

수학 1 검정교과서 확률통계 영역에 대한 연구*

이상복¹⁾ 손중권²⁾ 정성석³⁾

요약

본 연구에서는 중등학교 통계교육을 위하여, 제7차 수학과 교육과정 중 고등학교에서 사용하는 검정교과서 수학 1과 국정교과서 확률과 통계의 확률통계 영역을 중심으로 용어와 개념 및 표현을 비교, 연구하였다. 검정과 국정교과서의 표본표준편차의 정의가 일치되지 않았으며, 표본평균의 분산과 중심극한정리에 대한 개념설명이 교과서마다 상이하였다. 또한, 확률변수 개념 설명이 불분명한 교과서도 발견되었다. 본 연구에서는 오류의 수정과 더불어 표본분산으로 불편추정량을 사용할 것을 제안하였다.

주요용어: 제7차 교육과정, 수학 1 검정교과서, 표본표준편차, 표본평균의 분포, 중심극한 정리.

1. 서론

생활에 필요한 능력과 적성에 맞는 학습수요자 중심 교육의 구현을 위한 제7차 교육과정의 개편은 1997년 초등교육부터 시행하여 2002년 고등학교에 적용되어, 올해 2005학년도 대학수학능력고사(수능)에 처음 반영이 된다. 많은 교육관계자와 학생, 학부모들과 국내외의 관심은 7차 교육과정의 개편이 얼마나 충실히 그 목적을 달성하였는가? 등 그 결과에 많은 관심을 갖고 있다. 국민소득 이만달러의 선진사회에 진입할수록 고급 국가통계와 통계산업의 발전이 필수적임은 다른 선진국들의 전례에서도 잘 알 수 있다(정성석(2004)). 이 시점에서 국민들의 통계지식을 한 단계 높은 수준으로 올리는 것은 아직 국민소득 이만달러를 달성을 위한 한국의 국가사회적 요구 가운데 하나로 볼 수 있다. 7차 확률통계 교육과정은 지난 7차 개편 공청회에서도 요구되었듯이 미래 일반국민들의 실생활 통계지식의 향상에 중점을 두어야 한다. 따라서, 한국통계학회에서도 양질의 한국 통계교육에 많은 책임을 갖고 있으며, 과거 초중등 통계교육에 관한 역할에 대한 반성과 함께 앞으로 많은 역할분담이 있어야 할 것으로 본다.

지식 정보화 21세기 사회를 대비한 7차 수학과 교육과정도 편제와 구성은 6차 때와 크게 달라졌다(교육부(1997)). 첫째, 통계교육을 위하여 고등학교 교과서에 확률과 통계라는

* 이 논문은 2004년 한국통계학회가 지원한 연구과제입니다.

1) (712-702) 경북 경산시 하양읍 금락1리 330, 대구가톨릭대학교 정보통계학과 교수

E-mail: sangbock@cu.ac.kr

2) (702-701) 대구광역시 북구 산격동 1370, 경북대학교 통계학과 교수

E-mail: jsohn@knu.ac.kr

3) (561-765) 전북 전주시 덕진구 덕진동 1가 664-14, 전북대학교 수리통계학부 부교수

E-mail: chungss@moak.chonbuk.ac.kr

선택과목이 하나 추가되었다는 점이 크게 달라졌으며, 교육목표와 내용면에서 실생활 자료를 이용한 문제해결을 강조한 점이다. 이와 함께 자료정리를 위하여 교수공학적 도구인 통계 소프트웨어를 이용한 통계실험·실습문제가 교과서에 많이 표현되어 있다. 현장교육에서 확률통계교육이 강화된 점은 통계학을 전공하는 입장에서 볼 때 상당히 고무적이다. 그러나, 국내외 연구에 의하면 여러 가지 요인에 의해 확률통계의 학교교육이 상당히 어려운 것으로 알려져 있다(이혜진, 김원경(1992), 김영국 등(2000)). 그러므로, 일반국민들의 통계지식 수준의 향상과 이를 위한 확률통계교육의 수월성제고라는 문제에 대하여 여러 측면에서 활발하게 연구되어야 할 필요성이 있다.

본 연구에서는 6차보다는 그 내용과 체제면에서 훨씬 강화된 7차 수학과 교육과정 가운데 보다 나은 통계교육을 위하여, 고등학교에서 채택된 검정교과서 수학 1과 국정교과서 확률과 통계의 편제와 내용을 중심으로 용어와 개념 및 표현을 살펴보았다. 그 밖에 몇몇 검정교과서인 중학수학 7-나, 9-나, 실용수학도 연구의 참고로 하였다. 인접교과목으로 중학교 컴퓨터, 고등학교 컴퓨터일반, 정보사회와 컴퓨터 교과서를 몇 종 검토, 비교하였다. 이와 더불어 국내 사범대학 수학교육학과의 전공교육과정도 참조하였다. 중등교육현장 확률통계교육의 수월성 제고와 질적 향상을 위하여, 통계청, 통계학회와 교육당국, 대학 통계 관련학과, 대학의 수학교육학과, 수학교육학회, 국내외 수학과 교사들의 다양한 공동대응 방안을 제안하였다.

