

시변 불확실성을 가지는 선형 시스템을 위한 반복 제어 시스템의 설계

Design of Repetitive Control System for Linear Systems with Time-Varying Uncertainties

도 태 용*, 정 명 진
(Tae-Yong Doh and Myung Jin Chung)

Abstract : This paper considers a design problem of the repetitive control system for linear systems with time-varying norm bounded uncertainties. Using the Lyapunov functional for time-delay systems, a sufficient condition ensuring robust stability of the repetitive control system is derived in terms of an algebraic Riccati inequality (ARI) or a linear matrix inequality (LMI). Based on the derived condition, we show that the repetitive controller design problem can be reformulated as an optimization problem with an LMI constraint on the free parameter.

Keywords : repetitive control, time-varying norm bounded uncertainty, lyapunov functional; time-delay systems, algebraic riccati inequality (ARI), linear matrix inequality (LMI)

I. 서론

반복 제어는 주기적인 기준 입력 추종이나, 주기적인 외란 억제를 위한 특성화된 제어 알고리즘이다. 이와 같은 정밀한 추종 특성은 반복 제어기내에 구현되어 있는 주기 신호 생성기에 기인한 것이다. 그러나 주기 신호를 생성하기 위해 사용되는 정제환 루프는 안정도 여유를 감소시켜 시스템을 불안정하게 만드는 경향이 있다. 따라서 시스템 안정과 추종 성능간의 타협은 반복 제어 시스템에서 중요한 요소이다. Hara 등은 반복 제어 시스템의 안정을 위한 충분조건을 유도했고, 시스템 안정을 위해 고주파 영역에서 추종 성능을 희생시키는 수정된 반복 제어 시스템을 제안하였다[1]. Güvenç은 플랜트의 구조적인 모델링 오차가 존재할 때, 그 안정성과 성능을 결정하기 위해 반복 제어 시스템에 구조적인 특이값을 적용하였다[2]. Moon 등은 선형 구간 시스템의 주파수 해석에 기반을 둔 도식적인 기법을 사용하여 반복 제어를 설계하였다[3]. Weiss와 Häfele는 정(regular) 선형 시스템 이론을 이용하여 다중입출력 반복 제어 시스템의 안정도와 강인성을 해석했다[4]. Li와 Tsao는 강인 안정하고 강인 성능의 반복 제어 시스템의 해석과 설계에 대해서 언급하였다[5].

반복 제어기는 주기적인 외란을 감쇠시킴으로써, 추종 성능을 향상시키는데 매우 유용하다는 것이 증명되어 왔다 [3,4,6]. 그러나, 정상 상태 추종 오차의 크기와 시스템 안정도를 결정하는 반복 제어기의 저역 통과 필터의 대역을 선택할 때, 대부분의 방법들이 수많은 시행 착오를 필요로 한

다. 플랜트가 불확실성을 가지는 경우, 저역 통과 필터의 대역은 시스템 안정을 위해 지나치게 축소되어, 원하는 추종 성능을 얻을 수 없게 된다. 특히, 시변 불확실성을 가지는 플랜트에는 현존하는 방법을 적용하는 것이 불가능하기 때문에, 반복 제어를 설계하는 새로운 방법이 필요하다.

지금부터 다루어질 반복 제어기 설계 문제는 시변 노름(norm) 한정 불확실성을 가지는 선형 시스템을 대상으로 다루어진다. 보상된 플랜트와 반복 제어기는 상태 공간에서 선형 시스템으로 표현된다. 시간 지연 시스템을 위한 리아프노프(Lyapunov) 함수를 사용하여, 반복 제어를 포함한 폐루프 시스템의 접근적 안정도를 보장하는 간단한 기준을 제시한다. 이 기준은 대수 리카티 부등식(algebraic Riccati inequality, ARI)나 선형 행렬 부등식(linear matrix inequality, LMI)의 형태로 주어진다. 반복 제어기 설계 문제는 Hara 등 [1]이 제안한 'q 필터'의 매개 변수에 대한 최적화 문제와 동일함을 보인다. 설계된 반복 제어기는 추종 성능 향상과 함께 가능한 모든 시변 불확실성에 대해서 시스템 안정도를 유지시킨다. 본 논문에서 단위 행렬 I 와 영 행렬 0 의 크기는 특별한 경우를 제외하고, 언급하지 않는다. 또한, 대칭 행렬 $X = X^T$ 에 대해서, $X > 0 (< 0)$ 은 X 가 양(음)정정임을 의미한다.

