

## 論文

## Predictive Filter를 이용한 인공위성 자세결정 연구

최윤혁\*, 방효충\*\*

## Spacecraft Attitude Determination Study using Predictive Filter

YoonHyuk Choi\* and Hyochoong Bang\*\*

## ABSTRACT

Predictive filter theory proposed recently can be characterized by inherent advantages of estimating modelling error and overcoming the disadvantage of the Kalman filter theory. A one-step ahead error is minimized to produce optimized filter performance in the form of the predictive filter. The main advantage of this filter lies in the ability to estimate both state vector and system model error. In this paper, attitude estimation results based upon the predictive filter theory is addressed. Mathematical formulation for estimating bias signal is performed by using the predictive filter theory, and attitude estimation based upon vector observation is presented. From the results of this study, the potential applicability of the predictive filter is highlighted.

## 초 록

Predictive 필터는 Kalman 필터의 단점을 보완하고 모델 오차를 동시에 추정할수 있는 최근에 제시된 기법이다. 한 단계 앞의 추정 오차를 최소화하기 위한 최적화된 필터의 형태가 Predictive 필터이다. 본 필터의 주요 장점은 상태변수와 함께 모델오차를 파악할 수 있다는데 있다. 본 연구에서는 Predictive 필터를 이용한 인공위성의 자세추정 내용을 소개하도록 한다. 기존에 제시된 Predictive 필터 이론을 적용하여 자이로 바이어스 신호를 추정할수 있는 수식을 유도하고 또한 벡터 관측 정보를 이용한 자세추정 결과를 소개하도록 한다. 본 연구결과를 통해 향후 Predictive 필터의 확장 가능성을 예상할수 있다.

**Key Words** : Predictive filter(예측 필터), Spacecraft attitude determination(인공위성 자세 결정자이로), Modeling error estimation(모델링 오차 추정), Quaternion(쿼터니언)

## 1. 서 론

인공위성 자세 결정(Attitude determination)은 최근 정밀한 임무 수행을 위한 필수적인 기술 요건이다. 기존은 많은 인공위성들이 자세 결정 성능을

더욱 향상시키고 있는 추세이다. 특히 지구관측 영상 해상도 및 천문 우주과학 임무를 위한 관측위성의 지향 정밀도가 증대되고 있는 상황에서 자세 결정의 역할이 점차 더 중요해지고 있다.

인공위성의 자세 결정을 위한 기법으로서 대표적으로 벡터 관측(Vector observation)을 위한 방법과 관성 센서를 이용한 통계적인 방법을 들수 있는데 두 가지 방법을 혼합하는 것이 일반화되고 있다. 벡터 관측은 지구센서, 태양센서 및 별센서등을 이용하여 관측 점의 지향 벡터를 측정하는 것이며, 관성 센서는 특히 자이로스코프 신호의 연속적이고 빠른

† 2005년 7월 7일 접수 ~ 2005년 9월 26일 심사완료

\* 정회원, 한국과학기술원, 항공우주공학전공 대학원

\*\* 정회원, 한국과학기술원, 항공우주공학전공  
연락처, E-mail : hcbang@fdcl.kaist.ac.kr  
대전광역시 유성구 구성동 373-1

갱신 특성을 활용함으로써 신뢰성 있는 자세 정보를 확보할 수 있다. 벡터 관측 방식과 관성센서 방식을 결합하는 방법으로 Kalman 필터 알고리즘이 있다. Kalman 필터는 선형화된 시스템을 대상으로 최소 추정 오차를 달성하는 추정 방식으로 잘 알려져 있다. 인공위성 및 일반 항공우주 시스템에 광범위하게 적용되고 있다.

최근 인공위성의 자세 결정은 주로 관성센서인 IMU(Inertial Measurement Unit)에서 출력되는 각속도 정보를 적분하여 자세각을 측정한다. 하지만, 관성센서 하드웨어적 특성인, 센서 자체의 잡음과 바이어스(Bias) 오차 등에 의하여 출력된 각속도의 적분은 측정 자세각의 발산을 유발시킨다. 따라서 보정을 위한 보조의 센서로 자세각을 측정할 수 있는 센서가 필요하다. 80년대부터 위성의 자세각 측정의 경우, 비관성 형태의 기준이 되는 센서들을 이용하여 IMU의 오차를 보정하는 알고리즘이 많이 개발되었다. 특히 별 센서의 경우 정확도가 1 arcsec 까지 매우 정확한 자세각 오차 출력 센서로서 많이 쓰인다. 하지만, 영상 감지 소자인 CCD(Charge Coupled Device)에 별 영상이 맺히는 시스템 고유의 한계로 인하여 자세각의 갱신 주기가 통상적으로 10Hz 이하로 느리다는 단점이 있기 때문에, 출력 주기가 상대적으로 빠른 IMU와 별 센서를 병합한 시스템으로 각각을 보정하는 방법이 많이 연구되어 실제 구현되고 있다.

관성센서 오차 보정 기법 중 Kalman 필터를 이용한 IMU(Gryo)의 바이어스와 쿼터니언(Quaternion) 오차, 정렬 오차 추정은 최근 많이 연구되어, 신뢰성이 있는 방법으로 인정되고 있다. 실제 운용중인 상당수의 인공위성이 Kalman 필터를 이용한 자세 결정 기법을 채택하고 있는 것으로 알려져 있다.

한편 Kalman 필터는 수학적으로 선형 및 선형화된 시스템에 적용이 제한되어 있다. 즉 선형 시스템에 백색의 가우시안(White Gaussian) 형태의 잡음이 가해지는 경우에 최적의 성능을 발휘하는 특성을 지니고 있다. 이와 같은 조건으로 인하여 일부 시스템의 경우 적용에 어려움이 있고, 또한 필터의 초기 추정오차가 실제 시스템과 큰 차이가 나는 경우에 발산하는 경우도 있다. 필터에 작용하는 공정 잡음(Process noise) 및 측정 오차 잡음을 정확히 모델링하는 것도 용이하지 않다. 따라서 Kalman 필터의 여러 가지 장점에도 불구하고 최근에 새로운 필터에 대한 연구가 활발히 진행되고 있는데 Particle 필터 및 Predictive 필터가 그 대표적인 예이다. 이 가운데 최근 Crassidis와 Markely에 의해 제안된 Predictive 필터는 필터의 모델 오차와 상태 변수 추정을 동시에 가능하게 하는 특성을 지니고 있다. 특히 모델링

오차가 Kalman 필터와 달리 일반적인 형태로 가정할 수 있다는 장점을 지니고 있어 비교적 광범위한 문제에 적용할 수 있는 것으로 알려져 있다.