2. 제7차 교육과정과 수학 1 교과서의 확률통계 영역

교육과정에 대한 논의는 개편을 전후하여 변화와 개선을 위한 연구와 주장이 제기되는 것은 여러나라에서 나타나는 일반적 현상이다. 1997년에 개정된 7차 수학과 교육과정의 구성은 초등학교 1학년 과정 수학1-가,나 단계에서 고등학교 1학년 10-가,나 단계 수학교육으로 국민보통교육 필수과정과 고등학교에서 선택학습할 실용수학, 수학 1, 수학 2, 미분과 적분, 확률과 통계, 이산 수학으로 되어 있다. 표2.1은 수학 1단계에서 10단계까지의 확률과 통계 영역의 학습목표이다. 본 장에서는 7차 교육과정에 있어 수학과 교육을 위한 선행 연구와 고등학교 수학 1 교과서의 내용을 중심으로 살펴보았다.

2.1. 제7차 수학과 교육과정에 대한 연구문헌

김흥기(2001)는 교과서 구성과 용어와 기호 등 내용에서 일관성 문제를 제 7차 교과서 편성지침에 따라 비교하며, 수학교육이 세계와 함께 수준을 맞출 것을 역설하였다. 박한식(2001)은 고적수학에 대한 충분한 연구를 주장하였으며, 이상복(2003)은 초중등학교교육에서의 제7차 수학과 교육과정의 분석과 확률통계 교육을 위한 방안으로, 통계학 관련 학회에서의 관심과 연구의 필요성 및 수학교과 교사에 대한 확률통계 영역의 재교육과 직무연수 활성화를 주장하였다. 장대홍과 이효정(2004)는 수학 1-10단계의 확률 및 통계단원의 장단점을 분석 연구하여 5단계에서의 즐기-읽 그림 도입은 장점으로 제시하였다. 10단계에서 부분자료와 전체자료에 대한 구분이 없이 전체자료에 대한 분산만을 사용한 단점이 있다.

표 2.1: 제 7차 수학과 교육과정 중 확률과 통계

	1단계		2단계	
	1-가	2-나	2-가	2-나
확 률 과 통 계	· 한가지 기준으로 사물 분류			· 표와 그래프 만들기
	3단계		4단계	
	3-가	3-나	4-가	4-나
		· 자료의 수집, 정리, 막대 그래프로 나타 내기		· 꺾은선그래프 · 여러 가지 그래프로 나타내기
	5단계		6단계	
	5-가	5-나	6-가	6-나
		· 줄기와 잎 그림 · 평균	· 비율그래프 (띠그 래프, 원그래프)	· 경우의 수와 확률
	7단계		8단계	
	7-가	7-나	8-가	8-나
		· 도수분포표, 히스 토크램, 도수 분포 다각형 · 도수분포표에서의 평균 · 상대도수, 누적도수		· 확률의 뜻과 기본 성질 · 확률의 계산
	9단계		10단계	
	9-가	9-나	10-가	10-나
		· 상관도, 상관표 · 상관관계	· 산포도와 표준편차	

2.2. 학교수학에서의 확률통계교육 연구문헌

학교수학의 각 영역에 대한 선호도연구(김영국 등(2000))의 내용으로 통계영역은 고등학교에서는 지역 간, 문과, 이과 실업계 간 유의한 차이가 없으며, 초중등의 경우 학년이 올라갈수록 선호도가 낮았다. 이영하, 심효정(2003)은 한국수학교육학회 전체연구논문 816편(1963-2002) 가운데 확률통계 관련논문으로 내용에 해당하는 논문은 확률론 19편(36%), 수리통계학 26편(49%), 초중등교과내용 8편(15%)으로 총 53편을 조사하였다. 실제 확률통계 교과내용과 교수-학습방법 연구논문은 전체의 1.8% 정도로, 확률통계교육 교재의 부족과 통계 지도교사 교육, 통계교육 연구부족 등(이혜진, 김원경(1992), 김종훈(1993) 재인용)을 지적하였다. 수업과 학습시 확률 통계 개념, 용어 인식상의 오개념의 문제 발생과 실생활 적용능력 배양이 필요함을 주장하였다. 윤기중(1981)에 한국의 중등교과서(1968-1981)는 교과서 쪽수에 의한 확률통계 영역 쪽수비중이 16% 정도이며, 중학교 과정에서 표준편차의

역할로 범위 개념의 도입과 상관과 회귀에 대한 기초개념이 고등학교 교육과정에 반복, 발전되어야 한다고 주장하였다.

그밖에, 대학 교양통계학 교육을 위하여 한국통계학회 통계교육상담연구회를 중심으로 대학 통계학교육과 통계상담에 대한 관심을 많이 기울이고 있었으며, 사회변화에 따른 교과과정의 변화 필요성을 조신섭 등(1999)이 주장한 바 있다. 이상에서 볼 때, 초·중·고등학교 교육과정의 체계적인 확률통계 교육과정을 위해서는 대학 통계관련학과 교육과정 연구자들이 국내외 초·중·고등학교 교육과정의 내용과 구성에 대한 이해가 선행되어야 한다고 본다.