II. 문제 설정과 안정 조건

본 논문에서는 그림 1과 같은 반복 제어 시스템을 고려한다. 보상된 플랜트 G 는 불확실한 단일 입출력 선형 시스템이다. 반복 제어기 $C_{rp}(s)$ 는 시스템 안정을 위해 기존의 폐루프 시스템에 덧붙여진다. 여기서, $q(s)$ 는 시스템 안정을 확보하기 위해 요구되는 저역 통과 필터이다. T 는 기준 입력 $r(t)$ 의 알려진 주기이고 상수이다.

* 책임저자(Corresponding Author)

논문접수 : 2004. 1. 16., 채택확정 : 2004. 10. 7.

도태용 : 한밭대학교 전기전자제어공학부(dolerite@hanbat.ac.kr)

정명진 : 한국과학기술원 전자전산학과(mjchung@ee.kaist.ac.kr)

* 본 논문은 2004년도 국립한밭대학교 교내학술연구비의 지원으로 수행되었습니다.

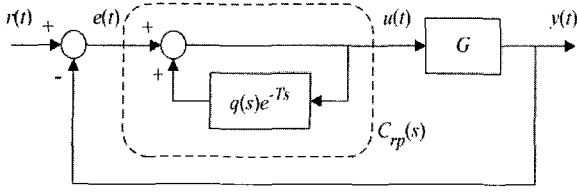


그림 1. 반복 제어 시스템.
Fig. 1. Repetitive control system.

$e(t)$ 는 기준 입력과 추종 출력 $y(t)$ 간의 추종 오차이고, $u(t)$ 는 플랜트 입력이다. $C_{rp}(s)$ 는 Hara 등 [1]이 제안한 것처럼, $a(s) = 1$ 인 수정된 반복 제어기와 동일한 구조이다. 만약 G 가 시불변 불확실성만 가진다면, 즉, G 가 보상된 플랜트의 주파수 영역 전달 함수로 표현된다면, 안정 조건은 다음 정리로 요약된다.

정리 1 : [1] 그림 1과 같은 반복 제어 시스템에서 다음 두 조건이 만족하면, 시스템은 지수적으로 안정하다.

1. 반복 제어가 없는 페루프 시스템 즉, $G(s)(1 + G(s))^{-1}$ 이 안정하다.
2. $\|q(s)(1 + G(s))^{-1}\|_{\infty} < 1$.

정리 1에서 언급한 것처럼 시스템 안정성과 더불어 향상된 추종 성능을 얻기 위해서 'q 필터'로 알려진 저역 통과 필터 $q(s)$ 는 설계에 주의하여야 한다. 결론적으로, 불확실한 시스템을 위한 반복 제어기 설계는 시스템 안정성과 추종 성능을 동시에 만족하도록 저역 통과 필터 $q(s)$ 를 설계하는 문제이다. $q(s)$ 의 대역을 넓힐수록 추종 성능은 증가하나 안정도 여유는 감소됨에 주의하여야 한다.

이와 더불어, 불확실성이 시스템 안정에 어떻게 영향을 미칠지에 대해서 정확하게 알 수 없기 때문에, G 의 불확실성은 $q(s)$ 의 설계를 더 어렵게 만든다. 특히 플랜트에 시변 불확실성이 존재할 경우, 기존의 방법 [1-6]을 사용하는 것은 불가능하다. 따라서, 시변 불확실성을 가진 플랜트에도 적용 가능한 새로운 $q(s)$ 설계 방법이 필요하다. 이를 위해, 먼저 시변 불확실성을 갖는 반복 제어 시스템의 안정 조건을 제안하고, 다음 장에서는 $q(s)$ 설계 방법을 소개한다.

불확실성을 고려하여, 보상된 플랜트 G 가 다음과 같이 표현된다고 가정하자.