본 연구에서는 참고문헌[1]에 제시된 Predictive 필터이론을 기반으로 자이로의 바이어스를 추정할 수 있는 공식화를 제안하고 벡터 관측 기반의 Predictive 필터를 제안하였다. 바이어스를 모델링 오차화하여 필터 이론을 적용하였다. 또한 벡터 관측과 관련하여 가관측 문제를 제기하였으며 이를 해결하기 위해 2개의 벡터 정보를 이용하는 방안을 제시하였다.

## II. 필터 설계 이론

### 2.1 기본 이론

Predictive 필터의 기본 원리는 참고문헌[3]에서 제안한 MME(Minimum Model Error) 추정기의 개념에 기반을 두고 있다. MME는 다음의 최적 표준을 만족하는 상태변수 예측을 위한 최적 추정기로 간주할 수 있다.

$$\{\tilde{y}_k - g_k[\hat{x}(t_k), t_k]\} \{\tilde{y}_k - g_k[\hat{x}(t_k), t_k]\}^T \approx R_k \quad (1)$$

여기서  $\tilde{y}_k$ 는  $k$ 번째의 센서 측정값을 의미하며,  $g_k[\hat{x}(t_k), t_k]$ 는  $k$ 번째에 예측된 상태변수로부터 계산된 측정값의 추정치이고  $R_k$ 는 오차 공분산(Covariance) 행렬이다. 즉 측정값과 추정값의 차이의 공분산이 측정값과 실제값 차이의 공분산과 일치하면, 추정값과 실제값과의 오차가 최소가 된다는 정의를 갖는다. 이와 같은 필터의 기본 원리를 보다 구체적으로 설명하기 위해 Fig. 1을 참조하도록 한다.

Fig. 1에서 (a) 그래프는 식 (1)에서의 좌변과 우변의 비율을, (b) 그래프는 이에 따른 실제의 추정 오차를 보여주고 있다. 이는 좌변과 우변이 일치 (비율이 1이 될 때) 추정오차가 최소가 됨을 보여준다[3]. MME 추정기(Estimator)는 실제의 시스템과 설계한 시스템과의 오차(Model error)를 조절하여 식 (1)과 Fig. 1을 만족하도록 구성된다. MME 기법은 Kalman Filter에서의 모든 오차를 화이트 가우시안(White Gaussian) 과정으로 가정한 것과 비교했을 때 확연한 차이가 있다. 즉 Kalman Filter의 모델 오차(Model error)라고 볼 수 있는 공정오차(Process error)는 화이트 가우시안으로 가정되는데 반하여 새로운 필터 이론에서는 잡음을 반드시 가우시안이 아닌, 일반적인 형태로 모델링할 수 있다는 장점이 있다.

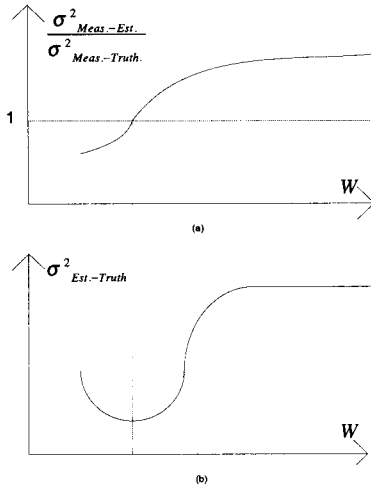


Fig. 1. Predictive 필터의 추정원리

### 2.2 Predictive 필터 이론

Predictive 필터는 2.1 절에서 설명한 바와 같이 MME 기법을 기반으로 하고 있다. 즉 모델 오차를 최소화 하면서 동시에 상태변수를 추정하게 된다. 처음에 제안된 MME가 Off-line 추정기라면, Predictive 필터는 MME를 실시간 추정기로 확장한 개념이라고 볼 수 있다. 즉, Kalman Filter와 MME의 장점을 결합한 새로운 실시간 비선형 필터라고 부를 수 있다. Predictive 필터의 장점은 크게 3가지로 나눌 수 있다.

1. 모델 오차를 미지의 값으로 가정할 수 있으며, 결과로부터 추정이 가능하다.
2. 모델 오차는 어떤 형태로도 가정할 수 있다. (비선형도 가능)
3. 알고리즘은 On-line으로 실행이 가능하다.

필터의 이론을 설명하기 위해 먼저 추정기 모델은 다음과 같이 구성될 수 있다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(t) &= f[\hat{x}(t)] + G[\hat{x}(t)]d(t) \\ \hat{y}(t) &= c[\hat{x}(t)] \end{aligned} \quad (2)$$

여기서  $\hat{x}$ 는 추정기의 상태변수를 나타내고,  $d(t)$ 는 모델오차를 표시한다. 그리고 추정기를 구동하기 위한 센서의 측정 방정식은

$$\begin{aligned} \tilde{y}_k &= g_k[x(t_k), t_k] + \nu_k \\ \nu_k &\sim N(0, R) \end{aligned} \quad (3)$$

와 같이 주어진다. 여기서  $x(t)$ 는 실제 시스템의 상태변수를 나타내고,  $\nu_k$ 는 측정 잡음으로서 백색의 가우스(Gauss) 형태 잡음으로 가정한다. 식

(2)와 (3)에 주어진 측정 변수를 이용한 추정기 구성을 위해 먼저 식 (2)의 출력 방정식  $\hat{y}(t + \Delta t)$  을 다음과 같이 Taylor 급수로 전개한다.

