

論文

채널형상과 마하수가 천음속 연소에 미치는 영향에 대한 수치해석적 연구

이장창*

A Numerical Study of Channel Shape and Mach Number Effects on Transonic Combustion

Jang-Chang Lee*

ABSTRACT

The compressible flow of reactive fluid is investigated by using the transonic small-disturbance (TSD) model and the one-step first-order Arrhenius chemical reaction. The fluid flow is restricted to dilute premixed reactions with small heat release. The effects of channel shape and Mach number on transonic combustion are studied by numerical analysis. The results show that the channel divergence increases the chemical reaction within the given channel length whereas the channel convergence inhibits the chemical reaction near the outlet and that increasing the inlet flow Mach number at a fixed reaction rate causes the flow acceleration in a diverging channel and the appearance of weak shock waves which do not show in the inert flow case. It also helps to increase the pressure and temperature near the diverging channel outlet and to consume the reactant within the given channel length.

초 록

천음속 미교란 모델과 1단계 1차 Arrhenius 화학반응식을 이용하여 반응유체의 압축성 유동에 대하여 연구하였다. 유체 유동은 적은 열방출을 수반하는 희박 예혼합 반응에 국한시켰다. 천음속 연소에 끼치는 채널형상과 채널입구 마하수의 영향 등을 수치해석을 이용하여 조사하였다. 수치결과에서 채널확대는 주어진 채널길이 내에서 화학반응을 증가시키고 있음에 반하여 채널수축은 출구 근처에서 화학반응을 억제시키고 있음을 보여주고 있다. 확대형 채널 내에서 입구유동 마하수 증가는 고정된 반응속도에서 유동을 가속시켰으며 불활성 유체 경우에는 나타나지 않는 약한 충격파가 나타났다. 또한 확대형 채널 출구 근처의 압력과 온도를 증가시키고 주어진 채널길이 내에서 반응체의 소비를 도와준다.

Key Words : Transonic Combustion(천음속 연소), Reactive Fluid(반응 유체), Dilute Premixed Reaction(희박 예혼합 반응), Diverging Channel(확대형 채널), Reaction Rate(반응속도)

I. 서 론

† 2005년 7월 22일 접수 ~ 2005년 9월 28일 심사완료

* 정회원, 안동대학교 기계공학부
연락처, E-mail : leejc@anu.ac.kr
경북 안동시 송천동 388번지

높은 마하수 속력으로 채널 내를 유동하는 반응유체에 대한 해석은 동력생산 시스템과 터보유체기계 장치 그리고 미사일 추진 장치와 연소실 등의 디자인에 응용될 수 있다. 그러므로 압축성

유동과 화학반응의 상호작용에 대한 연구는 상당히 중요하다고 할 수 있다.

지난 수년 동안 가스 터빈의 효율을 향상시키고 터보 제트의 추력 성능을 개선하기 위해 많은 연구가 활발히 이루어져 왔다. 천음속 연소개념은 Sirignano & Lui [1] 와 Cai et al.[2,3]에 의해 "터빈 버너"라고 명명한 새로운 기술을 개발하면서 등장하였다. 그들은 시스템의 전체 중량을 줄이기 위해 연소실을 제거하고 가스 터빈 엔진의 스테이터와 로터사이에서 연소가 이루어지도록 설계하여 터빈 성능을 향상시켰다. 또한 최근에는 데토네이션으로 알려진 초음속 유동 과정이 많은 주목을 받아왔으며 이 연구에서는 채널형상으로부터 야기되는 규정된(prescribed) 정지 충격파 또는 화학반응으로부터는 아무런 영향을 받지 않으면서 단지 반응유체 속에서 데토네이션을 작열케 하는 이동 충격파 또는 맥동(pulsating)충격파에 대해 집중적으로 연구하였다[4,5,6,7]. Cai et al.는 화학반응이 포함된 압축성 full Navier-Stokes 방정식을 사용하여 수치모사를 수행하였으며, 터빈 통로에서 축 방향과 횡 방향으로 큰 압력 구배가 작용하는 곡선 덕트 내 천음속 혼합 유동에서의 화염구조를 연구하였다[2,3]. 그러나 이러한 상기의 연구들은 연소와 유동 과정사이에 일어나는 상호작용은 규명하지 못하였다.

본 연구는 확대형 채널 내의 천음속 연소에 대한 연구[8]를 근간으로 이루어졌다. 점근해석을 이용한 이 연구에서는 유동과 연소과정을 지배하는 상사파라미터들을 정의하였으며, 상사파라미터들은 유동의 근음속 속력 및 일직선 채널로부터 벗어난 작은 형상변화 그리고 1단계 1차 Arrhenius 화학반응에 의해 발생되는 적은 열방출 사이의 비선형 상관관계를 보여준다. 본 연구에서는 수치해석을 이용하여 상사파라미터 변화의 결과들을 논증하였다. 연소로 인한 열방출은 압축성 유동의 구조에 상당한 변화를 초래하며 이러한 유동구조의 변화는 채널 내의 반응체 질량분율 분포에 영향을 미친다.

II. 본 론

2.1 점근이론 review

채널 내의 희박 반응유체에 대한 천음속 유동 [8]은 다음과 같은 입구유동 조건으로 특징지어진다; (1) 입구 마하수 $M_0 \sim 1$ (2) 적은양의 유입 반응체 질량분율 $\delta \ll 1$ (3) 일직선 채널로부터 벗어난 채널형상(shape)의 편차 $0 \leq \epsilon \ll 1$ (Fig. 1).

