퍼지 및 지능시스템학회 논문지 2005, Vol. 15, No. 1, pp. 92-97

퍼지 펄스폭 변조 궤환 제어: 전역적 지능형 디지털 재설계 접근법

Fuzzy Pulse-Width-Modulated Feedback Control: Global Intelligent Digital Redesign Approach

이호재* · 주영훈** · 박진배*

Ho Jae Lee, Young Hoon Joo, and Jin Bae Park

* 연세대학교 전기전자공학과

** 군산대학교 전자정보공학부

요 약

본 논문은 비선형 제어 시스템을 효과적으로 모사하는 TS(Takaki-Sugeno: TS) 퍼지 시스템의 펄스폭 변조 (Pulse-Width Modulated: PWM) 궤환 제어기 설계 기법을 논의한다. 효율적이며 신뢰할만한 퍼지 PWM 제어기를 설계하기 위하여 전역적 지능형 디지털 재설계 기법(global intelligent digital redesign)을 이용한다. 우선 잘 설계된 아날로그 퍼지 제어기를 설계한 후 전역적 지능형 디지털 재설계 기법을 이용하여 디지털 퍼지 제어기를 설계한다. 유사한 전역적 상태정합 개념을 이용하여 재설계된 디지털 퍼지 제어기를 퍼지 PWM 제어기로 변환한다. 또한 재설계된 퍼지 PWM 제어기의 안정화 가능성을 조사한다.

Abstract

This paper discusses an intelligent digital redesign technique for designing a fuzzy pulse-width-modulated (PWM) control. First when we are given a well-designed fuzzy analog control, the equivalent digital control is intelligently redesigned. Using the similar technique we intelligently redesign the fuzzy PWM control from the intelligently redesigned fuzzy digital control. A stabilizability of the intelligently redesigned PWM control is rigorously analyzed.

Key words : 타카기-수게노 퍼지 시스템, 전역적 지능형 디지털 재설계, 퍼지 펄스폭 변조 궤환 제어, 안정도

1. 서 론

TS (Takagi-Sugeno) 퍼지 모델 기반 제어 기법은 1) 수학적으로 정의되기 어려운 비선형 혹은 불확실한 시스템의 모델링에 매우 효과적이며 2) 전문가의 지식과 선형 제어 이론을 손쉽게 결합할 수 있으며 3) 제어 신호를 구현을 위하여 여타 비선형 제어 기법에 비하여 상대적으로 적은 계산량을 요구하는 장점에 의하여 불확실 비선형 시스템을 위한 강력한 제어기법으로 인식되어 왔으며 많은 연구가 수행되었다 [1-12, 14].

펄스폭 변조 (Pulse-Width-Modulation: PWM) 기법은 인공위성의 자세제어, 스텝퍼 전동기(stepper motor)의 제어 [14], 신경 세포의 모델링등에 활용되었으며 최초의 산업적 활용 예는 Gouy에 의한 온도제어를 언급할 수 있다 [17].

PWM 제어의 가장 큰 장점은 실제 제어기 구현의 간단함이다. PWM 제어는 단지 2개 혹은 0을 포함한 3개의 값으로 표현되며 이의 스위칭 작동에 의하여 구현된다. 특히 PWM 제어는 외란에 둔감한 강인성과 동시에 제어 신호로서 대신호 (large signal)를 생성하므로 그 효율성이 매우 높다. 그러나 PWM 제어 법칙의 도입에 의한 시스템의 비선형화와 연속시간(continuous-time) 신호와 이산시간 신호(discrete-time) 신호의 혼재에 의한 제어 시스템의 혼합화는 PWM 제어 시스템의 해석을 어렵게 하며, 따라서 시스템의 안정도 분석 및 이를 보장하는 PWM 제어기의 설계를 난해하게 하는 단점을 보인다.

이러한 시스템 해석 및 설계의 복잡성에 의하여 PWM 제어 시스템에 관련된 연구결과는 매우 드문 실정이며 특히, 시스템의 안정도를 보장하는 PWM 제어기의 설계 기법의 개발 또한 연구성과가 활발히 제시되지 않는 실정이다 [18]. 1990년대에 들어 Shieh에 의하여 선형 시스템을 위한 PWM 제어기 설계를 위한 디지털 재설계 기법이 제시되었다 [14]. 그러나 시스템의 안정도가 고려되지 않았으며 비선형 시스템에는 적용 불가능한 단점을 보인다. 이는 기존의 디지털 재설계는 비선형 제어 시스템에 적용 불가능함에서 기인한다.

