

자기저항기법에 의한 평면형 비례전자석의 전자기 해석

홍예선[#], 권용철^{*}

Electromagnetic Analysis of a Flat-Type Proportional Solenoid by the Reluctance Method

Yeh-Sun Hong[#], Yong-Cheol Kwon^{*}

ABSTRACT

In this study, the electromagnetic characteristics of a flat-type two-dimensional proportional solenoid were analyzed by the magnetic reluctance method. The equivalent magnetic circuit equation for the solenoid was derived by modeling the reluctance of air gaps and magnetic structural components such as pole core, armature and yoke. It was solved iteratively because of the nonlinear magnetization properties of the iron parts. The solutions showed good agreement with experimental data. Based on the equivalent magnetic circuit equation, the influence of design parameters on the force-to-armature displacement curves was mathematically derived and experimentally verified. In this way, dominant design parameters could be analytically determined.

Key Words : Flat-type proportional solenoid(평면형 비례전자석), Equivalent magnetic circuit(등가 자기회로), Reluctance model (자기저항 모델), Sensitivity analysis(민감도 해석)

기호설명

A = 자속경로의 단면적(m^2)
 B = 자속(Wb/m^2)
 F = 자력(N)
 H = 자기장의 세기($A\text{-turns}/m$)
 I = 전류(A)
 L_t = 설계 파라미터
 μ = 투자율(H/m)
 N = 권선수(turns)
 ℓ = 자속 경로의 평균 길이(m)

mmf = 기자력 ($A \cdot \text{turn}$)
 ϕ = 자속(Wb)
 R = 자기저항($A\text{-turns}/Wb$)
 S_t = 민감도
 T = 토크(Nm)
 θ = 아마추어 회전각(deg)
 W_m = 자기 에너지(J)

1. 서론

전기 신호에 비례하여 유압 또는 공압 밸브를

접수일: 2004년 8월 11일; 게재승인일: 2005년 1월 21일

교신저자: 한국항공대학교 항공우주 및 기계공학부

E-mail yshong@hau.ac.kr Tel. (02)3158-2988

* 한국항공대학교 대학원 항공 우주 및 기계공학과

구동하기 위해 사용되는 비례전자석은 일반적으로 축대칭형 구조를 띠고, 코일 전류에 비례하여 유도되는 자력이 플런저의 위치가 변하더라도 일정하게 유지되는 것이 주된 특징이다¹.

정격 유량이 100 l/min 이하인 소형 공압 밸브는 최대 구동력이 5N 이하인 비례전자석으로도 충분히 구동할 수 있으므로,² 밸브 크기와 균형을 이루는 소형화된 비례전자석이 요구된다.

일반적으로, 축대칭형 비례전자석은 자극을 관통하는 푸시 로드(push rod)와 아마추어의 미끄럼 마찰력을 줄이기 위해 별도의 가이드 베어링이나 멤브레인 스프링을 자석 내부에 설치하여 아마추어를 정밀하게 지지하도록 해야 한다. 문제는, 이를 위해 요구되는 공간의 축소에 구조적인 한계가 있기 때문에 자석 전체의 소형화가 임의로 가능하지 않다는 것이다.

이러한 관점에서 원천적으로 소형화에 적합한 구조를 갖는 평면형 비례전자석이 고안되었다.³

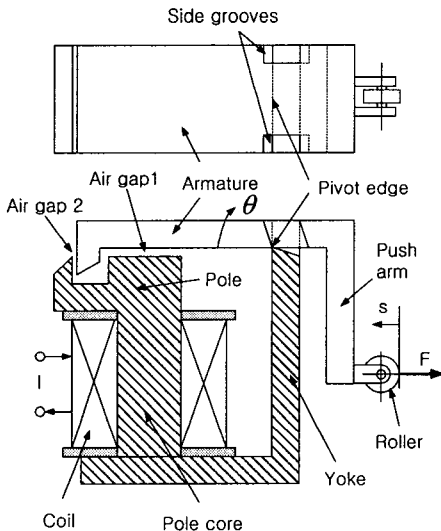


Fig. 1 Structure of a flat-type proportional solenoid

평면형 비례전자석은 Fig. 1에서 보는 바와 같이, 제한된 각도 범위 내에서 회전할 수 있는 아마추어, 수직 방향 공극(air gap1)과 수평 방향 공극(air gap2)을 갖는 자극(pole), 철심(core), 요크 및 코일로 구성되는 평면구조를 갖는다. 여기에서 요구되는 자력 특성은 아마추어가 회전하는

