

접지된 유전체층 위에 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에서의 전자파산란 해석

-한쪽 모서리에서 0이고 다른쪽 모서리로 가면서 무한대로 변하는 경우-

윤의중*

..... 목 차

- I. 서론
 - II. 이론적 배경
 - III. 국내 단말기 사용 실태와 소비자 만족도
 - IV. 결과 및 결론
 - 참고문헌
 - Abstract
-

I. 서론

격자구조(strip grating)에 대한 문제는 반사나 투과 현상을 취급하기 위해서 많은 연구가 있어 왔으며, 또한 이러한 격자구조에 의한 산란문제는 광학, 필터, 레이더, 안테나 및 전자기학의 이론 및 응용분야에서 널리 이용되어 왔으며, 여러 연구자들에 의해서 많은 관심을 가져왔다^{[1]-[7]}.

격자구조에 도체를 사용한 기본 문제로서 Richmond^[4]는 자유공간상에서 스트립에 유도되는 미지의 유도전류를 간단히 프리에 급수로 전개하였으며, 자유공간상에서 저항띠를 가진 경우는 파수영역에서 spectral-Galerkin 모멘트법(moment method)을 이용하여 수치해석하였으며^{[2], [5]}, 완전

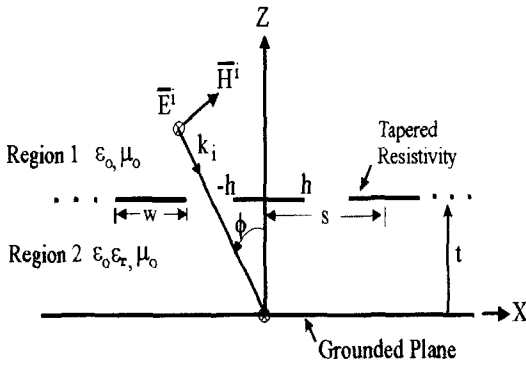
도체띠(conductive strip) 격자구조에 의한 산란 문제에 대해 좀 더 좋은 반사성질을 얻기 위하여 유전체 접지층 위에 도체띠를 가지는 경우에 대해 수치방법중의 하나인 PMM(Point Matching Method)을 이용하여 수치 계산하였고^[6], 그 후 유전체 접지층위에 저항띠 문제를 FGMM(Fourier-Galerkin Moment Method)을 이용하여 수치 해석한 바 있다.^{[7], [8]}

본 논문에서는 접지된 유전체층 위에 매우 얇은 저항띠가 존재하며, 저항띠 위에서의 변하는 저항율은 한쪽 모서리에서 0이고 다른쪽 모서리로 가면서 무한대로 변하는 경우를 취급하였으며, 본 논문에서 제안한 저항띠 격자구조에 대해 FGMM을 이용하여 기하광학적 정규화된 반사전력의 해를 구하는 것이 본 논문의 목적이다. 또한 입사전계가 존재하는 영역에서 입사전자계와 산란전자계의 합인 전체 전자계와 유전체 층에서

* 기천길대학 정보통신과 부교수

의 전체 전자계가 같다는 이론에 입각하여 각 경계면에서의 경계조건을 적용하며, 산란 전자계는 Floquet 모드함수의 급수로 전개하였다. 이때 저항띠의 경계조건을 이용하며, 저항띠에 유도되는 전류밀도는 직교다항식의 일종인 Jacobi 다항식의 급수로 전개하였다^{9, 10}.

또한 수치계산을 위한 격자상수로는 입사각, 유전체 층의 비유전율 및 두께, 그리고 스트립 폭과 주기를 변화시켰으며, 저항띠는 매우 얇고, 무한히 긴 경우를 취급하였다.



