논 문
CODE 80201

기하학과 비선형 공간 형태의 상관성에 관한 기초 연구

A Study on the Interrelationship between Geometry and Nonlinear Figure of Space

이철재* / Lee, Chul-Jae

Abstract

The paper raises a question in argument about the method of creating space depending on accidental creation by computer as the method of describing movement pattern, and emphasizes the role of the mathematics which may change the shape into the image or reflection, that is, data which human may understand and expect. If the mathematics could be the method of describing movement pattern, it may play a important role on the analysis of architectural space based on the idea of post-constructionism, which is likely to consider the modern architectural space recognized as the sequential frames containing movement, as the suspended state of the moving object. And then, this infinite series, 'the sum' of the suspended state, is not studied mathematically and scientifically, but is able to be shaped by reviewing the validity in mathematics about the nonlinear space.

This is, therefore, the fundamental research in order to define the role of the mathematics in formation of space of contemporary architecture.

키워드 : 움직임과 수학, 기하학, 곡선군, 디지털리즘, 비유클리드기하학

1. 서론

1.1. 연구의 배경 및 목적

인간의 사고는 시대에 따라 변화하고 발전한다. 세계관, 우주관, 공간관 등은 그 시대를 대표하는 인간의 사고체계로서 이러한 사고체계는 지역적인 특성과 함께 그 시대의 공간 형태를 결정짓는 기준이 되지만, 결국 시대가 변한다 해도 바뀌는 것은 공간 자체가 아니라 공간을 보는 시각인 것이다.

즉 건축물이나 도시의 형태를 결정하는 중요한 요인은 공간에 대한 사람들의 기본적인 생각인데, 이 세상에 존재하는 모든 건축물은 기본적으로 인간이 공간에 대해 갖는 사고를 형상화하는 것이지만, 그것이 추상화된 공간 세계의 문제는 기호화된 수학, 즉 기하학에 대한 문제이기도 하다. 하지만 이 기하학은 변화하고 발전하는 것이지 공간을 바꾸어주는 마법사가 아닌 것이다.

특히 패턴의 과학으로서 수학은 세계에 관해 사유하는 여러 방식 중 하나이다. 또한 무질서해보이기도 하지만 질서와 규clr성을 가진 움직임(운동)들은 수학적인 연구의 대상이기도 하다. 그리스 철학자 제논이 운동의 역설에서 운동이 어떻게 나타날 수 있을까 고민한 이후, 최근에는 미적분학에 의해 어떤 특정한 종류의 운동과 변화를 묘사하고 분석하는 방법을 제공해 왔다.

이와 같이 수학이 움직임을 표현하는 수단이라고 하면, 움직임을 담고 있는 건축공간을 프레임으로 인식하는 근대적 사고에서 벗어나 움직이는 객체의 정지상태로서 파악하려는 후기구조주의 사고에 대한 건축공간의 해석에 중요한 역할을 담당할 것이다. 그리고 이 정지상태의 '합'인 무한급수는 수학적·과학적으로 탐구가 되지 못하고 상상되는 부분, 즉 비선형적인 공간에 대한 수학적 타당성을 검토하여 형태화시킬 수가 있는 것이다.

따라서 본 논문은 공간의 형태 생성에서 수학의 역할은 어떠한 것인지를 살펴보기 위한 기초 논문이다. 특히 현대의 디지털리즘[1] 건축 공간에는 수학의 어떤 발전적인 요소가 형태 생성에 작용을 하게 되었는지 살펴본다.

* 정회원, 호서대학교 디지털문화예술학부 조교수

1)'디지털리즘'은 공간의 형태가 비선형적으로 하이브리드하게 되고, 컴퓨터를 이용하여야만 그 형태를 정확하게 정의할 수 있고, 새로운 사상을 담고 있는 공간을 표상하는 것을 말한다.

1.2. 연구의 범위 및 방법

건축의 역사에서 역동성이나 힘, 속도 등이 강조도면서 기존의 정적인 건축의 규칙이나 형상과는 의미가 다른 건축물을 만들어내는 시기가 있었지만, 현대 건축의 공간형상에 나타나는 운동성은 디지털에 의해 새로운 사회, 문화, 테크놀로지를 수용하는, 건물에 내재되어 있는 운동력의 표현이며 동시에 건축물의 기능의 표현이라고도 할 수 있다.

이러한 디지털리즘 건축에서 모두 그런 것은 아니지만 이들에게는 공통적으로 나타나는 특징들이 있다. 하이브리드한 형상적인 특징과 그 형상의 배경에 있는 과학적·수학적 특징이 그것이다. 그러나 무엇보다도 움직임을 표현하고픈 인간의 근본적인 욕망이 배어있다.

따라서 본 연구는 운동과 변화의 패턴들을 의미하는 비선형적인 형태를 표현하는 디지털리즘적인 현대건축(Contemporary Architecture)에서, 그 공간형태를 표현하는데 있어서 수학과 어느 정도 밀접한 관계가 있는지 살펴본다. 그리고 운동을 패턴화 시켜서 공간으로 발전시키기 위해서는 궁극적으로 미적분이나 수학적 몰피즘(morphism)[2]과 같은 형태변이(metamorphosis)를 다루어야 하나, 본 논문은 그 이전에 수학과 건축형태의 관계를 설명하기 위한 기초연구 논문으로써 패턴의 수학이 형태화 되었을 때 건축형태와의 상관성에 대해 연구하고자 한다.

2. 고전적 기하학과 공간

2.1. 인류의 기하적 개념 발달사

물리적 형태를 인식하고 크기와 모양을 비교하는 인간의 능력으로부터 나온 간단한 관찰에서 무의식적으로 발생한 모호한 지식으로 출발한 것이 인류 최초의 기하학적 고찰일 것이다. 즉 아기들이 물리적인 형태를 인지하고 모양과 크기를 비교할 수 있는 인간능력으로부터 생기는 단순한 관찰에 기원한 것을 잠재적 기하학(subconcious geometry)[3]이라고 한다. 무지개의 호, 통나무의 단면, 돌을 던진 포물선의 궤도, 원뿔, 사람, 동물, 나뭇잎의 좌우대칭 등 자연현상의 관찰로부터도 공간, 곡선, 회전체 등의 개념이 생겨난 것이다.