각도와 무관하게 수직방향과 수평방향의 공극에서 유도되는 자력이 힌지 포인트를 기준으로 일정한 토크를 발생시키는 것이다. 이것은 비례전자석과 스프링을 조합하여 입력 전류에 비례하게 아마추어의 회전각을 변화시키기 위한 기본 조건이다. 그림에서 푸시 암(push arm)은 밸브를 밀어 주는 역할을 하고, 힘 F는 아마추어에 유도되는 토크에 비례한다.

2차원 구조의 평면형 비례전자석은 아마추어가 요크의 피벗(pivot) 지점과 선 접촉을 하는 힌지를 기준으로 회전하도록 되어 있으므로 아마추어가 회전함에 따른 마찰 저항을 방지할 수 있으며, 와이어 커팅과 같은 가공법에 의해 소형 정밀 가공 및 양산 가공이 가능하고, 조립이 쉽다는 장점이 있다.

Hong³은 유한요소 해석 프로그램을 이용하여 시행착오의 과정에 의해 평면형 비례전자석을 설계한 과정을 소개하고, 소형 공압 이중 플래퍼 노즐(double flapper nozzle) 밸브의 변위제어를 구현함으로써 평면형 비례전자석의 특성이 기존의 축대칭형 비례전자석과 대등함을 보여 주었다.

종래의 축대칭 비례전자석에 관한 연구이지만, Song⁴은 자기저항(reluctance) 해석 기법을 이용하여 비례전자석의 주요 설계 파라미터가 정특성에 미치는 영향을 규명하였었다. 자기저항 해석기법은 전자석의 국부적인 자기 포화를 해석 모델에 포함시키기 어려운 제한이 있기 때문에 해석 결과가 실제 특성과 다소 차이가 생길 수 있음을 이 논문은 보여 주고 있다.

일반적으로 전자석의 해석에는 정확한 전자기 모델링이 가능한 유한요소법이 주로 이용되고 있으나, 설계 파라미터와 자력 간의 관계를 해석적으로 규명하는 데에는 여전히 자기등가회로 해석법이 유리하다는 특징이 있다.^{5,6,7}

본 논문에서는 평면형 비례전자석을 자기 등가회로로 모델링하고, 등가회로 방정식의 解로부터 정적인 자력-변위 특성을 계산하여 실험치와 비교함으로써 등가회로 모델의 정확도를 검증하였으며, 자기등가회로 방정식을 이용하여 주요 설계 파라미터가 비례전자석의 정특성에 미치는 영향을 정량적으로 표현함으로써 주요 설계 인자를 해석적으로 추출한 과정을 보고하고자 한다.

2. 평면형 비례전자석의 자기 등가회로 유도

전자석을 자기등가회로로 표현하여 해석하는 방법에서는 전자석의 공극과 자성 구조물이 갖는 자기저항을 수학적으로 표현하여 등가자기회로 (equivalent magnetic circuit)에 유도되는 자속을 구하게 되는데, 이 자속은 전기회로에서는 전류에 해당된다. 자속이 구해지면 전자석에 저장되는 자기 에너지를 구할 수 있고, 각 공극에 유도되는 자력은 아마추어 변위에 대한 자기 에너지의 변화율로부터 구해진다. 따라서 어떠한 형태의 전자석도 자기등가회로로 일단 모델링 할 수 있으면, 공극의 형상 및 크기와 같은 설계 파라미터가 자력의 변화에 미치는 영향을 해석적으로 규명하는 것이 가능해진다.