$$\hat{y}(t + \Delta t) \approx \hat{y}(t) + z[\hat{x}(t), \Delta t] + \Lambda(\Delta t)S[\hat{x}(t)]d(t) \quad (4)$$

여기서 각 변수들은 Lie Derivative의 정의를 사용하면 다음과 같이 표현되어 진다.

$$z_i[\hat{x}(t), \Delta t] = \sum_{k=1}^{p_i} \frac{\Delta t^k}{k!} L_f^k(c_i) \quad (5)$$

또한

$$S_i = \{L_{g_1}[L_f^{p_i-1}(c_i)], \dots, L_{g_q}[L_f^{p_i-1}(c_i)]\}$$

와 같고, 각각의 Lie derivatives는 다음의 관계식을 만족한다.

$$\begin{aligned} L_f^k(c_i) &= c_i \quad \text{for } k=0 \\ L_f^k(c_i) &= \frac{\partial L_f^{k-1}(c_i)}{\partial \hat{x}} f \quad \text{for } k \geq 1 \end{aligned}$$

$$L_{g_j}[L_f^{p_i-1}(c_i)] = \frac{\partial L_f^{p_i-1}(c_i)}{\partial \hat{x}} g_j, \quad j=1,2,\dots,q$$

여기서  $p_i$ 는 모델 오차  $d(t)$ 가 처음으로 표면적으로 나타나는  $c_i[\hat{x}(t)]$ 의 미분 함수의 최소 차수이다. 추정기 설계를 위해 다음과 같은 가격함수를 제안하도록 한다.

$$\begin{aligned} J &= \frac{1}{2} \{\tilde{y}(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)\}^T R^{-1} \{\tilde{y}(t + \Delta t) - \hat{y}(t + \Delta t)\} \\ &\quad + \frac{1}{2} d^T(t) W d(t) \end{aligned} \quad (6)$$

여기서  $W$ 는 모델 오차의 가중치를 나타낸다.  $R$ 이 커질수록 즉 부정확한 측정값일수록 왼쪽 항에서의 가중치가 감소된다.  $W$ 가 커질수록 상태 추정치는 설계된 모델을 추종한다. 반대로  $W$ 가 작아질수록  $d(t)$ 가 측정값과의 보정을 통해서 시스템에 더해지면서, 실제의 시스템을 추종하도록 조정된다. 따라서  $W$ 가 작아지면, 작아질수록 추정기의 값은 실제 측정값에 가깝게 접근하게 된다.

주어진 가격함수 식 (6)이 최소가 되는  $d(t)$ 를 계산하면 다음과 같은 표현식을 얻게 된다.

$$d(t) = -\{[\Lambda(\Delta t)S(\hat{x})]^T R^{-1} \Lambda(\Delta t)S(\hat{x}) + W\}^{-1} [\Lambda(\Delta t)S(\hat{x})]^T R^{-1} [z(\hat{x}, \Delta t) - \tilde{y}(t + \Delta t) + \hat{y}(t)] \quad (7)$$

위식을 다시 단순화하여 표현하면

$$d(t) = -M(t) [z(\hat{x}, \Delta t) - \tilde{y}(t + \Delta t) + \hat{y}(t)] \quad (8)$$

와 같다. 즉 모델 오차  $d(t)$ 는 한 스텝(Step) 이후의 측정값과 현재의 측정 추정값에 의하여 구하여 질 수 있다.

이와 같은 Predictive 필터 구성을 위한 알고리즘을 순서적으로 다음과 같이 요약할 수 있다.

1.  $t_k$ 에 대한 식 (2)와 (3)을 구성한다.
2.  $t_{k+1}$ 의 측정값을 취한 후, 식 (7)로  $t_k$ 부터  $t_{k+1}$ 의  $d(t)$ 를 구한다.
3. 식 (2)에 대입한 후,  $t_{k+1}$ 의 상태 변수를 추정한다.

한편 Predictive 필터는 MME와 마찬가지로 오차 공분산(Covariance) 구조조건을 만족시켜야 한다[2].

$$\frac{1}{N} \sum_{k=0}^N \{e_k - \bar{e}\} \{e_k - \bar{e}\}^T \approx R \quad (9)$$

여기서  $e_k$ 는 추정 오차를 나타내며,  $\bar{e}$ 는 추정 오차의 평균값을 의미한다. 따라서 Predictive 필터는 추정 성능을 위해서 식 (9)를 만족하는 가중치 행렬  $W$ 를 선정해야 한다. Kalman Filter의 파라미터 튜닝(Tuning)과 마찬가지로, Fig. 1의 형태를 참조하여 필터의 최적성능을 달성하기 위한 적절한  $W$ 를 설정해 주어야 한다.

### III. Predictive 필터 이론을 이용한 자세 추정

본 절에서는 본 연구의 목적인, Predictive 필터를 이용한 자세각 추정의 타당성을 탐색하기 위해 기초가 되는 간단한 Predictive 필터를 적용하고 시뮬레이션 수행 결과를 제시하도록 한다. 필터의 수렴성을 검증하기 위하여, 모든 기준 측정값은 정지 상태로 가정한다.

#### 3.1 각도 정보를 이용한 각속도 추정

먼저 1축의 자세 각속도 추정 문제를 고려하며, 오일러(Euler) 자세각과 각속도 사이의 관계는 다음과 같은 전파식을 만족한다.