이러한 관찰로부터 유추적 사고를 통해 친숙한 현상으로부터 새로운 현상을 유추함으로써 새로운 형태의 공간을 만들어낼 수 있게 된 것이다.

다음 단계로 실험적(또는 과학적, 경험적, 귀납적) 기하학(scientific or experimental geometry)을 들 수 있는데, 인간의 지능이 구체적인 기하학적 관계들의 모임으로부터 그것을 특별한 경우로 포함하는 일반적이고 추상적인 관계를 추출해내게 되었을 때 나타나는 기하학적 법칙, 규칙을 말하는 것이다.[4]

잠재적 기하학, 실험적 기하학을 학습한 후의 높은 수준의 기하학으로 논증적 기하학(demonstrative geometry)을 들 수 있다. 모더니즘 공간의 형태는 주로 경험적, 실험적 성질을 갖는 기하학을 취급했다고 말할 수 있는 반면에, 디지털리즘은 비선형적인 공간의 형태에 "왜" 라는 과학적 질문에 답을 했다고 할 수 있다. 즉 디지털은 경험하지 못한 공간에 대한 새로운 논증기하학의 시발점이라고 할 것이다.

맑은 물이 담긴 컵에 한 방울의 잉크를 떨어뜨리면 이 잉크는 사방으로 무질서하게 퍼져나간다. 그러나 이 무질서 속에는 유클리드기하학으로 설명할 수 없는 기하학이 있고, 유클리드기하학은 직선과 간단한 곡선을 기초로 하여 인간이 세운 건축물들을 잘 묘사해 준다. 그러나 자연 풍경, 구름의 형태 등을 설명 할 수는 없다. 자연의 형태를 가까이 보면, 그들의 불규칙하고 헝클어진 외모에도 불구하고, 새로운 기하학적 모형을 지닐 수 있다. 구름과 산과 나무들은 지금 까지 생각하지 못한 질서 속에서 불규칙적 속성을 가지고 있다. 이러한 불규한 속성을 논증으로 설명한다.

<표 1> 가설과 논증에 의한 새로운 공간 해석

가설(Inference)	->	논증(Engine)
새로운 형상의 등장		새로운 가설의 증명 기하학의 형상화 당위성
· 유클리드기하학의 한계 · 기하학의 발달 - 3각형의 내각의 합은 180。보다 작다(크다)		· 아인슈타인은 공간을 휘어지게 하는 원동력으로 중력을 정의 - 몇 억광년의 별에서 오는 빛은 가속도가 생기는 곳을 지날 때는 휘어져서 우리 눈에 들어온다. - 힘과 비례의 관계는 중력과 곡률의 관계
· 비유클리드 기하학의 영향 - 볼리아이, 로바체프스키 기 하학 -리만기하학 -위상기하학 -해석기하학 -힐버트의 공리주의 · 컴퓨터 기하학 -카오스, 프랙탈, 급변론		· 변형 - 선과 면은 구부러진 상태가 정상이고, 반듯한 경우는 예외적이다. - 형태는 변하지만 그 성질은 변하지 않는다. - 변형의 본질은 기하학 속에 있어왔으나, 볼 수 있는 눈이 없었다. 하지만 새로운 기하학은 이러한 질서를 재구성할 수 있게 해주었다. - 인간의 행태와 인체의 비례는 기하학적 형태 속에서 비기하학적으로 표현된다.

2.2. 컴퓨터를 이해하기 위한 수학

사영기하학은 컴퓨터 그래픽을 이해하는 두 가지 수학적 열쇠 중 하나이다. 사람의 눈이 원근을 구분할 줄 아는 것은 사영기하적으로 사물을 보기 때문이다. 특히 수학에서는 '사영

2)컴퓨터그래픽에서 어떤 형상을 전혀 다른 형상으로 변형시키는 기법의 수학적 용어.

3)일반적으로 제멋대로인 자연현상 중에서 두드러진 특수한 곡선들은 인간의 잠재의식을 감동시켰을 것이다.

4)잠재적 기하학 이후 컴퍼스, 자, 각도기, 가위, 풀 등을 가지고 놀거나 실험을 하면서 여러 기하학적 사실을 상당히 이끌어 내는 단계의 기하학으로 적분 기하학의 원천적 사고라 하겠다.

기하학' 이라는 독립적 분야가 형성돼 있다. 르네상스 시대에 확립돼 미술 역사상 중요한 진보를 하게 한 원근법도 넓은 관점에서 볼 때 이 프로젝션의 하나다. 현재는 정보화 시대다 보니 사이버나 애니메이션 같은 말을 많이 사용하고 있는데 사영기하학의 연구 없이는 우리의 눈이 실감하는 영상을 만들 수 없다. 모니터 등의 구현 이론들도 모두 사영기하학에 기초를 두고 있다. 지금껏 여러 종류의 기하학이 개발되었는데 이는 광원과 스크린의 관계를 가지고 구분할 수 있다. 이런 분류법은 불변군(group)을 기준으로 기하학을 분류한 것으로 에르랑겐 목록[5]이라 한다.

그 두 번째 열쇠는 기하학을 대수학으로 환원시킴으로써 기하학의 문제를 그에 상응하는 대수학의 문제로 바꾸자는 데카르트의 아이디어였다. 곡선에 대수학을 부여한 해석기하학은 데카르트에 의하여 역학 법칙을 대수 방정식의 꼴로 나타내는 방법으로 만들어진 것이다. 천문학과 역학의 발달로 곡선도형의 넓이, 부피, 길이 등을 구하는 것이 절실하였고, 이로 인해 운동을 정확하게 수식으로 표현할 수 있게 되었던 것이다.

우주를 물체의 운동과 그 원천인 '힘'으로 환원하여 생각하는 근대적인 역학적 세계관이 탄생하였다. 방법적인 면에서 말한다면, 데카르트 기하학은 수학자로 하여금 기하학적 문제를 대수학의 기법을 사용해서 공략할 수 있도록 만들었을 뿐만 아니라 디자이너에게는 오늘날 컴퓨터 그래픽 기술에 대한 토대를 제공했다. 그리고 건축가에게는 형태를 변형시킬 수 있는 당위성을 제공함으로써 바로크 이후 역동적인 공간을 논리적으로 디자인할 수 있는 방법론을 제공해주었다.