권선수 N 의 전자석의 코일에 흐르는 전류 I 에 의해 전자석에 인가되는 기자력 mmf 는 Ampere 법칙에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$mmf = NI = \int_c H dl = \int_c \frac{B}{\mu} dl \quad (1)$$

여기에서 자기장의 세기 H 와 자속밀도 B 사이에는 $B = \mu H$ 의 관계가 성립하고, μ 는 자성체의 투자율, l 은 자기 경로의 평균 길이이다. 자속밀도 B 는 자속 ϕ 를 단면적 A 로 나눈 값이므로 (1)식은

$$mmf = NI = \int \frac{\phi}{\mu A} dl = \phi \int \frac{1}{\mu A} dl \quad (2)$$

와 같이 쓸 수 있다. 자기저항 R 을 아래와 같이 정의하면,⁸

$$R = \int \frac{dl}{\mu A} \quad (3)$$

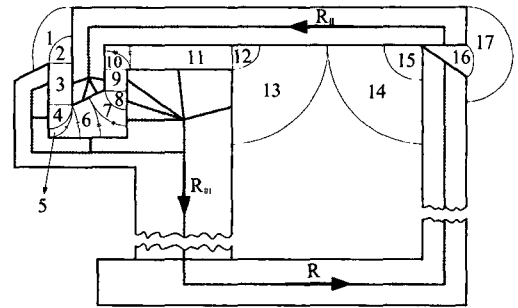
(2)식은 다음과 같이 쓸 수 있다. 즉,

$$mmf = \phi R \quad (4)$$

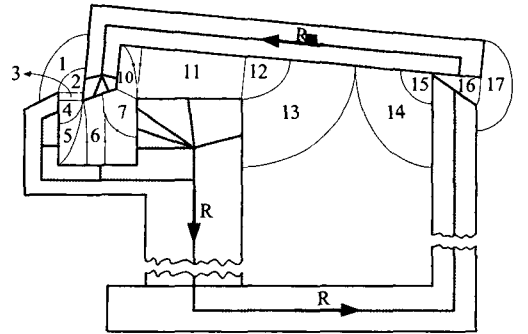
(4)식을 전기회로식에 비유하면 mmf 는 전압, 자속은 전류에 해당된다.

일반적으로 전자석의 자기저항은 자속이 유도되는 경로상의 철심과 공극의 자기저항으로 구성된다. 본 논문의 비례전자석에 대한 자속 경로(flux path)는 아마추어가 회전함에 따라

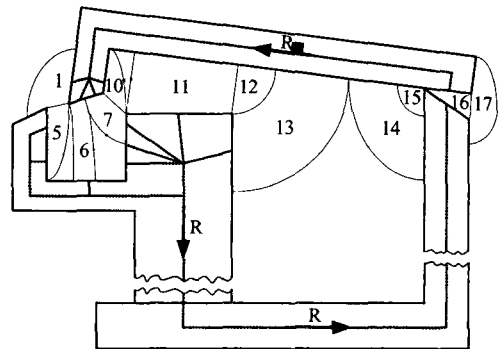
수평방향 공극에서의 주요 자기저항인 R_3 와 R_9 이 순차적으로 소멸되는 임계각을 기준으로 Fig. 2와 같이 3구간으로 구분할 수 있다. 그리고 각 자속 경로에 대한 자기저항을 식(3)을 이용하여 구하면 비례전자석의 자기 등가회로는 Fig. 3과 같이 나타낼 수 있다.



(a) Low armature displacement range



(b) Middle armature displacement range without R_8 and R_9



(c) High armature displacement range without R_2 , R_3 and R_4

Fig. 2 Magnetic reluctance model

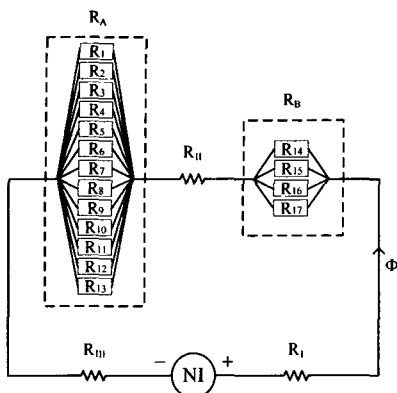


Fig. 3 Magnetic equivalent circuit

그림에서 R_I , R_{II} , R_{III} 는 각각 요크(yoke), 아마추어, 자극(pole)의 자기저항을 표시하고, R_1 부터 R_{13} 까지는 가장자리 효과(fringing effect)까지 고려하여 자극과 아마추어 간의 각 자속 경로가 갖는 자기저항, R_{14} 부터 R_{17} 까지는 요크와 아마추어 사이의 각 자속 경로들이 갖는 자기저항을 의미한다. 이 등가회로는 코일에 인가되는 기자력을 공급전압, 자속을 전류에 비유하면, 공급전압은 철편의 자기저항에 의한 전압 강하와 공극의 자기저항에 의한 전압강하로 구성됨을 보여 준다.

