

## Design of ceramics powder compaction process parameters (Part II : Optimization)

J. L. Kim and Y. T. Keum<sup>†,\*</sup>

*Department of Precision Mechanical Engineering, Graduate School in Hanyang University, Seoul 133-791, Korea*

*\*Division of Mechanical Engineering, Hanyang University, Seoul 133-791, Korea*

(Received December 29, 2004)

(Accepted January 6, 2005)

**Abstract** In this study, the process parameters in ceramics powder compaction are optimized for getting high relative densities of ceramic products. To find optimized parameters, the analytic models of powder compaction are firstly prepared by 2-dimensional rod arrays with random green densities using a quasi-random multiparticle array. Then, using finite element method, the changes in relative densities are analyzed by varying the size of  $Al_2O_3$  particle, the amplitude of cyclic compaction, and the coefficient of friction, which influence the relative density in cyclic compactions. After the analytic function of relative density associated process parameters are formulated by aid of the response surface method, the optimal conditions in powder compaction process are found by the grid search method. When the particle size of  $Al_2O_3$  is 22.5  $\mu m$ , the optimal parameters for the amplitude of cyclic compaction and the coefficient of friction are 75 MPa and 0.1103, respectively. The maximum relative density is 0.9390.

**Key words** Ceramics powder compaction, Optimization, Response surface method, Cyclic pressure, Finite element analysis

## 세라믹스 분말 가압 성형 공정 변수 설계(2부: 최적화)

김정래, 김영탁<sup>†,\*</sup>

한양대학교 일반대학원 정밀기계공학과, 서울, 133-791

\*한양대학교 기계공학부, 서울, 133-791

(2004년 12월 29일 접수)

(2005년 1월 6일 심사완료)

**요약** 본 연구에서는 세라믹 제품의 고밀도를 얻기 위해 분말 압축 성형 공정 변수의 최적화가 수행되었다. 이를 위해 먼저 임의의 초기 밀도를 갖는 분말 성형체를 모델링하였다. 그리고 반복 가압 성형 공정시 상대밀도에 영향을 주는  $Al_2O_3$  입자의 크기, 반복 가압 진폭 크기, 그리고 마찰계수에 따른 상대밀도의 변화를 유한요소법으로 해석하였다. 유한요소 해석 결과를 반응 표면법으로 수식화한 후, 격자 탐색법으로 가압 성형 공정 변수의 최적 조건을 찾았다. 입자의 크기가 22.5  $\mu m$ , 반복 가압 진폭이 75 MPa, 마찰계수가 0.1103인 경우에 상대 밀도 값이 0.9390으로 최대가 되었다.

### 1. 서론

세라믹 분말 압축 성형 공정은 소결 공정 이전에 고밀도를 얻기 위하여 반드시 거쳐야 하는 과정이고 그 자체 만으로도 우수한 물성의 세라믹 제품을 얻을 수 있는 과정이다. 상대밀도는 세라믹 제품 평가의 주요 평가 요소로서 압축 성형 공정부터 고밀도를 얻기 위해 많은 연구 개발이 진행되어 최근에는 압축 성형시 고밀도를 얻을

수 있는 최적의 파라미터 값을 찾으려는 노력이 집중되고 있다. 이러한 연구의 동향으로 실제 압축성형 공정에 대한 모델링 연구로서 Keum 등[1]은 임의의 초기 밀도를 가지는 분말 성형체를 모델링하였다. 상대밀도에 영향을 미치는 인자들에 대한 연구로는 Jiang 등[2-3]은 금속 복합체의 윤활과 실험체의 종횡비, 그리고 입자 크기의 효과에 대한 실험적인 연구를 수행하였으며 Consuelo 등[4]은 패키징 입자의 크기의 효과에 대한 연구를 하였고 Briscoe 등[5]은 분말입자와 다이의 마찰에 의한 효과에 대한 실험적인 연구를 수행하였으며 Kim 등[6]은 반복 압력, 반복속도 및 바이어스 압력등이 상온 반복압축하의 분말 치밀화에 미치는 영향을 조사하였다. 또한 Shin

<sup>†</sup>Corresponding author

Tel: +82-2-2290-0436

Fax: +82-2-2298-6194

E-mail: ytkeum@hanyang.ac.kr

등[7]은 상압소결에 따른 성형밀도 및 소결밀도의 변화를 고찰하여, 소결밀도의 재현성을 향상시킬 수 있는 성형 공정 조건을 제시하였다.