2.3. 수학과 컴퓨터

수학적 몰피즘은 영화의 몰핑(morphing)과 달리 매우 복잡할 수 있다. 대개의 경우 수학자들은 사물의 변환 과정을 파악하기 위해 대수 공식에 의존한다.

3차원 우주 너머의 세계를 볼 수 있는 방법을 찾아온 현대화가인 토니 로빈(Tony Robbin) 역시 수학자인 밴초프[6]를 만나 하이퍼큐브의 동영상을 보게 된 것이 다차원 기하학을 예술로 표현하게 된 계기였다. 수학자인 밴초프에게는 수학이 매개수단이었지만, 로빈에게는 예술적 차원의 문제였다. "공간 예술을 창조하고 싶은 예술가에게는 공간 자체가 스스로 존재하게 만드는 것이 과제이다. 다시 말해, 공간 자체가 우리 눈에 보이게 만드는 것이다. 또한 3만년 동안 인간은 패턴을 만들어왔다. 그것은 우리가 일상의 경험을 짜맞춰 구조화하는 근본적인 방법이다. 그래서 나는 패턴을 만드는 것이 공간을 정의하는 가장 이상적인 방법일 거라고 생각한다."[7]라고 로빈은 말하였다. 어떤 효과를 제대로 불러일으키려면 4차원 세계에 대한 기하학을 확실히 이해해야 한다. 그것은 로빈이 수학, 즉 기하학으로 시작해야 한다는 것을 의미한다.

컴퓨터는 4차원 기하학, 쌍곡기하학(hyperbolic geometry), 프랙탈 기하학(fractal geometry) 등의 세계를 시각적인 영상물로 창조해낸다. 4차원이 실제로 존재하는지 여부는 상관없다. 만일 4차원이 존재한다면 어떤 모양일지 수학을 이용해 기술할 뿐이다. 심지어 실제로 존재하지 않는 것이라 해도 그것이 어떻게 생겼는지 보여주는 것이 수학의 매력이다.

3. 움직임과 비선형 기하학

3.1. 수학과 곡선의 역학

수학은 보이지 않는 것을 보이게 하는 '패턴의 과학'이기에 우리의 삶에서 크든 작든 수학의 영향을 받지 않는 측면이 거의 없다. 컴퓨터의 주도하에 의사를 소통하는 오늘날 다양한 형상화 그 자체의 본질이 바로 수학적 패턴 때문이다.

모더니즘은 콘크리트와 강재의 대량 사용, 그리고 시공의 용이함에 익숙해져 건축에서 곡선과 곡면을 도외시하게 되었지만, 자연계의 갖가지 현상에서 가장 보편적으로 볼 수 있는 것은 물방울의 막과 같은 형태나 여러 생물에서 볼 수 있는 다양하고 풍부한 곡선과 곡면이다.

기둥이 좌굴현상이나 휨응력분포에 적합하기 위해서는 윤곽을 곡선형으로 하는 것이 바람직하며, 바닥을 지탱하는 보도 아래면을 곡선으로 하는 변단면(變斷面)보가 합리적이다.

이러한 역학적 근거뿐만 아니라 공간에서의 인간 행동에 대한 궤적과 동선 등을 생각해 보아도 직선과 평면으로 모든 것을 한정하는 것은 오히려 부자연스러워 보인다. 일본의 고건축에서 볼 수 있는 휜지붕, 성의 돌담, 긴칼의 곡선 등 이른바 일본의 전통적 휨의 아름다움은 늘어뜨린 실의 곡선에서 비롯된 것이라 한다. 즉 쌍곡함수로 나타나게 되는 카테나리를 옛사람들이 활용했던 것이다. 사이크로노이드도 기하학적, 역학적으로 두드러진 특징을 가진 우아한 곡선이다.

3차 이상의 대수곡선이 되면 2차곡선이 지니는 단조로움은 무너지고 변곡점이나 특이점을 가진 복잡하고 매력적인 곡선이

5)클라인(Klein. F. 1849-1925, 독일)은 군(群)의 생각을 도형에 적용한 변환군을 써서 합동(合同)의 개념을 바탕으로 기하학을 분류하였다. 이 에르랑겐 목록은, 첫 번째가 유클리드기하학으로 평행광선과 이 광선에 수직으로 스크린을 놓았을 때이며 이때에는 도형의 길이와 각이 그대로 보존되는 합동변환이다. 두 번째는 아핀기하학으로 평행광선과 이 광선에 비스듬히 스크린을 놓았을 때이며 도형의 길이는 일정한 비율로 바뀌게 되지만 각도는 보존된다. 세 번째는 사영기하학으로 보통의 광원과 스크린을 놓았을 때이며 도형의 길이와 각도는 보존되지 않지만 복비(또는 비조화비)는 보존되어 사영기하학 연구의 기초가 된다.

6)Tom Banchoff, 브라운 대학교의 수학 교수로서 1970년대 기하학적 도형을 그려낼 수 있는 컴퓨터를 개발한 컴퓨터 그래픽의 선구자이다. 입방체를 모든 면에 수직으로 옮겨 하이퍼큐브를 만들어내어 처음으로 탐험한 사람.

7)Keith Devlin, Life by the Numbers, 에코리브스, 2003, p.56

수많이 나타나게 된다.[8]

3.2. 운동 속의 수학

우리는 끊임없이 움직이는 세계 속에서 살며, 그 움직임의 대부분이 규칙적임을 확인한다. 만약에 움직임이 없었다면 생명 같은 것은 존재할 수 없었을 것이다.

기하학을 강조한 그리스인들에게 수학은 수와 모양의 연구였다. 하지만 17세기 중반 뉴턴이 영국에서, 라이프니츠[9]가 독일에서 각기 독자적으로 미적분학을 발명할 때까지 수학은 일반적인 성격에도 큰 변화가 없었고 중요한 발전도 거의 없었다. 미적분학은 본질적으로 운동과 변화의 연구이다. 이전의 수학은 대부분 셈, 측정, 모양 기술(記述) 등의 정적인 일에 국한되어 있었다. 운동과 변화를 다루는 기법이 도입됨으로써 수학자들은 행성들의 운동, 지구 위의 낙하하는 물체의 운동, 기계의 작동, 유체의 흐름, 기체의 팽창, 자기력이나 전기력 같은 물리적 힘, 비행체, 동식물의 성장, 전염병의 확산, 이윤의 축적 등을 연구할 수 있었다. 뉴턴과 라이프니츠 이래 수학은 수와 모양, 그리고 운동과 변화와 공간의 연구가 되었다.

