

論文

구조 비선형을 고려한 이차원 단면 날개 모델의 이중 제한 주기 운동

신원호*, 배재성**, 이 인*

Dual-Limit Cycle Oscillation of 2D Typical Section Model considering Structural Nonlinearities

Won-Ho Shin*, Jae-Sung Bae** and In Lee*

ABSTRACT

Nonlinear aeroelastic characteristics of a two dimensional typical section model with bilinear plunge spring are investigated. Doublet-point method(DPM) is used for the calculation of supersonic unsteady aerodynamic forces which are approximated by using the minimum-state approximation. For nonlinear flutter analysis structural nonlinearity is represented by an asymmetric bilinear spring and is linearized by using the describing function method. The linear and nonlinear flutter analyses indicate that the flutter characteristics are significantly dependent on the frequency ratio. From the nonlinear flutter analysis, various types of limit cycle oscillations are observed in a wide range of air speeds below or above the linear flutter boundary. The nonlinear flutter characteristics and the nonlinear aeroelastic responses are investigated.

초 록

이선형 플러지 스프링을 가지는 2차원 단면 익형 모델에 대하여 초음속 비선형 공탄성 해석을 수행하였다. 초음속 비정상 공기력 계산을 위해 DPM을 사용하였고 최소상태접근법을 사용하여 근사하였다. 비선형 플러터 해석을 위해 구조 비선형성을 비대칭 이선형 스프링으로 모델링하고 기술 함수 법을 사용하여 선형화하였다. 선형 및 비선형 플러터 해석 결과들은 공력탄성학적 특성들이 주파수 비에 중요한 영향을 받는다는 것을 보여준다. 비선형 플러터 해석으로부터 다양한 제한 주기 운동이 선형플러터 속도 이하 또는 이상에서 관측되었다. 또한 플러터 특성과 응답을 시간영역에서도 조사하였다.

Key Words : Bilinear Plunge Spring(이선형 플러지 스프링), Nonlinear Flutter(비선형 플러터), Dual-mode LOC(이중 제한 주기 거동)

1. 서 론

비행체의 구조물은 대기 중을 고속으로 비행 시 대기에 의해 발생된 공기력과 구조물 간의 상호작용으로 인해 동적 불안정 현상인 플러터(flutter)와 같

은 공력탄성학적 현상에 직면하게 된다. 이러한 현상들은 구조물의 파괴 및 제어 성능과 직접 연관되므로 비행체 설계 시 공력탄성학적 특성 파악 및 안정성에 대한 시험의 필요성이 요구된다.

기존의 비행체에 대한 공력탄성학적 해석들은 구조적인 면과 공기역학적인 면에서 선형성을 가정하여 주파수 영역에서의 플러터 해석을 수행하였다. 그러나 일반적으로 비행체 구조물은 유격, 이력(hysteresis), 마찰, 이선형성 등의 구조적 비선형성을 포함하는 경우가 대부분이기 때문에 선형성의 가

† 2004년 8월 26일 접수 ~ 2005년 3월 16일 심사완료

* 정희원, 한국과학기술원 기계공학과 항공우주전공
연락처, E-mail : swh@asdl.kaist.ac.kr

대전시 유성구 구성동 373-1번지

** 정희원, 에너지과학연구소

정에 의한 공력탄성학 해석 결과와 실제 현상 사이에는 차이가 존재하게 된다.