기존 연구에서는 분말 가압 성형 공정에 대한 실험적인 연구가 여러가지 방법으로 진행되었고 이상적인 모델에 대하여 수치해법을 이용한 정량적 분석과 최적화가 이루어지고 있다. 그러나, 실제 성형 현상과 치이가 있으므로 세라믹 분말을 이용하여 우수한 물성의 세라믹 부품을 성형하는 분말 압축성형 공정의 효율성을 향상시키기 위해서는 실제 압축성형 공정에 대한 전산모사를 통한 공정 파라미터의 최적화가 필요하다. 이는 해석시 드는 시간적 수치적 비용 또한 감소시킬 수 있다.

본 연구에서는 상대밀도에 영향을 미치는 입자 크기, 반복 가압 진폭, 마찰 계수를 세라믹스 분말 압축 성형 공정의 설계변수로 하고 완전 계승 계획법(full factorial design, FFD)을 이용하여 적절한 실험점을 선정하였으며, 관심실험영역에 대하여 유한요소 해석을 수행하여 회귀 모델로 반응표면 모델을 생성하였다. 그리고 격자 탐색법을 이용하여 관심실험영역에서 상대밀도를 극대화시키는 공정 변수를 예측하였다.

## 2. 공정 변수 최적화

### 2.1. 반응표면법

공정변수에 대한 최적화는 다음과 같은 목적함수의 최대화로 달성된다.

$$\begin{aligned} & \text{maximize } y = f(x) \\ & \text{subject to } g_i(x) \leq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

여기서  $y$ 는 목적함수이며,  $x$ 는 설계변수이고,  $g_i(x)$ 는 제한조건이다.

최적화 절차는 설계변수의 초기치  $x_0$ 로부터 반복적인 방법에 의하여 설계변수를 갱신하여 수행되며 설계변수의 갱신은 다음 식에 따른다.

$$x_{k+1} = x_k + a_k S_k \quad (2)$$

여기서  $k$ 는 반복횟수,  $S_k$ 는 탐색방향 벡터,  $a_k$ 는 탐색거리이다. 따라서 최적화 절차는 두 단계에 걸쳐 수행되며 첫 단계에서는 탐색방향 벡터를 구하고 다음 단계에서 탐색방향으로 목적함수가 최대가 되도록 하는  $a_k$ 를 구한다. 제한된 영역에서 최대화 문제를 풀기 위한 방법은 여러 가지가 있고 이들의 대부분의 방법은 설계변수에 대한 목적함수의 민감도(sensitivity) 계산을 바탕으로 목적함수를 극대화시킨다.

본 연구에서는 반응표면분석법(response surface method)

을 목적함수의 최적화 도구로 사용하였다. 반응표면법은 Box와 Wilson[8]에 의하여 처음으로 소개된 근사기법으로서, 이 반응표면분석법을 이용하면 많은 해석시간을 요하는 설계변수의 민감도를 간단하게 구할 수 있다. 목적함수  $y$ 를 해석 결과로부터 다음과 같이 근사화된 함수  $\bar{y}$ 로 대치한다[9, 10].

$$\bar{y} = X\beta \quad (3)$$

여기서  $\beta = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n]^T$ 는 회귀 계수 벡터이고,  $X$ 는 설계변수 다항식 벡터이다.  $\beta$ 는 다음 식과 같이 목적함수 값과 근사함수 값의 차이의 제곱의 합을 최소화하는 값으로 구할 수 있다.