18세기 중반 이후부터 수학의 응용뿐 아니라 수학 자체에 대한 관심도 증가하기 시작했다. 수학자들은 미적분학이 인류에게 선사한 엄청난 능력 배후에 있다는 것을 이해하려고 노력했다. 19세기 말에 이르러 수학은 수와 모양과 운동과 변화와 공간의 연구뿐만 아니라 이들을 연구하기 위해 사용되는 수학적 도구들의 연구가 되었다.

오늘날 수학자들은 수학을 '패턴의 과학'이라고 정의한다. 즉 수학자들이 하는 것은 추상적인 '패턴'을 탐구하는 것으로, 수의 패턴, 모양의 패턴, 운동의 패턴, 행동의 패턴, 반복되는 우연적 사건의 패턴 등을 탐구하는 것이다.[10]

나무를 횡으로 절단하였을 때 보이는 나무의 나이테는 기하학의 동심원으로 되어 있어 어느 정도 작도가 가능하지만, 그 횡단면의 적체(積滯)로 인해 완성된 나무의 일반적인 형태는 자유로운 형태 즉 비기하학적인 형태로 되어 있어 그 작도가 사실상 불가능하다. 여기에서 횡단면의 적체란 적분적인 기하학을 의미하는 것이고, 그 유클리드적인 기하학의 적분이 곧 비유클리드기하학적인 형상을 낳는다는 아이러니를 만들어낸다. 또한 이의 역도 가능하다. 즉 비유클리드적인 형태의 다양한 결합은 유클리드기하학적인 형태를 가지기도 한다.

8)高橋研究室編, 건축형태의 디자인원리, 김정태, 기문당, 1990, pp.120-121

9)특히 라이프니츠는 중국에서 온 '주역'의 원리를 수학적으로 풀이하면서 2진법을 발명하였다. 2진법의 발명은 전기의 발명과 연결되어 전등에 불이 켜지면 1 불이 꺼지면 0으로 대응시켜서 2진법 숫자를 몇 개의 나열된 전구로 대체가 가능하게 되었다. 또한, 2진법 숫자끼리의 가감승제의 과정이 나열된 전구로 표현된 숫자사이의 간단한 전기적 조작으로 설명이 가능하게 되었다. 그리고, 10진법의 임의의 수는 2진법의 숫자로 표현 이 가능하다는 것은 잘 알려져 있었다.

10)케이스 데블린, 수학의 언어, 전대호, 해나무, 2004, pp.9-20

3.3. 패턴의 과학

수학적 패턴은 우선 논리학적 사유에 대한 추론의 패턴을 들 수 있다. 논리학은 모든 종류의 추론을 포괄하거나 모든 수학적 증명을 포괄하지는 못하나, 오늘날의 컴퓨터처럼 내용과 목적이 무엇이든 간에 모두 명제 논리학의 연역을 수행하는 기계인 것처럼 대단히 유용함이 밝혀졌다.[11] 그리고 언어의 통사론적 패턴에도 지대한 영향을 끼쳤음은 촘스키(Chomsky, Avram Noam)에 의해 이미 오래 전에 알려진 사실이다. 그리고 움직이는 세계나 자연의 패턴을 다루기도 한다.

이러한 패턴들은 실재일 수도 있고 가상일 수도 있다. 시각적일 수도 있고 정신적일 수도 있다. 정적일 수도 동적일 수도 있고, 질적일 수도 양적일 수도 있다. 패턴은 우리 주변의 세계에서 등장할 수도 있고, 시간과 공간의 심층부에서 혹은 인간 정신의 내적인 작동 과정에서 등장할 수도 있다.

즉 산술학과 수 이론은 수와 셈의 패턴을 연구하며, 기하학은 모양의 패턴을 연구한다. 미적분학은 운동의 패턴을 다룰 수 있게 하고, 논리학은 추론의 패턴을 연구한다. 그리고 위상학은 근처에 있음과 위치의 패턴을 연구한다.

현대수학의 특징은 추상적 기호의 사용이다. 대수학적 표현들, 복잡해 보이는 공식들, 기하학적 도면들이 사용된다. 수학자들이 추상적 기호에 의존하는 까닭은 그들이 연구하는 패턴들이 추상적인 본성을 지니기 때문이다.

그러나 최근 들어 컴퓨터의 영상 기술의 발전에 힘입어 숙련되지 않은 사람도 수학에 접근하는 것이 어느 정도 가능해졌다. 기술을 갖춘 사용자의 손아래에서 컴퓨터는 수학을 연주하기 위해 이용될 수 있으며, 연주 결과는 모든 사람이 볼 수 있는 시각적 형태로 화면에 출력될 수 있다. 물론 그렇게 시각적 연주로 제공될 수 있는 수학은 상대적으로 소수에 불과하지만, 오늘날에는 수학을 할 때 수학자가 보고 경험하는 아름다움과 조화를 최소한 부분적으로나마 일반인에게 전달하는 것이 가능해졌다.[12]

3.4. 비유클리드 기하학과 비선형 패러다임

사회현상이나 자연현상, 그리고 공학적인 현상을 식으로 만들 때 선형적이기보다는 비선형인 경우가 대부분이다. 이러한 현상의 특징은 작용하는 물체의 수가 많고 그들이 매우 불규칙적이며 복잡한 운동을 한다는 것이다.

오늘날 세계는 합리적이고 정형적인 질서에서 벗어나 여러 분야를 가로지르며 폭넓은 적용가능성을 요구하면서 그 질서의 재구성을 해내가고 있는 실정인데, 이러한 질서는 디지털과 같은 과학기술에 의해 건축물에서 움직임이란 새로운 과학을 수

11)실제로 컴퓨터 공학의 위대한 두 개척자인 투링(Alan Turing)과 폰 노이만(John von Neumann)은 모두 수리 논리학 전문가였다.