구조 비선형성을 고려한 비선형 플러터에 대한 기존 연구사례들 살펴보면, Shen[1]은 피치방향에 유격을 갖는 이차원 단면 날개에 대하여 조화항 비교 해석을 수행하였고, Woolston 등[2]은 유격, 이력 및 삼선형성(Cubic Nonlinearity)의 구조 비선형성을 포함하는 모델에 대하여 조화항 비교를 적용하여 주파수 영역에서 공탄성 해석을 수행하고, 제한주기형태의 진동이 선형 플러터 발생 속도 이전에서도 발생할 수 있음을 보고하였다. Laurenson과 Trn[3]은 기술함수법을 사용하여 유격을 갖는 미사일 조종면에 대한 플러터 해석을 수행하였다. Lee[4]는 두 개 이상의 비선형성을 갖는 경우에 대하여 공탄성 해석을 수행하였고, W. Potkanski[5]는 비선형성들이 서로 연동된 경우에 대하여 공탄성 해석을 수행하였다. Yang과 Zhao[6]는 Theodosen 함수를 사용하여 비압축성 유동 내에서의 피치 비선형성을 갖는 날개 단면에 대하여 시간 영역에 대하여 제한주기진동에 대한 연구를 수행하였다. Brase와 Everseman[7]은 계산 시간을 단축하기 위하여 공기력 근사방법을 사용하였으며, Lee와 Kim[8]은 유격을 갖는 미사일 조종면에 대하여 제한주기진동과 혼돈거동에 대한 연구를 시간 영역에 대하여 수행하였다. Conner 등[9]은 유격을 포함한 조종면을 갖는 날개 단면에 대하여 비선형 공력탄성학적인 특성에 대한 수치적 해석과 실험을 수행하였고, Bae 등[10, 11]은 조종면을 갖는 날개와 접는 미사일 조종날개에 대하여 비선형 공탄성 해석을 수행하였다.

본 연구에서는 이선형 플러터 스프링을 갖는 이차원 날개의 비선형 공력탄성학적인 특성에 대하여 조사하고자 한다. 비정상 공기력을 계산하기 위하여 DPM(Doublet-Point Method)[12]을 사용하였고, 주파수 영역에서의 공기력 근사를 위하여 Karpel[13]의 최소상태접근법을 적용하였다. 구조 비선형성은 비대칭 이선형 스프링으로 가정하고, 기술함수를 사용하여 선형화하였다. 또한, 근계적법과 시간적분법[14]을 선형 및 비선형 해석에 사용하였다. 제한 주기운동의 특성과 비대칭 이선형 스프링의 영향에 대하여 조사하였다.

II. 본 론

2.1 공력탄성학 방정식 및 해석

그림 1의 이차원 날개의 공력탄성학 방정식은 식(1)과 같이 정의할 수 있다.

여기서 우변의 L 은 양력, M 은 모멘트이고, h 는 플러

지 방향의 변위, a 는 힌지 방향의 각변위이다.

$$\begin{bmatrix} m & S_\alpha \\ S_\alpha & I_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{h} \\ \dot{\alpha} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_h & 0 \\ 0 & C_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_h(h) & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -L \\ M \end{Bmatrix} \quad (1)$$

h 와 a 를 조화진동으로 가정하면, 우변의 공기력항은 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} -L \\ M \end{Bmatrix} = q \begin{bmatrix} Q_{hh} & Q_{h\alpha} \\ Q_{\alpha h} & Q_{\alpha\alpha} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} h \\ \alpha \end{Bmatrix} = q[Q]\{x\} \quad (2)$$

여기서 q 는 동압, $[Q]$ 는 공기력 상관계수 행렬, $\{x\}$ 는 변위 벡터이다.

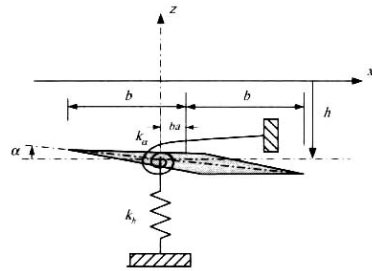


그림 1. 이차원 단면 날개 모델

식(2)을 식(1)의 우변에 대입하여 정리하면 식(1)의 공력탄성식은 식(3)과 같이 나타난다.

$$[M]\{\ddot{x}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = q[Q]\{x\} + \{f\} \quad (3)$$

여기서 $\{f\}$ 는 구조 비선형성에 의한 복원력을 의미하고, $[M]$ 과 $[C]$ 는 다음과 같다.

$$[M] = \begin{bmatrix} m & S_\alpha \\ S_\alpha & I_\alpha \end{bmatrix}, \quad [C] = \begin{bmatrix} C_h & 0 \\ 0 & C_\alpha \end{bmatrix} \quad (4)$$