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta} \\ \dot{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\omega} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} d(t) \quad (10)$$

$$y = c(\theta) + \nu = \theta + \nu$$

즉 식 (10)은 측정치를 오일러 각( $\theta$ )으로 하고, 이를 기반으로 각속도( $\omega$ )를 추정하는 식이다. 여기서 모델 오차  $d(t)$ 는 상태방정식의 2번의 미분에서 처음 나타나므로, 이 시스템의  $p_i = 2$ 가 성립한다. 따라서 앞장에서 유도한  $d(t)$ 의 구성 성

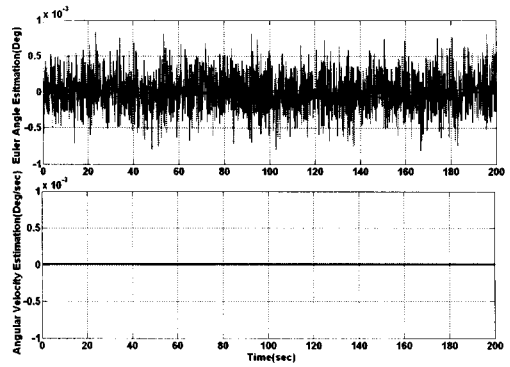


Fig. 2. 자세각 및 각속도 추정치 경향

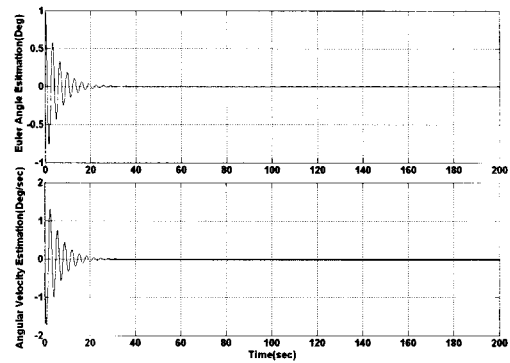


Fig. 3. 초기 오차가 존재할 경우 자세각 및 각속도 추정치 경향

분들은 다음과 같이 표현된다.

$$z = \Delta t \times L_f^1, \quad L_f^1 = \hat{\omega}, \quad \Lambda = \Delta t^2/2, \quad S = 1$$

식 (7)과 위 결과를 결합하여 모델 오차에 대한 식을 수립할 수 있으며, 구성된 모델 오차를 적용한 시뮬레이션 결과는 다음과 같다. 이때 측정 오차의 공분산  $COV(\nu) = 8 \times 10^{-8} (1arcsec)$ ,  $\Delta t = 0.1$ 초, 그리고 전체 적분 간격=0.02초로 설정하였다. Fig. 2는 기준 자세각(0)에 잡음을 혼합하여 생성한 측정값을 이용하여 각속도를 추정한 결과로서 추정값과 측정값의 초기 조건이 동일하기 때문에, 비교적 잘 추정한다. 한편 Fig. 3은 단위 기준 자세각에서 초기값을 0으로 놓고, 필터를 실행시킨 결과로서 결과적으로는 어느 정도 추정을 하지만, 수렴 속도가 다소 느리다는 것을 볼 수 있다. 다시 말하면, 필터의 구성이 적절하지 않다고 볼 수 있다. 뒤에서 논의되겠지만, 시스템의 모델링이 최적이지 아닐 수 있으며 상태방정식에 0이 들어가는 시스템은 Predictive 필터에서 원하는 성능을 발휘할 수 없는 가능성도 존재한다고 볼 수 있다.

### 3.2 인공위성의 자세 및 바이어스 추정

본 소절에서는 Predictive 필터를 인공위성의 바이어스 및 자세각 추정에 적용하도록 한다. 일반적인 인공위성 자세결정 기능을 보여주는 블록 선도가 Fig. 4에 제시되어 있다. 대표적으로 INS 형태의 관성센서와 별센서 형태의 벡터 관측용 센서를 결합하여 자세 오차와 관성센서에 포함된 바이어스를 추정하는 원리를 채택하고 있다. 여기서  $q$ 와  $\omega$ 는 쿼터니언과 각속도를 나타내고  $\delta q$ 와  $\delta b$ 는 각각 쿼터니언 오차와 바이어스 (Bias) 오차를 표시한다.

초기값을 오차와 바이어스가 없다고 가정하고 아래의 식에 의해서 연속적으로 보정해야 하는 오차를 유도할 수 있다. 측정값의 바이어스를 고려한다면, 측정 각속도는 다음과 같이 근사화된다.

$$\omega_{gm} = \omega - b - \eta_a \quad (11)$$

$$\hat{\omega} = \omega_{gm} + \hat{b} \quad (12)$$

여기서 각 변수는  $\omega_{gm}$ 는 자이로 측정치들,  $\omega$ 는 실제 각속도를,  $b$ 는 자이로 바이어스 벡터를 나타내고  $\eta_a$ 는 Angular random walk 잡음을 나타낸다.

또한 자이로 바이어스  $b$  또한 다음과 같이 모델링 된다.

$$db/dt = \eta_r \quad (13)$$

여기서  $\eta_r$ 는 rate random walk 잡음으로 평균이 0인 가우스 분포를 지닌 것으로 가정한다.

한편 자세 결정을 위한 운동학(Kinematic) 관계식은 다음과 같다.

$$\frac{d}{dt}q(t) = \frac{1}{2}\bar{\omega}(t) \otimes q(t) \quad (14)$$

$$\bar{\omega} = \begin{bmatrix} \omega \\ 0 \end{bmatrix}$$

이때  $\otimes$ 는 쿼터니언 연산자로 다음과 같이 정의된다.

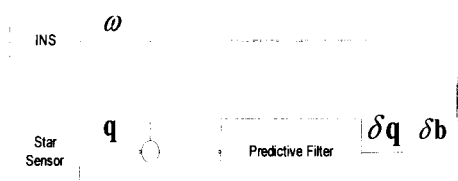


Fig. 4. 인공위성의 자세 추정 필터 구성도

$$p \otimes q = \begin{bmatrix} p_4 & p_3 & -p_2 & p_1 \\ -p_3 & p_4 & p_1 & p_2 \\ p_2 & -p_1 & p_4 & p_3 \\ -p_1 & -p_2 & -p_3 & p_4 \end{bmatrix} q \quad p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \end{bmatrix} \quad (15)$$

한편 자세 파라미터인 쿼터니언(Quaternion) 오차에 대한 운동학 관계식을 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{d}{dt}\delta q_v = -[\hat{\omega} \times] \delta q_v + \frac{1}{2} \delta b + \frac{1}{2} \eta_a \quad (16)$$

$\delta q_v$ 는 쿼터니언 오차  $\delta q$ 의 벡터를  $\delta q_s$ 는  $\delta q$ 의 스칼라를 지칭한다.  $[\hat{\omega} \times]$ 는 벡터의 외적으로 행렬 곱 형식으로 쓰면 다음과 같다.