12)케이스 데블린, 수학의 언어, 전대호, 해나무, 2004, pp.12-13

용하기 위해 급진적이면서도 다양하게 변형되는 공간 형태를 만들어내고 있다.

매우 복잡하면서도 불규칙적인 움직임을 표현하게 된 것은 절대적이라고 믿었던 유클리드 기하학의 평행선 공리를 거부하면서 비유클리드기하학이 등장함으로써 가능해졌다. 즉 비유클리드기하학이란 평행선 공리가 빗은 새로운 기하학으로서 절대적이라고 믿었던 유클리드기하학의 공리들로는 표현하기 어려운 자연현상이나 우주를 표현할 수 있게 되었으나, 본질적으로 그 현상을 그대로 재현시키는 것이 아니라 실재에 가상이 중첩되어 실재와 가상은 서로 다르게 진화를 하고 있는 것이다. 이는 휘어진 공간의 역사와 함께 또 다른 '이면'으로 나타나고 있는 것이다.

볼리야이나 로바체프스키는 "삼각형의 내각의 합은 180°보다 작으며, 한 직선에 대해 평행선이 수 없이 그어지는 기하학을 생각해내었다. 그리고 리만에 의해 삼각형의 내각의 합은 180°보다 크며, 한 직선에 대해 그을 수 있는 평행선은 단 하나도 없다는 리만기하학이 탄생하게 되었다. 이들에 의해 비유클리드기하학은 생겨났으며, 이들에 의해 세계관과 우주관은 휘어지게 되었다. 그리고 공간을 보는 우리의 눈도 변화했으며, 그로 인해 새로운 휘어진 공간들이 탄생하게 되었다.

4. 수학과 기하학적 형태 재구성

4.1. 자연형상에 나타난 수학과 와선(渦線)

자연현상 속에는 태풍이나 성운 등 소용돌이를 수반하는 것이 많다. 이들은 움직임이 격렬한 것에 나타난다. 또한 식물이나 소라조개 등 일정한 질서를 가지고 성장하는 생물에도 나선형이 나타난다. 나선이란 시점을 중심으로 회전하고 있는 반직선상의 동점 P의 궤적으로서, P의 위치는 회전각 θ의 함수로 나타낼 수 있다.

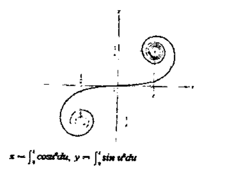
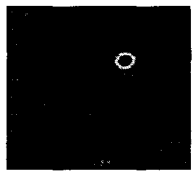
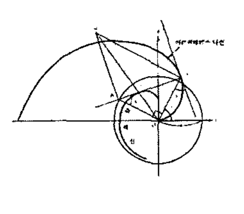
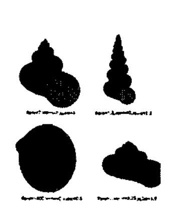
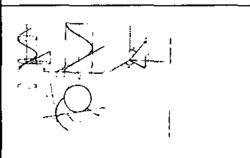
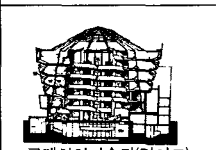
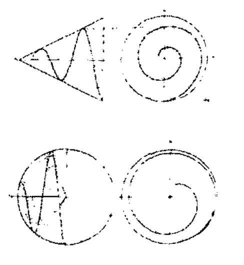
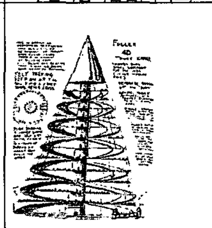
즉 여러 종류의 와선 중에서 각속도가 일정하며, 회전하고 있는 반직선상을 등속도로 이동하는 점의 궤적을 아르키메데스 나선이라고 한다.

사람들의 마음을 흔드는 정서적 환기(喚起)효과와 자연의 형상 뒤에는 이런 '아름다움의 물리학'구조가 정교하게 숨겨져 있었다.[13] 해바라기는 소용돌이 모양을 한 21개, 34개, 55개, 89개, 144개의 씨로 이루어져 있는데, 이는 계산해보면 각각의 수는 앞선 두 수의 합인 것이다. 이것은 계란의 가로·세로비 그리고 소라껍질이나 조개껍질의 각 줄간의 비율에서도 발견된다. 최근 태양계내의 각 행성들간의 거리가 임의적인 것이 아니고 피보나치수열에 따르는 등각나선으로 배열되어 있다는 주장이 나와 흥미롭다.

13)중앙일보 2003.4.26 <꽃의 유혹> 서평 중에서

하지만 이러한 규칙을 확인할 수 있는 자연요소 이외의 자유로운 형태는 부정할 수 없는 원리를 가지는 기하학적인 형태와 달리 예측이 불가능하고, 논리적 정당성을 찾기가 어려우며, 그 형태의 작도와 구성이 익숙하지 않다.

<표 2> 와선의 종류와 형태

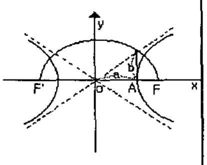
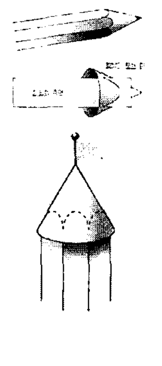
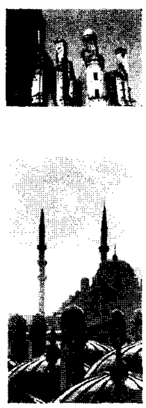
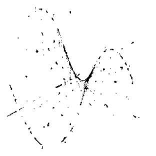
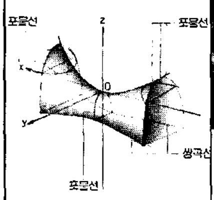
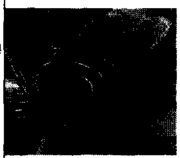
<table>
<tr><th colspan="2">나선의 종류 및 수식</th><th>도 형</th><th>이미지 및 건축공간 형태</th></tr>
<tr><td colspan="2">크로소이드(코르뉴의 나선</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">아르키메데스 나선
곡률반경 R</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td rowspan="2">공간곡선으로의 나선</td><td>원주와선
x=cosθ,
y=asinθ,
z=bθ</td><td></td><td>
구겐하임미술관(라이트)</td></tr>
<tr><td>원추나선
구면와선</td><td></td><td>
이중나선 주차장(폴러 계획안)</td></tr>
</table>

4.2. 쌍곡선(Hyperbola)과 쌍곡포물면(Hyperbolic Para-boloid)

쌍곡선 수학이 건축물에 어떻게 적용하는지에 대한 간단한 예시를 들어보면, 한 건축가가 벽이 6개에 지붕이 원뿔형이 되도록 처리된 좁고 높은 첨탑을 설계하고자 할 때, 벽을 다 쌓은 뒤 지붕을 얹으려면 지붕과 벽 사이의 연결 부분이 딱 맞도록 처리해야 구조적으로 안전하다. 탑의 벽면이 지붕에 닿을 부분을 미리 정확하게 처리한 뒤, 한번에 지붕을 얹을 수 있도록 정확한 수학적 계산에 의해 설계를 해야 한다.