(Fig. 1) Geometry of the problem

II. 문제의 구조해석

문제의 구조는 그림 1과 같이 E-분극 평면파가 가장자리에 나란하게 ϕ 의 각도로 비스듬히 입사하고, 접지된 유전체 층위에 저항띠가 y 방향으로 무한하게 배열되어 있다. 저항띠의 격자는 x - y 평면상에 위치하고 있으며, x 방향으로 주기적으로 배열되어 있으며, 스트립 주기는 s , 스트립 폭은 w 이며, h 는 스트립폭의 반 ($h=w/2$)이다. 영역 2의 유전체층의 비유전율은 ϵ_r , 두께는 t 이며, 입사 전계 및 자계는 \vec{E}^i ,

\vec{H}^i 는 다음과 같다.

$$\vec{E}^i = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \cos \phi} e^{jk_0 z \sin \phi} \quad (1)$$

$$\vec{H}^i = \frac{k_0(\hat{a}_x \cos \phi + \hat{a}_z \sin \phi)}{j\omega\mu_0} E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} e^{jk_0 z \cos \phi} \quad (2)$$

여기서 $k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0}$ 이며, k_0 는 매질의 전파상수이고, μ_0 와 ϵ_0 는 자유공간의 투자율 및 유전율, E_0 는 입사전계의 진폭으로서 본 논문에서는 1로 정규화하였다. 영역 1에서 접선성분의 전체 산란전계 및 자계인 \vec{E}^s , \vec{H}^s 는 평면파(plane wave)의 합으로 표시할 수 있다.

$$\vec{E}^s = \hat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n e^{-j\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (3)$$

$$\vec{H}^s = -\hat{a}_x \frac{E_0}{j\omega\mu_0} e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n A_n \gamma_n e^{-\gamma_n(z-t)} e^{-j2n\pi x/s} \quad (4)$$

여기서 A_n 은 구해야 할 미지의 계수이며, $\beta_n = k_0 \sin \phi + 2n\pi/s$ 이고 γ_n 은 다음과 같이 전파모드(propagation mode)와 감쇠모드(evanescent mode)로 표시할 수 있다.

$$\gamma_n = \begin{cases} \sqrt{k_0^2 - \beta_n^2}, & k_0^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_0^2}, & k_0^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (5)$$

영역 2 ($0 \leq z \leq t$)에서 접선성분의 전체전계 및 자계 \vec{E}_{II}^{tot} , \vec{H}_{II}^{tot} 는 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\overline{E}_{II}^{tot} = \widehat{a}_y E_0 e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n (B_n e^{-j\gamma_n x} + C_n e^{j\gamma_n x}) e^{-\beta_n x/s} \quad (6)$$

$$\overline{H}_{II}^{tot} = -\widehat{a}_x \frac{E_0}{j\omega\mu_0} e^{-jk_0 x \sin \phi} \sum_n \gamma_n (B_n e^{-j\gamma_n x} - C_n e^{j\gamma_n x}) e^{-\beta_n x/s} \quad (7)$$

여기서 B_n 과 C_n 은 구해야 할 미지의 계수이며, γ_{nl} 은 다음과 같이 2가지 모드로 구분하여 표시할 수 있다.

$$\gamma_{nl} = \begin{cases} \sqrt{k_1^2 - \beta_n^2}, & k_1^2 \geq \beta_n^2 \\ -j\sqrt{\beta_n^2 - k_1^2}, & k_1^2 < \beta_n^2 \end{cases} \quad (8)$$

여기서 $k_1 = \omega\sqrt{\mu_0\epsilon_0\epsilon_r} = k_0\sqrt{\epsilon_r}$ 이며, 여기서 $z=0$ 인 접지평면에서 접선성분의 전체전계는 접지평면에서 사라져야 하며, $z=t$ 인 영역 1과 영역 2의 경계면에서 접선성분의 전체전계는 연속이어야 하므로 이러한 경계조건들을 정리하면 B_n 을 A_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$B_n = -\frac{e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n + A_n}{2j \sin(\gamma_n t)} \quad (9)$$