따라서 등가회로 전체의 자기저항은 다음과 같다.

$$R_{eq} = R_A + R_B + R_{steel} \quad (5)$$

여기에서 연질 자성(soft-magnetic) 소재로 제작되는 요크, 아마추어, 자극의 자기저항의 합은 다음과 같다.

$$R_{steel} = R_I + R_{II} + R_{III} = \sum_{i=1}^{III} H_i \ell_i \quad (6)$$

자기장의 세기 H_I, H_{II}, H_{III} 는 요크, 아마추어, 자극에서의 자속밀도 B_I, B_{II}, B_{III} 의 함수로서 소재의 자화곡선에 의해 구해진다. $\ell_I, \ell_{II}, \ell_{III}$ 는 이들 자속경로의 평균길이이다.

공극에서의 자기저항 R_A 는 R_1 부터 R_{13} 까지, R_B 는 R_{14} 부터 R_{17} 까지의 병렬저항들에 대한 등가저항에 해당된다. 공극에서의 각 자속경로에 대한 자기저항들은 기본적으로 식(3)의 정의에 의해 유도할 수 있다.

등가저항 R_{eq} 가 구해진다면 전자석에 유도되는 자속은 아래 식으로부터 구해진다.

$$\phi = \frac{NI}{R_{eq}} \quad (7)$$

여기에서 등가저항 R_{eq} 가 자속밀도의 함수이고, 자속밀도와 R_{eq} 의 관계를 결정하는 자성 소재의 자화곡선은 포화영역까지 고려하면 선형적이지 않다. 따라서 식(7)은 내재적 형태(implicit form)로서 반복시행기법에 의한 수치해석을 통해서만 자속의 해를 구할 수 있다.

등가회로 해석의 궁극적인 목적은 아마추어가 θ 만큼 회전할 때 피벗 힌지를 기준으로 유도되는 토크, T 를 구하는 것이다. 아마추어에 유도되는 토크는 아마추어가 회전에 따라서 전자석에 저장되는 자기 에너지

$$W_m = \frac{\phi \cdot mmf}{2} = \frac{\phi^2 R_{eq}}{2} \quad (8)$$

의 변화율로부터 구할 수 있다. 즉,

$$T = -\frac{dW_m}{d\theta} \quad (9)$$

3. 비례전자석의 설계 변수 및 정적 자력 특성 계산 결과

식(5)에 의해 표현되는 등가저항 R_{eq} 는 Fig. 4 와 같이 독립적으로 정의된 설계 변수에 의해 결정된다. 그림에서 아마추어 상에 놓이는 XY 좌표계의 원점은 피벗 점에 위치한다. 그리고 비례전자석의 두께 L_z 는 일정하다.

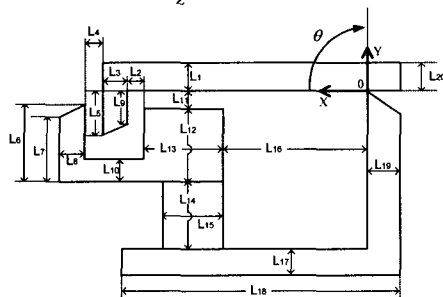


Fig. 4 Design parameters for flat-type proportional solenoid

비례전자석의 성능을 표현하는 주요 지수는 푸쉬 암 하단에 발생하는 추력(F)을 아마추어에 유도되는 반시계 방향 토크(T)에 의한 등가 자력으로 고려할 때, 이 자력이 일정하게 유지되는 아마추어 회전각 범위, 최대 자력, 그리고 자력-아마추어 변위 곡선의 기울기를 들 수 있다. 그 중에 아마추어의 회전각 범위, 최대 자력은 아마추어의 길이($L_3 + L_2 + L_{13} + L_{16}$), 수직 방향 공극의 폭(L_{11}), 길이(L_{13}) 및 피봇 힌지와 의 거리(L_{16}), 수평 방향 공극의 길이(L_4) 및 폭(L_5, L_6)에 의해 큰 골격이 결정된다.³ 그러나 자력-아마추어 변위 곡선의 기울기는 자극의 자기저항, R_{m1} 의 비선형적 변화, 자성재료의 포화특성이 복합적으로 작용하여 나타나므로 형상 변수에 의해 직접 예측할 수 없고, 원하는 값이 얻어질 때까지 반복적인 시행착오를 거쳐야 한다.