이는 육각 연필을 연필깎기로 깎을 때 옆면과 깎인 부분 사이의 경계에 생기는 곡선의 방정식을 구하는 것과 같다. <표 3>의 그림에 있는 원뿔면과, 원뿔의 축에 평행한 평면이 만나는 곳에 생기는 곡선을 연필면을 따라 돌아가며 여섯 번 반복한 것이 바로 이 건축가가 원하던 곡선인데, 이것은 바로 '쌍곡선(hyperbola)'이고 방정식이 잘 알려져 있기 때문에 답을 얻을 수 있게 되었다.

<표 4> 포물선(Hyperbola) 및 쌍곡포물면의 건축

Graph	Image	건축형태
 직교좌표 O-xy에서 F(ae,0), F'(−ae,0)이라면 방정식은 =1(단, a>0, e=)이다. 이것을 쌍곡선의 표준방정식이라고 한다.	 잘 깎인 연필(상)과 원뿔과 평면이 만나는 모습(중), 원추형지붕을 갖는 첨탑(하)	 샹보르성(상) 터키 술레이마니사원(하)
 쌍곡포물면의 방정식 $\frac{x^2}{2z_0a^2}-\frac{y^2}{2z_0b^2}=1$		 Mobius House, Stephen Perrella, 1999

또한 2차곡면의 일반식은 x2/a2−y2/b2=2z(a,b>0)이다. yz평면 zx평면에 관하여 대칭이며, 또 이 곡면과 yz평면 및 zx평면과의 교선은 $x=0,\ -\frac{y^2}{b^2}=2z,\ y=0,\ \frac{x^2}{a^2}=2$로 주어지므로 각각 z축의 음의 방향으로 벌어지는 포물선, z축의 양의 방향으로 벌어지는 포물선이 된다. 특히, 이 곡면을 z=z0(z0≠0)으로 자르면, 단면(잘린 자리)에 나타나는 곡선은 $\frac{x^2}{2z_0a^2}-\frac{y^2}{2z_0b^2}=1$ 이 되며, 이것은 쌍곡선이다. 따라서 쌍곡포물면(Hyperbolic Paraboloid)이라는 이름이 붙여졌다.

곡률이 일정한 선사면이므로 시공도 용이하며 우아할 뿐 아니라 풍요한 표현성을 가지고 있는 것이 쌍곡포물면의 특징이며, 많은 사람들로부터 사랑을 받고 있는 이유이다. 그 경계를 어떻게 잘라내는가에 따라 직선에서 곡선으로 갖가지 변화하는 스카이 라인을 나타낸다.

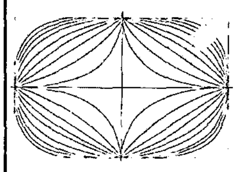
4.3. 수퍼타원

모나지도 않고 둥글지도 않고 구형과 타원의 중간적인 형으로서의 타원으로서, 수퍼타원은 스톡홀름의 4개의 도로가 모이는 세르게스토리광장의 형을 결정할 때, 덴마크의 물리학자이며 시인이기도 했던 피트 하인에 의해 주위 자동차의 흐름을 원활하게 하고 또한 공간을 효율적으로 이용하기 위해 고안되었다. 이 광장에는 지수 5/2가 사용되고 있는데 이는 둥글지도 네모나지도 않은 규형잡힌 형으로서 흔히 사용되고 있다. 또한 엑스포70 미국관이 사용했던 평면형도 수퍼타원이다.

4.4. 레무니스케이트 & 리머슨 카지오이드

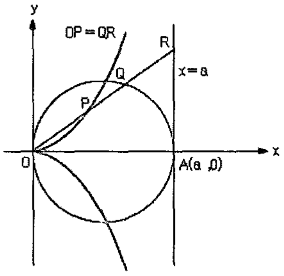
레무니스케이트는 2원과 원점을 지나는 동경과의 교차점 거리를 일정하게 유지하는 점의 궤적이며, O를 극으로 하고 2원

<표 4> 수퍼타원의 그래프와 건축형태

방정식	그래프	건축형태
타원은 (x/a)2 + (y/b)2 = 1로 나타내지만 지수가 2보다 커지면 점차 바깥으로 구형을 향해 한없이 접근해가는데, 이를 수퍼타원이라고 한다.	 수퍼타원	 수퍼타원에 의해 디자인된 엑스포'70미국관

을 기저로 하는 원의 시소이드(cissoid)이다.

질주선이라고도 부르는 이 방정식은 y2=x3/(a−x)과 같은 꼴이 되는데, 일반적으로 f(x)를 3차 이하인 다항식으로 할 때, 방정식 y2=f(x)/(a−x)로 표시되는 곡선이 시소이드이다.



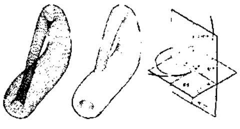
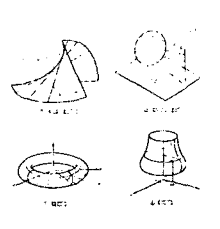
<그림 1> 시소이드 곡선

리머슨 카지오이드는 지름이 a인 원 위의 점 O를 끝점으로 하는 현(弦) OQ 위 또는 그 연장 위에 Q로부터의 길이 b인 선분 QP를 Q의 양쪽에 취할 때, Q가 이 원주 위를 움직일 경우의 P의 자취인 곡선을 말한다.