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T y \quad (4)$$

### 2.2. 실험계획법

$Al_2O_3$  입자 크기, 반복 가압 진폭 크기, 마찰계수를 설계변수 인자로 3인자 3수준으로 한 완전중심계획법(FFD)[11]을 사용하였으며, 관심 실험영역(region of interest)은 Table 1과 같이 설정하였다. 목적함수의 값은 1회 가압시 상대밀도와 1000회 반복 가압시 상대밀도의 차로 하였다.

### 2.3. 해석 모델링

압축 분말체를 2차원 막대 배열 성형으로 모델링[1]하였다. Al 입자의 크기는  $15 \mu m$ 로 고정하고,  $Al_2O_3$  입자 크기는  $7.5 \mu m$ ,  $15 \mu m$ ,  $22.5 \mu m$ 로 각각 모델링 하였다.  $Al_2O_3$  입자 크기가  $7.5 \mu m$ 인 모델을 model 1,  $Al_2O_3$  입자 크기가  $15 \mu m$ 인 모델을 model 2,  $Al_2O_3$  입자 크기가  $22.5 \mu m$ 인 모델을 model 3라 하였다. 각 모델의 초기 상대밀도는 0.554, 0.607, 0.615이다. Fig. 1은 이들 각 모델에 대한 유한요소 메쉬를 나타낸다.

### 2.4. 수치해석

세라믹 분말 가압성형 공정을 유한요소 해석하기 위하여 부여한 경계 조건은 다음과 같다. 상편치에는 Fig. 2와 같이 싸이클 주파수 1 Hz로하여 최대압력 하중  $P_{max} =$

Table 1  
Factors and levels for experimental design

Factor	Factor name	Coded variable		
		-1 level	0 level	1 level
Natural variables	$\xi_1$ $Al_2O_3$ Particle size [ $\mu m$ ]	7.5	15	22.5
	$\xi_2$ Pressure amplitude [MPa]	125	100	75
	$\xi_3$ Friction coefficient	0.1	0.3	0.5

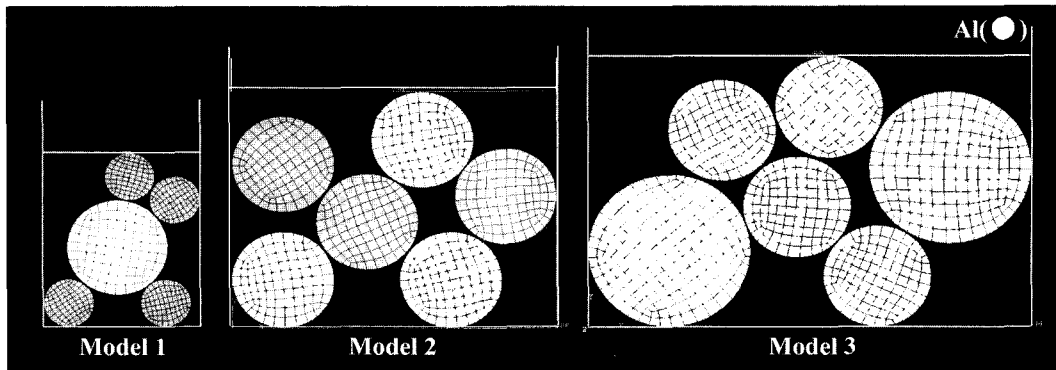


Fig. 1. FE mesh of rod array model for powder compaction simulation.

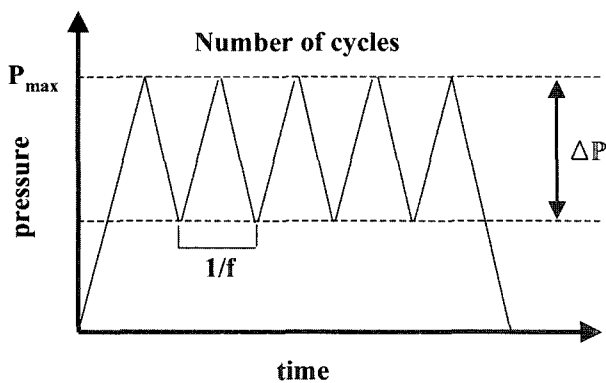


Fig. 2. Schematic diagram of the cyclic pressure.