여기서 입구 마하수 $M_0 = \sqrt{\bar{U}_0^2 / (\gamma R \bar{T}_0)}$ 이며 채널 형상 편차 ϵ 은 확대형 채널 또는 수축형 채널에서 측정된 편차이다. 또한 \bar{U}_0 와 \bar{T}_0 는 각각 채널 입구의 축방향 균일속도와 온도를 나타내며 γ 와 R 은 각각 캐리어 가스(carrier gas)인 공기의 비열비와 기체상수를 나타낸다. 여기서 주목해야할 것은 속도성분과 온도가 각각 \bar{U}_0 와 \bar{T}_0 를 이용하여 다시 스케일 됐다는 점이다. 압축성 유동 물성치(properties)와 연소 사이의 비선형 상관관계를 연구하기 위하여 본 연구자와 Rusak은 최근에 미교란 방법(small -disturbance approach)을 제안하였다[8]. 이 연구에서 속도 섭동 포텐셜 $\phi(x^*, y)$ 장과 반응체 질량분율 $Y_1(x^*, y)$ 장의 해를 구하기 위해 간단한 모델 방정식 시스템을 유도하였다;

$$\left[K - \left(f(y) + \frac{g(y)}{\gamma} \right) - (\gamma + 1) \phi_{1x^*} \right] \phi_{1x^* x^*} + \phi_{1yy} = \beta K_\delta \bar{A} Y_1 e^{-\theta / (1 + \epsilon^{2/3} T_1)}, \quad (1)$$

$$Y_{1x^*} = -\bar{A} e^{-\theta / T} Y_1, \quad (2)$$

$$T = 1 + \epsilon^{2/3} T_1, T_1 = -(\gamma - 1) \phi_{1x^*} - f(y) + \frac{g(y)}{\gamma}, \quad (3)$$

$$\phi_{1x^*}(0, y) = 0, \phi(x_0, y) = 0 \text{ for } -1 \leq y \leq 1, \quad (4)$$

$$\phi_{1y}(x^*, \pm 1) = \frac{dF_{u,l}}{dx}(\epsilon^{1/3} x^*) \quad (5)$$

$$\text{for } 0 \leq x^* \leq x_0^* = \frac{x_0}{\epsilon^{1/3}}, \quad (6)$$

$$Y_1(0, y) = Y_0(y) \text{ for } -1 \leq y \leq 1.$$

여기서, $x^* = \bar{x} / (H \epsilon^{1/3})$ 이고 $y = \bar{y} / H$ 이다. \bar{x} 와 \bar{y} 는 유차원 좌표계이며 H 는 2차원 채널 입구 높이의 반을 나타낸다. 여기서 \bar{x} 방향의 스케일링은 천음속 유동과 채널형상 사이에서 일어나는 비선형 상호작용의 빠른 변화를 감지하기 위해 \bar{x} 축을 확대시켰으며, 채널 내의 물리적 변화는 \bar{y} 방향보다는 \bar{x} 방향에서 더 급격하게 일어난다. 채널 벽은 $\bar{y} = \pm H(1 + \epsilon F_{u,l}(\bar{x}/H))$ 으로 주어지고 함수 $\epsilon F_{u,l}(\bar{x}/H)$ 는 채널의 위쪽 표면과 아래쪽 표면을 각각 나타낸다. 또한 고전적인 천음속 상사파라미터 $K = (1 - M_0^2) / \epsilon^{2/3}$ 로 정의되며, 반응체 파라미터 $K_\delta = \delta / \epsilon^{4/3}$ 로 정의된다. 방정식 (1)에 포함된 함수 $f(y)$ 와 $g(y)$ 는 다음과 같이 주어진다;

$$g(y) = \gamma u_0(y), f(y) = u_0(y) - T_0(y). \quad (7)$$

여기서 함수 $g(y)$ 는 명목상의 입구속도 $[u(0,y) = 1 + \epsilon^{2/3} u_0(y)]$ 로부터 입구 축방향 속도 변화 $[u_0(y)]$ 를 나타내며, 함수 $f(y)$ 는 명목상의 입구온도 $[T(0,y) = 1 + \epsilon^{2/3} T_0(y)]$ 로부터 온도 $T_0(y)$ 의 입구변화와 관련되어 있다.

방정식(1)은 미교란 천음속 유동장을 묘사하며 오른쪽 소스항은 반응체 질량분을 Y_1 장으로부터 계산되는 열침가 항이다. 반응체 질량분을 Y_1 장은 간소화된 모델 방정식(2)로 묘사되는데 이 방정식은 스케일된 빈도인자(scaled frequency factor) $\bar{A} = (\bar{A}H/\bar{U}_0)\epsilon^{1/3}$ 와 함께 고전적인 1단계 1차 Arrhenius 화학반응식이다. 여기서 \bar{A} 는 선지수함수 인자(pre-exponential factor) 또는 빈도인자 라하고 $\theta = \bar{E}/R\bar{T}_0$ 로써 스케일된 활성화 에너지를 나타내며 $\beta = B/C_p\bar{T}_0$ 로써 스케일된 열 방출 파라미터를 나타낸다. C_p 는 캐리어 가스의 정압비열이다. 또한 방정식(1)과 (2)에서 무차원 반응속도는 $\bar{A}e^{-\theta/T}$ 로 주어져 있다. 유입(incoming) 유동의 온도는 방정식(3)으로 주어지며 유입 축방향 유동속도와 관련 있는 선도차수항(leading order term)과 유입 축방향 유동속도의 변동효과를 나타내는 온도 섭동항인 T_1 으로 구성되어 있다. 방정식(4)는 각각 입구의 축방향 속도와 출구의 평행류(parallel flow) 조건을 나타낸다. 또한 경계조건 (5)는 채널 벽면에서의 접촉(tangency)조건을 나타내며, 조건 (6)은 채널 입구에서의 반응체 질량분을 형상(profile)을 나타낸다.