4.5. 곡면(Surface)

엄밀하게 말하면 2차원 위상다양체이나, 보통 직관적으로 '곡선이 움직이면 곡면이 된다'라든가, '입체의 표면은 곡면이다' 등으로 설명되거나, 또 곡면과 평면을 구별하여 평면이 아닌 면을 곡면이라 하는 경우도 있다. 원기둥면·원뿔면·구면 등

<표 5> 곡면과 곡면의 특성

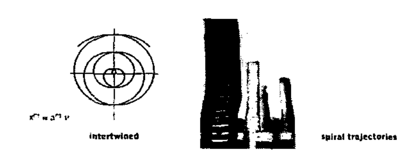
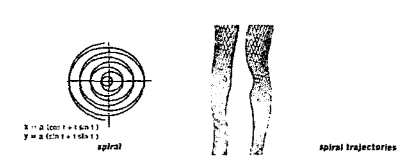
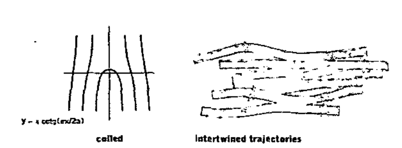
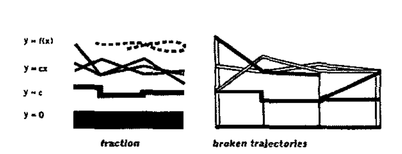
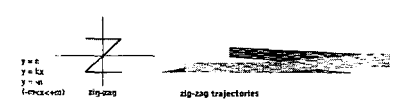
곡면	곡면의 특성	곡면의 형태
공간곡선	·3차원 곡선 ·곡선의 어느점에서의 접선은 그 점에서의 곡선방향 결정	
곡면	·곡면 위의 한 점에는 접평면이 존재한다. 접평면과 직교하는 법평면은 무수히 있으며 법평면이 곡면을 절단하는 단면은 접점에서 각기의 곡률을 가지고 있다. 이들 곡률 중 최대와 최소의 곱을 가우스 곡률이라한다. ·곡률 중심이 곡면의 어느 쪽에 위치하느냐에 따라 가우스곡률이 +인 경우는 그릇형이며 −곡면은 안장형이고, 0인 곡면은 단선직면이다.	

은 대표적인 곡면이다. 이들 곡면은 직교좌표계에 대한 방정식 f(x,y,z)=0, z=F(x,y), 또는 매개변수 u,v를 써서 x=f(u,v), y=g(u,v), z=h(u,v)로나타낼 수 있다.

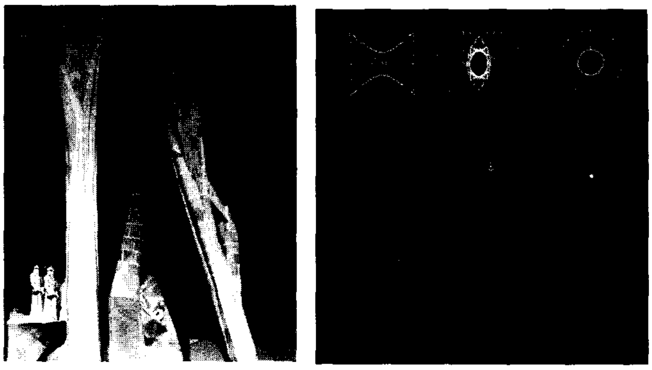
그리고 콤팩트인 곡면을 폐곡면, 콤팩트가 아닌 곡면을 개곡면이라 한다. 폐곡면은 경계가 없는 연속곡면이다. 특히 자기 자신을 자르지 않는 폐곡면을 단일폐곡면이라 하고 구면은 그 한 예이다. 구면과 같이 안팎을 구별할 수 있는 곡면이 있는 반면, 그렇지 않은 곡면도 있다. 뫼비우스의 띠(Möbius strip)가 이런 경우로서 이것은 직사각형 ABCD를 한번꼬아서 A와 C, B와 D를 붙이면 된다.

4.6. 수학의 형태화와 공간의 형태화

<표 6> 수학적 기하학 유추에 의한 건축 공간

형태의 기하학	수학 방정식 • 기하학과 건축형태	작가 및 작품
원의 인보류트		S & Aa (Federico SORIANO, Dolores), Europan 5
리머슨 카지오이드		Cecil BALMOND (Ove Arup), Actar ARQUICTECTURA, Telecommu-nication Tower
레무니스 케이트		FOA, Virtual House, 1997
쌍곡선과 타원		Chistina DIAZ MORENO, G House, 1999
다이어그램		Vincete GUALLART, House of seven peaks, 1998
지그재그		Alberto NICOLAU, Monste DOMINGUEZ, 1999

지금까지 다양한 수학적 기하학과 그 형태에 대해 살펴보았다. 이 외에도 본 논문에서 다루지 못한 공간의 형태에 응용되는 여러 수학적 곡선군들이 있다. 타원, 포물선, 현수선, 사이크로이드 • 트로코이드 등 너무나도 많은 곡선군들이 현대건축 공간의 형태를 유추해내는데 있어서 변형의 기본적인 원형의 역할을 하고 있다. <표 6>은 지금까지 설명된 수학 방정식들이 어떠한 기하학적 형태를 가지고 있으며, 현대건축에 적용된 사례는 무엇인지를 보여준다. 아래의 <그림 2>은 가우디의 파밀리아 성당의 기둥에 표현된 여러 가지 기하학적 형태들로 전술한 로빈의 예술적 차원의 기하학을 컴퓨터의 도움 없이 완성한 그의 천재적인 예술성을 보여주고 있다.



<그림 7> 가우디의 파밀리아 성당에 나타나는 다양한 기하학적 형태

5. 결론

현대의 추상적 수학을 처음 접하는 사람은 그 수학에 거부감을 일으킬 만큼 당황스러움을 느낄 수 있다. 하지만 이는 수학만으로 만들어진 이미지는 아니다. 물론 20세기 초에 현대수학의 대부분이 완성되었지만, 다양한 분야에서 많은 사람들이 응용하여 형태화시키기에는 특별한 도구가 필요하였던 것이다. 복잡한 수학적 기호를 단숨에 풀어내어 대중적으로 그 형태를 보여주는 열할을 하는 디지털이라는 하이테크놀로지가 있었기에 가능한 일인 것이다.