이러한 문제를 해결하기 위하여 저자는 비선형 제어 시스템을 효과적으로 모사가능한 TS 퍼지 시스템을 위한 지능형 디지털 재설계 기법을 개발하였으며 [2,4,5,16] 이를 이용하여 퍼지 PWM 제어기 설계 기법을 제시하였다 [15]. 그러나 [15]에서는 퍼지 PWM 제어기 설계기법은 전역적 상태정합이 아니라 국소적 상태 정합에 기반하였다. 더욱이 퍼지 PWM 제어 시스템의 안정도를 입증하지 않았다.

본 논문은 전역적 지능형 디지털 재설계 기법을 이용하여 비선형 시스템에 적용가능한 퍼지 PWM 제어기 설계 기법을 제시한다. 또한 재설계된 퍼지 PWM 제어기에 의한 시스

접수일자 : 2004년 10월 21일
완료일자 : 2005년 2월 5일
감사의 글 : 이 논문은 2003년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음(KRF-2003-041-D00212).

템의 안정화 가능성을 조사한다.

이어지는 다음 장은 TS 퍼지 시스템을 논의한다. 3장에서는 전역적 지능형 디지털 재설계를 논의하며 4장에서 전역적 상태 정합에 기반한 퍼지 PWM 제어기 설계 기법을 논의한다. 5장에서 결론을 맺는다.

2. TS 퍼지 모델 기반 제어기/관측기

다음과 같은 비선형 동적 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}_c(t) = f(x_c(t), u_c(t))$$
$$y_c(t) = h(x_c(t)).$$

여기서 $x_c(t)\in R^n$는 상태 벡터이며, $u_c(t)\in R^1$는 제어 입력이다. 첨자 c는 아날로그 제어를 의미하며, 첨자 d는 디지털 제어를 의미한다. 더욱이 첨자 p는 PWM 제어를 의미할 것이다. 벡터장(vector field) $f: U_x\times U_u\subset R^n\times R^1\to V_x\subset R^n$는 입력 $u_c(t)$에 대하여 유사(affine)함을 가정한다. 더욱이 $f(0,0)=0$이며 두 번 이상 미분 가능하며 [13, Ch. 14], $h: U_x\subset R^n\to V_y\subset R^p$, $y_c(0)=0$임을 부가적으로 가정하자. TS 퍼지 시스템은 다음의 조건들을 만족하는 비선형 사상(mapping) $\psi_x(x_c(t), u_c(t)): U_x\times U_u\to V_x$와 $\psi_y(x_c(t)): U_x\to V_y$으로 볼 수 있다:

$$\sup_{(x_c(t), u_c(t))\in U_x\times U_u} \| f(x_c(t), u_c(t)) - \psi_x(x_c(t), u_c(t))\| < \delta_f$$
$$\sup_{x_c(t)\in U_x} \| h(x_c(t)) - \psi_y(x_c(t))\| < \delta_h.$$

여기서 δ_f와 δ_h는 임의의 양의 수이며 이는 범용적 근사화(universal approximation)를 의미한다.

이제 앞서 고려한 비선형 동적 시스템의 국소적(local) 동특성을 표현하는 r개의 행렬들 $v_i=(A_i, B_i, C_i)$을 고려하자. 이들은 행렬 다각형(matrix polytope)

$$F = \mathbf{Co}\{[A_1, B_1, C_1], \cdots, [A_r, B_r, C_r]\}$$

을 나타내며 정의역(domain) $U_x\times U_u$와 공변역 (range) $V_x\times V_y$를 포함한다. 여기서 **Co**는 볼록 다각형의 내부(convex hull)를 의미하여 $A_i\in R^{n\times n}$, $B_i\in R^{n\times 1}$, $C_i\in R^{n\times p}$이다. 따라서 시각 t에서 다음의 관계를 만족하는 적절한 계수 θ_i, $i\in I_R$를 찾을 수 있다.

$$\psi_x(x_c(t), u_c(t)) = A(\theta)x_c(t) + B(\theta)u_c(t)$$
$$\psi_y(x_c(t)) = C(\theta)y_c(t).$$

여기서

$$A(\theta) = \mathbf{Co}\{A_1, \cdots, A_r\}$$

이며, $B(\theta) = \mathbf{Co}\{B_1, \cdots, B_r\}$, $C(\theta) = \mathbf{Co}\{C_1, \cdots, C_r\}$, $\sum_{i=1}^{r}\theta_i = 1$, $\theta_i\in R_{[0,1]}$, $i\in I_R=\{1,2,\ldots, r\}$이다. TS 퍼지 추론 시스템의 핵심은 계수 θ_i, 즉 퍼지 추론 시스템의 규칙 발화도(firing strength)를 퍼지 IF-THEN 규칙에 의하여 표현되는 전문가의 지식에 의하여 결정함에 있다.