방정식(1)-(3)은 주어진 문제를 지배하는 상사 파라미터들을 제공하고 있다. 고전적인 천음속 상사파라미터 K 는 주류(free stream) 유동의 근음속 속도와 채널형상(shape) 편차와의 관계를 나타낸다[9]. 즉 파라미터 K 는 채널형상 편차인 ϵ 항을 이용하여 주류 마하수가 1로부터 얼마나 벗어났는지를 측정 한 주류 마하수의 편차 측정치이다. 주류 마하수가 1보다 작으면(아음속이면) $K > 0$ 이고, 주류 마하수가 1보다 크면(초음속이면) $K < 0$ 이다. 반응체 파라미터 K_δ 은 ϵ 항을 이용하여 채널 입구로 유입되는 반응체의 양을 나타낸다. 또한 파라미터 \bar{A} 는 ϵ 항으로 표현된 빈도인자를 나타낸다.

방정식 (1)-(3)은 경계조건 (4)-(6)과 함께 수치 해석을 이용하여 해석하였다. TSD 방정식(1)을 풀기위해 Murman & Cole [10]의 Type-Sensitive

차분법을 사용하였으며, 1차 상미분 방정식 (2)에는 Simpson 적분법을 사용하였다. 이 방정식들은 해가 수렴할 때까지 반복수행 되었으며, 수치 계산의 해로부터 온도장 $(T=1+\epsilon^{2/3}T_1)$ 과 압력계수 $(C_{p,TSD} = -2\epsilon^{2/3}\phi_{1x^*})$ 및 반응체 질량분을 Y_1 장을 얻을 수 있다.

2.2 수치계산 방법

천음속 반응유체의 유동을 지배하는 TSD 방정식 (1)은 국부 유동의 조건에 따라 그 유동 형태가 바뀐다. Type-Sensitive 차분법인 Murman & Cole의 테크닉을 사용하여 각 격자점에서 유동은 아음속 점, 초음속 점, 음속 점, 충격파가 지나가는 충격파 점으로 구분되어 계산된다. 수치해석의 Consistency를 위하여 방정식(1)을 보존적 형태(Conservative Form)로 바꾸면 다음과 같다;

$$\begin{aligned} & \left(\bar{K}(y)\phi_{1x^*} - \frac{1}{2}(\gamma+1)\phi_{1x^*}^2 \right)_{x^*} + (\phi_{1y})_y \\ & = \beta K_\delta \bar{A} Y_1 e^{-\theta/(1+\epsilon^{2/3}T_1)}. \end{aligned} \quad (8)$$

여기서 $\bar{K}(y) = K - (f(y) + g(y)/\gamma)$ 이다. 유동영역 $0 \leq x^* \leq x_0^*$ 와 $-1 \leq y \leq 1$ 은 등간격 $(\Delta x^*, \Delta y)$ 으로 균일하게 직사각형 형태의 유한차분 격자(grid)로 나누고 각 지점에 (i, j) 의 라벨을 부쳤다. 여기서 $1 \leq i \leq IM$ 이고 $1 \leq j \leq JM$ 이다. $j=1$ 과 $j=JM$ 선은 채널의 아래 표면과 위 표면으로 각각 할당하였으며 벽 경계조건 식(5)는 $j = \frac{3}{2}$ 선과 $j = JM - \frac{3}{2}$ 선에 적용하였다. 지점 (i, j) 를 감싸는 검사체적으로부터 이 지점에 대한 유한 차분 방정식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[\left(\bar{K}(y)\phi_{1x^*} - \frac{1}{2}(\gamma+1)\phi_{1x^*}^2 \right)_{i+\frac{1}{2},j} \right. \\ & \quad \left. - \left(\bar{K}(y)\phi_{1x^*} - \frac{1}{2}(\gamma+1)\phi_{1x^*}^2 \right)_{i-\frac{1}{2},j} \right] \Delta y \\ & \quad + \left[(\phi_{1y})_{i,j+\frac{1}{2}} - (\phi_{1y})_{i,j-\frac{1}{2}} \right] \Delta x^* \\ & = \left[\beta K_\delta \bar{A} Y_1 e^{-\theta/(1+\epsilon^{2/3}T_1)} \right]_{i,j} \end{aligned} \quad (9)$$

2개의 안정도(stability factor) ;

$$\begin{aligned} (fuc)_{i,j} &= -\bar{K}(y) + \frac{\gamma+1}{2} \frac{(\phi_1)_{i+1,j} - (\phi_1)_{i-1,j}}{\Delta x}, \\ (fub)_{i,j} &= -\bar{K}(y) + \frac{\gamma+1}{2} \frac{(\phi_1)_{i,j} - (\phi_1)_{i-2,j}}{\Delta x}. \end{aligned}$$

위의 안정도는 Murman & Cole[10]의 판별조건에 따라 방정식 형태를 결정하는데 사용된다. 즉, $(fuc_{i,j} < 0) \& (fub_{i,j} < 0)$ 이면 그 점은 타원형(아음속)점이고 $(fuc_{i,j} > 0) \& (fub_{i,j} > 0)$ 이면 쌍곡선형(초음속)점이다. $(fuc_{i,j} > 0) \& (fub_{i,j} < 0)$ 이면 음속점이며 $(fuc_{i,j} < 0) \& (fub_{i,j} > 0)$ 이면 그 지점에 충격파가 지나가는 충격파 점이 된다. 또한 유동 정보의 물리적 전파를 설명하기 위해 유동장의 다양한 영역에서는 각 지점의 ϕ_{1x} 에 대한 특별한 차분법이 사용되었다.

