	$y_2=1,\ x^*,\ z^*$	1.67	
G_3	G_{31}	z_1^*	0.500	$z_1=1,\ x^*,\ y^*$	4.50	4.50
	G_{32}	z_2^*	0.500	$z_2=1,\ x^*,\ y^*$	4.50	

5	각 경기자의 전략	내쉬균형일 때의 각 경기자의 확률		각 경기자가 자신의 순수전략에 따른 기대보수		내쉬균형에 따른 기대보수
G_1	G_{11}	x_1^*	0.000	$x_1=1,\ y^*,\ z^*$	1.82	1.86
	G_{12}	x_2^*	1.000	$x_2=1,\ y^*,\ z^*$	1.86	
G_2	G_{21}	y_1^*	0.286	$y_1=1,\ x^*,\ z^*$	1.75	1.75
	G_{22}	y_2^*	0.714	$y_2=1,\ x^*,\ z^*$	1.75	
G_3	G_{31}	z_1^*	0.750	$z_1=1,\ x^*,\ y^*$	4.86	4.86
	G_{32}	z_2^*	0.250	$z_2=1,\ x^*,\ y^*$	4.86	

위의 결과로부터 Lee 등[10]은 모든 시장참여자들의 기대보수는 특정 시장참여자가 전략에 대하여 항상 동일한 기대보수를 산출한다라는 가정을 통해 송전제약을 고려한 N 발전사업자의 혼합 내쉬 균형점을 도출하였으나 본 논문의 결과는 모든 시장참여자들이 기대보수가 특정 시장참여자의 전략에 대하여 항상 동일하지 않는 내쉬 균형점을 도출할 수 있다.

4.2 꾸르노 모형을 통한 사례

공급물량의 조정을 통해 경쟁하는 꾸르노 게임은 상대 경기자가 얼마만큼 생산할 것인가를 알 수 없는 상태에서 자신

의 이윤을 극대화하는 생산량을 결정한다. 본 사례는 계통을 고려하지 않고 3명의 발전사업자의 꾸르노 게임을 발전기의 최소발전량과 최대발전량을 고려하여 적용하였다.

- 경기자 : G_1, G_2, G_3
- 시장함수:
$$P=\theta-\beta(d),\ P=\theta-\beta(q_{G1}+q_{G2}+q_{G3}) \quad (24)$$
- 이득함수:
$$\pi_i=Pq_i-C_i \quad i=G1, G2, G3 \quad (25)$$
- 비용함수:
$$C_i=\frac{1}{2}\phi_i\ q_i^2+\gamma_i q_i+\eta_i \quad i=G1, G2, G3 \quad (26)$$
- 발전용량 제약 :
$$q_{i\min}\le q_i\le q_{i\max}$$
$$600\le q_{G1}\le 1500$$
$$800\le q_{G2}\le 1700$$
$$300\le q_{G3}\le 1200$$
- 입찰단위 : 100 MW
- 발전용량과 입찰단위를 고려한 각 경기자의 전략의 개수 : 10, 10, 10
- 경기자 G_1의 선택에 관한 확률 :
$$x=(x_i)\in R^{10\times1},\ x^Te_{10}=1,\ e_{10}=(1)\in R^{10\times1},\ x_i\ge0,\ \forall i$$
- 경기자 G_2의 선택에 관한 확률 :
$$y=(y_j)\in R^{10\times1},\ y^Te_{10}=1,\ e_{10}=(10)\in R^{10\times1},\ y_j\ge0,\ \forall j$$
- 경기자 G_3의 선택에 관한 확률 :
$$z=(z_k)\in R^{10\times1},\ z^Te_{10}=1,\ e_{10}=(1)\in R^{10\times1},\ z_k\ge0,\ \forall k$$
- 수급조건 : $d=q_{G1}+q_{G2}+q_{G3}$

표 5. 꾸르노 모델 계수
Table 5. Cournot model factor

		G_1	G_2	G_3
시장함수 $P=\theta-\rho(q_{G1}+q_{G2}+q_{G3}+q_{G4})$	θ	106.116		
	β	0.0206		
비용함수 $C_i=1/2\phi_i\ q_i^2+\gamma_i q_i+\eta_i$	ϕ_i	0.015718	0.021052	0.012956
	γ_i	1.360575	-2.07807	8.105354
	η_i	9490.366	11128.95	6821.482

위의 꾸르노 모델을 본 논문에서의 목적함수와 PSO 알고리즘을 적용한 프로그램을 반복 실행한 결과 표 6에서 제시된 바와 같이 1개의 내쉬균형점을 구할 수 있었다. 위의 예제의 내쉬균형은 G_1, G_2, G_3 각 경기자가 각각의 입찰물량을 1100, 1000, 1000 MW을 각각 확률 1로 하는 단순전략이 내쉬균형으로 도출되며, 이 때의 기대보수는 각각 25986.97, 22680.72, 20852.76 원이 된다.