이제 비선형 시스템을 효율적으로 표현할 수 있는 다음과 같은 TS 퍼지시스템을 고려하자 [4-10].

$$\begin{aligned} R^i:&\ \text{IF } z_1(t) \text{ is } \Gamma_1^i \text{ and } z_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i \\ &\text{THEN } \begin{array}{l}\dot{x}_c(t) = A_i x_c(t) + B_i u_c(t) \\ y_c(t) = C_i x_c(t)\end{array} \end{aligned} \tag{1}$$

여기서 R^i는 i번째 퍼지 규칙, $z_h(t)$는 h번째 전건부 변수를 의미한다. Γ_h^i, $i\in I_R$, $h\in I_N$는 i번째 규칙에서 h번째 전건부 변수의 퍼지 집합이다. 중심값-평균 비퍼지화, 곱셈 추론, 싱글톤 퍼지화를 사용하면 퍼지 추론 규칙 (1)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))(A_i x_c(t) + B_i u_c(t)) \\ y_c(t) &= \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))C_i x_c(t) \end{aligned} \tag{2}$$

여기서

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{h=1}^{n}\Gamma_h^i(z_h(t)), \quad \theta_i(z(t)) = \frac{\omega_i(z(t))}{\sum_{i=1}^{r}\omega_i(z(t))}$$

이며 $\Gamma_h^i(z_h(t))$는 h번째 전건부 변수 $z_h(t)$의 퍼지 집합 Γ_h^i에 대한 소속도를 나타낸다.

미리 잘 설계된 아날로그 자세 제어기는 디지털 제어기의 재설계에 사용될 것이다. 주어진 아날로그 제어기는 다음의 퍼지 추론 시스템으로 구성되며

$$\begin{aligned} R^i:&\ \text{IF } z_1(t) \text{ is } \Gamma_1^i \ \ldots\ z_n(t) \text{ is } \Gamma_n^i \\ &\text{THEN } u(t) = K_c^i x_c(t) \end{aligned} \tag{6}$$

제어기 규칙 (6)의 전역 동특성은 다음과 같이 표현된다.

$$u_c(t) = \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))K_c^i x_c(t) \tag{7}$$

식 (2)와 (7)로 구성된 폐루프 시스템은 다음과 같다.

$$\dot{x}_c(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\theta_i(z(t))\theta_j(z(t))(A_i + B_i K_c^j)x_c(t) \tag{8}$$

이제 디지털 TS 퍼지 제어 시스템의 이산화를 논의하자. 디지털 제어 시스템은 다음과 같은 형태로 표현되며

$$\dot{x}_d(t) = \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))(A_i x_d(t) + B_i u_d(t)) \tag{9}$$

$u_d(t) = u_d(kT)$는 샘플링 구간 $[kT, kT+T)$, $k\in Z_{\geq 0}$ 상에서 일정한 디지털 제어 입력이다. 디지털 제어기를 시간 구간 $\forall t\in[kT, kT+T)$에서 다음과 같은 형태로 가정하자.

$$\begin{aligned} R^i:&\ \text{IF } z_1(kT) \text{ is } \Gamma_1^1 \ \ldots\ z_n(kT) \text{ is } \Gamma_1^n \\ &\text{THEN } u_d(t) = K_i x_d(kT) \end{aligned} \tag{10}$$

여기서 $T>0$는 샘플링 주기이며, K_d^i는 재설계될 디지털 제어기의 이득 행렬이다. 전체적인 디지털 제어기는

$$u_d(t) = \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))K_d^i x_d(kT) \tag{11}$$

로 표현된다.

3. 지능형 디지털 재설계

지능형 디지털 재설계 문제란 매 샘플링 순간마다 아날로그 폐루프 시스템 (8)과 식 (9)와 (11)로 구성되는 디지털 폐루프 시스템의 상태를 최대한 근사하게 정합하도록 하는 디지털 제어기를 설계하는 것이다. 따라서 지능형 디지털 재설계 문제는 이산 시간으로 표현된 TS 퍼지 시스템을 사용하여 논의하는 것이 효율적이다.