2.3. 제7차 고등학교 수학 1 검정교과서 확률통계 영역 편제와 내용 검토

10-가 단계 수학에서 대표값, 산포도, 편차, 분산, 표준편차 등을 이해하고, 실용수학의 경우는 계산기와 컴퓨터, 경제생활, 생활 통계 및 생활 문제 해결 4개의 영역으로 구성되어 있으며, 생활 통계는 그래프와 표, 평균과 분산을 포함하는 자료의 정리와 요약, 확률의 뜻과 활용, 기대값, 이항분포, 정규분포의 활용, 여론조사로 확률과 통계의 활용단원으로 되어 있다. 검정교과서 수학 1의 경우는 표2.2에서 확률통계단원의 비중이 전체 쪽수면에서 1980년대 초반 이전의 평균 16%(윤기중(1981))와 내용쪽수 면에서 비교해 볼 때, 7차 수학 1 교과서에서는 평균 35.3%로 2배 정도 늘어 났음을 알 수 있다. 선택과목인 확률과 통계 국정교과서의 구성은 자료의 정리와 요약, 확률, 확률변수와 확률분포, 통계적 추정 단원으로 41쪽, 40쪽, 44쪽, 28쪽으로 총 153쪽으로 편성되어 있고, 검정교과서의 통계단원에 해당

표 2.2: 7차 검정교과서 수학 1 출판사별 확률통계 단원 쪽수 구성표

출판사	저자	순열 조합	확률	통계(%)	계	내용 쪽수	총쪽수	비고
고려출판	최상기외 5인	23	27	44(46.8)	94	283	290	검정
교학사	박규홍외 5인	36	30	44(40.0)	110	309	314	
교학사	박두일 외 8인	23	29	53(50.5)	105	320	368	
금성출판사	조태근외 4인	35	30	46(41.4)	111	302	309	
대한교과서	우정호외 5인	31	34	50(43.5)	115	321	330	
동아서적	정광식의 2인	26	28	48(47.1)	102	316	322	
두산	임재훈외 9인	28	28	53(48.6)	109	323	330	
법문사	박배훈외 6인	28	28	55(49.5)	111	330	338	
중앙교육	최봉대의 5인	44	34	56(41.8)	134	342	350	
지학사	이강섭외 6인	37	24	49(44.5)	110	273	282	
천재교육	최용준 신현성	32	30	54(46.6)	116	310	315	
천재교육	임석훈 외 3인	35	16	41(44.6)	92	276	391	
		378	338	593(45.3)	1,309	3,705 (35.3%)	3,939 (33.2%)	

참고 : 한국검정교과서협회 <http://www.ktbook.com/individual/provider.asp>

하는 확률분포 및 추정이 47.1%의 분량으로 검정교과서의 비중과 비슷하게 차지하고 있음을 알 수 있다. 그러나, 교사와 학생들이 교수-학습에 어려움을 느끼는(김영국 등(2000)) 순열조합과 확률 단원의 비중이 54.7%로(표2.2), 실생활 중심의 통계교육이 되기 위해서는 이를 40% 미만으로 줄이는 것도 고려해야 할 것으로 본다.

단원의 구성은 확률과 통계 한 단원 4종, 혹은 순열과 조합, 확률, 확률과 통계 3단원 6종, 순열과 조합, 확률과 통계 또는 확률, 통계 2단원 각각 1종으로 조사되었다.

검정 및 국정교과서별 확률.통계용어 색인표 비교를 해본 결과, 검정교과서는 편성지침서에 따라 재정의 사용하거나, 아래 학습단계에 사용된 용어를 그대로 서술한 경우도 많아, 내용 상 별 차이가 없음에도 불구하고 차이가 있는 것처럼 보였다. 국정 및 12개 검정교과 중 4개 이상 교과서 공유용어는 28종으로 다음과 같았다.

계승, 독립, 독립시행, 모집단, 모평균, 배반사건, 수학적확률, 순열, 시행, 신뢰구간, 신뢰도, 여사건, 연속확률변수, 이산확률변수, 이항분포, 전수조사, 정규분포, 조건부 확률, 조합, 종속, 통계적확률, 표본, 표본조사, 표준화, 표본평균, 확률, 확률밀도함수, 확률변수, 확률분포

근원사건, 기대값, 모분산, 분산, 평균, 모표준편차, 합사건 용어는 국정 및 10개 검정교과 중 3개 이하 교과서 공유용어로 조사되었다. 확률통계 국정교과서만의 용어는 19종으로

가중평균, 계급, 계급값, 급사건, 공사건, 구간추정, 모비율, 범위, 산포도, 상대도수, 연속확률분포, 이산확률분포, 줄기와 잎그림, 중앙값, 최빈값, 표본비율, 표본오차, 확률질량함수, 히스토그램

등 이었다. 검정교과만의 용어는 15종으로 나타났다.

독립사건, 독립시행의 정리, 분산과 순열의 수, 이항계수, 이항정리, 임의추출, 원순열, 이항분포와 정규분포(급성,고려), 정규분포곡선, 중복순열, 추정, 큰수의 법칙 (표본평균의)표본표준편차, 표준정규분포

내용상에서 각 용어, 식 및 개념 서술부분을 비교한 결과 다음의 차이점과 오류를 발견하였다.

(1) 분산과 표준편차의 정의가 국정교과서인 확률과 통계와 검정교과서 수학 1이 서로 다르게 정의하고 있다.

분산을, 확률과 통계 32쪽에서는 전체자료 N 개에 대하여 다음과 같이 정의하고,

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - m)^2 + \dots + (x_N - m)^2}{N} \tag{2.1}$$

표준편차로 $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ 으로 정의하였다. 일부집단에 대한 표본평균 \bar{X} , 표본분산 S^2 , 표본표준편차 $S = \sqrt{S^2}$ 를 다음 식으로 정의하였다.