표 6. 내쉬균형점
Table 6. Nash Equilibrium

	각 경기자의 전략	내쉬균형일 때의 각 경기자의 확률		각 경기자가 자신의 순수전략에 따른 기대보수		내쉬균형에 따른 기대보수
	600	x_1^*	0.0000	$x_1=1,\ y^*,\ z^*$	18398.6090	
	700	x_2^*	0.0000	$x_2=1,\ y^*,\ z^*$	21054.6415	
	800	x_3^*	0.0000	$x_3=1,\ y^*,\ z^*$	23141.4940	
	900	x_4^*	0.0000	$x_4=1,\ y^*,\ z^*$	24659.1665	
G_1	1000	x_5^*	0.0000	$x_5=1,\ y^*,\ z^*$	25607.6590	25986.9715
	1100	x_6^*	1.0000	$x_6=1,\ y^*,\ z^*$	25986.9715	
	1200	x_7^*	0.0000	$x_7=1,\ y^*,\ z^*$	25797.1040	
	1300	x_8^*	0.0000	$x_8=1,\ y^*,\ z^*$	25038.0565	
	1400	x_9^*	0.0000	$x_9=1,\ y^*,\ z^*$	23709.8290	
	1500	x_{10}^*	0.0000	$x_{10}=1,\ y^*,\ z^*$	21812.4215	
	800	y_1^*	0.0000	$y_1=1,\ x^*,\ z^*$	20898.9460	
	900	y_2^*	0.0000	$y_2=1,\ x^*,\ z^*$	22101.0930	
	1000	y_3^*	1.0000	$y_3=1,\ x^*,\ z^*$	22680.7200	
	1100	y_4^*	0.0000	$y_4=1,\ x^*,\ z^*$	22637.8270	
G_2	1200	y_5^*	0.0000	$y_5=1,\ x^*,\ z^*$	21972.4140	22680.7200
	1300	y_6^*	0.0000	$y_6=1,\ x^*,\ z^*$	20684.4810	
	1400	y_7^*	0.0000	$y_7=1,\ x^*,\ z^*$	18774.0280	
	1500	y_8^*	0.0000	$y_8=1,\ x^*,\ z^*$	16241.0550	
	1600	y_9^*	0.0000	$y_9=1,\ x^*,\ z^*$	13085.5620	
	1700	y_{10}^*	0.0000	$y_{10}=1,\ x^*,\ z^*$	9307.5489	
	300	z_1^*	0.0000	$z_1=1,\ x^*,\ y^*$	7167.17180	
	400	z_2^*	0.0000	$z_2=1,\ x^*,\ y^*$	10746.9364	
	500	z_3^*	0.0000	$z_3=1,\ x^*,\ y^*$	13785.1410	
	600	z_4^*	0.0000	$z_4=1,\ x^*,\ y^*$	16281.7856	
G_3	700	z_5^*	0.0000	$z_5=1,\ x^*,\ y^*$	18236.8702	20852.7640
	800	z_6^*	0.0000	$z_6=1,\ x^*,\ y^*$	19650.3948	
	900	z_7^*	0.0000	$z_7=1,\ x^*,\ y^*$	20522.3594	
	1000	z_8^*	1.0000	$z_8=1,\ x^*,\ y^*$	20852.7640	
	1100	z_9^*	0.0000	$z_9=1,\ x^*,\ y^*$	20641.6086	
	1200	z_{10}^*	0.0000	$z_{10}=1,\ x^*,\ y^*$	19888.8932	

5. 고찰 및 결론

본 논문에서 4.1의 사례에서 3인의 경기자가 우월전략이 존재하지 않는 2개의 전략을 가진 임의적 보수행렬을 만들어 적용하였을 때, 혼합 내쉬균형의 필요조건을 만족하는 5개의

내쉬균형을 찾아내어 제시한 목적함수와 알고리즘이 혼합 내쉬균형을 도출할 수 있음을 알 수 있었다. 사례 4.2의 사례에서 꾸르노 모델을 적용하여 구한 내쉬균형이 각 경기자가 하나의 순수전략을 취하는 결과는 보수행렬을 분석하였을 때 각 경기자의 자신의 전략에 따른 보수의 요소 중에서 상대방의 전략에 따른 최대요소가 서로 겹치는 곳이 내쉬균형이 결정되어졌다. 따라서, 위 사례의 꾸르노 모형의 경우 내쉬균형이 하나의 단순균형으로 도출됨을 알 수 있었다. 본 논문은 도매전력시장에서 꾸르노 모델을 이용하여 n명의 시장참여자의 혼합 내쉬균형점을 도출하는 방법론을 제안하였다. 기존의 Lemke 알고리즘은 2인 경우에만 혼합 내쉬균형점을 도출할 수 있지만 3인 이상의 혼합 내쉬균형점의 필요조건은 비선형 특성으로 인하여 위의 알고리즘을 이용할 수가 없다. 따라서, 본 논문에서는 다수의 참여자가 존재하는 도매전력시장의 적용을 위해 Lemke 알고리즘을 분석하여 n 경기자의 혼합 내쉬균형점의 필요조건을 자기 전략에 대한 확률이 제외된 필요조건으로 정식화 하였으며, 모든 경기자의 내쉬필요조건을 고려한 목적함수를 제안하였다. 또한 목적함수가 미분 불가능한 비선형 특성을 가지고 있기 때문에 휴리스틱 알고리즘 중의 하나인 PSO에 적용하여 내쉬균형점을 도출하였다.본 연구의 결과는 향후 우리나라 양방향 도매전력시장에서 발전사업자들에게 입찰전략을 수립하는데 있어 합리적인 방향을 제시할 수 있을 것이라 판단된다.