비선형 문제의 경우, 식(3)의 강성 행렬과 비선형 항은 식(5)과 같이 나타낼 수 있다.

$$[K] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & K_\alpha \end{bmatrix}, \quad \{f\} = \begin{Bmatrix} -K_h(h)h \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (5)$$

식(3)을 적분하기 위해서는 상태 공간 방정식으로 변환하여야 한다. 본 연구에서는 다양한 환산진동수에 대하여 초음속 DPM [12]을 사용하여 공기력 상관 계수를 계산하고, Karpel[13]의 최소상태 접근법을 적용하면 공기력 상관 계수 $[Q(s)]$ 는 식(6)과 같이 표현된다.

$$[Q(s)] = [P] \left(\frac{b}{U} \right)^2 s^2 + [R] \left(\frac{b}{U} \right) s + [R] + [D] [sI - [\bar{R}]]^{-1} [E] \quad (6)$$

여기서 각 변수 $[P]$, $[D]$, $[E]$ 는 최소 자승 맞춤법

(least-square fit)으로부터 계산되고, $[\bar{R}]$ 은 피팅(fitting)에 사용된 공기력 극값들로 이루어진 대각 행렬이다.

최소상태접근법을 적용하고, \dot{x} 을 v 로 정의하면 최종 상태-공간 공력탄성학 방정식은 식(7)과 같이 얻어진다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{v} \\ \dot{x} \\ \dot{x}_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\bar{M}]^{-1}[\bar{C}] & -[\bar{M}]^{-1}[\bar{K}] & -[\bar{M}]^{-1}[\bar{D}] \\ [I] & [0] & [0] \\ [E] & [0] & [\bar{R}] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ x \\ x_s \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} [\bar{M}]^{-1}\{f\} \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (7)$$

본 연구에서는 비선형 공탄성 해석을 위하여 주파수 영역에서의 해석 방법인 근궤적법과 시간 영역에서의 해석 방법인 시간적분법을 사용하였다. 근궤적법은 식(7)의 근들의 궤적을 따라가는 방법으로 속도가 변함에 따라 근의 실수 값의 변화를 관찰하여 실수 값이 음에서 양으로 변하는 순간을 플러터로 판정한다. 시간 영역의 해석을 위해서 Adaptive Runge-Kutta 방법[9]을 적용하였다.

참고문헌 [14]에서 동적 실험을 통하여 접는 미사일 조종 날개의 비선형 힌지 강성에 대한 모델링을 수행하였으므로 본 연구에서는 그 과정에 대한 설명은 생략하도록 하겠다. 해석 모델의 플러터 스프링은 그림 2에 나타난 형태의 비대칭 이선형 스프링으로 가정하고, 비선형 탄성력과 변위 간의 상관 관계식은 식(8)과 같이 나타낼 수 있다.

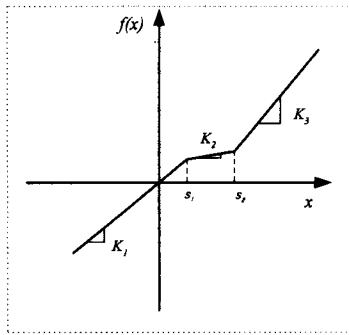


그림 2. 일반적인 비대칭 이선형 스프링

$$f(x) = \begin{cases} K_1 x & \text{for } x < s_1 \\ (K_1 - K_2)s_1 + K_2 x & \text{for } s_1 < x < s_2 \\ (K_1 - K_2)s_1 + (K_2 - K_3)s_2 + K_3 x & \text{for } s_2 < x \end{cases} \quad (8)$$

여기서

$$K_2 = a_1 K_1, \quad K_3 = a_2 K_1 \quad (9)$$

주파수 영역 해석을 위해서는 식(8)의 비선형 스프링의 등가 강성을 계산해야 한다.

일반적으로 대칭 이선형 스프링의 경우 기술 함수 법[2]을 통해 등가 강성을 계산 하지만 비대칭 이선형 스프링의 경우 일반적인 기술 함수 법[2]의 적용이 불가능하며 이중 입력 기술 함수 법[10]을 적용하여야 한다.