주어진 지점에서 방정식이 타원형이면, x^* 도함수에 대해 중심차분법이 사용되었다;

$$\begin{aligned} (\phi_{1x^*})_{(C)_{i+\frac{1}{2},j}} &= \frac{(\phi_1)_{i+1,j} - (\phi_1)_{i,j}}{\Delta x^*}, \\ (\phi_{1x^*})_{(C)_{i-\frac{1}{2},j}} &= \frac{(\phi_1)_{i,j} - (\phi_1)_{i-1,j}}{\Delta x^*}. \end{aligned} \quad (10)$$

주어진 지점에서 방정식이 쌍곡선형이면, x^* 도함수에 대해 후방차분법이 사용되었다;

$$\begin{aligned} (\phi_{1x^*})_{(B)_{i+\frac{1}{2},j}} &= \frac{(\phi_1)_{i,j} - (\phi_1)_{i-1,j}}{\Delta x^*}, \\ (\phi_{1x^*})_{(B)_{i-\frac{1}{2},j}} &= \frac{(\phi_1)_{i-1,j} - (\phi_1)_{i-2,j}}{\Delta x^*}. \end{aligned} \quad (11)$$

지점 (i, j) 에 충격파가 나타나면, x^* 도함수에 대해 혼합형차분법이 사용되었다;

$$\begin{aligned} (\phi_{1x^*})_{(S)_{i+\frac{1}{2},j}} &= \frac{(\phi_1)_{i+1,j} - (\phi_1)_{i,j}}{\Delta x^*}, \\ (\phi_{1x^*})_{(S)_{i-\frac{1}{2},j}} &= \frac{(\phi_1)_{i-1,j} - (\phi_1)_{i-2,j}}{\Delta x^*}. \end{aligned} \quad (12)$$

(i, j) 지점에서 음속이면, 이 지점의 앞쪽에서는 중심차분법을 사용하고 이 지점의 뒤쪽에서는 후방차분법을 사용하였다. 따라서 음속점에서는 $(\phi_{1x^*})_{i-1/2,j} = (\phi_{1x^*})_{i+1/2,j}$ 이다. 또한 y 에 대한 도함수는 중심차분법이 사용되었다;

$$\begin{aligned} (\phi_{1y})_{i,j+\frac{1}{2}} &= \frac{(\phi_1)_{i,j+1} - (\phi_1)_{i,j}}{\Delta y}, \\ (\phi_{1y})_{i,j-\frac{1}{2}} &= \frac{(\phi_1)_{i,j} - (\phi_1)_{i,j-1}}{\Delta y}. \end{aligned} \quad (13)$$

벽경계 조건 식(5)는 $1 \leq i \leq IM$ 사이에 있는

모든 점에 대해 $(\phi_{1y})_{i,3/2} = (F_{u,y})_i$ 을 적용하였다. 이 조건은 식(9)가 $j=2$ 선을 따라 모든 점에 대해서 적용될 때 사용하였다. 앞서 소개한 모든 관계식들은 식(9)에 사용되었다.

또한 Y_1 장을 결정하기 위하여, 방정식(2)는 $Y_{1x} = Q(x^*) = -\tilde{A}e^{-\theta/T}Y_1$ 형태의 1차 상미분 방정식을 푸는데 적합한 Simpson의 적분법을 사용하였다;

$$\begin{aligned} Y_{1i,j} &= Y_{1i-1,j} + \frac{\Delta x^*}{6} (Q_{i-1,j} + 4Q_{i-\frac{1}{2},j} \\ &+ Q_{i,j}) + O(\Delta x^*)^5 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $Q_{i-\frac{1}{2},j} = (Q_{i-1,j} - Q_{i,j})/2$ 가 사용되었다.

식(1)과 (2)는 해가 수렴할 때까지 반복 계산되었다. 본 연구의 알고리즘은 공간좌표에 대해 2차 정확도를 가지며 충격파가 가로지르는 경우에는 공간좌표에 대해 1차 정확도를 갖는다.

2.3 수치계산 결과

본 연구에 사용된 프로그램은 Rusak & Lee[11]가 익형 주위의 천음속 습공기 유동을 계산하기 위해 개발한 코드를 Arrhenius 화학반응식이 결합된 수정된 TSD 방정식(1)을 풀어 채널내의 반응체 유동을 해석할 수 있도록 수정 보완한 것이다. Rusak & Lee[11]의 논문에서는 격자정밀(grid refinement)에 따른 수치 알고리즘의 민감도가 폭 넓게 연구되었고 격자가 정밀해짐에 따라 수치결과의 수렴성이 개선됨을 예시하였다.

입구와 출구 부분이 일직선이고 x 축에 대해 대칭인 확대형 채널(Fig. 1)의 반응체 각 파라미터들의 값은 다음과 같다;