여기서 δ_n 는 $n=0$ 일 때만 1이고, $n \neq 0$ 의 경우는 0인 Kronecker delta함수이다. 그리고 $z=t$ 인 경계면에서 도체띠에 유도되는 전류밀도는 임의의 기저함수 $G_p(x)$ 의 급수로 미지의 계수를 포함한 식으로 전개하였다.

$$\overline{J}_y(x) = \widehat{a}_y e^{jk_0 x \sin \phi} \sum_p f_p G_p(x) \quad (10)$$

여기서 f_p 는 구해야 할 미지의 계수이며, 본 논문에서 $G_p(x)$ 는 다음과 같이 놓았다.

$$G_p(x) = P_p^{(\alpha, \beta)}(x/h) P_y(-h, h) \quad (11)$$

여기서 $P_p^{(\alpha, \beta)}(x/h)$ 는 직교다항식의 일종인 차수가 $\alpha=0, \beta=-0.2$ 인 Jacobi 다항식을 의미하고^[9], $P_y(-h, h)$ 는 저항띠의 구간에서만 1이고, 이외의 구간에서는 0이며, 유도전류는 식 (2), (4), (7), (10)를 정리하면 다음과 같이 A_n 의 항으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \left[k_0 \cos \phi e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n - \sum_n A_n (\gamma_n - j\gamma_{nl} \cot(\gamma_{nl} t)) - j\gamma_{nl} \cot(\gamma_{nl} t) e^{jk_0 t \cos \phi} \delta_n \right] e^{-\beta_n x/s} = \frac{k_0 \eta_0}{s} \sum_p f_p G_p \\ & n = \pm 0, \pm 1, \pm 2, \dots \pm N \\ & p = 0, 1, 2, \dots M \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)의 양변에 $e^{\beta_n x/s}$ 를 곱하고, $-s/2 < x < s/2$ 구간에서 양변을 적분하면 다음과 같이 A_n 의 항으로 표시할 수 있다.

$$A_n = -\frac{k_0 \eta_0}{s} \sum_p f_p \left[\frac{P_{pm}}{\gamma_n - j\gamma_{nl} \cot(\gamma_{nl} t)} \right] + \delta_n \rho_n e^{k_0 t \cos \phi} \quad (13)$$

$$\rho_n = \frac{k_0 \cos \phi + j\gamma_{nl} \cot(\gamma_{nl} t)}{\gamma_n - j\gamma_{nl} \cot(\gamma_{nl} t)} \quad (14)$$

그리고 $z=t$ 인 저항띠의 경계면에서 영역-1에서 입사전계와 산란전계의 합인 전체전계 \overline{E}_I^{tot} 와 연관된 저항경계조건은 다음과 같다.

$$\overline{E}_I^{tot} = R(x) \overline{J}_y(x) \quad (15)$$

여기서 $R(x)$ 는 저항띠 위에서 변하는 저항율이며, 본 논문에서는 다음과 같이 놓았다.

$$R(x) = \eta(1+x/h)^\alpha (1+x/h)^\beta P_y(-h, h) \quad (16)$$

여기서 η 는 임의의 상수, α 와 β 는 식 (11)에 서 언급하였으며, 식 (1), (3), (10), (15)를 정리한 후, 양변에 $P_q^{(\alpha, \beta)}(x/h)$ 를 곱하고 스트립 구간에 서 양변을 적분하면 다음과 같다.

$$e^{jk_0 t \cos \phi} P_q^{(\alpha, \beta)}(x/h) + \sum_n A_n P_{qn}^* = \sum_p f_p P_{pq}, \quad (17)$$

$$q = 0, 1, 2, \dots, M$$

여기서 asterisk(*)는 공액복소를 의미하며, 식 (13)의 A_n 을 식 (17)에 대입하면 다음과 같은 선형방정식을 얻는다^[9, 10].