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= (A_p + \Delta A_p(t))x_p(t) + B_p u(t) \\ y(t) &= (C_p + \Delta C_p(t))x_p(t) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $x_p(t) \in \mathbf{R}^{n_p}$ 는 상태 변수이다. 시변 불확실성이 다음과 같은 구조라고 가정하자.

$$\begin{bmatrix} \Delta A_p(t) \\ \Delta C_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{p1} \\ H_{p2} \end{bmatrix} F(t) E_p \quad (2)$$

여기서 $F(t) \in \mathbf{R}^{n_p \times n_p}$ 는 $F^T(t)F(t) \leq I$ 로 그 크기가

한정된 알 수 없는 행렬이고, H_{p1} 과 H_{p2} , E_p 는 불확실성의 구조를 특성화하는 알려진 실수 행렬이다.

참고 1 : (1)의 시스템은 반복 제어를 사용하지 않고, H_{∞} 제어 [7-8]와 같은 강인 제어 알고리즘을 사용하여 제어 가능하다. 그러나, 이런 제어 알고리즘은 고조파를 갖는 주기적인 기준 입력이나 외란을 다루는 데 있어서 심각한 단점이 있다. 이런 제어기의 차수는 추종하거나 감쇠시켜야 하는 고조파의 최고차수의 두 배보다 커야 한다. 한편, 반복 제어기에서 주기 신호 발생기는 주기 신호의 기본 주파수와 그 배수의 주파수에서 높은 궤환 이득을 생성하기 때문에, 페루프 시스템을 안정하게 만들 수만 있다면, 반복 제어가 그 간단한 구조에 비해, 주기적 기준 입력을 추종하거나 주기적 외란을 감쇠하는데 보다 효율적이다.

저역 통과 필터 $q(s)$ 는 (3)과 같은 1차라고 하자.

$$q(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} \quad (3)$$

여기서 ω_c 는 저역 통과 필터의 차단 주파수이다. 그러면, 그림 1의 반복 제어기 $C_{rp}(s)$ 는 (4)과 같은 상태 공간 방정식으로 구현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= -\omega_c x_c(t) + \omega_c x_c(t - T) + e(t) \\ u(t) &= \omega_c x_c(t - T) + e(t) \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 $x_c(t)$ 는 모조(dummy) 상태 변수이다. (4)의 자세한 유도 과정은 부록을 참조하라. $q(s)$ 를 (3)과 같이 표현함으로써, $q(s)$ 설계 문제는 시스템 안정을 유지하는 ω_c 를 찾는 문제와 동일해진다.

통합 상태 변수 $x^T = [x_p^T \ x_c^T]$ 를 사용하여, 안정도 해석에 사용할 다음 페루프 시스템을 생성하기 위해 (1)과 (4)를 결합한다.

$$\dot{x}(t) = (A + \Delta A(t))x(t) + A_d x(t - T) \quad (5)$$

여기서 각각의 행렬은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} A_p - B_p C_p & 0 \\ -C_p & -\omega_c \end{bmatrix}, \quad A_d = \begin{bmatrix} 0 & \omega_c B_p \\ 0 & \omega_c \end{bmatrix}, \\ \Delta A(t) &= HF(t)E = \begin{bmatrix} H_{p1} - B_p H_{p2} \\ -H_{p2} \end{bmatrix} F(t) \begin{bmatrix} E_p & 0 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (6)$$

(4)와 같이 반복 제어를 구현함으로써, (5)의 페루프 시스템은 전형적인 시간지연 시스템으로 표현된다.

정리 2 : $A_p - B_p C_p$ 가 Hurwitz라고 하자. 그림 1과 같은 반복 제어 시스템은 다음 두 조건중 하나를 만족하면, 주기 T 와 무관하게 강인 점근 안정하다.