$$\epsilon = 0.12, \quad x_0 = 1,$$

$$0 \leq x \leq 1 \text{ 일 때 } F_{u,i}(x) = 0,$$

$$1 \leq x \leq 2 \text{ 일 때 } F_{u,i}(x) = \pm (1 - \cos(\pi x))/2,$$

$$2 \leq x \leq 3 \text{ 일 때 } F_{u,i}(x) = \pm 1.$$

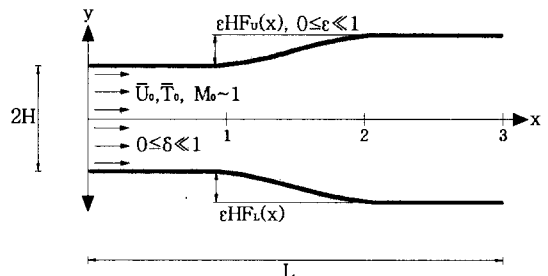


Fig. 1. Physical model of a transonic flow of a reactive fluid in a channel

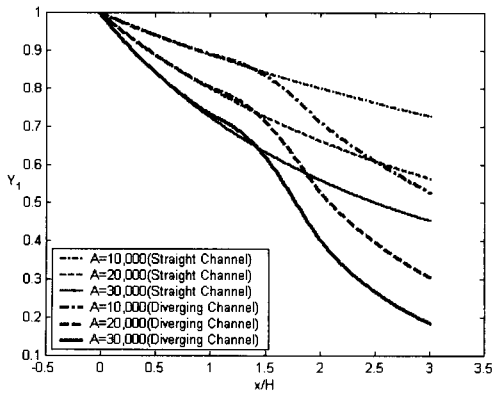


Fig. 2a. Reactant mass fraction distribution along the wall in a straight and diverging channel at $M_0=0.8$ and various \bar{A}

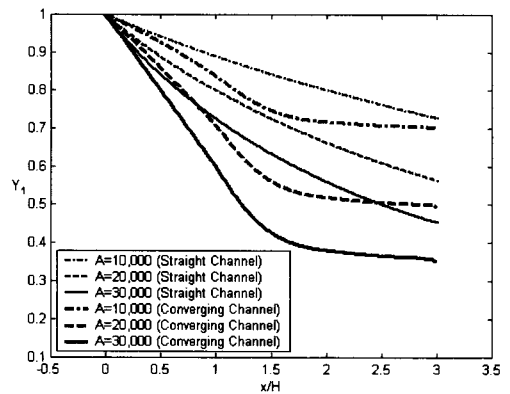


Fig. 3a. Reactant mass fraction distribution along the wall in a straight and converging channel at $M_0=0.8$ and various \bar{A}

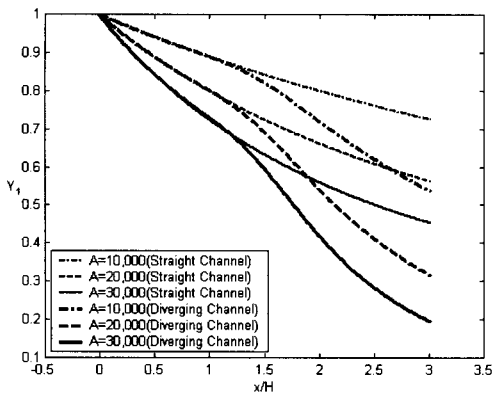


Fig. 2b. Reactant mass fraction distribution along the centerline in a straight and diverging channel at $M_0=0.8$ and various \bar{A}

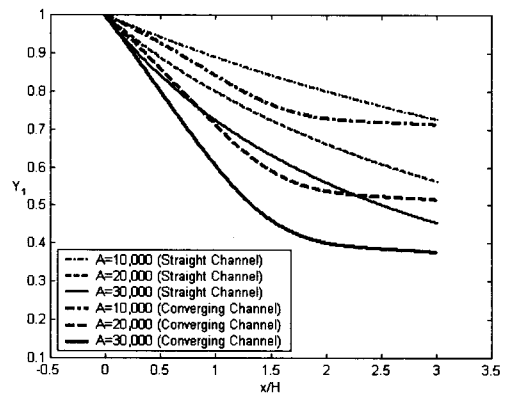


Fig. 3b. Reactant mass fraction distribution along the centerline in a straight and converging channel at $M_0=0.8$ and various \bar{A}

또한 $K_g = 1$ 과 $\beta = 2$ 그리고 $\theta = 12$ 인 고정 값들이 모든 경우에 대해 적용되었다. 입구 상태는 균일 상태이고 $u_0(y) = T_0(y) = 0$ (또는 $f(y) = g(y) = 0$)이며 $Y_0(y) = 1$ 이다. 유동이 x 축 대칭이기 때문에 채널의 반쪽인 아래 영역에서만 수치계산을 수행하였으며 $300(x^*$ 방향) $\times 200(y$ 방향)의 격자를 사용하였다. 먼저 천음속 연소의 화학반응에 미치는 채널형상의 효과를 보기 위해 확대형 채널(Fig. 1)과 수축형 채널(Fig. 1을 180° 회전 시킨 노즐 형태의 채널)에 대해 수치계산을 수행하였다. Fig. 1에 나타낸 것과 같이 확대형 채널에는 2개의 뚜렷한 형상변화 점이 존재한다. 지점 $x=1$ 은 채널형상이 오목하게 (concave) 확대되기 시작하는 점이고, 지점 $x=2$ 는 채널형상이 볼록하게

(convex)되면서 채널 확대가 끝나는 점이다. 또한 수축형 채널에서의 이러한 형상변화는 정반대로 일어날 것이다. 각 채널형상에 대해 입구 마하수 M_0 는 0.8로 고정시켜놓고 다양한 빈도인자 값($\bar{A} = 10,000 \sim 30,000$)에 대하여 나타냈다. Fig. 2a와 2b는 확대형 채널의 벽과 중심선을 따라 반응체 질량 분율의 변화를 나타내었다. 또한 같은 입구유동 조건 아래서 특히 M_0 가 0.8일 때 일직선 채널(1차원, $\epsilon = 0$)내의 반응체 유동에 대한 반응체 질량 분율을 계산하였다. 이 경우 Y_1 이 단조롭게 감소하고 있음을 볼 수 있다. 하지만 확대형 채널의 경우 오목한 벽 형상이 시작되는 $x=1$ 까지 화학반응이 조금 느리게 진행되었다가 볼록한 벽 형상($x=2$)의 영향으로 $x > 1.4$ 영역