$$\sum_p f_p Z_{pq} = V_q \quad (18)$$

$$Z_{pn} = P_{pn} + \frac{k_0 \eta_0}{s} \sum_n \left[\frac{P_{pn}}{\gamma_n - j\gamma_{nl} \cot(\gamma_{nl} t)} \right] P_{qn}^* \quad (19)$$

$$V_q = e^{jk_0 t \cos \phi} \left[P_q + \sum_n \delta_n p_n P_{qn}^* \right] \quad (20)$$

여기서

$$P_{pn} = \int_{-h}^h P_p^{(\alpha, \beta)}(x/h) \cdot e^{j\frac{2n\pi}{s}x} dx \quad (21)$$

$$P_{qn}^* = \int_{-h}^h P_q^{(\alpha, \beta)}(x/h) \cdot e^{-j\frac{2n\pi}{s}x} dx \quad (22)$$

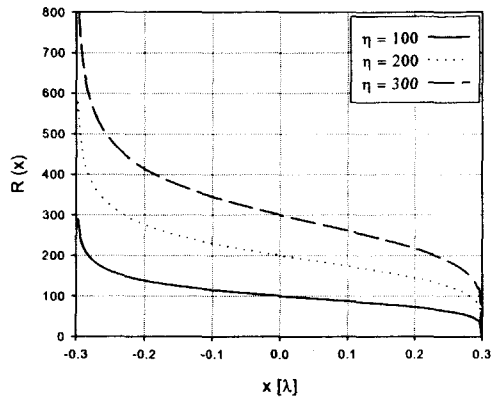
$$P_{pq} = \int_{-h}^h R(x) P_p^{(\alpha, \beta)}(x/h) P_q^{(\alpha, \beta)}(x/h) dx \quad (23)$$

$$P_q = \int_{-h}^h P_q^{(\alpha, \beta)}(x/h) dx \quad (24)$$

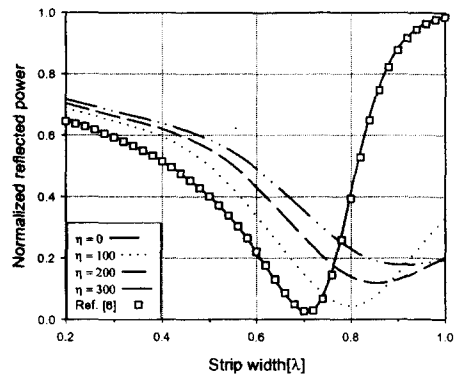
III. 수치계산 결과 및 검토

본 논문에서는 접지된 유전체층 위에 매우 얇은 저항띠가 주기적으로 배열되어 있을 때, 저항 띠의 저항율이 한쪽 모서리에서 0이고 다른쪽 모서리로 가면서 무한대로 변하는 경우에 대해 FGMM의 수치해석 방법을 적용하여 기하광학적

반사전력(reflected power of zeroth order mode)을 구하였다. 본 논문을 수치 해석하기 위해서는 식 (18)를 이용하여 미지의 계수를 구한 후 이를 식 (13)를 이용하여 기하학적 반사전력을 구할 수 있다. 이 때, 매트릭스의 크기 $p = q = [0:M]$, $n = [-N:N]$ 을 가지며, $M=10$, $N=100$ 으로 하여 수치 해석하였으며, closed form이 없는 적분의 경우는 확장된 Simpson 공식을 이용하였으며, 식 (16)에서 임의의 상수 $\eta = 100, 200, 300$ 의 3가지



(Fig. 2) The tapered resistivity of resistive strips ($h=0.3, -h \leq x \leq h$)