Table 1 은 본 논문의 등가회로 해석에 의한 계산 결과의 실험적 검증을 위해 기준 모델로 제작한 평면형 비례전자석의 설계 수치이다. 즉, Fig. 5 에 보인 비례전자석 시제는 유한요소 해석 프로그램을 이용하여 비례전자석의 기본적인 선형 특성이 나타나도록 미리 개략적으로 설계된 것이다.

Table 1 Design parameters

Item	Value (mm)	Item	Value (mm)	Item	Value (mm)
L ₁	2	L ₈	2	L ₁₅	2.5
L ₂	0.525	L ₉	1.6	L ₁₆	11.5
L ₃	2	L ₁₀	2	L ₁₇	2
L ₄	0.5	L ₁₁	0.35	L ₁₈	21.5
L ₅	2.55	L ₁₂	4.55	L ₁₉	2
L ₆	4.55	L ₁₃	7	L ₂₀	1
L ₇	3.55	L ₁₄	16.45	L _Z	12

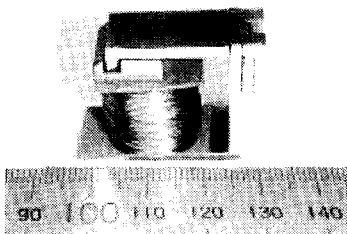


Fig. 5 Prototype of flat-type proportional solenoid

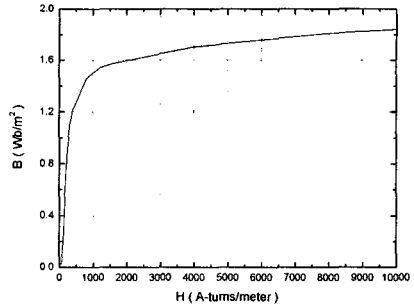
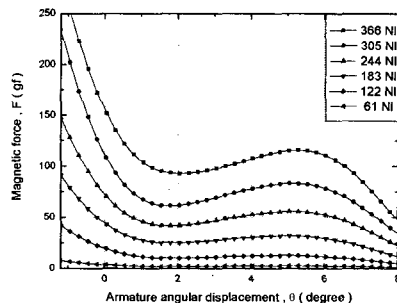


Fig. 6 Magnetization curve of iron parts

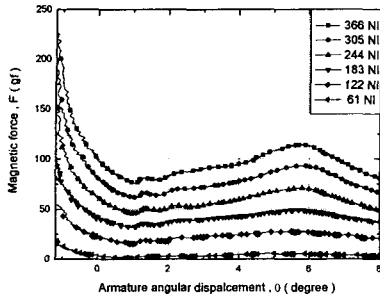
비례전자석 시제를 제작할 때 사용한 일반 철강 구조물용 저탄소강(S10C)의 자화곡선은 Fig. 6 과 같다. 이 자화곡선은 일반 참고 문헌에서 인용한 것으로서,⁸ 자기회로의 수학적 모델 자체가 근사식에 해당되기 때문에 정확한 자화곡선 자료가 정확한 계산 결과를 보장하지는 않으나, 최대한 객관적 자료에 근거를 두고자 하였다.

Fig. 7 은 Table 1 의 수치를 대입하여 $N=61, 122, 183, 244, 305, 366$ A-turn 일 때 푸쉬 암의 하단에 발생하는 추력을 측정 한 결과와 아마추어에 유도되는 토크로부터 등가 자력을 계산한 결과를 비교한 것이다. 즉, 그림의 자력(F)과 아마추어에 발생하는 토크(T) 간에는 $F=T/($ 푸쉬 암의 수직 길이)의 관계가 있다.