1. 다음 ARI를 만족하는 스칼라 $\lambda > 0$ 과 양한정행렬 $P = P^T \in \mathbf{R}^{(n_p+1) \times (n_p+1)}$, $Q = Q^T \in \mathbf{R}^{(n_p+1) \times (n_p+1)}$ 이 존재한다.

$$PA + A^T P + Q + PA_d Q^{-1} A_d^T P + \lambda^{-1} P H H^T P + \lambda E^T E < 0 \quad (7)$$

2. 다음 LMI를 만족하는 스칼라 $\lambda > 0$ 과 양한정행렬 $P = P^T \in \mathbf{R}^{(n_p+1) \times (n_p+1)}$, $Q = Q^T \in \mathbf{R}^{(n_p+1) \times (n_p+1)}$ 이 존재한다.

$$\begin{bmatrix} PA + A^T P + Q & PA_d & PH & \lambda E^T \\ A_d^T P & -Q & 0 & 0 \\ H^T P & 0 & -\lambda I & 0 \\ \lambda E & 0 & 0 & -\lambda I \end{bmatrix} < 0 \quad (8)$$

다음 보조 정리들은 정리 2의 증명에서 사용된다.

보조 정리 1 : [9] Σ_1 과 Σ_2 는 실수이고 상수인 행렬이고, $M(t)$ 를 $M^T(t)M(t) \leq I$ 를 만족하는 실수 행렬 함수라고 하면, 다음 부등식들은 항상 성립한다.

1. 어떤 $\rho > 0$ 에 대해서,
 $\Sigma_1 M(t) \Sigma_2 + \Sigma_2^T M^T(t) \Sigma_1^T \leq \rho^{-1} \Sigma_1 \Sigma_1^T + \rho \Sigma_2^T \Sigma_2.$
2. 어떤 $\mu > 0$ 에 대해서,
 $\Sigma_1^T \Sigma_2 + \Sigma_2^T \Sigma_1 \leq \mu^{-2} \Sigma_1^T \Sigma_1 + \mu^2 \Sigma_2^T \Sigma_2.$

보조 정리 2 : [10] x 에 종속적인 $Q(x) = Q^T(x)$ 와 $R(x) = R^T(x)$, $S(x)$ 로 된 LMI $\begin{bmatrix} Q(x) & S(x) \\ S^T(x) & R(x) \end{bmatrix} < 0$ 를 고려하자. 위의 LMI가 성립하기 위한 필요 충분 조건은 $R(x) < 0$, $Q(x) - S(x)R^{-1}(x)S^T(x) < 0$ 와 같다.

- 정리 2의 증명 :
1. 다음과 같이 주어진 리아프노프 함수를 고려하자.

$$V(x(t), t) = x^T(t) P x(t) + \int_{t-T}^t x^T(\theta) Q x(\theta) d\theta$$

여기서 P 와 Q 는 양한정 대칭인 가중치 행렬이다. (5)의 해를 따라 미분을 취하면,

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t), t) &= x^T(t) [P(A + \Delta A(t)) \\ &+ (A + \Delta A(t))^T P + Q] x(t) \\ &+ x^T(t) P A_d x(t-T) + x^T(t-T) A_d^T P x(t) \\ &- x^T(t-T) Q x(t-T) \\ &\leq x^T(t) [P(A + \Delta A(t)) + (A + \Delta A(t))^T P \\ &+ Q + P A_d Q^{-1} A_d^T P] x(t) \end{aligned} \quad (9)$$

와 같은 결과를 얻을 수 있다. 불확실성을 제거하기 위해, (2)와 (6)을 사용하고, 보조 정리 1-1을 적용하면, 양의 λ 에 대해서,

$$\begin{aligned} P \Delta A(t) + \Delta A(t)^T P &= P H F(t) E + F^T F^T(t) H^T P \\ &\leq \lambda^{-1} P H H^T P + \lambda E^T E \end{aligned} \quad (10)$$

와 같은 부등식을 얻을 수 있다. (10)을 (9)에 대입하면, 다음과 같은 최종식이 구해진다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t), t) &\leq x^T(t) [PA + A^T P + Q + P A_d Q^{-1} A_d^T P \\ &+ \lambda^{-1} P H H^T P + \lambda E^T E] x(t) \end{aligned} \quad (11)$$

만약 $x(t) \neq 0$ 일 때 $V(x(t), t) < 0$ 이면, $t \rightarrow \infty$ 따라, $x(t) \rightarrow 0$ 이 되고, 반복 제어 시스템은 (2)를 만족하는 허용 가능한 모든 불확실성에 대해서 시간 T 에 무관하게 점근 안정하다. ARI (7)을 만족하면, (11)으로부터 안정 조건이 보장된다.