$$[\hat{\omega} \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

식(14)~(16)을 이용하면 다음과 같은 상태변수 방정식을 구성할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta q_v \\ \delta b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\hat{\omega} \times] & \frac{1}{2} I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta q_v \\ \delta b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_a \\ \eta_r \end{bmatrix} \quad (18)$$

Predictive 필터 이론을 적용하기 위해 식 (18)의 공정잡음(Process noise)를 모델 오차  $d(t)$ 로 바꾸면, 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \delta \hat{q}_v \\ \delta \hat{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[\hat{\omega} \times] & \frac{1}{2} I \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \hat{q}_v \\ \delta \hat{b} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} d(t) \quad (19)$$

측정값  $\delta \tilde{q}$ 는 다음과 같이 구해진다.

$$\delta \tilde{q} = \tilde{q} \otimes \hat{q}^* \quad (20)$$

식 (16)의 전파식은 식 (20)을 측정치로 하여 전파되어  $\delta \hat{q}$ ,  $\delta \hat{b}$ 를 추정하게 된다.  $\hat{q}^*$ 는  $q$ 의 켈레 변환 쿼터니언을 의미한다. 최종적으로 추정된 각속도와 자세각은 식 (21)로 갱신 된다.

$$\begin{aligned} \hat{q}(+) &= \delta \hat{q} \otimes \hat{q}(-) \\ \hat{b}(+) &= \hat{b}(-) + \delta \hat{b}(+) \\ \hat{\omega} &= \omega_{gm} + \hat{b}(+) \end{aligned} \quad (21)$$

지금까지 제안된 자세추정 알고리즘을 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션을 위한 파라미터는  $E[\eta_a \eta_a^T] = 5 \times 10^{-10} (\text{rad/sec})$ ,  $\Delta t = 0.1 \text{sec}$ 로 선정하고 적분 간격은 0.02초를 이용하였다. Fig. 5는 시뮬레이션 결과를 보여주고 있다.

위의 시뮬레이션은 바이어스가 존재하지 않을 경우의 시스템에서 3개의 쿼터니언 중 하나에 대한 추정 결과를 보여준 것이다. 각속도의 추정치

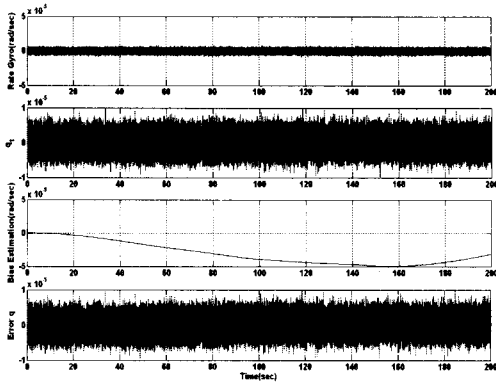


Fig. 5. 자세각 및 각속도 오차 추정 결과

는 바이어스 오차 추정치가 거의 0에 가깝기 때문에, 측정치와 거의 비슷한 값이 추정치로 전파식에 입력값으로 들어가게 된다. 또한 쿼터니언 추정에서 각속도의 추정치가 쓰이기 때문에, 잡음으로 인하여 발산하게 될 쿼터니언의 추정치가 측정량으로 보정됨을 알 수 있다.

앞에서도 언급하였듯이 Predictive 필터 구성을 위해서 우선적으로 모델 오차를 적절히 정의할 필요가 있다. 모델 오차에 따라 필터의 상태 변수 추정 성능이 좌우될 수 있기 때문이다. 본 연구의 주요 목표 가운데 하나인 자이로 바이어스 추정을 위해 바이어스 오차를 모델 오차로 설정했는데 타당성에 대한 검토가 필요한 것으로 보여진다. 즉 바이어스 추정을 위해 최적의 모델링인지 시뮬레이션을 통해 다양한 분석이 이루어져야 한다.

### 3.3 벡터 관측을 이용한 자세 추정

회전하는 위성체의 강체 운동 방정식은 다음과 같다.

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{N} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} \quad (22)$$

여기서  $\mathbf{H}$ 는 위성체의 총 각운동량이고,  $\mathbf{N}$ 은 총 외부 토크,  $\mathbf{J}$ 는 위성체의 관성모멘트 행렬을 나타낸다. 만약 반작용휠 혹은 모멘텀휠(Momentum wheel)이 위성체의 자세 제어에 이용된다면, 총 각운동량은 다음과 같이 표현된다.

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h} \quad (23)$$

$$\dot{\mathbf{H}} = \mathbf{N} - [\mathbf{J}^{-1}(\mathbf{H} - \mathbf{h})] \times \mathbf{H} \quad (24)$$

혹은

$$\mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{N} - \dot{\mathbf{h}} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}) \quad (25)$$

와 같이 쓸 수 있다. 식 (23)의  $\mathbf{h}$ 는 내부 제어기

에 의한 반작용 각운동량이며, 여기서는 자세 제어기가 작동하지 않는다고 가정한다. 또한 측정 모델을 다음과 같이 정의하도록 한다.

$$\mathbf{B}_B = \mathbf{A}(q)\mathbf{B}_I \quad (26)$$

여기서  $\mathbf{B}_I$ 는 태양이나 별등의 기준 좌표계의 기준 벡터,  $\mathbf{B}_B$ 는 동체 좌표계에서 측정된 기준 벡터이다. 두 벡터계 사이의 방향코사인 행렬  $\mathbf{A}(q)$ 는 다음과 같이 주어진다.

$$\mathbf{A}(q) = (\hat{q}_s^2 - \mathbf{q}_v^T \mathbf{q}_v) \mathbf{I}_{3 \times 3} + 2\mathbf{q}_v \mathbf{q}_v^T - 2\hat{q}_s [\mathbf{q}_v \times] \quad (27)$$