두 그림에서 자력이 일정하게 유지되는 아마추어 회전각의 구간, 최대 자력, 아마추어 회전각에 따른 자력 변화의 기울기 등을 비교하면, 계산 결과가 실험치와 매우 유사하게 일치하는 것을 볼 수 있다. 여기에서 공극에서의 자기저항을 구하기 위한 아마추어 회전각의 구간은 기하적으로 주어진 조건에 의해 3.7° 와 5.9° 를 경계로 하여 3 구간으로 구분되었다.



(a) Computed data



(b) Measured data

Fig. 7 Comparison of measured and computed force to-armature displacement curves

Fig. 8 은 자기저항 R_{11}, R_{12}, R_{13} 으로 구성되는 수직 방향 공극과 R_1 부터 R_{13} 까지의 공극에서 유도되는 자력 성분들에 의해 피벗 힌지를 기준으로 아마추어에 발생하는 토크 성분을 계산한 결과이다. 전자의 공극에서 유도되는 반시계 방향 토크 성분(T_v)은 아마추어의 회전각에 반비례하여 감소하나, 후자의 공극에서 유도되는 토크 성분(T_h)는 6°까지는 증가하다가 다시 감소하는 것을 볼 수 있다. 그 결과로서 이들 성분이 합해져 나타나는 전체 토크는 1°에서 6°까지의 아마추어 회전각 범위에서 거의 일정하게 유지된다. 따라서 아마추어의 “Γ” 자형 끝단의 형상과 관련되는 설계 변수들이 자력과 아마추어 회전각의 관계를 좌우하리라는 것을 짐작할 수 있다.

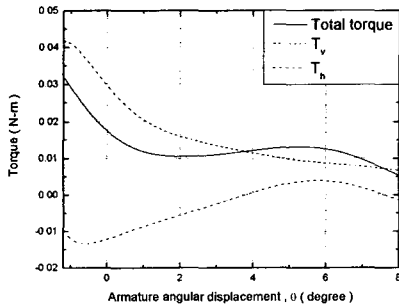


Fig. 8 Torque components induced in horizontal and vertical air gaps

4. 설계변수의 민감도 해석

아마추어에 유도되는 자력 또는 토크-회전각

변위 곡선의 기울기를 k 라고 가정하면

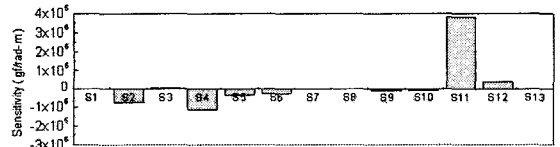
$$k = \frac{dT}{d\theta} = -\frac{dW_m}{d\theta^2} \quad (11)$$

이다. 이 기울기가 각 설계변수에 의해 받는 영향을 민감도, S_i 라고 정의하면,

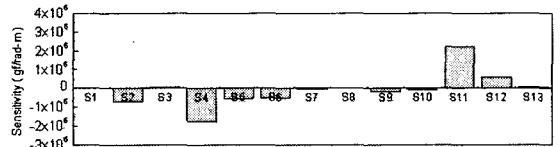
$$S_i = \frac{\partial k}{\partial L_i} = -\frac{\partial}{\partial L_i} \left(\frac{d^2 W_m}{d\theta^2} \right) \quad (12)$$

으로 표현할 수 있다.

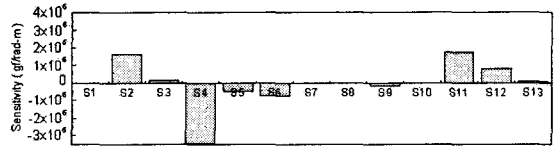
Fig. 9 는 아마추어의 회전각이 $\theta=2^\circ, 3^\circ, 4^\circ$ 일때 L_1 부터 L_{13} 까지의 설계 파라미터에 대한 민감도를 계산한 결과이다. 결과를 보면, 수직 방향 공극의 초기 길이(L_{11})를 Table 1 의 기준치수보다 증가시키면 아마추어 회전각이 2° 인 영역에서 아마추어 회전에 의한 자력 변화의 기울기를 증가시키는 영향이 가장 크고, 4° 부근에서는 수평 방향 공극의 길이(L_4)가 자력 변화의 기울기를 감소시키는 영향이 가장 큰 것을 알 수 있다.