2. 보조 정리 2를 적용하면, ARI (7)가 LMI (8)과 동일하다는 것을 쉽게 보일 수 있다. ■

정리 2는 시변 불확실성을 가진 일반적인 선형 시간 지연 시스템을 위한 안정 조건 [9], [11]을 반복 제어 시스템에 적합하게 수정한 결과이다.

III. 반복 제어기 설계

이 장에서는 정리 2의 결과를 이용하여 시스템 안정성을 보장하기 위한 저역 통과 필터 $q(s)$ 의 최대 차단 주파수 ω_c 를 찾는 것이다. 편의를 위하여, ω_c 는 $\hat{\omega}_c$ 와 $\delta\omega_c$ 의 합 즉,

$$\omega_c = \hat{\omega}_c + \delta\omega_c \quad (12)$$

으로 표현한다. 여기서 $\hat{\omega}_c$ 는 공칭 플랜트로부터 대략적으로 추정된 값이고, $\delta\omega_c$ 는 찾아야 할 알지 못하는 값이다. 그러면, A 와 A_d 는 자유 매개 변수 $\delta\omega_c$ 에 의존적이고 다음과 같은 형태로 표현된다.

$$\begin{aligned} A &= A_0 + A_1 \times \delta\omega_c \\ A_d &= A_{d0} + A_{d1} \times \delta\omega_c \end{aligned} \quad (13)$$

여기서 각 행렬들은

$$\begin{aligned} A_0 &= \begin{bmatrix} A_p - B_p C_p & 0 \\ -C_p & -\hat{\omega}_c \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -I \end{bmatrix} \\ A_{d0} &= \begin{bmatrix} 0 & \hat{\omega}_c B_p \\ 0 & \hat{\omega}_c \end{bmatrix}, \quad A_{d1} = \begin{bmatrix} 0 & B_p \\ 0 & I \end{bmatrix} \end{aligned}$$

이다. 다음 정리에서, P 와 $\delta\omega_c$ 의 역에 선형인 LMI로 표현되는 수정된 안정 조건이 제시된다.

정리 3 : $A_p - B_p C_p$ 가 Hurwitz라고 하자. 그러면 어떤 가중치 행렬 $Q > 0$ 과 상수 $\mu > 0$ 에 대해서 다음 LMI 조건을 만족하는 행렬 $P > 0$ 와 상수 $\gamma = \delta\omega_c^{-1}$ 가 존재한다면, 그림 1과 같은 반복 제어 시스템은 주기 T 와 무관하게 강인 점근 안정하다.

$$\begin{bmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \Pi_{13} \\ \Pi_{12}^T & \Pi_{22} & 0 \\ \Pi_{13}^T & 0 & \Pi_{33} \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

여기서 Π_{11} 과 Π_{12} , Π_{13} , Π_{22} , Π_{33} 는 다음과 같다.

$$\Pi_{11} := \begin{bmatrix} PA_0 + A_0^T P + Q & PA_d \\ A_d^T P & -Q \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{12} := \begin{bmatrix} PA_d & \mu^{-1} P & \mu A_1^T \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{13} := \begin{bmatrix} PH & \lambda E^T \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Pi_{22} := \text{diag}(-\gamma Q, -\gamma I, -\gamma D)$$

$$\Pi_{33} := \text{diag}(-\lambda I, -\lambda D)$$

증명 : (12)와 (13)을 사용하고, 보조정리 1-2를 적용하면, (8)의 (1,1) 항은 상수 $\mu > 0$ 에 대해서

$$\begin{aligned} PA + A^T P + Q &= PA_0 + A_0^T P + Q \\ &\quad + \delta\omega_0(PA_1 + A_1^T P) \\ &\leq PA_0 + A_0^T P + Q \\ &\quad + \delta\omega_0(\mu^{-2} PP + \mu^2 A_1^T A_1) \end{aligned}$$