2.3 계산 결과 및 고찰

아차원 단면 날개 모델에 표 1의 시스템 변수들을 적용하여 선형 및 비선형 플러터 해석을 수행하였고, 해석에 사용된 마하수는 2.0, 공기 밀도는 $1.25 \times 10^{-13} \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}^4$ 으로 설정하였다.

표 1. 2차원 날개 모델의 시스템 변수들

Parameter	Values
b	52.5mm
S_α	$1.72 \times 10^{-4} \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2$
I_α	$1.08 \times 10^{-2} \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2 \cdot \text{mm}$
m	$2.04 \times 10^{-5} \text{ kgf} \cdot \text{sec}^2 / \text{mm}$
ω_h	130Hz
$e (= b(1+a))$	44.1mm

플러터 특성에 미치는 플러터와 힌지 강성의 영향을 살펴보기 위해서 서로 다른 주파수 비에 대하여 해석을 수행하였다. 그림 3과 그림 4는 플러터-힌지 주파수 비가 0.765와 1.3인 경우에 대하여, 플러터 강성이 선형 플러터 특성에 미치는 영향을 보여주고 있다. 주파수 비가 0.765인 경우(그림 3), 플러터 속도는 힌지 스프링의 강성비가 감소함에 따라 증가하는 것으로 나타났다. 해석 모델인 이차원 날개의 플러터는 플러터-피치 모드의 병합 플러터로 발생하고 있으며, 플러터 강성의 감소는 플러터 주파수가 더 낮은 주파수 비 0.765의 경우에는 피치모드와 플

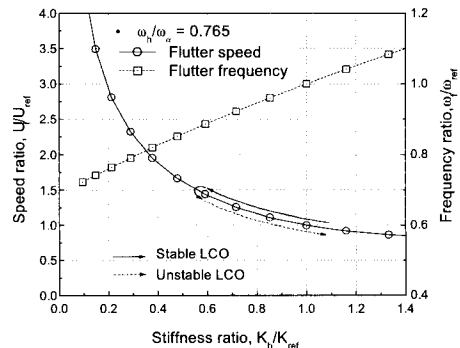


그림 3. 선형 플러터 특성에 K_h 가 미치는 영향

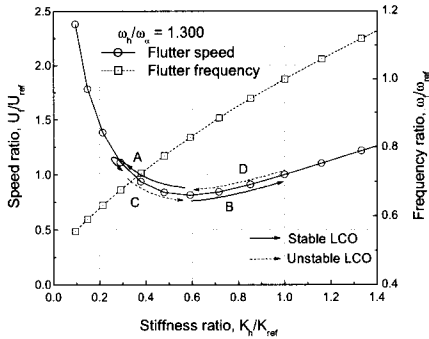


그림 4. 선형 플러터 특성에 K_h 가 미치는 영향

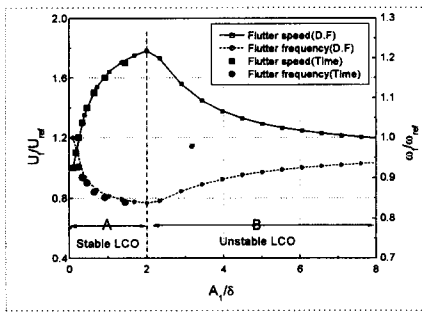


그림 5. 비대칭 이선형 스프링을 갖는 이차원 날개의 LCO 플러터 특성 ($\omega^*=0.765$)

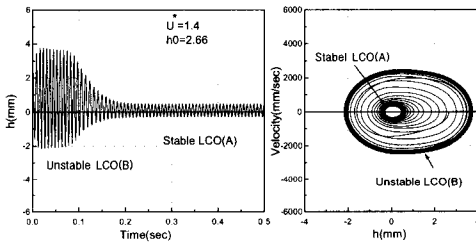


그림 6. 2가지 형태의 LCO ($\omega^*=0.765$, $U^*=1.4$, $h_0=2.66$)