125 MPa로 고정한 후,  $\Delta P$ 를 각 125 MPa, 100 MPa, 75 MPa에 대하여 1000회 반복 가압하였다. 그리고 펀치, 다이, 그리고 세라믹 분말간의 마찰계수는 0.2[12], 세라믹 분말들간의 마찰계수는 0.1, 0.3, 0.5일 때를 각각 고려하였다.

$Al_2O_3$  입자 크기, 반복 가압 진폭 크기, 마찰계수에 따라 총 27회의 유한요소 해석을 수행하였다. Fig. 3은 simulation no. 1인 경우, Fig. 4는 simulation no. 14인 경우, Fig. 5는 simulation no. 27인 경우에 대한 해석 결과를 나타낸다(Table 2 참조). 0, 1, 10, 100, 1000회 반복 가압시의 주응력을 가시화 하였으며, 최종 상대밀도 값은 0.7935, 0.8252, 0.8469이었다. Table 2는 완전 계승계획법에 의해 총 27회 해석하여 얻은 반응값을 나타낸다.

### 2.5. 반응표면 모델

반응 표면 모델로서 이차 다항식 모델을 가정하였다. 삼차 이상의 고차 다항식인 경우, 회귀 계수 추정을 위한 실험점의 개수가 너무 많아지며, 반응 표면 모델의 비선형성이 증가하게 된다. 최소제곱법(method of least squares)에 의해 결정된 2차 회귀 모델은 다음과 같다.

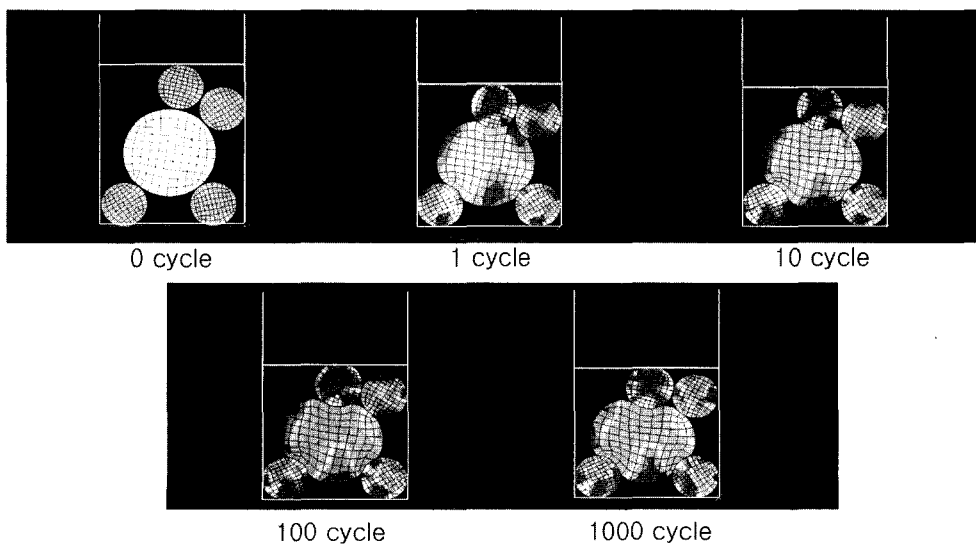


Fig. 3. Formed shape and Principal stress obtained from process simulation no. 1.