로 표현된다. 그리고 (8)의 (1,2)과 (2,1) 항은 (13)에 의해

$$PA_d = PA_{d0} + PA_{d1} \times \delta\omega_c$$

$$A_d^T P = A_{d0}^T P + \delta\omega_c \times A_{d1}^T P$$

로 된다. 보조 정리 2를 적용하고 약간의 수학적 처리를 거치면, (14)를 얻을 수 있다. ■

(14)의 LMI 조건은 변수 P 와 λ , γ 에 컨벡스(convex)하다. 최대 $\delta\omega_c$ 를 구하고, LMI의 유용성(feasibility)을 확인하기 위해서, 반복 제어기 설계 문제는 다음과 같은 최적화 문제로 공식화할 수 있다.

(14)의 조건하에서, P 와 λ , γ 에 대해 $\gamma = \delta\omega^{-1}$ 를 최소화하라. (15)

위의 최적화 문제를 해결함으로써 얻어지는 최대 $\delta\omega_c = \gamma^{-1}$ 와 $\hat{\omega}_c$ 의 합은 정리 3의 안정 조건을 만족하고 추종 성능을 향상시키는 반복 제어기내 저역 통과 필터 $q(s)$ 의 최대 차단 주파수이다.

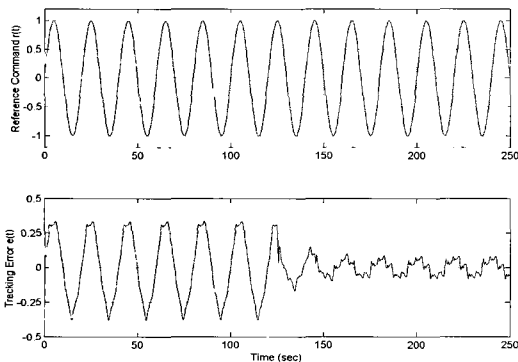


그림 2. 기준 명령 신호 $r(t)$ 와 추종 오차 $e(t)$.

Fig. 2. Reference command $r(t)$ and tracking error $e(t)$.

$\delta\omega_c PA_1$ 과 $\delta\omega_c A_1^T P$ 와 같은 비선형 항을 제거하기 위해 보조 정리 1-2를 적용했기 때문에, 정리 3의 안정 조건은 정리 2에 비해 다소 신중하다(conservative). 그 대신, 정리 3은 ω_c 를 구할 수 있는 간단한 방법을 제공한다.

참고 2 :

보상된 플랜트 G 가 $m \times m$ 다중 입출력 (MIMO) 시스템이고 $q(s)$ 가 $q(s) = \frac{\omega_c}{s + \omega_c} I_{m \times m}$ 가 같이 표현된다면, 제안된 안정 조건과 설계 방법은 수정없이 적용가능하다.

IV. 수치 예제

다음과 같은 시스템 행렬을 가지는 보상된 플랜트 G 를 고려하자.

$$A_b = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -10 & -3 \end{bmatrix}, B_b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C_b = [20 \ 0]$$

$$\Delta A_b(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \sin(0.5\pi t) & 0.1 \sin(0.5\pi t) \end{bmatrix}$$

$$\Delta C_b(t) = [0.5 \sin(0.5\pi t) \ 0]$$

시스템 행렬로부터 $F(t)$ 와 H_{p1} , H_{p2} , E_b 를

$$F(t) = \begin{bmatrix} \sin(0.5\pi t) & 0 \\ 0 & \sin(0.5\pi t) \end{bmatrix}, H_{p1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0.1 \end{bmatrix}$$

$$H_{p2} = [0.5 \ 0], E_b = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

와 같이 정할 수 있다.

$\hat{\omega}_c$ 를 1 rad/sec로 하고, $Q = 0.01 I_{3 \times 3}$, $\mu = 800$ 으로 하면, LMI control toolbox [12]를 이용하여 (15)의 최적화 문제를 풀면, 양한정 행렬 P 는

$$P = \begin{bmatrix} 0.3225 & 0.0206 & -0.0250 \\ 0.0206 & 0.0145 & -0.0074 \\ -0.0250 & -0.0074 & 0.0106 \end{bmatrix}$$

이고, λ 는 0.011, γ 는 0.67이 된다.