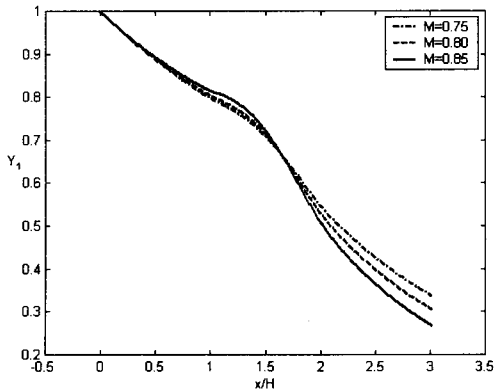


Fig. 4a. Reactant mass fraction distribution along the wall in a diverging channel with $\bar{A}=20,000$ and various M_0

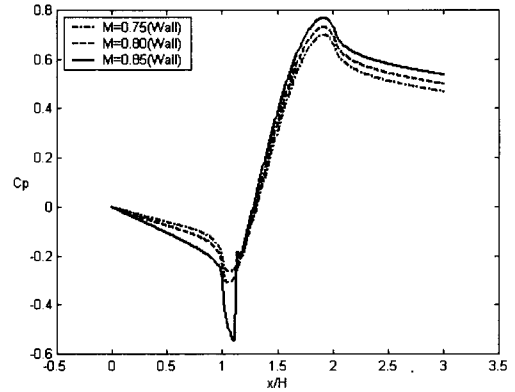


Fig. 5a. Pressure coefficient distribution along the wall in a diverging channel with $\bar{A}=20,000$ and various M_0

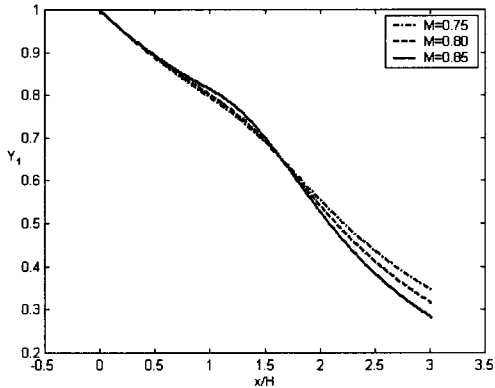


Fig. 4b. Reactant mass fraction distribution along the centerline for a flow in a diverging channel with $\bar{A}=20,000$ and various M_0

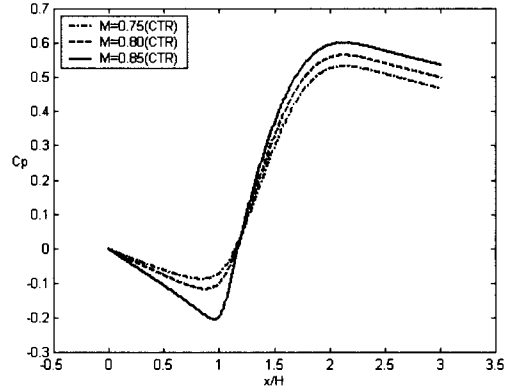


Fig. 5b. Pressure coefficient distribution along the centerline for a flow in a diverging channel with $\bar{A}=20,000$ and various M_0

에서 화학반응이 급속하게 진행되고 있다. 일반적으로 압축성 정상유동에서 유체 속도가 증가하면 유체 온도는 감소한다[13]. 즉, $x=1$ 근처에서는 오목한 벽 형상으로 인한 유동가속이 일어나며 이에 온도는 최소값에 도달하고 화학반응은 느려진다. 하지만 $x=2$ 근처에서는 유동감속이 일어나면서 온도증가와 더불어 화학반응이 증가한다. 따라서 채널형상 확대는 특히 벽 근처에서 반응체의 소비가 더 많이 일어나도록 도와주고 있다.

Fig. 3a와 3b는 수축형 채널과 일직선 채널에 대하여 벽과 중심선을 따라 반응체 질량 분율의 분포를 비교하여 나타냈다. 모든 빈도인자 값에 대해서 수축형 채널의 형상이 반응체의 소비가 더 많이 일어나도록 도와주고 있으며 특히 수축형 채널의 앞부분에서 이러한 현상이 일어나고 있

다. 하지만 주어진 조건 아래서 Fig. 2a, 2b와 비교해 볼 때 수축형 채널보다 확대형 채널을 사용했을 때가 더 많은 반응체의 소비가 일어났다.

Fig. 4a, 4b와 5a, 5b는 확대형 채널에서 마하 수가 천음속 연소에 미치는 영향을 조사하기 위해 빈도인자 \bar{A} 를 20,000으로 고정시키고 다양한 M_0 값에 대해 채널 벽과 중심선을 따라 반응체 질량 분율과 압력의 분포를 나타내고 있다. M_0 가 충분히 크다면 $x=1$ 근처에서 유동의 가속과 음압력(suction)이 명백하고 결과적으로 약한 충격파가 나타난다. 이 충격파는 고전적 Oswatitsch-Zierep[12] 특이(singularity)로써 천음속 충격파이다. 충격파 바로 뒤의 유동은 국부적으로 가속되었다가 벽캠버(camber)로 인해 다시 유동이 감속되는 현상이다. 충격파를 가로질러 온도의 점프가 일어나고 그 결과로 벽 근처에서 화학 반응이 증가한다.