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \dots + X_n) = \frac{1}{n} \sum_1^n X_k \tag{2.2}$$

$$S^2 = \frac{1}{(n-1)} [(X_1 - \bar{X})^2 + \cdots + (X_n - \bar{X})^2] \quad (2.3)$$

10-가 D교과서 151쪽에서는 “평균을 중심으로 변량이 흩어져 있는 정도를 나타 내는 값인 편차의 제곱의 평균을 분산이라 하고, 분산의 양의 제곱근을 표준편차라고 한다.” 서술되어 있고, (2.4)식으로 나타내어 통계량 S^2 과 통계치 s^2 의 개념을 혼동하고 있다.

$$s^2 = \frac{(x_1 - m)^2 + \cdots + (x_n - m)^2}{n} \quad (2.4)$$

수학 1 J교과서 338쪽을 인용하면, “일반적으로 어느 모집단으로부터 복원추출로 크기가 n 인 표본 X_1, X_2, \cdots, X_n 을 추출하였을 때,

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(X_1 + X_2 + \cdots + X_n) = \frac{1}{n} \sum_1^n X_k, \quad (2.5)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (X_k - \bar{X})^2} \quad (2.6)$$

을 각각 표본평균, 표본표준편차라고 한다....”

K출판사 298쪽, T 출판사 314쪽, H 출판사 299쪽에서는 “어떤 모집단에서 크기가 n 인 표본 X_1, X_2, \cdots, X_n 을 추출하였을 때”, 평균(2.3)과

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (X_k - \bar{X})^2} \quad (2.7)$$

를 표본표준편차로 정의했다.

C1 출판사 301쪽에는 식이 없이 모평균 m , 모표준편차 σ , 표본평균과 표본표준편차를 \bar{X} 와 s 로 나타내고, 보기의 계산식은 모평균과 모표준편차의 경우만 계산하였다. E 출판사(306쪽)의 경우는 식 없이 용어만 서술하였다.

G 출판사 270쪽에서는 “어떤 모집단에서 크기가 n 인 표본 X_1, X_2, \cdots, X_n 을 추출하였을 때”, 평균 (2.3)과

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_1^n (X_k - \bar{X})^2} \quad (2.8)$$

으로 표본표준편차를 정의하였다. B 출판사 325쪽은 표본분산 S^2 도 정의하였다.

D출판사 318쪽은 “어떤 모집단에서 크기가 n 인 표본 x_1, x_2, \cdots, x_n 을 임의추출하였을 때”

$$\bar{X} = \frac{1}{n}(x_1 + x_2 + \cdots + x_n), \quad (2.9)$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \{ (x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2 \}. \quad (2.10)$$

우선의 문제는 검정교과서 자체에서 확률변수인 통계량 표본평균 \bar{X} 와, 표본분산 S^2 , 표본표준편차 S 의 표기에서 데이터 값을 의미하는 소문자 \bar{x} , s^2 , s 로 표기하는 오류가 있다. 둘째, 전체집단(모집단)에 대한 분산의 정의가 수학 10-가 단계에 되어 있음에도 수학 1에서 정의하지 않는 이유를 교육과정 교과서 편성 지침서 탓으로 돌리는 것은 검정교과서의 취지를 벗어난 것으로 보인다. 앞서 살펴본 색인표와 함께 교과서를 검토해 보면 하위 단계에서 나오는 용어를 얼마든지 구사하도록 되어 있음을 알 수 있다. 따라서 모분산과 표본분산이 정의되고 모표준편차, 표본표준편차가 정의되는 순이 옳다고 사료된다. 세 번째 문제는 표본표준편차의 식의 불일치이다. 이 국정교과서의 내용은 분모가 $n - 1$ 인 불편추정량을 다루고 있고, 검정교과서의 경우는 분모가 n 인 편의추정량으로 정의하고 있다. 이론적으로나 OECD 초중등 통계교육 현실을 참고하면, 모분산의 불편추정량인 식 (2.3)으로 사용하는 것이 타당하다(Freund(1992), 293쪽). 이 표본표준편차 정의에 대한 혼란은 표본분산의 문제로, 크기 n 인 유한모집단일 경우에 \bar{X} 가 참값이면 n 으로 나누고, 참값이 아니면 $n - 1$ 로 나누는 문제이다. 일반적으로 통계집단이 유한 대집단인 경우가 많다. 그러므로, 전수조사 대신에 표본조사를 하게 되고, 참값인 모평균을 모르는 경우가 대부분이다. 따라서 모평균을 추론하는 표본평균을 대입하여 표본분산 계산에 분모를 $n - 1$ 로 계산한다. 이와 같은 모집단에 대한 표본추출 가정을 전제로, Excel 2002, SAS, SPSS 등의 통계패키지 통계함수와 대학교재에서는 표본분산의 분모는 $n - 1$ 로 계산된다. 다음 보기는 엑셀 2002와 IMSL의 통계함수 사례이다.

사례1) STDEV, STDEVA

표본의 표준편차를 예측합니다. 표준 편차는 데이터들이 평균값에서 벗어나 있는 정도를 나타냅니다.

구문 : STDEV(number1,number2, ...)

Number1,number2,... 모집단의 표본에 해당하는 인수로 30개까지 가능하며 인수를 구분할 때 쉼표 대신 배열이나 배열 참조 영역을 사용할 수 있습니다. 표준 편차는 “비편중(nonbiased)” 또는 “ $n - 1$ ” 방법을 사용하여 계산합니다.

사례2) STDEVP

STDEVP 함수는 인수를 모집단 전체로 가정합니다. 데이터 집합이 모집단의 표본이면 STDEV 함수를 사용하여 표준 편차를 계산해야 합니다. 대규모의 표본에 대하여 STDEV와 STDEVP 값은 거의 같게 나타납니다. 표준 편차는 “편중(biased)” 또는 “ n ” 방법을 사용하여 계산합니다.