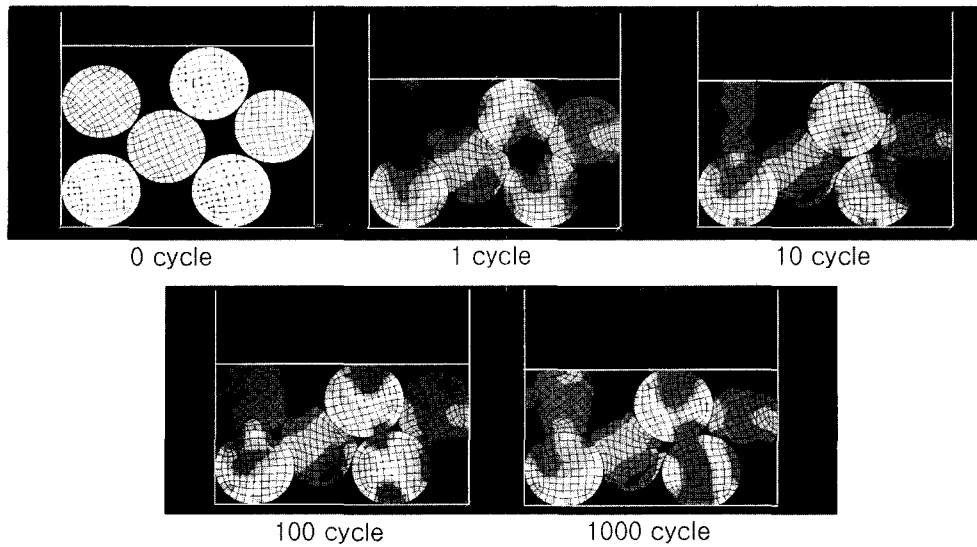


Fig. 4. Formed shape and Principal stress obtained from process simulation no. 14.

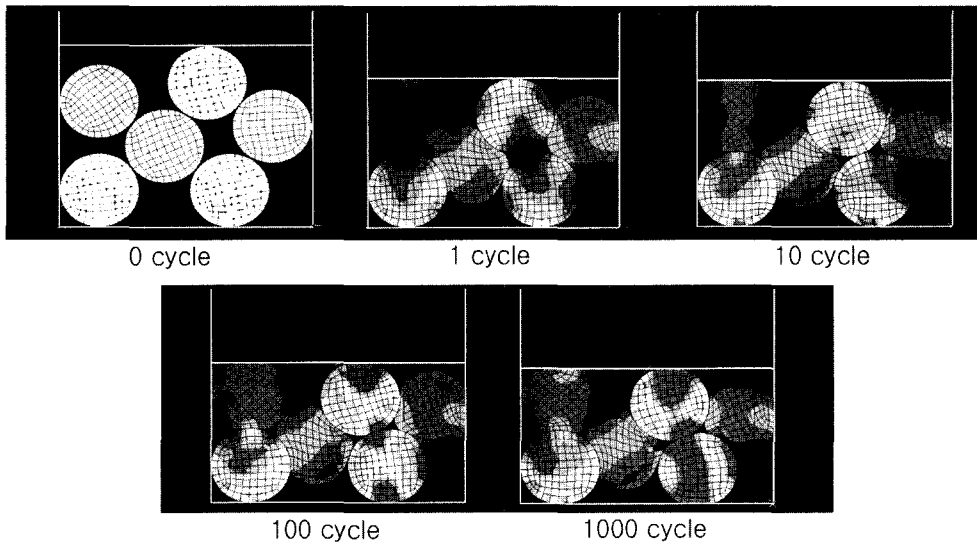


Fig. 5. Formed shape and Principal stress obtained from process simulation no. 27.

$$\begin{aligned}
 \bar{y} = & 0.218137 - 0.053844x_1 + 0.054244x_2 \\
 & - 0.004089x_3 - 0.017792x_1x_2 - 0.000608x_1x_3 \\
 & - 0.000608x_2x_3 + 0.038789x_1^2 + 0.000156x_2^2 \\
 & - 0.003311x_3^2
 \end{aligned} \quad (5)$$

식(5)의 근사식에 대한 타당성을 판단하기 위하여 F-test를 수행하였으며, 그 결과를 Table 3에 나타내었다. 분산 분석에서  $F_0$ 는 회귀의 평균제곱합(sum of residual mean square)을 잔차의 평균제곱합(sum of residual mean square)과의 비율로 나타낸 지수로서, 이 비율이 크면 회귀에 대한 평균제곱합이 잔차의 평균제곱합보다 커서 입력과 출력과의 관계를 설명하는데 유의하다는 의미를 가진다. F 분포표를 이용하여 주어진 유의수준

5%에서 기각치  $F(=0.05)$ 값 6.94보다  $F_0$ 값 204.43이 훨씬 크기 때문에 회귀식이 매우 유의하다고 할 수 있다.