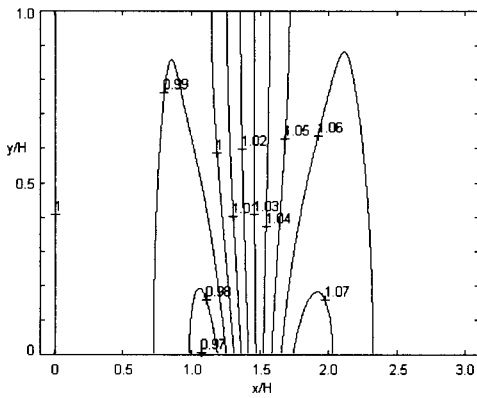


Fig. 6a. Temperature contours of the flow in a diverging channel for $M_0=0.75$ and $\bar{A}=20,000$

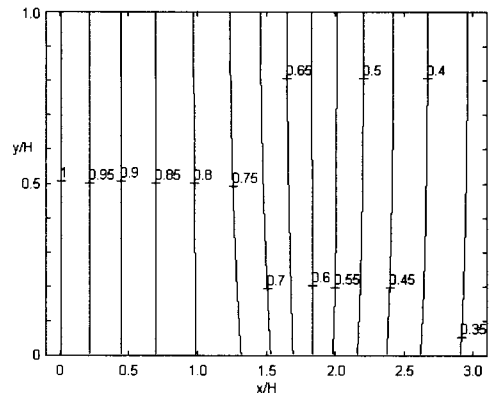


Fig. 7a. Reactant mass fraction contours of the flow in a diverging channel for $M_0=0.75$ and $\bar{A}=20,000$

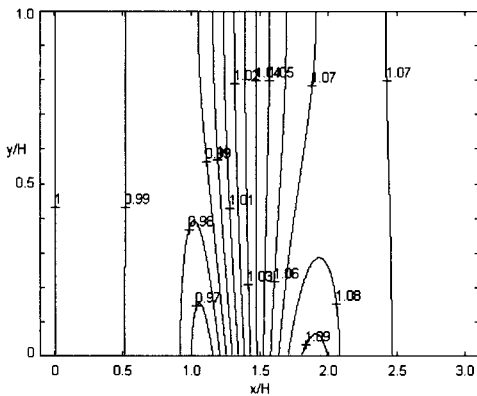


Fig. 6b. Temperature contours of the flow in a diverging channel for $M_0=0.80$ and $\bar{A}=20,000$

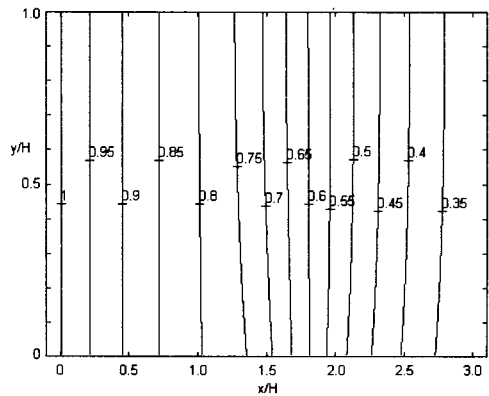


Fig. 7b. Reactant mass fraction contours of the flow in a diverging channel for $M_0=0.80$ and $\bar{A}=20,000$

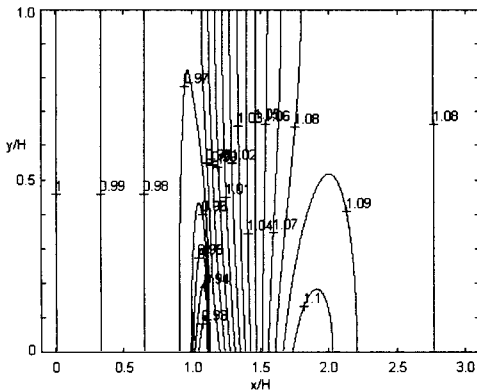


Fig. 6c. Temperature contours of the flow in a diverging channel for $M_0=0.85$ and $\bar{A}=20,000$

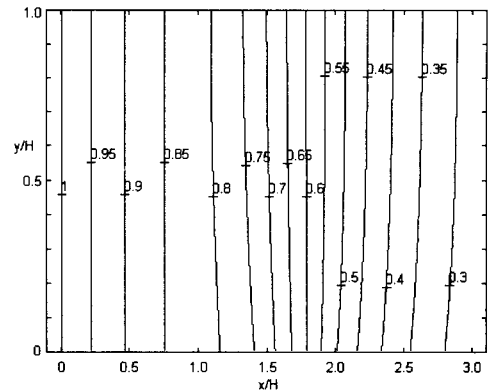


Fig. 7c. Reactant mass fraction contours of the flow in a diverging channel for $M_0=0.85$ and $\bar{A}=20,000$

벽이 점점 덜 오목하게 됨에 따라 유동은 감속하게 되고 압력과 온도는 증가한다. 벽이 볼록한 $x=2$ 근처에서는 압력과 온도가 최고 값에 도달하고 있다. 또한 M_0 의 증가가 이러한 효과를 더욱 강화시키고 있으며 입구 유동과 비교해 볼 때 출구 유동은 더 느리고 압력과 온도는 증가하였다. \bar{A} 값은 고정시키고 M_0 를 증가시키면 화학 반응과 반응체의 소비가 증가되고 이로 인한 열 방출의 증가는 채널 출구 상태를 더 높은 열에너지 상태로 바꾸어 준다.