혹은

$$\mathbf{A}(q) = -\boldsymbol{\Xi}^T(q)\boldsymbol{\Psi}(q) \quad (28)$$

와 같이 표현될 수 있다.  $[\mathbf{q}_v \times]$ 는 식 (17)의 정의를 따른다. 여기서 각 행렬은 다음과 같이 정의되고

$$\boldsymbol{\Xi}(q) = \begin{bmatrix} \hat{q}_s \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\mathbf{q}_v \times] \\ \dots\dots\dots \\ -\mathbf{q}_v^T \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\boldsymbol{\Psi}(q) = \begin{bmatrix} -\hat{q}_s \mathbf{I}_{3 \times 3} + [\mathbf{q}_v \times] \\ \dots\dots\dots \\ \mathbf{q}_v^T \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\boldsymbol{\Psi}(q)\boldsymbol{\omega} = \boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\omega})q \text{ for any } \boldsymbol{\omega}_{3 \times 1} \quad (31)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}(\boldsymbol{\omega}) = \begin{bmatrix} -[\boldsymbol{\omega} \times] & \vdots & -\boldsymbol{\omega} \\ \dots\dots & \vdots & \dots\dots \\ \boldsymbol{\omega}^T & \vdots & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

을 만족시킨다. 쿼터니언을 측정값으로 하는 위성체의 자세 추정을 Predictive Filter로 구성해본다. 쿼터니언 방정식과 각운동량 방정식을 이용한 가격 함수와 전파식은 다음과 같다.

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2} \{ \widetilde{\mathbf{B}}_B(t + \Delta t) - \mathbf{A}(\hat{q})\mathbf{B}_I(t + \Delta t) \}^T \mathbf{R}^{-1} \times \{ \widetilde{\mathbf{B}}_B(t + \Delta t) - \mathbf{A}(\hat{q})\mathbf{B}_I(t + \Delta t) \} + \frac{1}{2} d^T(t) \mathbf{W} d(t) \quad (33)$$

식 (33)는 식 (14), (34), (35)를 만족한다.

$$\dot{\hat{\mathbf{H}}} = \mathbf{N} - \hat{\boldsymbol{\omega}} \times \hat{\mathbf{H}} + \mathbf{d} \quad \hat{\mathbf{H}}(t_0) = \mathbf{H}_0 \quad (34)$$

식 (33)에서의 측정값은  $\widetilde{\mathbf{B}}_B$ 이므로 출력식은

$$c(\hat{x}) = \mathbf{A}(q)\mathbf{B}_I \quad (35)$$

와 같다. 주어진 상태방정식과 측정방정식을 이용한 필터를 구성하기 위해 먼저 상태변수벡터를 다음과 같이 도입하기로 한다.

$$\hat{x} = \begin{bmatrix} \hat{q} \\ \hat{H} \end{bmatrix} \quad (36)$$

$d$ 가 출현하는  $c$ 의 최소 미분 차수는 2이므로,  $p_i=2$ 가 된다. 따라서  $\Lambda, z$ 는 다음과 같이 표현된다.

$$\Lambda = (\Delta t^2/2)I \quad (37)$$

$$z = \Delta t L_f^1 + (\Delta t^2/2)L_f^2 \quad (38)$$

식 (19), (21)에 의해서  $\hat{q}$ 에 대한 식(24)의 편미분은 다음과 같다.

$$\frac{\partial c}{\partial \hat{q}} = -2\varepsilon^T(\hat{q})\Gamma(B_I) \quad (39)$$

따라서  $L_f^1$ 은 식(40)과 같이 정해지고,  $L_f^1$ 의 편미분들도 유사한 방법으로 정의된다.

$$L_f^1 = -\varepsilon^T(\hat{q})\Gamma(B_I)\varepsilon(\hat{q})\hat{\omega} \quad (40a)$$

$$\frac{\partial L_f^1}{\partial \hat{q}} = 2[\hat{\omega} \times] \varepsilon^T(\hat{q})\Gamma(B_I) \quad (40b)$$

$$\frac{\partial L_f^1}{\partial \hat{H}} = -\varepsilon^T(\hat{q})\Gamma(B_I)\varepsilon(\hat{q})J^{-1} \quad (40c)$$

따라서  $L_f^2$ 는 다음식과 같이 표현된다.

$$L_f^2 = [\hat{\omega} \times] \varepsilon^T(\hat{q})\Gamma(B_I)\varepsilon(\hat{q})\hat{\omega} - \varepsilon^T(\hat{q})\Gamma(B_I)\varepsilon(\hat{q})J^{-1}(N - [\hat{\omega} \times]\hat{H}) \quad (41)$$

$$S = -\varepsilon^T(\hat{q})\Gamma(B_I)\varepsilon(\hat{q})J^{-1} \quad (42)$$

앞에서 제시된 방정식을 직접적으로 추정하기 위한  $q$ 와  $\omega$ 의 식으로 재구성하면, 다음의 상태변수 방정식으로 다시 쓸 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\bar{\omega}(t) \otimes q(t) \\ J^{-1}[T - \hat{h} - [\hat{\omega} \times](\mathcal{J}\hat{\omega} + h) + J^{-1}d] \end{bmatrix} \quad (43)$$

처음의 가정처럼 내부적 제어 입력이 없다고 가정하면, (모멘트 휠 등을 쓰지 않는다면) 식 (43)은 다음과 같이 단순화될 수 있다.

$$\dot{\hat{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\hat{q}} \\ \dot{\hat{\omega}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}\bar{\omega}(t) \otimes q(t) \\ J^{-1}[T - [\hat{\omega} \times](\mathcal{J}\hat{\omega}) + J^{-1}d] \end{bmatrix} \quad (44)$$

### 3.4 Simulation

모든 시뮬레이션은 0.05초의 전과 주기와 0.1초의 모델 오차 보정 조건 하에서 행해졌다. 벡터 관측의 정밀도는 30 arcsec로 가정하였다.