사례3) IMSL ver 1.1(1989, STAT/LiBRARY, p26)

FORTAN Subroutines for Statistical Analysis

$$\text{sample variance } s = [\dots]/(n-1)$$

나아가, 해설서 혹은 교사용 지도서에 \bar{X} 및 S^2 의 표본분포에 대한 기초이론 전개가 필요하다. 이를 위한 수학과 교사의 확률통계 단원에 대한 직무연수 강화가 필요하다. 표본평균 \bar{X} , 표본분산 S^2 이 통계량이고, 이들이 모평균과 모분산의 좋은 추정량이 되기 위한 성질로 불편성, 일치성, 유효성과 자유도에 대하여 현장교사들의 이해가 먼저 있어야 할 것으로 사료된다. 김우철(1998) 등을 참고로 하여 이 개념을 설명하면 다음과 같다.

통계량은 \bar{X} , S^2 과 같이 표본으로부터 계산은 표본특성값으로, 한 모집단에서 같은 크기로 뽑을 수 있는 모든 표본에서 통계량을 계산할 때 이 통계량이 이루는 확률분포를 표본분포라고 한다. 그러므로, 표본평균 \bar{X} 또는 S^2 의 표본분포를 통계소프트웨어로 모의생산할 수 있다. 직관적으로 혹은 계산에 의하여, 표본평균 \bar{X} 의 기대값으로 $E[\bar{X}] = m$ 을 알게 되고, 표본분산 S^2 의 기대값으로 $E(S^2) = \sigma^2$ 이 됨을 안다. 바로 이 두 통계량이 모집단의 평균과 분산을 추정하는데 있어 좋은 추정량으로 불편성을 갖게 된다. 또한, \bar{X} 표본분포 모의실험을 통하여 $Var[\bar{X}] = \sigma^2/n$ 의 경향과 \bar{X} 의 분포가 정규분포를 따르는 중심극한정리의 개념도 함께 이해할 수 있다고 본다.

이때, S^2 의 계산시, 평균 \bar{x} 의 산포도인 제곱합 $\sum_1^n (x_i - \bar{x})^2$ 을 계산하게 된다. 데이터의 크기 n 으로 나누면 산포도의 크기가 비교 가능하고, \bar{x} 에 대한 n 개의 편차합은 항시 0이므로 $n-1$ 개의 x_i 값만이 필요하다. 이때의 개념이 자유도(degree of freedom)이며, 이 개념을 임의표본에 도입하여 제곱합을 자유도로 나눈 값 S^2 을 표본분산으로 정의한다. 교사용 지도서에 $E(S^2) = \sigma^2$ 증명도 삽입하는 것이 필요하다.

표본비율 \bar{p} 에 대한 표본분포 설명도 이와 같이 할 수 있으나, 수학 1과정을 고려하여 생략할 수 있다.

(2) 수학 1 검정교과서, 확률과 통계 국정교과서 모두가 통계량 \bar{X} 의 표본분포에 대한 개념 설명이 복원추출의 경우만 사례를 들어서 평균 $E(\bar{X}) = m$, 분산 $Var(\bar{X}) = \sigma^2/n$ 임을 설명하고 있다. 이를 바탕으로 검정교과서에는 복원추출일 경우에 모집단이 정규분포일 경우(H출판사) 혹은 일반적 확률분포를 따를 경우(G, C1, E, K, I, J, D출판사)에 중심극한정리 $\bar{X}_n \sim N(m, \sigma^2/n)$ 를 서술하고, F, B출판사와 국정교과서는 정규분포 가정과 C2, T출판사의 검정교과서에서는 일반적 확률분포 가정에서 임의추출일 경우의 중심극한정리를 서술하고 있다.

모집단의 크기가 작을 경우에는 복원추출과 비복원추출의 분산의 크기가 다르다. 같은 표본크기에 있어서, 복원추출보다는 비복원추출의 추출가능 전체 표본수가 작으므로 \bar{X} 의 분산도 당연히 작다. 그러나, 통계의 특성상 모집단이 일반적인 관심의 대상이 되므로 복원추출과 비복원추출에 상관없이 중심극한정리를 따른다. 모집단의 경우에 모의실험을 하면 복원, 비복원추출의 모두가 오차범위 내의 분산값을 가질 수 있음을 알 수 있고, 이를 학생들의 개념형성 학습의 한 방편으로 사용할 수 있다. 또한, \bar{X} 의 표준편차의 서술로서 복원추출의 예시를 통한 개략적 설명은 수준별 이해를 도우는 고등학교 교직수학의 서술방안으로 볼 수 있다. 수준별 단계 학습방안으로 상위수준 학습자에게는 소집단 비복원의 경우에 대한 설명과 이때의 \bar{X} 의 분산 $V(\bar{X})$ 의 값이 복원추출의 분산값보다 작음을 보여주는 것도 필요하다고 본다. 그러나, 통계교육의 본질과 핵심은 복잡하고 불확실한 현상을 이해

하는데 있다. 그러나, 대학 교양통계학 수준을 참고하고 고등학교 수학통계 교육임을 감안하여, 검정이나 국정교과서 모두, 정규분포를 따르는 모집단에 대하여 임의표본의 경우로 통일하여(현재는 일반 모집단의 경우 표본크기 'n이 크질수록'으로 교과서에 표현됨), 중심극한정리 $\bar{X}_n \sim N(m, \sigma^2/n)$ 를 서술 및 표현하는 것이 바람직하다.