(a) $\theta = 2^\circ$



(b) $\theta = 3^\circ$



(c) $\theta = 4^\circ$

Fig. 9 Sensitivity of design parameters

이 민감도 해석 결과를 입증하는 계산결과로서, Fig. 10 은 L_4 를 증가시키면 2°에서 4°까지의 아마추어 회전각 범위에서 아마추어 회전에 따른 자력변화의 기울기가 감소하는 것을 보여 준다.

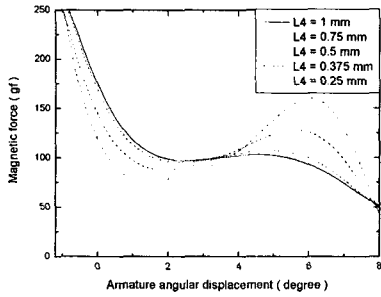


Fig. 10 Influence of L_4 on force-to-armature displacement curves

Fig.11 은 실험 결과로서, L_4 를 Fig.7 에서 적용한 0.5 mm 로부터 1mm 로 증가시켰을 때 계산 결과와 같이 아마추어의 회전에 의한 자력 변화의 기울기가 감소하여 수평에 가까워 지는 것을 보여 준다.

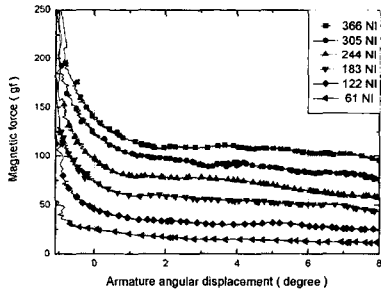


Fig. 11 Measured force-to-armature displacement curves with increased L_4

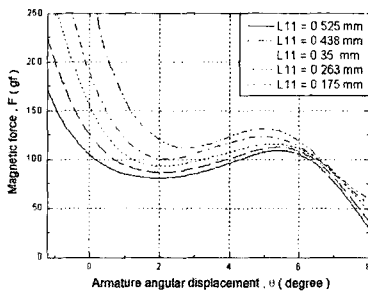


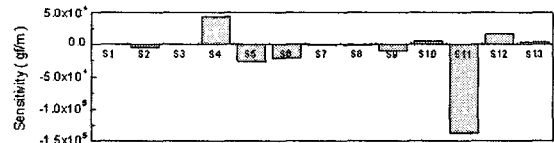
Fig. 12 Influence of L_{11} on force-to-armature displacement curves

다른 계산 예로서, Fig.12 는 L_{11} 을 증가시키면 2° 에서 4° 까지의 아마추어 회전각 범위에서 아마추어 회전에 따른 자력변화의 기울기가 증가하고, 그 효과는 Fig.9 에서 나타난 바와 같이 2° 부근에서 가장 큰 것을 보여 준다. 일반 on-off 솔레노이드의 특성을 감안할 때 별도의 실험을 통해 확인을 하지 않더라도 Fig.12 의 계산 결과가 실제 현상을 잘 반영하는 것을 볼 수 있다.

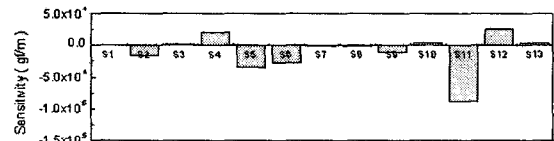
유사한 방법으로서, 자력의 절대 크기에 대한 민감도를 다음과 같이 정의하면, 각 설계변수의 영향을 Fig.13 과 같이 계산할 수 있다.

$$S'_i = \frac{\partial T}{\partial L_i} = -\frac{\partial}{\partial L_i} \left(\frac{dW_m}{d\theta} \right) \quad (13)$$

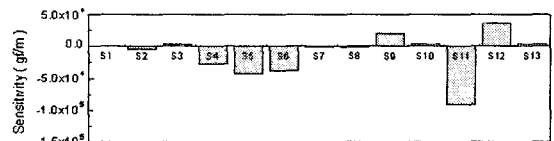
이 결과에서 보면, 자력의 절대 크기에 영향을 주는 주요 설계 파라미터는 L_4, L_5, L_6, L_{11} 임을 알 수 있다. 그리고 민감도의 부호에 따라서 자력의 증감 추세를 추정할 수 있다. 예를 들어 L_4 를 증가시키면 2° 에서 3° 까지의 아마추어 회전각 범위에서는 수직 방향 공극으로의 자속이 증가하여 아마추어의 토크, 즉 등가 자력(F)이 증가할 것이고, L_5 를 증가시키면 반대로 수평 방향 공극으로의 자속이 증가하여 아마추어의 토크가 감소할 것이다.