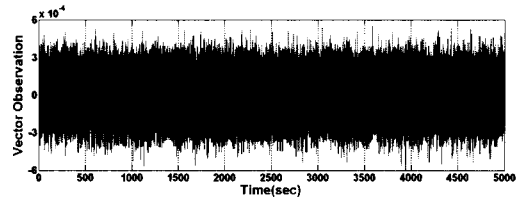


Fig. 6. 1축 측정 벡터와 추정 벡터 관계

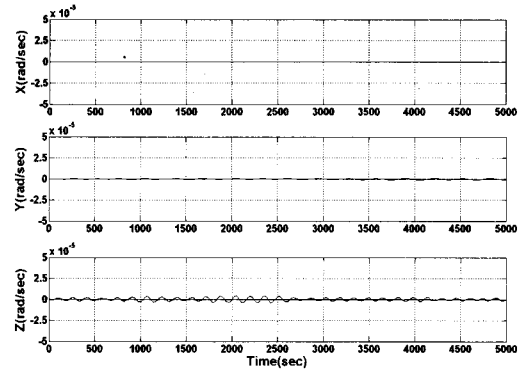


Fig. 7. 각속도 추정치와 실제값의 반응

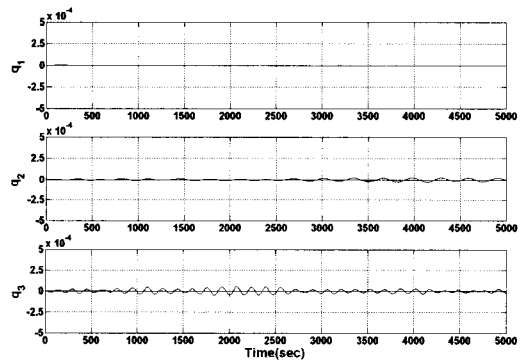


Fig. 8. 쿼터니언의 추정치와 실제값의 반응

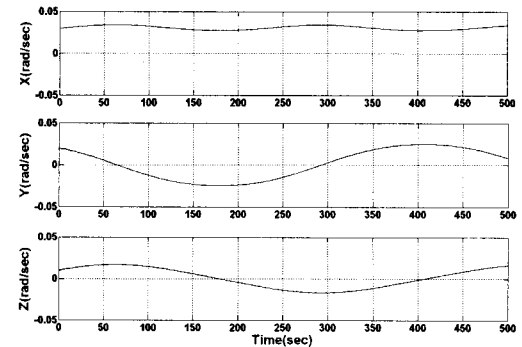


Fig. 9. 기동할 경우의 동체 각속도 추정 결과

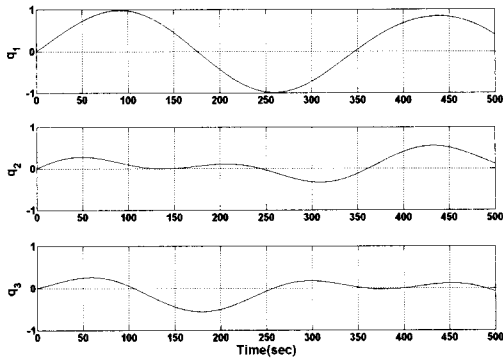


Fig. 10. 기동시의 쿼터니안 실제값과 추정값

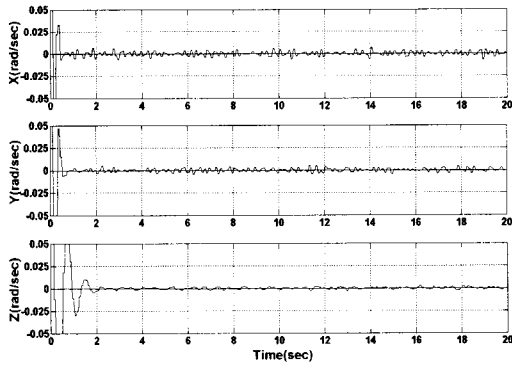


Fig. 11. 동체 각속도의 실제값과 추정값 시간 반응

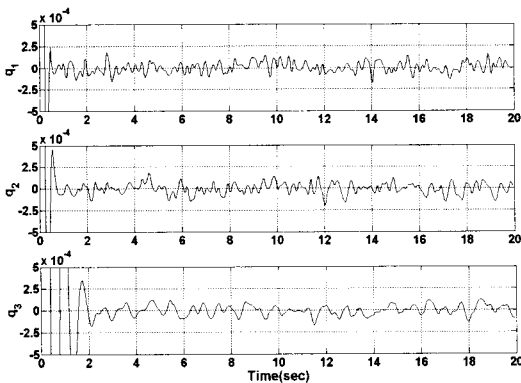


Fig. 12. 쿼터니안의 실제값과 추정값 반응

먼저 1개의 벡터 관측을 이용한 자세 추정 결과에 대한 시뮬레이션 결과를 살펴보기로 한다. 이때 기준 벡터는  $B_1 = [1 \ 0 \ 0]^T$ 이고 초기 각속도와 초기자세각은 각각  $\omega_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ ,  $q_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ 이며, 초기 각속도 추정치는  $\hat{\omega}_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ 이다.

또한 외부 토크 입력을  $N = [0 \ 0 \ 0]^T$ 로 설정하였다. 시뮬레이션 결과가 Fig. 6, Fig. 7, Fig. 8에 주어졌다.

또한 초기 상태에서 동체 운동이 주어졌을 때의 추정경향을 살펴보기 위해  $\omega_0 = [0.03 \ 0.02 \ 0.01]^T$ 와  $\hat{\omega}_0 = [0.03 \ 0.02 \ 0.01]^T$ 으로 하고 나머지 조건은 앞의 시뮬레이션과 동일하게 선택한다. 이와 같은 초기조건을 이용한 시뮬레이션 결과가 Fig. 9와 Fig. 10에 주어져 있다.