(3) 확률변수의 정의는 2가지 형태로 정의 되어 있다. 하나는 함수이고 다른 하나는 변수로 정의되어 있다. 표본공간의 개념이나 확률의 개념이 없이 정의한 일부 검정교과서로 C1, E, F, H, K, T가 있다. 수학 7-나 단계에서 학습한 변량 개념을 가지고 표본공간에서 변량 X의 유도된 확률개념으로 표현하는 것이 일관성을 지닐 수 있다고 본다.

(4) 앞의 문제를 해결하기 위해서는 근본적으로는 확률통계 영역의 수학과 교육과정의 검토가 필요하다. 수학 8-나 단계에서 도입된 통계적확률과 수학적 확률, 확률의 공리를 수학 1에서는 표본공간에서 정의하는 것이 타당하나, 이에 앞서 표2.2에 의하면, 경우의 수와 순열과 조합이 28.9%를 차지하고 있다. 확률단원과 합하면 54.7%이고, 통계영역의 확률변수와 확률분포를 합치면 그 범위는 너무 많이 차지하고 있다. 사실 국내대학의 학부 통계학과 교육과정에서 수리통계학이나 확률론의 비중도 이렇게 크지 않다. 이와 같은 구성은 학년이 올라 갈수록 교사와 학습자의 교수-학습 기피의 제 1원인으로 보인다. 따라서, 경우의 수와 순열과 조합, 확률 개념을 강조하기보다는, 실생활 통계를 이해한다는 본래의 교육과정 개편의 취지를 위해서도 수학 1단계에서 10단계까지 학습한 자료를 통한 기술통계를 수학 1에서는 역점을 둘 필요가 있으며, 유한모집단의 표본조사를 통한 표본분포의 이해, 정규분포에 대한 중심극한정리를 한정하여 모집단 특성의 모평균의 점추정과 구간추정, 모비율의 추정 개념을 수학 1 교육과정의 내용으로 도입하는 것을 제안한다.

(5) 수학 1의 확률통계 구성을 통계, 확률 순으로 구성해도 좋을 듯하다. 교과서의 단원구성 변경이 어려우면, 현장수업에서 실생활 적용이나 학습자의 이해라는 측면에서 고려하여 순서를 바꾸어 단원을 전개하는 것이 필요하다. 선수연구를 보아도, 수학 7-나 통계 자료의 정리는 학생들의 이해도가 높고, 수학 10-나 산포도와 표준편차의 경우도 수학 7-나와 연계하여 이해도가 높은 편이다(김영국 등, (2000)). 8-나 단계에서는 확률에 대한 개념은 삭제하거나 상관도와 회귀의 다양한 사례를 접하도록 하는 것이 통계감각을 익히는데 도움이 될 것으로 보인다.

(6) 수준별 수업과 학습을 하도록 유도한다. 기초학습으로 7-나 단계에서 자료의 범위(range)를 설명하는 것이 필요하다고 본다. 나아가, 수식의 사용없이 평균을 중심으로 자료의 산포도에 관한 개념 설명을 한다. 산포도와 표준편차(10-가 단계)에서 현실적으로 실생활에 많이 사용되는 집단의 크기와 자료의 범위에 대한 서술이 필요하며, 이를 근거로 수학 1 확률통계단원에서 모집단과 표본의 특성을 심화 서술한다면, 앞에서 제시된 표본표준편차나 \bar{X} 표본분포의 문제를 설명하는 데에 보다 용이하지 않을까 한다.

(7) 독립시행에서 시행횟수 "n을 충분히 크게 하면", 또는 "n이 충분히 클 때" 상대도수가 "수학적 확률에 가까워진다"거나 "통계적 확률로 정한다" 또는 모표준편차 대신에 표본표준편차값을 대신한다는 등의 표현은 통계실험을 하지 않고서는 교수-학습하기에는 애매한 표현이다. 즉 표본크기가 충분히 크게 크다는 것은 무한모집단 혹은 표본과 비교하여 상대적으로 아주 큰 유한모집단을 가정해야 한다. 중심극한 정리를 설명할 때부터 교과서에

따라서는 복원 혹은 비복원 표본에서부터 출발이 잘못된 가정과 논리의 일관성을 잃고 있다(D, F, J, T출판사).

(8) 일부 교과서 서술인 “모집단에서 임의 추출한 표본의 경우에 표본평균은 표본크기 n 이 충분히 크면 정규분포를 따른다”는 무한모집단으로 수정해야 한다. 표본 크기 30이상이면 충분한 크기임을 교사와 학생 모두가 이해를 하는 것도 필요하다.

(9) C2(279쪽), D(322쪽), F(282쪽), I(318~320쪽), J(346~348쪽) 출판사의 경우 모평균 신뢰구간 추정에 있어서 모표준편차 대신에 표본표준편차를 사용한 오류도 있다. 이는 수학 1 교육과정의 정규분포 가정을 벗어난 것으로 t -분포의 근사를 이용한 추정방법으로 보인다. 그러나, (2.8)식을 사용하면 이론적으로 t -분포를 따르지 않는다(Freund(1992), 311~314).

(10) 신뢰구간 추정에서 일반적으로 “신뢰도가 높을수록, 신뢰구간의 길이는 작을수록 좋다”라는 표현은 오류이다. 통계에서는 같은 크기의 표본에서 신뢰도를 비교해야 하며, 표본비용함수나, 측정의 현실성 등을 고려하여 상대적으로 효율성을 비교하고 있다.