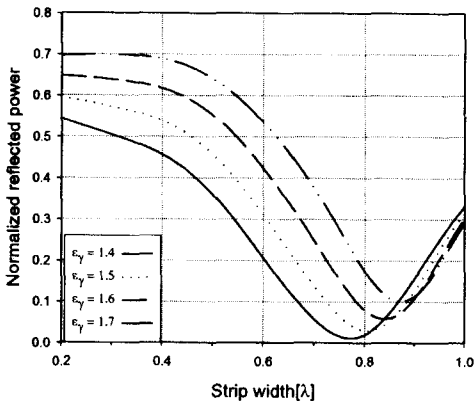


(Fig. 3) Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for several η parameters ($s = 1.2[\lambda]$, $\epsilon_{r1} = 1$, $\phi = 0^\circ$, and $t = 0.4[\lambda]$)

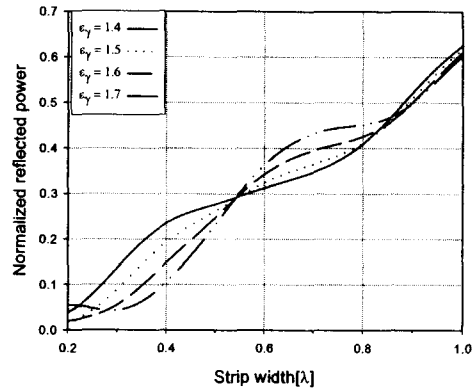
경우에 대해 본 논문에서 제안한 저항띠 위에서 변하는 저항율을 그림 2에 나타내었다.

<그림 3>은 수직으로 입사한 경우, 주기 $s=1.2[\lambda]$, 유전체층의 두께 $t=0.4[\lambda]$, 비유전율 $\epsilon_r=1$ 인 경우에 대해 스트립 폭 w 를 0.2에서 1 기준 논문과 비교하였을 때 매우 일치하여 수치

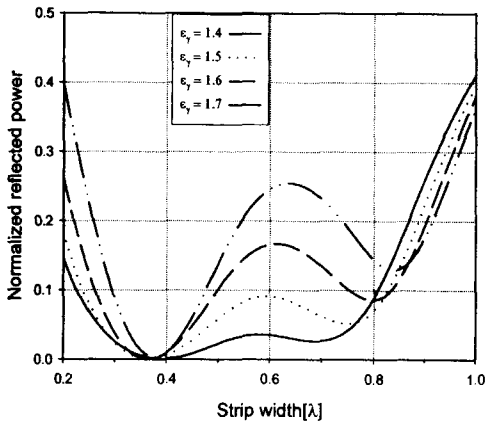
$[\lambda]$ 까지 변화시켰을 때 완전도체의 경우 및 변하는 저항율 및 균일 저항율을 갖는 경우에 대해 기하학적 반사전력을 비교하였으며, 실선은 $\eta=0$ 인 경우이며, 기존 논문의 완전도체 경우는 '□'으로 표시하였으며^[6], 완전도체인 $\eta=0$ 인 경우와 해석의 결과가 타당성이 있음을 확인할 수 있었다.



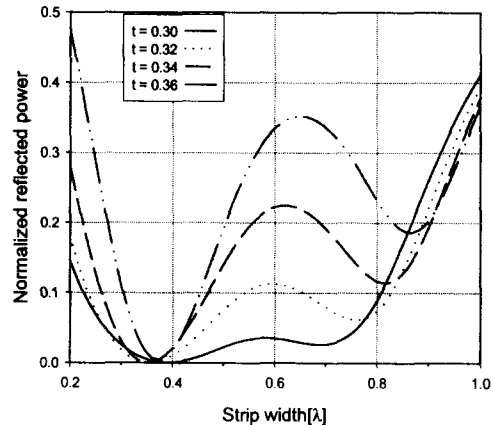
(Fig. 4) Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for ϵ_r parameters ($s=1.2[\lambda]$, $\eta=100$, $t=0.3[\lambda]$, and $\phi=0^\circ$)



(Fig. 6) Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for ϵ_r parameters ($s=1.2[\lambda]$, $\eta=100$, $t=0.3[\lambda]$, and $\phi=60^\circ$)