## 2.6. 최적 조건

본 연구의 3 설계인자에 대한 최적화 문제는 식(6)과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 & \text{maximize } \bar{y} = f(x_1, x_2, x_3) \\
 & \text{subject to } -1 \leq x_1, x_2, x_3 \leq 1
 \end{aligned} \quad (6)$$

정의된 목적함수의 최대값을 찾기 위하여 격자탐색법(Grid-search method)을 사용하였다. 격자탐색법을 사용하여 구한 최적 조건을 Table 4에 수록하였다. 분석결과

Table 2  
Three-way factorial design and experimental result

Simulation No.	Natural variables			Coded variables			Response y
	$\zeta_1$	$\zeta_2$	$\zeta_3$	x1	x2	x3	
1	7.5	125	0.1	-1	-1	-1	0.2397
2	7.5	125	0.3	-1	-1	0	0.2389
3	7.5	125	0.5	-1	-1	1	0.2315
4	7.5	100	0.1	-1	0	-1	0.3121
5	7.5	100	0.3	-1	0	0	0.3108
6	7.5	100	0.5	-1	0	1	0.3027
7	7.5	75	0.1	-1	1	-1	0.384
8	7.5	75	0.3	-1	1	0	0.383
9	7.5	75	0.5	-1	1	1	0.3743
10	15	125	0.1	0	-1	-1	0.1642
11	15	125	0.3	0	-1	0	0.164
12	15	125	0.5	0	-1	1	0.1572
13	15	100	0.1	0	0	-1	0.2189
14	15	100	0.3	0	0	0	0.2181
15	15	100	0.5	0	0	1	0.211
16	15	75	0.1	0	1	-1	0.2739
17	15	75	0.3	0	1	0	0.2725
18	15	75	0.5	0	1	1	0.2645
19	22.5	125	0.1	1	-1	-1	0.1664
20	22.5	125	0.3	1	-1	0	0.1668
21	22.5	125	0.5	1	-1	1	0.1606
22	22.5	100	0.1	1	0	-1	0.2032
23	22.5	100	0.3	1	0	0	0.2031
24	22.5	100	0.5	1	0	1	0.1962
25	22.5	75	0.1	1	1	-1	0.2405
26	22.5	75	0.3	1	1	0	0.2397
27	22.5	75	0.5	1	1	1	0.2323

를 토대로 인자별 최적화를 위한 반응표면과 등고선 결과를 앞 식에 의해 구해보면 Fig. 6, Fig. 7, 그리고 Fig. 8 과 같다. Fig. 6을 통해 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 입자 크기가 작아질수록(x1의 -1방면), 반복 가압 진폭 크기가 작아질수록(x2의 1방면) 상대밀도 변화량이 증가함을 알 수 있다. Fig. 7을 통해서도 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 입자 크기가 작아질수록(x1의 -1방면) 상대

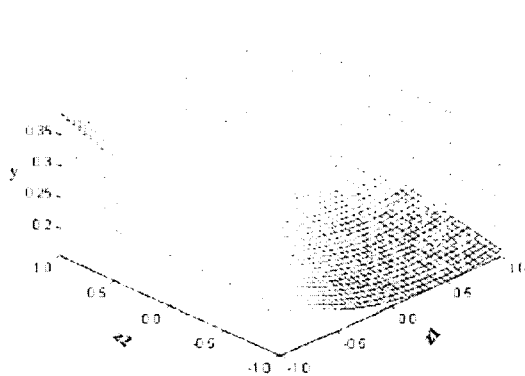


Fig. 6. Response surface model and contour map for x1 and x2.