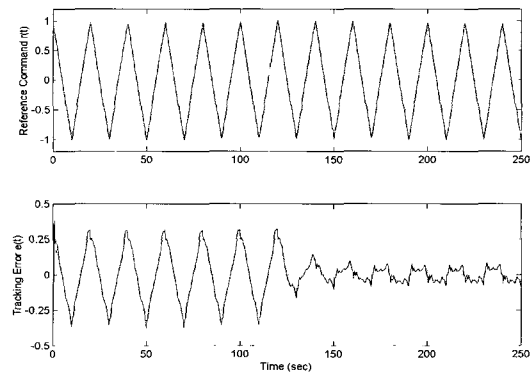


그림 3. 기준 명령 신호 $r(t)$ 와 추종 오차 $e(t)$.

Fig. 3. Reference command $r(t)$ and tracking error $e(t)$.

따라서 정리 3을 만족하는 저역 통과 필터의 최대 차단 주파수 ω_c 는 2.49 rad/sec가 된다. 컴퓨터 모의 실험을 통해, 설계된 반복 제어기의 성능을 검증한다. 그림 2는 기준 명령 신호로 정현파가 주어졌을 때, 추종 오차를 보여준다. 그리고, 그림 3은 삼각파가 기준 명령 신호로 주어졌을 때 추종 오차를 보여준다. 그림 2와 3에서 반복 제어기는 125 sec에서 동작한다. 반복 제어기는 주기적인 기준 명령 신호의 기본 주파수와 그 정수배 주파수들에서 큰 루프 이득을 생성한다. 따라서, 반복 제어 시스템에서는 기존의 궤환 시스템, 즉, $q(s)=0$, 의 경우와는 달리 아주 작은 추종 오차가 발생한다. 그러나, 반복 제어기에 의해 발생하는 루프 이득이 무한대가 아니기 때문에, 추종 오차는 0으로 수렴하지는 않는다.

IV. 결론

본 논문에서는 시변 놈 한정 불확실성을 가진 선형 시스템을 위한 반복 제어기 설계 문제를 고려하였다. 리아프노프 안정도 이론을 사용하여 반복 제어 시스템의 안정을 위한 충분 조건을 유도하였고, 반복 제어기 설계 문제를 $q(s)$ 의 차단 주파수의 역을 최소화하는 최적화 문제로 설정할 수 있음을 보였다. 다른 방법들과 비교하였을 때, 제안된 설계 방식은 시변 불확실성에도 불구하고, $q(s)$ 의 차단 주파수를 즉시 구할 수 있다.

참고문헌

[1] S. Hara, Y. Yamamoto, T. Omata, and M. Nakano, "Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 37, no. 7, pp. 659-668, 1988.

[2] L. Güvenc, "Stability and performance robustness analysis of repetitive control systems using structured singular values", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 118, no. 3, pp.593-597, 1996.

[3] J.-H. Moon, M.-N. Lee, and M. J. Chung, "Repetitive control for the track-following servo system of an optical disk drive", *IEEE Trans. Control Systems Technology*, vol. 6, no. 5, pp. 663-670, 1998.

[4] G. Weiss and M. Häfele, "Repetitive control of MIMO systems using H_∞ design", *Automatica*, vol. 35, no. 7, pp. 1185-1199, 1999.

[5] J. Li and T.-C. Tsao, "Robust performance repetitive control systems", *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 123, no. 3, pp. 330-337, 2001.

[6] Y. Onuki and H. Ishioka, "Compensation for repeatable tracking errors in hard drives using discrete-time repetitive controllers", *IEEE Trans. Mechatronics*, vol. 6, no. 2, pp. 132-136, 2001.

[7] J. Abedor, J., K. Nagpal, P. P. Khargonekar, and K. Poolla, "Robust regulation in the presence of norm-

bounded uncertainty", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 40, no. 1, pp. 147-152, 1995.