Fig. 6a, 6b, 6c와 7a, 7b, 7c는 확대형 채널에서 마하수가 천음속 연소에 미치는 영향을 조사하기 위해 빈도인자 \bar{A} 를 20,000으로 고정시키고 입구 유동 마하수 M_0 가 0.75에서 0.8과 0.85로 증가할 시킬 때 온도장의 contour와 반응체 질량 분율장의 contour를 각각 나타내고 있다. 이 그림들에서 유동은 왼쪽에서 오른쪽으로 흐르고 아래쪽 선은 채널의 아래쪽 벽을 나타내며 위쪽 선은 중심선을 나타낸다. Fig. 6a-6c는 $\Delta T=0.01$ 인 10개의 등온선들로 구성되어 있고 Fig. 7a-7c는 $\Delta Y_1=0.05$ 인 14개의 등질량 분율선들로 구성되어 있다. M_0 의 증가는 반응 유체에 비선형 변화를 일으키고 있으며 특히 $x=1$ 근처 벽에서 더 많은 변화가 일어난다. M_0 증가의 결과로 이 영역의 유동은 더욱 더 가속된다. M_0 가 충분히 크다면($M_0=0.85$) 국부 유동은 국부 음속을 초과하여 초음속이 된다. 또한 하류 유동 조건들은 비교적 높은 압력 상태를 강요받게 되므로 결과적으로 유동은 약한 충격파를 통하여 감속해야만 한다. 이 약한 충격파는 $x=1.1$ 근처 벽에서 발달했고 바로 뒤에 약한 데토네이션이 뒤따른다. 충격파의 출현은 화학 반응과 충분히 큰 \bar{A} 값 ($\bar{A} > 10,000$)과 직접적으로 관련되어 있다. 또한 마하수 M_0 가 증가하면 할수록 각 온도장의 출구온도가 입구온도 보다 더욱 더 높아지는 것을 알 수 있으며, 결과적으로 M_0 의 증가는 출구에서 더 많은 반응유체가 소모되도록 도와주고 있다.

III. 결 론

2차원 채널 내에 있는 정상, 비점성, 압축성 화학 반응유체에 대하여 연구하였다. 화학반응에 의한 적은 열 방출의 효과가 포함된 수정 TDS 모델을 이용하여 채널형상과 입구 마하수가 천음속 연소에 미치는 영향 등을 조사하였다.

모델 방정식을 풀기 위하여 Murman & Cole 알고리즘과 Simpson의 적분법을 사용하였으며

수치 결과들은 화학 반응과 채널 형상 사이의 비선형 상호작용과 유동에 미치는 영향에 대하여 잘 조명하고 있다. 즉, 채널 형상의 확대가 증가하면 할수록 더 많은 반응 유체가 소모되었고 채널 출구에서 유체 운동에너지가 더 높은 열에너지로 전환되었다. 또한 입구 마하수가 증가하면 할수록 약한 충격파가 나타나고 충격파 바로 뒤에서 화학 반응이 증가하는 유동 상태가 되었다. 그 결과 반응체의 소모는 증가하였고 채널 출구에서의 열에너지는 더욱 더 높아졌다.

본 연구 모델은 제트 엔진의 연소실과 미사일의 추진 장치 등의 해석 및 디자인에 응용될 수 있다.

후 기

본 논문은 교육부 주관 두뇌한국 21의 지역대학 육성사업의 일환으로 수행되었으며 이에 감사드립니다. 또한 본 연구에 많은 조언을 해준 Zvi Rusak 교수께 깊은 감사를 드립니다.

참고문헌

- 1) Sirignano, W. A. and Lui, F., "Performance increases for gas-turbine engines through combustion inside the turbine", *Journal of Propulsion and Power*, Vol. 15, 1999, pp. 111-118.
- 2) Cai, J., Icoz, O., Lui, F., and Sirignano, W.A., "Ignition and flame studies for turbulent transonic mixing in a curved duct flow", *AIAA Paper 01-0180*, 2001a.
- 3) Cai, J., Icoz, O., Lui, F., and Sirignano, W.A., "Combustion in a transonic flow with large axial and transverse pressure gradients", *Proc. 2nd Joint Meeting of the US Sections of the Combustion Institute*, 2001b, pp. 1-9.
- 4) Cheryni, G. G., "Supersonic flow past bodies with formation of detonation and combustion fronts", *Astronautics Acta / bf* 13, 1968, pp. 467-475.
- 5) Clarke, J. F., Kassoy, D. R., and Riley, N., "On the direct initiation of a plane detonation wave", *Proceedings of the Royal Society, London*, Vol. A408, 1986, pp. 129-148.
- 6) Clarke, J. F., Kassoy, D. R., Meharzi, N. E., Riley, N., and Vasantha, R., "On the evolution of plane detonations", *Proceedings of*

the Royal Society, London, A429, 1990, pp. 259-283.

7) Short, M., Kapila, A., and Quirk, J. J., "The chemical-gas dynamic mechanisms of pulsating detonation wave instability", Phil. Transactions the Royal Society, London, Vol. A357, 1999, pp. 3621-3637.

8) 이장창, "접근 해석을 이용한 확대형 채널 내의 천음속 예혼합 연소에 관한 연구", 한국항공우주학회지, 제33권 제8호, 2005, pp. 75-83.

9) Cole, J. D. and Cook, L. P., *Transonic aerodynamics*, North-Holland, 1986.

10) Murman, E. M. and Cole, J. D., "Calculation of plane study transonic flows"

AIAA Journal, Vol. 9, 1971, pp. 114-121.

11) Rusak, Z. and Lee, J.-C., "Transonic flow of moist air around a thin airfoil with non-equilibrium and homegeneous condensation", Journal of Fluid Mechanics, Vol. 403, 2000, pp. 173-199.

12) Oswatitsch, K. and Zierep, J., "Das problem des senkrechten stoßes an einer gekrummten Wand", ZAMM, Vol. 40, 1960, pp. 143-144.

13) Kuethe, A. M. and Chow, C.-Y., *Foundations of Aerodynamics*, John Wiley & Sons, New York, 1998.