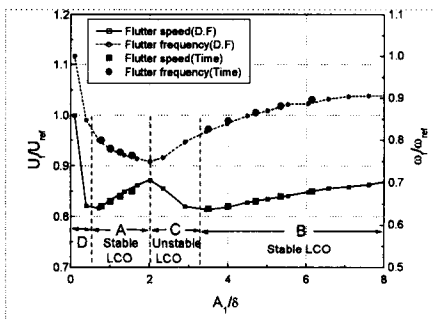


그림 7. 비대칭 이선형 스프링을 갖는 이차원 날개의 LCO 플러터 특성 ($\omega^*=1.3$)

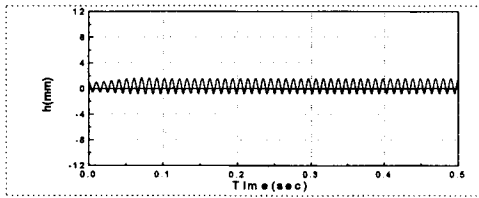
런지 모드 사이의 간격을 벌어지게 하여, 결과적으로 플러터 속도가 증가하게 된다.

주파수 비가 1.3인 경우(그림 4), 강성비가 감소함에 따라 플러터의 속도는 줄어들었다가 다시 증가하는 것으로 나타났다. 이러한 현상은 플러터 강성의 변화에 따른 플러터 모드와 피치 모드간의 모드 변환에 의해 나타난다. 강성비가 감소함에 따라 플러터 모드와 피치 모드가 병합이 되었다가 다시 벌어지게 된다.

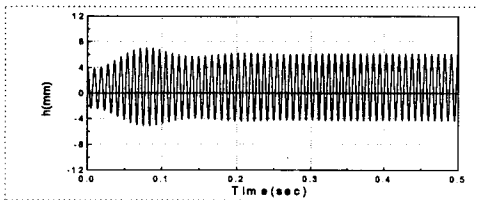
이차원 모델의 선형 공력탄성학적 특성은 주로 주파수 비에 따라 변화하게 된다. 그러나 플러터 주파수는 주파수 비에 영향을 받지 않는 것으로 나타났고, 강성비가 증가함에 따라 증가하게 된다.

그림 5는 주파수 비가 0.765인 경우의 비대칭 이선형 플러터 스프링을 가지는 이차원 날개 모델의 제한주기거동(Limit Cycle Oscillation; LCO) 특성을 보여주고 있다. 그림 5를 보면, 기술 함수를 사용한 주파수 영역 해석과 시간 영역 해석 결과가 서로 잘 일치하고 있음을 알 수 있다. 주파수 비가 0.765인 경우, 등가 강성의 감소로 플러터 속도가 증가하기 때문에 LCO는 선형 플러터 속도보다 높은 속도에서 발생한다. 그림 5의 LCO는 2가지 서로 다른 형태를 가지는 것으로 나타났다. 하나는 작은 진폭을 갖는 안정적인 LCO 'A'이고 다른 하나는 큰 진폭을 갖는 불안정한 LCO 'B'이다. 두 가지 형태의 LCO는 초기 조건에 의해서 결정되며, 그림 6은 속도 비 ($U^*=U/U_i$)가 1.4인 경우의 두 가지 형태의 LCO 시간 응답을 보여주고 있다. 초기조건이 약 2.66인 경우, 불안정한 LCO 'B'가 발생한다. 초기 조건이 이보다 작은 경우에는, 단지 안전한 작은 진폭의 LCO만이 발생한다. 진폭비가 증가함에 따라 안정적인 LCO 경우의 플러터 속도는 증가하게 되고, 불안정한 LCO 경우의 플러터 속도는 감소하게 된다. 그림 3의 플러터 강성 비에 따른 선형 플러터 해석과 비교하면, 기술 함수 법에 의해 계산된 K_h 의 증가강성이 화살표 방향을 따라 변화하게 되며, 화살표 방향을 따라가면 플러터 속도는 강성의 감소로 증가하였다가 강성의 증가로 감소하게 된다. 안정적인 LCO는 속도 증가 구간에서 발생하고, 불안정한 LCO는 속도 감소 구간에서 발생한다.