[8] M.-N. Lee, J.-H. Moon, K. B. Jin, and M. J. Chung, "Robust H_∞ control with multiple constraints for the track-following system of an optical disk drive", *IEEE Trans. Industrial Electronics*, vol. 45, no. 4, pp. 638-645, 1998.

[9] M. S. Mahmoud, *Robust Control and Filtering for Time-Delay Systems*, Marcel Dekker, Inc., 2000.

[10] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, "Linear matrix inequalities in system and control theory", *SIAM Studies in Applied Mathematics 15*, SIAM Philadelphia, 1994.

[11] H. Kokame, H. Kobayashi, and T. Mori, "Robust H_∞ performance for linear delay-differential systems with time-varying uncertainties", *IEEE Trans. Automatic Control*, vol. 43, no. 2, pp. 223-226, 1998.

[12] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, "LMI control toolbox user's guide", *The MathWorks, Inc.*, 1995.

부록

그림 4의 $C_{rp}(s)$ 내에 있는 $q(s)e^{-sT}$ 를 상태 공간 방정식으로 표현해보자. 먼저, $C_{rp}(s)$ 를 전달 함수

$$\frac{Y_c(s)}{U(s)} = \frac{\omega_c e^{-sT}}{s + \omega_c} \times \frac{X_c(s)}{X_c(s)} \quad (16)$$

로 나타내자. 여기서, $U(s)$ 와 $Y_c(s)$ 는 $u(t)$ 와 $y_c(t)$ 의 라플라스 변환이고 $X_c(s)$ 는 모조 상태 변수 $x_c(t)$ 의 라플라스 변환이다. (16) 양변의 분자 분모는 같기 때문에,

$$Y_c(s) = \omega_c e^{-sT} X_c(s)$$

$$U(s) = sX_c(s) + \omega_c X_c(s)$$

로 쓸 수 있다. 역 라플라스 변환을 통해, 위의 두 식은 다음과 같이 표현 가능하다.

$$\dot{x}_c(t) = -\omega_c x_c(t) + u(t)$$

$$y_c(t) = \omega_c x_c(t - T)$$

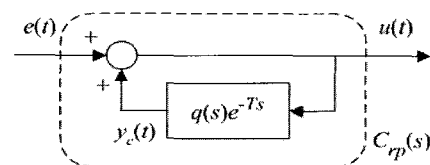
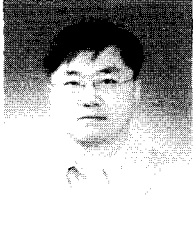


그림 4. 반복 제어기 $C_{rp}(s)$.

Fig. 4. Repetitive controller $C_{rp}(s)$.

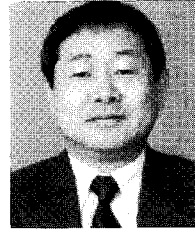
$y_c(t)$ 를 소거하기 위해 $u(t) = e(t) + y_c(t)$ 의 관계를 이용하면, 반복 제어기는 (4)와 같은 형태로 구현된다.

$$\begin{aligned}\dot{x}_c(t) &= -\omega_c x_c(t) + \omega_c x_c(t-T) + e(t) \\ u(t) &= \omega_c x_c(t-T) + e(t)\end{aligned}$$



도 태 용

1969년 2월생. 1992년 경북대학교 전자공학과 졸업. 한국과학기술원 석사(1994), 한국과학기술원 박사(1999). 1997년~2001년 삼성전자 디지털 미디어 연구소 책임연구원. 2001년~2002년 한국과학기술원 전자전산학과 BK21 초빙 교수. 2002년 3월~현재 국립한밭대학교 제어계측공학과 조교수. 관심분야는 반복제어, 학습제어, 강인제어, 디지털 제어 시스템, 광 디스크 드라이브 제어 시스템.



정 명 진

1950년 1월생. 1973년 서울대학교 전기공학과 학사. 1977년 University of Michigan 전기공학과 석사. 1983년 University of Michigan 제어공학과 박사. 1976년 국방과학연구소 연구원. 1981년 1월~1983년 8월 University of Michigan, CRIM 연구 조교. 1983년 10월~현재 한국과학기술원 전자전산학과 전기 및 전자공학전공 교수. 관심분야는 로보틱스, 강인제어.