Table 3  
Analysis of variance for the regression model

Source of variance	Degree of freedom	Sum of squares	Mean squares	F <sub>0</sub>
Regression	9	0.118352	0.01315	204.43
Error	17	1.09E-07	6.43E-09	
Total	26	0.118352		

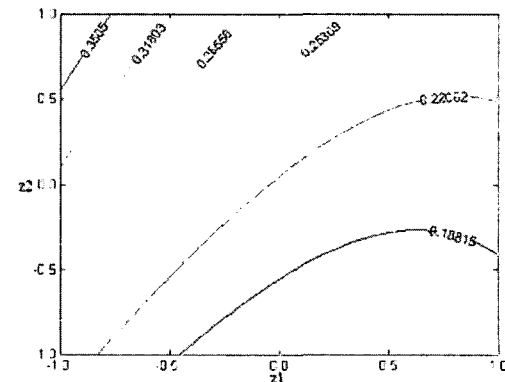
Table 4  
Optimized functional parameters

Factor	Coded values	Natural values
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub> particle size	x1 -1	$\zeta_1$ 22.5 $\mu$ m
Amplitude of cyclic compaction	x2 1	$\zeta_2$ 75 MPa
Coefficient of friction	x3 -0.9485	$\zeta_3$ 0.1103
Relative density	y 0.3850	0.9390

밀도 변화량이 크게 증가하지만, 마찰계수가 작아짐에 따라(x3의 -1방면) 나타나는 상대밀도 변화량은 진폭 크기 만큼 민감하지 않다. 이는 등고선을 통해서도 알 수 있다. Fig. 8을 통해서 반복 가압 진폭이 작아질수록(x2의 1방면) 상대밀도의 변화량 증가에 비하여 마찰계수가 감소함에 따라(x3의 -1방면) 상대밀도 변화량은 적게 증가함을 알 수 있다. 반응표면으로부터 세라믹 분말 가압 성형 공정에 있어서 Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub> 입자의 크기와 반복 가압 진폭의 크기에 비해 마찰계수가 미치는 영향이 적음을 알 수 있다.

### 3. 결 론

본 연구에서는 quasi-random multi-particle array를 도입하여 비주기적이고 임의적인 초기 밀도를 가지는 세라믹 분말 압축 성형 공정을 유한요소법으로 시뮬레이션하고, 성형 공정에 영향을 미치는 파라미터들에 대한 최적화를 수행하면서 다음과 같은 결론을 얻었다.



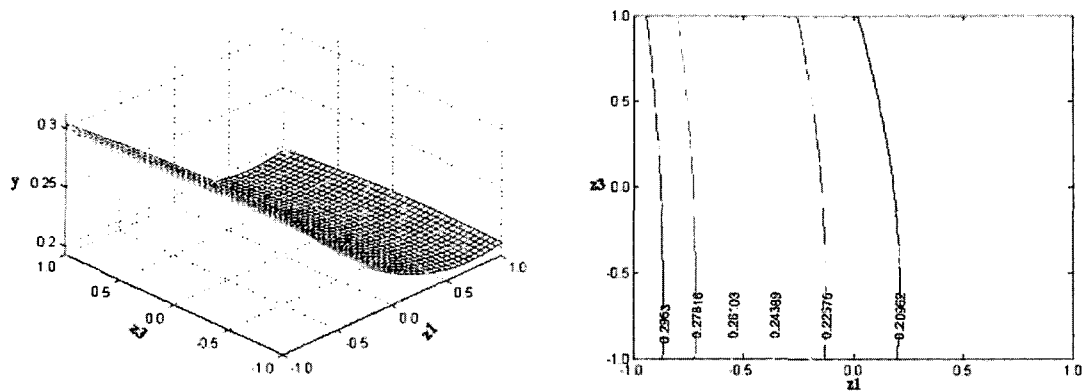


Fig. 7. Response surface model and contour map for  $x_1$  and  $x_3$ .