(11) 기타 : 과거 6차 때보다는 많은 생활 예제를 실고 있으며, 웹사이트도 인용되고 있는 것은 개선된 현상이다. 멀티미디어교실 수업여건이 허락된다면 방송사와 신문사, 통계청, 지역산업체 등의 데이터베이스 자료를 이용한 실생활 실습, 보조자료로 각종 인쇄출판물 등이 학생들의 학습흥미 유발과 통계개념 이해를 도우는 지름길이라고 본다.

2.4. 사범대학 수학교육학과에서의 확률통계 교과교육

정성석(2004)의 25개 수학교육학과 교육과정에서 통계학 관련 과목은 평균 2과목으로 대부분이 기초통계학 수준을 개설하고 있음을 주장하였다. 또한 전북대학교 수리통계과 학부 신입생의 90%정도가 고등학교 수업에서 확률통계영역 수업이 이루어지지 않았음이 조사되었다. 통계청을 필두로 각 기관, 산업조직에서는 구성원과 일반국민들의 통계지식을 고양하기 위하여 여러 가지 정책입안과 실천을 경주하고 있는 작금의 현실에서 미래의 수학교사 양성과정에서부터 확률통계교육이 소홀하게 취급되고, 더구나 현장 수업에서 외면까지 받는 상황이라면, 수학 1 검정교과서 문제와는 별도의 교육당국에서는 이를 시급히 해결하기 위한 국가적 연구와 정책이 근본적으로 도출되어야 할 것이다. 현장 수학과 교사들의 확률통계영역 연수확대는 물론 현재의 기초통계학과 수리통계학 교과에 탐색적 자료분석, 표본조사론과 통계소프트웨어 교과이수를 수학과 필수교직과목으로 추가가 우선 조치되어야 한다. 나아가, 통계청과 관련 통계학회 차원에서의 확률통계교육 국가자격부여 정책 도입추진도 있어야 한다.

3. 결론

앞에서 지적한 고등학교 수학 1 검정교과서내의 용어와 개념의 불일치는 교실현장에서 심각한 혼동을 야기하고, 현장 수학과 교사들에게 수학의 다른 영역과 함께 확률, 통계 영역의 학습지도준비가 상당한 부담과 학생들의 개념형성에 부작용으로 작용될 것이다. 또한 대학 교양통계학과의 개념 차이도 극복해야 할 과제라고 생각한다. 따라서, 수학 1 교과서의 확률통계영역의 내용과 개념의 일치 및 효과적인 통계교육을 위한 방안으로 다음의

몇가지를 제안한다.

첫째, 수학 10-가단계에서부터 모평균, 모분산, (2.3)식의 불편추정량으로서의 표본분산 S^2 , 이의 양의 제곱근인 표본표준편차 S 개념을 도입하고 이를 수학 1 교과서까지 체계적으로 통일한다.

둘째, 표본평균 \bar{X} 의 분포에 대한 설명은 복원추출의 사례로 평균(기대값), 분산을 설명하고, 모집단이 정규분포라는 가정하에 임의표본의 표본평균 \bar{X} 에 대하여 중심극한정리를 한정하여 수학 1과 국정교과서의 교과서 내용으로 설명한다. 단, 복원추출과 비복원추출에 있어 표본의 크기가 작을 경우와 클 경우에 표본평균 \bar{X} 의 분산 모두를 교사는 이해하고 있어야 한다.

셋째, 확률변수는 수학 7-나 단계의 변량의 개념을 확장하여 서술하되, 표본공간 및 유도된 확률을 쉽게 서술해야 한다.

넷째, 한 교과서내에서 표현된 임의추출, 복원추출, 비복원추출의 개념이나 가정을 표본에서 신뢰구간 추정까지 일관성있게 서술해야 한다.

다섯째, 정규분포의 가정을 벗어난 구간추정은 고등학교 교과과정에서는 제외하는 것이 바람직하다.

여섯째, 교수-학습 효과를 높일 수 있도록 다양한 현장 수업이 이루어져야 한다. 이를 위하여 학교시설이 개선되어야 한다.

다음으로 학교 통계교육을 국가적으로 한 단계 높이는 방안으로 다음의 몇 사항을 제안한다.

첫째, 통계교육을 위한 특단의 교육정책이 있어야 한다. 국가통계를 주관하고 있는 통계청, 교육인적자원부, 한국교육과정평가원, 통계학회, 통계전공자, 산업계, 수학교육학회, 수학과 교사들의 의견을 결집하여 보다 수준높은 국가 통계교육이 이루어지도록 정책입안과 사회적 제도마련이 필요하다.

둘째, 현장 초중등 현장교사들의 확률통계 영역의 정기적인 연수의 강화와 대학 수학교육학과의 교육과정에 탐색적 자료분석(EDA), 통계소프트웨어실습 등을 통계 교과교육이 보다 확대될 필요가 있다.

셋째, 날로 발전하는 전자미디어 기술을 이용한 학생들의 다양한 지적표현 능력의 발달은 정확한 개념학습을 전제로 하고 있다. 수학 1 교과서에 서술된 정의와 개념적인 혼란을 없애기 위해서 수준별 학습지도를 위한 다양한 수준의 표준학습지도안이 통계학회 차원에서 개발하는 것도 현장수업을 도우는 한 방안이 될 수 있다고 본다.