(a) $\theta = 2^\circ$



(b) $\theta = 3^\circ$



(c) $\theta = 4^\circ$

Fig.13 Influence of design parameters on force magnitude

이와 같이 20 개에 달하는 설계 변수에 대해 자력의 크기, 자력 변화의 기울기 등 특정한 성능이 영향을 받는 민감도를 계산하여 영향도가 높은 주요 설계변수를 추려냄으로써 목표 사양을 만족시키는 설계 과정을 체계화할 수 있음을 본 연구를 통해서 확인할 수 있다.

5. 검토

본 논문에서는 평면형 비례전자석에 대해 등가자기회로를 유도하였고, 자력과 아마추어 간의 관계를 계산하여 실험 결과와 비교, 검증하였다.

자력의 계산 결과를 보면, 아마추어 회전각이 2°이하인 영역에서는 자기저항 R_1, R_2, R_3, R_4 과 연결되는 자극의 철심 부분이 국부적으로 포화영역까지 자화되는 정도를 자기등가회로가 수식적으로 반영하지 못하기 때문에 발생하는 오차가 있으나, 아마추어의 회전에 따라 자력이 증가하였다가 감소하는 구간과 자력 변화의 기울기가 실험결과와 거의 일치하게 나타나는 양호한 결과를 얻을 수 있었다.

본 논문에서는 자기 등가회로 방정식을 이용하여 설계 파라미터들이 자력의 크기, 아마추어 회전에 따른 자력의 변화율에 미치는 영향의 인과관계를 정량적으로 표현하였고, 이를 통해 자력-아마추어 변위 곡선에 주된 영향을 주는 설계 파라미터로서 수평방향 공극의 길이와 수직 방향 공극의 초기 길이가 가장 중요함을 도출하였으며, 실험적으로 이를 입증하였다.

향후 과제로서 이 민감도 해석을 기반으로, 기본 목표 사양이 주어지면 해석적으로 설계 변수들의 범위와 크기를 정할 수 있는 rule을 도출하고자 한다. 이를 통해 시행착오에 의해 비례전자석을 설계하는 과정을 보다 체계화할 수 있을 것으로 기대된다.

후기

본 논문의 내용은 한국항공대학교의 2003 년도 교내 연구비를 지원 받아 수행한 결과임을 밝힙니다.

참고문헌

1. Magnet-Schultz, "Products catalog," 2002.
2. Ryu, S.B. and Hong, Y.S., "Design and Experiment of a Miniature 4/3-way Proportional Valve for a Servo-Pneumatic Robot Hand," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol.15, No.12, pp.142 - 147, 1998.
3. Hong, Y.S., Ha, D.H. and Yeom, M.K., "Design of a Two-dimensional Proportional Solenoid for Miniature Directional Control Pneumatic Valves," KSME Int. J. Vol.17, No.7, pp.978 - 985, 2003.
4. Song, C.S., "Study of an Electro-Hydraulic Proportional Compound Valve," Ph.D. Thesis, KAIST, 1980.
5. Lee, S.H., Jung, K.S. and Baek, Y.S., "Switched Reluctance Contact-Free Linear Actuator Using Attractive Magnetic Forces," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol.20, No.10, pp.47 - 55, 2003.
6. Lee, S.H. and Baek, Y.S., "Modeling and Analysis of Electromagnets for Magnetic Suspension System," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol.20, No.5, pp.180 - 188, 2003.
7. Choi, D.J., Rim, C.T. and Kim, S.H., "Modeling of an Inductive Position Sensing System based on a Magnetic Circuit and its Analysis," J. of the Korean Society of Precision Engineering, Vol.18, No.6, pp.93 - 101, 2001.
8. Roters, H.E., "Electromagnetic Devices," New York, John Wiley & Sons Inc., 1964.