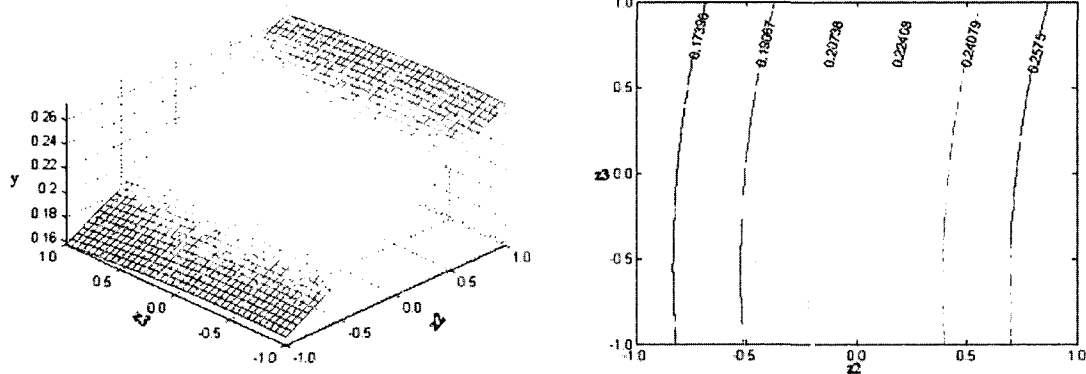


Fig. 8. Response surface model and contour map for  $x_2$  and  $x_3$ .

1)  $Al_2O_3$  입자의 크기가 작아짐에 따라, 최대 압력을 고정한 상태에서 반복 가압 진폭이 적어짐에 따라, 그리고 마찰계수가 작아짐에 따라 상대밀도가 커지는 경향을 알 수 있었다.

2) 입자의 크기, 반복가압 진폭크기, 그리고 마찰계수와 출력변수인 상대밀도 변화량과의 관계를 나타내는 회귀모델로부터 공정의 상대밀도 변화량을 예측 가능하게 하였으며, 고밀도 향상을 위한 공정 파라미터 최적 조건을 구하였다.

## 후 기

본 연구는 한양대학교 세라믹공정연구센터를 통한 한국과학재단 우수연구센터 지원금에 의한 것입니다.

## 참 고 문 헌

[ 1 ] S.C. Jung and Y.T. Keum "Design of ceramics powder

compaction process parameters (part I : finite element analysis)", Journal of the Korean Crystal Growth and Crystal Technology, Submitted.

- [ 2 ] G. Jiang, G.S. Daehn, J.J. Lannutti, Y. Fu and R.H. Wagoner, "Effects of lubrication and aspect ratio on the consolidation of metal matrix composite under cyclic pressure", Acta Mater 49 (2001) 1417.
- [ 3 ] G. Jiang, G.S. Daehn and R.H. Wagoner, "Inclusion particle size on the cyclic compaction of powder composites", Scripta Mater 44 (2001) 1117.
- [ 4 ] C.M. Kong and J.J. Lannutti, "Effect of agglomerate size distribution on loose packing fraction", Journal of the American Ceramic Society 83(9) (2000) 2183.
- [ 5 ] B.J. Briscoe and S.L. Rough, "The effect of wall friction on the ejection of pressed ceramic parts", Powder Technology 99 (1998) 228.
- [ 6 ] K.T. Kim, G.S. Son and J. Suh, "Densification of aggregated alumina powder under cyclic compaction", Journal of Korean Ceramic Society 29(2) (1992) 136.
- [ 7 ] D.W. Shin, G.D. Kim, S.S. Park, C.S. Lim and S.W. Lee, "Optimization of powder compaction parameters for the pressureless sintered ZTA", Journal of Korean Association of Crystal Growth 8(2) (1998) 356.
- [ 8 ] G.E.P. Box and K.B. Wilson, "On the experimental attainment of optimum condition", Journal of the Royal Statistical Society, Series B 13 (1951) 1.

- [ 9 ] W.J. Roux, N. Stander and R.T. Haftka, "Response surface approximations for structural optimization", *Int. J. Number. Meth. Engng.* 42 (1998) 517.
- [10] G. Venter and R.T. Haftka, "Construction of response surface approximations for design optimization", *AIAA Journal* 36(12) (1998) 2242.
- [11] S.H. Park, *Modern Method of Experiment*, Minyoung Ltd. (1991).
- [12] S. Turenne and P.E. Mongeon, "Comparison of the properties of aluminum matrix composites produced by compaction and powder injection molding", *Advances in powder metallurgy & particulate materials* (1995) 155.