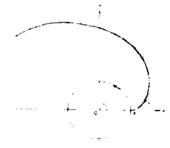
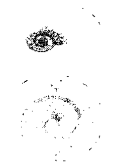
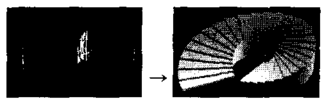
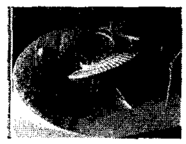
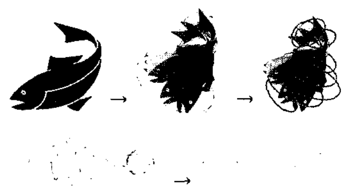
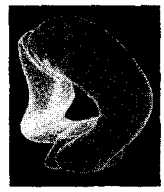
특히나 최근의 위상학적 기하학은 디지털의 발달과 함께 다양한 그래픽 효과로 그 능력을 최대한 발휘하고 있다. 컴퓨터기하학은 물론 그 텍스트에서 전해지는 느낌처럼 더더욱 디지털의 역할이 중요할 수밖에는 없다.

하지만 이러한 기하학들은 오래 전에 완성되어 최근에 디지털 도구에 의해 그 쓰임새가 폭 넓어졌지만, 기존의 유클리드 기하학을 부정만 하는 것은 아니다.

비록 비유클리드기하학이 기존의 기하학을 부정하면서 태어났고, 이 부정이란 의미가 이성적인 표현이지만 그 이성적인 표현 속에는 인간의 감성과 행태가 공존한다는 것을 볼 수 있다. 옛 그리스인들과 마찬가지로 로고스적인 관점에서 출발해서 데카르트처럼 '의심'으로부터 건축의 디지털리즘과 컴퓨터기하학을 분석할 수 있으리라 본다.

하지만 이를 좀 더 기하학적인 관점에서 생각을 해보면, 첫

<표 7> 생물학적 형태의 기하학적 디지털 형태유추 생성 과정

유추의 원형	기하학적 원형	기하학적 형태의 변형	유추 형태의 기하학적 변형(디지털 변형)	작 품
 앵무조개	 이보류트 와선			 House For The Third Millennium, 1994
 고등어	 트로코이드 삼각함수			 Stade Maritime, Ushida Findlay, 2002-2004
 모래언덕	 리머슨 카지오이드			 Objectile, 1960

째 자연의 모습이나 인간의 감성과 행태, 특히 인간의 해비테이션은 추상화와 일반화라는 양면성을 가지고 있다는 것을 알 수 있다. 둘째 인간을 자연의 한 단면으로 본다면, 인간을 포함한 자연을 추상화시키지 않고 있는 그대로 표현할 수 있는 방법은 비선형적인 표현 방법, 디지털적인 표현인 컴퓨터기하학에 의한 방법으로 가능하다. 그리고 셋째 인간의 감성과 행태 그리고 그 해비테이션은 이렇듯 디지털 테크놀로지에 의해서 새롭게 재창조되고 있는 것이다.

이상의 연구를 정리하면 다음과 같은 결론을 얻을 수 있다. 첫째, 우리는 자연을 항상 변화하고 움직이고 있는 것으로 해석하고, 이러한 자연의 일부분을 디자인의 유추 원형으로 삼아 초기 컨셉을 정한다. 그리고 둘째로 이러한 움직임을 표현하기 위해서 곡선군(群) 기하학 중에서 초기 유추 원형에 적합한 기하학을 디자인의 원형으로 삼는다. 셋째 선택한 기하학적 원형을 디지털 도구에 의해 변형의 과정을 거친다. 물론 변형의 과정은 각론, 행태 등 다양한 변수에 의해 진행된다. 그리고 마지막으로 이러한 변형의 과정을 거쳐 최종적인 공간의 형태를 만들어낸다. 물론 이는 역으로도 진행이 가능하다.

즉 고전적인 기하학이 추상화의 발판을 마련했다면 비선형적인 기하학은 원형을 표현하려고 더욱 노력하는 형국이다. 그러나 이러한 서로 상반된 두 가지 양면성이 따로 존재하는 것이 아니라 공존하고 있으며, 그 경계는 점점 블러(blur)되어 가고 있다.

우리는 여전히 고대의 유클리드기하학의 질서 속에 있다. 새로운 과학기술에 의한 새로운 질서가 발견되었음에도 불구하고 여전히 과거의 질서에서 진리를 찾고자 하고 있다. 하지만 이제 앞으로는 새로운 질서에 의한 새로운 표현방법론을 구축할 필요가 있겠다.

참고문헌

1. 89 Essays on 117 Treatises, Architectural THEORY(From the Renaissance to the Present), TASCHEN, 2003
2. Marie-Ange Brayer and Beatrice Simonot, ArchiLab's Earth Buildings, Thames & Hudson, 2003
3. Neil Leach, Designing For A Digital World, WILEY-ACADEMY, 2002
4. Manuel Gausa 외 5일, the metropolis dictionary of advance architecture, ACTAR, 2003
5. Robert Lawlor, sacred geometry, THAMES AND HUDSON, 1987
6. Ellen Luton, skin, princeton architectural press, 2002
7. Hugh Aldersey-Williams, zoomorphic-new animal architecture, LAURANCE KING, 2003
8. Garry Stevens, THE REASONING ARCHITECT, McGRAW-HILL PUBLISHING COMPANY, 1990
9. Keith Devlin, 수학:양식의 과학, 경문사, 1999
10. Keith Devlin, 수학의 언어, 해나무, 2004
11. Howard Eves(1999), 수학사, 경문사, 서울
12. 아게마츠 유우치, 건축공간의 미학, CApress, 2000
13. 김원갑, 메트로폴리스, 도서출판열린책들, 2002
14. 高橋연구실편, 건축형태의 디자인 원리, 김정태역, 기문당, 1990
15. 이정우, 접힘과 펼쳐짐, 초판, 기획출판거름, 서울, 2000
16. 지동표 계산적 설계를 위한 곡선과 곡면론, 서울대학교출판부, 1990
17. 이철재, 공간 재구성을 위한 Digital Synectics에 관한 연구, 한국실내디자인학회 논문집 제41호 2003.12

<접수 : 2004. 12. 31>