(Fig. 5) Variation of the normalized reflected power vs. the strip width for ϵ_r parameters ($s=1.2[\lambda]$, $\eta=100$, $t=0.3[\lambda]$, and $\phi=30^\circ$)



(Fig. 7) Variation of the normalized reflected power vs. the several t parameters ($s=1.2[\lambda]$, $\epsilon_r=1.4$, $\eta=100$, and $\phi=30^\circ$)

<그림 4>는 수직입사시, $\eta=100$, $s=1.2[\lambda]$ 인 경우에 대해 비유전율 ϵ_r 의 변화에 따른 기하광학적 반사전력을 비교하였으며, 본 논문의 $\epsilon_r=1.4$ 인 경우는 실선, 점선은 $\epsilon_r=1.5$, 끊어진 실선은 $\epsilon_r=1.6$, 2점쇄선은 $\epsilon_r=1.7$ 인 경우에 대한 수치계산 결과를 보였으며, ϵ_r 의 값이 증가함에 따라 작은 경우보다 스트립 폭이 커지는 방향으로 변곡점이 이동함을 알 수 있고, 또한 전반적으로 $w=0.8[\lambda]$ 부근 이하에서 ϵ_r 의 값이 크면 클수록 더욱 많이 반사됨을 알 수 있다.

<그림 5>는 입사각이 30도, 그림 6은 입사각이 60도인 경우를 나타낸 것으로 구조변수는 그림 4의 경우와 같을 때 수치계산 결과이다. 그림 5에서 스트립 폭 w 가 $0.4[\lambda]$ 에서부터 $0.8[\lambda]$ 부근 이하에서 유전율이 증가하면 할수록 반사전력이 크게 나타남을 알 수 있으며, 그림 6에서는 스트립 폭 w 가 $0.55[\lambda]$ 부근에서 반사전력의 증가 추세가 역전하는 현상을 알 수 있었다.

<그림 7>에서는 입사각이 30도인 경우, $\eta=100$, $s=1.2[\lambda]$ 인 경우에 대해 유전체 층의 두께 $t[\lambda]$ 를 증가시켰을 때의 반사전력을 수치해석한 결과로서 스트립 폭 w 가 $0.4[\lambda]$ 에서부터 $0.8[\lambda]$ 부근 이하에서 유전율이 증가하면 할수록 반사전력이 크게 나타남을 알 수 있었으며, 이러한 결과는 그림 5와 마찬가지로 입사각에 따라 비슷한 현상이 발견되었다. 이는 입사각에 따라 반사전력의 변화의 정도가 비슷하다는 것을 알 수 있으며, 유전체 층의 두께를 크게하였을 때가 더 많은 변화가 있다는 것을 알 수 있다.

IV. 결론

본 논문에서는 접지된 유전체층 위에 저항띠

위에서 변하는 저항율을 가지는 경우에 대하여 취급하였으며, 이 때 변하는 저항율은 한쪽 모서리에서 0이고 다른 쪽 모서리로 가면서 무한대로 변하는 경우에 대해 수치해석 방법인 FGMM을 이용하여 기하학적 반사전력을 구하였다. 저항띠에 유도되는 전류밀도는 직교다항식의 일종으로 차수가 $\alpha=0.2$, $\beta=-0.2$ 인 Jacobi 다항식의 급수로 전개하였으며, 수치해석의 타당성을 입증하기 위하여 완전도체를 취급한 기존 논문의 수치결과와 비교하였을 때 매우 일치함을 확인할 수 있어 본 논문의 수치해석의 타당성을 입증할 수 있었다. 또한 전반적으로 유전체 층의 두께가 클수록, 유전체 층의 비유전율이 커질수록 반사전력이 크게 나타남을 알 수 있으며, 임의의 입사각에서 급변점이 발생하는데, 이러한 급변점에서는 입사각 이외의 다른 곳으로 산란된다는 것을 의미하며, 수직입사시 비유전율 값이 커질수록 반사전력의 최소점이 스트립 폭의 두께가 커지는 값으로 변곡점이 이동한다는 사실을 알 수 있다.