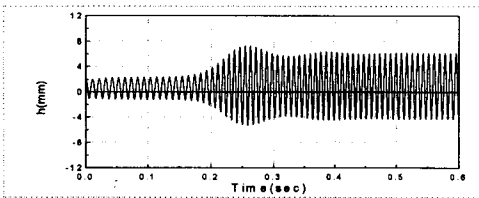
그림 7은 주파수 비가 1.3인 경우의 LCO 플러터 특성을 나타내고 있다. 주파수 영역과 시간 영역의 해석 결과가 서로 잘 일치하고 있다. 선형플러터 속도보다 낮은 속도에서 서로 다른 네 가지 형태의 LCO가 발생하였다. 두 가지의 안정적인 LCO인 'A', 'B'와 두 가지의 불안정한 LCO인 'C', 'D'가 관찰되었다. 네 가지의 LCO는 초기 조건에 의해 결정된다. 그러나 시간 영역 해석에서는 네 가지 LCO중에서



(a) 안정한 LCO A($h_0=1.0$)



(b) 안정한 LCO B($h_0=4.0$)



(c) 불안정한 LCO C 와 안정한 LCO B($h_0=2.1$)

그림 8. 3가지 형태의 LCO ($\omega^*=1.3, U^*=0.85$)

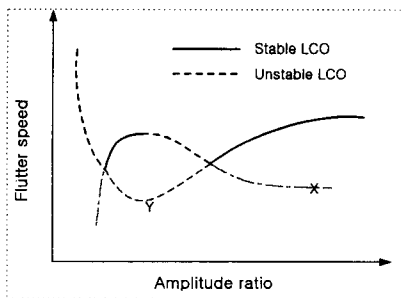


그림 9. 이중 제한 주기 거동

불안정한 LCO인 'D'의 경우 관찰되지 않았다. 그림 8은 속도 비 0.85에서의 세 가지 형태의 LCO를 보여 주고 있다. 진폭비가 증가함에 따라, LCO 특성은 그림 4의 선형 플러터 결과와 비교하면 화살표가 나타내는 D-A-C-B를 따라 변화한 경우의 해석결과와 유사한 결과가 나타난다. 그림 7의 LCO는 그림 4의 D-B LCO처럼 A-C의 이중 제한 주기 거동을 보이고 있다.

그림 9는 이중 제한 주기 거동을 나타내고 있다. 주파수 비가 1.3인 경우에는 플러터 모드와 힌지 모드의 모드 변환전의 A-C 구간에서의 비선형 LCO

인 X와 모드 변환 후의 LCO인 Y가 복잡한 LCO로 결합되어 두개의 안정한 LCO와 두개의 불안정한 LCO의 특성을 나타내고 있다.

III. 결 론

비대칭 이선형 플러터 스프링을 갖는 이차원 날개에 대하여 시간 영역 및 주파수 영역에서 비선형 공력탄성학 해석을 수행하였다. 조음속 공기력 계산을 위하여 DPM을 사용하였고, 공기력 근사를 위해 최소상대접근법을 적용하였다. 비대칭 이선형 스프링을 이중 입력 기술 함수 법을 사용하여 선형화하였고, 선형 및 비선형 공력탄성학 해석을 위해 근계적 법과 시간적분법을 사용하였다.

비대칭 이선형 스프링은 LCO 진폭의 변이에 따라 연화 및 강화 스프링 특성을 지니고 있고, 선형 및 비선형 플러터 특성에 영향을 미치는 것으로 나타났다. LCO는 선형 플러터 속도 이상과 이전에서 관찰되었고, 특성은 주로 주파수 비에 의존하는 것으로 나타났다. 주파수 비가 1.0보다 작은 경우, 선형 플러터 속도 이후에서 안정한 작은 진폭의 LCO와 불안정한 대 진폭의 LCO가 나타났다. 주파수 비가 1.0보다 큰 경우, 두개의 안정한 LCO와 두개의 불안정한 LCO의 이중 제한 주기 진동이 선형 플러터 속도 이전에서 관찰되었다. 주파수비가 비선형 플러터 특성에 중요한 영향을 미치는 것을 알 수 있다.