감사의 글

본 연구는 산업자원부의 지원에 의하여 기초전력연구원(R-2003-B-556)주관으로 수행된 과제임.

참 고 문 헌

[1] 박만근, 김발호, 박종배, 정만호, "게임이론을 적용한 전력거래해석," 전기학회논문지A, 제49권, 제6호, pp.266-271, 2000.6.

[2] R. W. Ferrero, S. M. Shahidehpour, and V. C. Ramesh, "Transaction Analysis in Deregulated Power Systems Using Game Theory", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 12, No. 3, pp. 1340-1347, August 1997.

[3] R. W. Ferrero, J. F. Rivera, and S. M. Shahidehpour, "Application of Games with Incomplete Information for Pricing Electricity in Deregulated Power Pools", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 13, No. 1, pp. 184-189, Feb. 1998.

[4] J. B. Park, B. H. Kim, J. H. Kim, M. H. Jung, and J. K. Park, "A Continuous Strategy Game for Power Transactions Analysis in Competitive Electrictiy Market", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 16, No. 4, pp. 847-855, Nov. 2001.

[5] J. H. Kim, J. B. Park, J. R. Shin, J. K. Park, "Game Theory Based Quantity Constraint Analysis in the Uniform Price Auction", 12th Intelligent Systems Application to Power Systems Conference (ISAP 2003), Paper No. ISAP03-074, Greece Lemnos, August 31 - September 3, 2003.

[6] L. B. Cunningham, R. Baldick, and M. L. Baughman, "An Empirical Study of Applied Game Theory : Transmission Constrained Cournot Behavior," IEEE Trans. on Power Systems, Vol_17 No_1, pp. 166-172, 2002.

[7] D. Chattopadhyay, "Multicommodity Spatial Cournot Model for Generator Bidding Analysis", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 19, No. 1, Feb. 2004.

[8] B. F. Hobbs, "Linear Complementary Models of Nash-Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Markets", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 16, No. 2, May, 2001.

[9] C.E LEMKE, J.T. HOWSON , "Equilibrium Points of Bimatrix Games", J.SOC. INDUST. APPL. MATH, Vol_12 No_2, 413-423, 1964. 6.

[10] K. W. Lee, and R. Baldick, "Solving Three-Player Games by the Matrix Approach with Application to an Electric Power Market", IEEE Trans. on Power Systems, Vol. 18, No. 4, pp. 1573-1580, 2003.

[11] J. Kennedy, and R. Eberhart, "Particle swarm optimization," Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks (ICNN' 95), Vol. IV, pp. 1942-1948, Perth, Australia, 1995.

[12] J.B. Park, K..S. Lee, J.R. Shin, K.Y. Y, "Economic Load Dispatch Based on a Hybrid Particle Swarm Optimization", 2003 IEEE Power Engineering Society General Meeting, Tronto, Ontario Canada, 13-17 July 2003, pp(Power NO.0-7803-7990-X/03)

저 자 소 개

박 종 배 (朴 宗 培)

1963년 11월 24일생. 1987년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1989년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1998년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 현재 건국대학교 공과대학 전기공학과 조교수.

Tel : 02-450-3483

E-mail : jbaepark@konkuk.ac.kr

임 정 열(林 正 烈)

1977년 1월 25일생. 2002년 건국대 공대 전기공학과 졸업. 2004년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 일진전기(주) 부하제어관리팀 근무.

Tel : 02-707-9623

E-mail : jungyoul.lim@iljin.co.kr

이 기 송 (李 起 松)

1974년 8월 4일생. 2000년 건국대 공대 전기공학과 졸업. 2002년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 현재 동 대학원 박사과정.

Tel : 02-450-4179

E-mail : ssong7@konkuk.ac.kr

신 중 린 (愼 重 麟)

1949년 9월 22일생. 1977년 서울대 공대 전기공학과 졸업. 1984년 동 대학원 전기공학과 졸업(석사). 1989년 동 대학원 전기공학과 졸업(공박). 현재 건국대학교 공과대학 전기공학과 교수.

Tel : 02-450-3487

E-mail : jrshin@konkuk.ac.kr