본 논문에서 제안된 수치해석방법을 이용하여 접지된 유전체층위에 변하는 저항율을 가진 저항띠의 격자구조를 해석하는데 기본적인 수치자료로 이용할 수 있을 것으로 기대되며, 본 논문에서 제안된 형태와 다른 변하는 저항율에 대해서도 적용이 가능할 것으로 기대되며 다음 기회에 발표하도록 하겠다.

참고문헌

- [1] J. H. Richmond, On the edge mode in the theory of TM scattering by a strip or strip grating, *IEEE Trans. Antennas*

- Propagat.*, AP-28, 1980, pp.883-887.
- [2] R. Mittra and R. C. Hall, Scattering from a periodic array of resistive strips, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-33, 1985, pp.1009-1011.
- [3] R. C. Hall, R. Mittra, and K. M. Mitzner, Analysis of multilayered periodic structure using generalized scattering matrix theory, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-36, 1988, pp.511-517.
- [4] 윤의중, 양승인, “저항띠 양끝에서 무한대로 변하는 저항율을 갖는 주기격자구조에 의한 E-분극 반사계수”, 「대한전자공학회논문지」, 제31권 A편 2호, 1994, pp.162-168.
- [5] H. A. Kalhor and M. Ilyas, Scattering of plane electromagnetic waves by a grating of conducting cylinders embedded in a dielectric slab over a ground plane, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-30, 1982, pp.576-579.
- [6] H. A. Kalhor, Electromagnetic scattering by a dielectric slab loaded with a periodic array of strips over a grounded plane, *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, AP-36, 1988, pp.147-151.
- [7] U. J. Yoon and S. I. Yang, E-polarized electromagnetic scattering by a resistive strip grating with a grounded dielectric layer using fourier-galerkin moment method, *KITE Journal of Electronics Engineering*, 7(2), 1996.
- [8] 윤의중, “접지된 유전체층위에 저항띠 양끝에서 무한대로 변하는 저항율을 갖는 저항띠 격자구조에서의 전자파 산란해석”, 「한국통신학회논문지」, 29권 12T호, 2004, pp.416~422.
- [9] M. Abramowitz and I. A. Stegun, *Handbook of mathematical functions*, Dover, New York, 1972.
- [10] I. S. Gragshteyn and I. M. Ryzhik, *Table of integrals, series, and products*, Academic Press, 1980.

Analysis of the Electromagnetic Scattering by a Resistive Strip Grating Tapered Resistivity On a Grounded Dielectric Plane

- from Zeroes at One Edge to Infinite at the Other Edge-

Uei-Joong Yoon*

Abstract

In this paper, electromagnetic scattering problems by a resistive strip grating with tapered resistivity on a grounded dielectric plane according to strip width and spacing, relative permittivity and thickness of dielectric layers, and incident angles of a electric wave are analyzed by applying the Fourier-Galerkin Moment Method known as a numerical procedure. The boundary conditions are applied to obtain the unknown field coefficients and the resistive boundary condition is used for the relationship between the tangential electric field and the electric current density on the strip. The resistivity of resistive strips in this paper varies from zeroes at one edge to infinite at the other edge, then the induced surface current density on the resistive strip is expanded in a series of Jacobi polynomials of the order $\alpha = 0.2$, $\beta = -0.2$ as a orthogonal polynomials. The numerical results of the geometrically normalized reflected power in this paper are compared with those for the existing perfectly conducting strip. The numerical results of the normalized reflected power for conductive strips case with zero resistivity in this paper show in good agreement with those of existing papers.

Key Words: Electromagnetic scattering, Dielectric plane, Electric wave

* Associate Professor, Dept. of Information and Communication, Gacheongil College