후 기

본 연구는 국방과학연구소의 연구비 지원(TECD-101-031344)에 의해 수행되었으며, 이에 관계자 여러분께 감사드립니다.

참고문헌

- 1) Shen, S. F "An Approximate Analysis of Nonlinear Flutter Programs", *Journal of Aerospace Science*, Vol. 28, Jan. 1959, pp. 25-32.
- 2) Woolston, D. S., Runyan, H. W., and Andrews, R. E., "An Investigation of Effects of Certain Type of Structural Nonlinearities on Wing and Control Surface Flutter", *Journal of Aeronautical Sciences*, Vol. 24, Jan. 1957, pp. 57-63.
- 3) Laurenson, R. M., and Trn, R. M., "Flutter Analysis of Missile Control Surface Containing Structural Nonlinearities", *AIAA Journal*, Vol. 18, No. 10, 1980, pp. 1245-1251.

- 4) Lee, C. L., "An Iterative Procedure for Nonlinear Flutter Analysis", *AIAA Journal*, Vol. 24, No. 5, 1986, pp. 833-840.
- 5) Potkanski, W., "Flutter Analysis of a System with Interacting Nonlinearities", *Proceedings of the European Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, 1991, pp. 315-318.
- 6) Yang, Z. C. and Zhao, L. C., "Analysis of Limit Cycle Flutter of an Airfoil in Incompressible Flow", *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 123, No. 1, 1988, pp.1-13.
- 7) Brase, L. O. and Eversman W., "Application of Transient Aerodynamics to Structural Nonlinear Flutter Problem", *Journal of Aircraft*, Vol. 25, No. 11, 1988, pp. 1060-1068.
- 8) Lee, I. and Kim, S. H., "Aeroelastic Analysis of a Flexible Control Surface with Structural Nonlinearity", *Journal of Aircraft*, Vol. 32, No. 4, 1995, pp. 868-874.
- 9) Conner, M. D., Tang, D. M., Dowell, E. H., and Virgin, L. N., "Nonlinear Behavior of a Typical Airfoil Section with Control Surface Freeplay : A Numerical and Experimental Study", *Journal of Fluid and Structures*, Vol. 11, 1997, pp. 89-109.
- 10) Bae, J. S. and Lee, I., "Limit Cycle Oscillation of Missile Control Fin with Structural Nonlinearity", *Journal of Sound and Vibration*, Vol.269, No. 3-5, 2004, pp.669-687.
- 11) Bae, J.S., Kim, D.K., Shin, W.H., Lee, I., and Kim, S.H., "Nonlinear Aeroelastic Analysis of a Deployable Missile Control Fin", *Journal of Spacecraft and Rockets*, Vol. 41, 2004.
- 12) Ueda, T. and Dowell, E. H., "A New Solution Method for Lifting Surfaces in Subsonic Flow", *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 3, 1982, pp. 348-355.
- 13) Karpel, M., "Design for Active Flutter Suppression and Gust Alleviation using State-space Aeroelastic Modeling", *Journal of Aircraft*, Vol. 19, No. 3, 1982, pp. 221-227.
- 14) Bae, J. S., *Aeroelastic Characteristics and Flutter Suppression considering Structural Nonlinearity*, Ph.D Dissertation, Department of Aerospace Engineering, Korea Advanced Institute of Science Technology, 2002.
- 15) Press, W. H., Flanner, B. P., Teukolsky, S. A., and Vetterling, W. T., *Numerical Recipes: The art of scientific computation*, Cambridge University Press, 1986.
- 16) Gelb, A. and Vander Velde, W. E., *Multiple-Input Describing Functions and Nonlinear System Design*, McGraw-Hill, New York, 1986.
- 17) 배재성, 김종윤, 양승만, 이인, "평판 날개의 아음속 플러터 실험 및 해석", *한국항공우주학회지*, 제 30권, 제 5호, pp.56-61, 2002
- 18) 배재성, 신원호, 이인, 신영석, "이선형 비선형성을 포함하는 접는 미사일 조종날개의 공탄성 해석", *한국항공우주학회지*, 제 30권, 제 7호, pp.29-35, 2002.