1개의 벡터 관측을 이용한 자세각과 각속도의 추정은 초기 추정치가 실제값과 같을 때에는 매우 정확하게 추정함을 알 수 있다. 하지만, 1축의 경우, 모델 오차로 인하여 보정되는 항이 거의 없다. 다시 말해서, 한 축에 대하여 가관측(Observable)하지 않다고 볼 수 있다. 시뮬레이션 결과는 이와 같은 해석을 입증하는 결과를 제시해주고 있다. 즉 벡터의 추정치는 각축에 대하여 수렴하는 결과를 보이지만, x축과  $q_1$ 축에 관한 값은 초기 오차를 실제 값으로 인식하고, 수렴하는 결과를 나타낸다. 만약 기준 벡터를  $B_1 = [0 \ 1 \ 0]^T$ 로 설정하면, y축과  $q_2$ 축이 실제 값에 수렴하지 않는 결과를 얻는다. 따라서 벡터 관측에서 시스템이 가관측(Observable)하려면, 최소 2개 이상의 기준벡터가 있어야 함을 역으로 증명한다.

위에서 제시된 해석 결과를 바탕으로 따라서 2개의 벡터 관측 정보를 이용한 시뮬레이션을 수행하기로 한다. 정지 상태에서 초기 추정 값 오차가 있을 때의 추정 경향을 시뮬레이션하기로 한다. 본 연구는 Predictive 필터의 적합성과 적용성을 검증하기 위한 시뮬레이션이므로 가관측하지 않은 상태변수에 가관측한 모델 오차를 삽입하여 시뮬레이션을 수행한다. 앞의 경우와 다르게 초기 조건으로  $B_{11} = [1 \ 0 \ 0]^T$ ,  $B_{12} = [0 \ 1 \ 0]^T$ 와 같이 2개의 기준 벡터를 선정하고 또한 초기동체 각속도 및 자세정보를  $\omega_0 = [0 \ 0 \ 0]^T$ ,  $q_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 1]^T$ 와 같이 가정하고,  $N = [0 \ 0 \ 0]^T$ ,  $\hat{\omega}_0 = [0.3 \ 0.3 \ 0.3]^T$ 과 같이 초선정하였다. 해당 시뮬레이션 결과가 Fig. 11, Fig. 12에 제시되어 있다.

위의 결과에서 0.3(rad/sec)의 매우 큰 초기 추정값 오차에서 1초 만에 수렴함을 알 수 있다. 따라서 2개의 벡터 관측을 통해 가관측성 문제를 해결할 수 있음을 보였다. 이것은 매우 중요한 사항이며 Predictive 필터 구현시 가관측성의 중요성을 예시해주고 있다. 따라서 필터 구현에 앞서 가관측성에 대한 사전 분석 작업이 필수적이



라고 할수 있다. 향후 보다 체계적인 가관측성에 대한 연구가 수행되어야 할 것이다.

#### IV. 결 론

본 연구에서는 Predictive 필터 기법을 이용한 인공위성 자세 추정 문제를 바이어스 추정과 벡터 관측을 통한 자세 추정문제로 확대하여 해석하였다. 시뮬레이션 결과 Predictive 필터의 원하는 성능이 발휘됨을 알수있으며 자세 추정 성능이 오차 공분산 구속 조건 이내에서 만족함을 보였다. 또한 1개의 벡터 관측만을 이용시 가관측성에 문제가 있으며 이를 해결하기 위해 2개의 벡터 관측정보를 이용할수 있음을 시뮬레이션 결과를 통하여 보여주었다.

#### 후 기

본 연구는 2004년도 한국과학기술원 인공위성 연구센터의 기관고유사업으로 진행된 연구결과입니다. 지원에 감사드립니다.

#### 참고문헌

- 1) J.L. Crassidis, F.Landis Markley, "Predictive Filtering for Nonlinear Systems", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 20, no. 3, May June 1997.
- 2) J.L. Crassidis, F.L. Markley, "Predictive Filtering for Attitude Estimation Without Rate Sensors", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 11, no. 3, May June 1997.
- 3) D.J. Mook, J.L. Junkins, "Minimum Model Error Estimation for Poorly Modeled Dynamic Systems", Journal of Guidance, and Control, vol. 11, no. 3, May June 1988.
- 4) L.R. Hunt, M.Luksic, and Renjeng Su, "Exact Linearizations of input output systems", INT. J. CONTROL, 1986, vol. 43, no. 1, pp. 247~255.
- 5) M.E Pittelkau, "Kalman Filtering for Spacecraft System Alignment Calibration", Journal of Guidance, Control, and Dynamic, vol. 24, November December 2001.
- 6) 정재우, 별센서를 이용한 독립항법 시스템 연구, 한국과학기술원 석사학위 논문, 2003.
- 7) 조상우, 인공위성 자세결정을 위한 오일러 각 추정에 관한 연구, 한국과학기술원 석사학위 논문, 1997.
- 8) 조윤철, 유명중, 정재우, 방효충, 탁민제, "인공위성 자세결정 시스템을 위한 관성좌표계에서의 등가 오차모델", 한국항공우주학회 추계학술발표회 논문집, 2002, pp. 1170~1174.
- 9) 유명중, 조윤철, 정재우, 방효충, 탁민제, "인공위성 자세결정 시스템을 위한 동체좌표계에서의 등가 오차모델", 한국항공우주학회 추계학술발표회 논문집, 2002, pp. 1175~1178.
- 10) R.G. Brown and P.Y.C. Hwang, Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering, John Wiley & Sons, New York, 1997.
- 11) DMU User's Manual, Crossbow Technology, 2000.
- 12) Matrox Intellical User Guide version 2.05.
- 13) F.A. Faruqi, "Non-linear Mathematical Model for Integrated Global Positioning Inertial Navigation Systems", Applied Mathematics and Computation, Vol. 115 pp. 191~212, 2000.
- 14) F.A. Faruqi and K.J. Turner, "Extended Kalman Filter Synthesis for Integrated Global Positioning/Inertial Navigation Systems," Applied Mathematics and Computation, Vol. 115, pp .213~227, 2000.
- 15) E.M. Nebot and H.Durrant-Whyte, "A High Integrity Navigation Architecture for Outdoor Autonomous Vehicles", Robotics and Autonomous Systems, Vol.26, pp. 81~97, 1999.
- 16) B.W. Parkinson and J.J. Spilker Jr., Global Positioning System: Theory and Applications Vol II, Volume 164 Progress in Astronautics and Aeronautics, AIAA, 1996.