마지막으로 통계전문직 국가제도 도입이 시급하다. 2004년 7월 1일자로 465종의 국가통계(공식통계)가 작성되고 있으며(통계청), 앞으로 OECD 수준에 발맞추어 더욱 그 종수가 늘어날 것으로 기대된다. 통계청에서 일부 통계직 특채를 하고 있으나, 미국과 유럽 일부국가와 같이 일정한 통계교육을 이수하고 자격이 있는 사람만이 국가통계를 담당하는 전문직제화가 필수적이다. 이 제도를 통하여 통계산업이 지식산업으로 활발히 발전하고 국가경제에 이바지하여 국민소득 2만불 달성을 앞 당기는 기본요건이 될 것이다.

이러한 사회조직 변화를 통하여 중등학교 통계교육의 교육과정의 개선을 통하여 전문 통계교육자에게 일임할 수 있는 제도적 장치도 마련되어야 한다. 선진국가 경제규모에 맞

는 수준으로 일반국민들의 통계지식을 끌어 올리고, 현장 수학과 교사들의 통계지식을 한 단계 높여 효과적인 중등학교의 확률통계 교육을 위하여 교육당국과 통계학회 및 통계청, 관련 연구자들의 공동 노력이 필요하다. 통계를 알면 미래가 보인다는 통계청의 구호처럼, 앞으로 많은 연구자와 함께 더욱 연구되고 교육현장에서 실현될 때 중등학교 통계교육과 국가의 미래가 함께 보장될 것으로 예상된다.

참고문헌

- 교육인적자원부(1997). 수학과 교육과정.
 국가전문행정연수원 통계연수부(2003). 대학생 통계실무 연수과정.
 김대학, 김말숙, 오광식, 이상복, 황창하(2002). 엑셀과 함께하는 정보통계학, 교우사.
 김영국, 박기양, 박규홍, 박혜숙, 박윤범, 임재훈(2000). 학교수학의 각 영역에 대한 선호도연구, <한국수학교육학회 시리즈 A>, 127-144.
 김우철, 김재주, 박병욱, 박성현, 송문섭, 이상열, 이영조, 전종우, 조신섭(1998). 통계학개론, 영지문화사.
 김홍기(2001). 제7차 교육과정과 교과서의 문제, <한국수학교육학회지 시리즈 A>, 139-159.
 박한식(2001). 수학교육의 회고와 제7차 교육과정 및 교직수학, <한국수학교육학회지>, 125-137.
 윤기중(1981). 통계교육, <통계학연구>, 10, 16-23.
 이영하, 심효정(2003). 확률·통계연구에 대한 수학교육학적 고찰, <한국수학교육학회 시리즈 A>, 203-218.
 이상복(2003). 제7차 교육과정속의 통계교육, 한국데이터정보과학회, <춘계학술발표회 논문집>, 57-64.
 정성석(2004). 통계학과 발전 방향-교직과정에 대하여, 한국통계학회 통계교육상담연구회 워크샵.
 조신섭, 신봉섭, 이상복, 한경수(1999). 정보관련 통계학과교육과정, <응용통계연구>, 683-703.
 John E. Freund(1992). *Mathematical Statistics 5ed.*, Prentice-Hall inc., New Jersey.
 www.nso.go.kr

[2004년 7월 접수, 2004년 9월 채택]

참고 사범대학 수학교육과 사이트

- <http://mathed.knu.ac.kr>
<http://www.snu.ac.kr/academics/pds/2004.pdf>
<http://mathclinic.nazzang.cc/curriculum-sub2.php>
<http://www.mathedu.or.kr/home/index.html>
<http://mathedu.korea.ac.kr>
 강원대학교 사범대학 수학교육학과
<http://mathedu.yu.ac.kr>

참고 중등교과서

<수학 7-가> ~ <수학 9-나> :고려출판사,금성출판사,중앙교육진흥연구원

<수학 10-가> :대한교과서

<수학 1> :고려출판사,교학사1,교학사2,금성출판사,대한교과서,동아서적,두산,법문사,
중앙교육진흥연구원,지학사,천재교육1,천재교육2

<실용수학> :교학사,천재교육,법문사

A Study on 7th Probability and Statistics Education in Mathematics 1 Textbooks in Korea*

Sang Bock Lee ¹⁾ Joong-Kweon Sohn ²⁾ Sung Suck Chung ³⁾

ABSTRACT

In Korea, mathematics education has been taken according to the 7th national mathematics curriculum renovated by the Ministry of Education and Human Resources Development announcement in 1997. The education of probability and Statistics has been carried out as a part of this curriculum. We analyze and compare mathematics 1 textbooks for 11-12 grade students. Descriptions of random variable, sample variance and sample standard deviation, distribution of sample mean, and etc. which are on some textbooks, are misled in school education. We suggest the unbiased estimator of sample variance in accordance with textbooks and central limit theorem of sample mean under normal population.

Keywords: The 7th national mathematics curriculum, Mathematics 1, Sample standard deviation, Distribution of sample mean, Central limit theorem.

* This work was supported by the Korean Statistical Society, 2004.

1) Professor, Dept. of Information & Statistics, Catholic University of Daegu, 330 Geumnak 1-ri, Hayang-eup, Gyeongsan-si, Gyeongbuk 712-702, Korea.

E-mail: sangbock@cu.ac.kr

2) Professor, Dept. of Statistics, Kyungpook National University, 1370 Sankyuk-dong, Buk-gu, Daegu 702-701, Korea.

E-mail: jsohn@knu.ac.kr

3) Associate Professor, Division of Mathematics & Statistical Infomatics, Chonbuk National University, 664-14 1ga Duncjin-dong, Duckin-gu, Jeonju, Jeonbuk 561-765, Korea.

E-mail: chungss@moak.chonbuk.ac.kr