가정 1: *모든 샘플링 구간에서 퍼지 추론 시스템의 i번째 규칙의 발화정도* $\theta_i(z(t))$*는 샘플링 순간의 값으로 근사화될 수 있다. 즉 구간* $[kT, kT+T)$*에서* $\theta_i(z(t)) \approx \theta_i(z(kT))$*이다. 결과적으로 비선형 행렬* $\sum_{i=1}^{r}\theta(z(t))A_i$*과* $\sum_{i=1}^{r}\theta(z(t))B_i$*는 상수 행렬* $\sum_{i=1}^{r}\theta(z(kT))A_i$*과* $\sum_{i=1}^{r}\theta(z(kT))B_i$*로 근사화 가능하다.*

정리 1: *디지털 TS 퍼지 시스템 (9)는 다음과 같이 이산화 가능하다.*

$$x_d(kT+T) = \sum_{i=1}^{r}\theta(z(kT))(G_i x_d(kT) + H_i u_d(kT)) \quad (12)$$

여기서 $G_i = \exp(A_i T)$, $H_i = (G_i - I)A_i^{-1}B_i$*이다.*

증명: 참고문헌 [4]를 참조하라. □

따라서 식 (12)와 식 (11)의 폐루프 시스템은 다음과 같이 구성된다.

$$x_d(kT+T) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\theta_i(z(kT))\theta_j(z(kT)) \times (G_i + H_i K_d^j)x_d(kT) \quad (13)$$

따름정리 1: *아날로그 폐루프 TS 퍼지 시스템 (8)은 다음과 같이 이산화 가능하다.*

$$x_c(kT+T) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r}\theta_i(z(kT))\theta_j(z(kT))\Phi_{ij}x_c(kT) \quad (14)$$

여기서 $\Phi_{ij} = \exp((A_i + B_i K_c^j)T)$*이다.*

증명: 정리 1로부터 쉽게 증명 가능하다. □

제어의 목적은 기존에 설계된 아날로그 퍼지 모델 기반 제어기를 지니는 폐루프 TS 퍼지 시스템의 전역적인 동특성을 가지는 디지털 재설계 기법을 개발하고, 그것에 의해 제어된 TS 퍼지 시스템의 안정도를 보장하는 것이다. 이를 위해 다음과 같은 두 가지의 포괄적인 지능형 디지털 재설계 문제를 생각할 수 있다.

문제 1: 이미 설계된 아날로그 퍼지 모델 제어기 제어 이득 행렬 K_c^i에 대해, 다음과 같은 중요한 목적을 만족시키는 이득 행렬 K_d^i를 재설계한다.

1) 식 (14)의 이산화된 상태 $x_c(kT)$는 디지털 폐루프 TS 퍼지 시스템 (14)의 상태 $x_d(kT)$와 전체적으로 모든 샘플링 순간 $t = kT, k \in Z_{\geq 0}$에서 거의 일치하도록 대응된다.

2) 디지털 제어입력 $u_d(kT)$에 의해 제어된 식 (9)는 전역에서 점근적으로 안정하다.

다음의 정리는 혼합 디지털 제어 시스템 (9)와 (11)의 안정도를 이산화된 시스템 (13)의 안정도로 판별가능함을 보여준다.

정리 2: *이산화된 폐루프 디지털 TS 퍼지 시스템 (13)이 점근적으로 안정하면 식 (9)와 (11)로 이루어진 폐루프 디지털 TS 퍼지 시스템 또한 점근적으로 안정하다.*

증명: 참고문헌 [4]를 참조하라. □

문제 2: 이제 문제 1은 다음과 같은 제약을 만족하는 K_d^i를 찾는 문제로 귀결된다.

1) $\|\Phi_{ij} - G_i - H_i K_d^j\| < \gamma,\ (i,j) \in I_R \times I_R$에서 γ를 최소화 한다.
2) Lyapunov 정리 관점에서 이산화된 폐루프 시스템 (12)는 전체 영역에서 점근적으로 안정하다.

위의 조건은 분명히 전형적인 볼록 최적화(convex optimization) 문제이다. 따라서, 선형행렬부등식(LMI)에 의해 수치적으로 풀 수 있다. 그러므로 다음과 같은 정리를 얻을 수 있다.

정리 3: *다음과 같은 부등식을 만족시키는 대칭 양의 한정 행렬 Q, 반양한정행렬 O, 상수 행렬* F_i*와, 매우 작은 양의 상수* γ*가 존재한다고 하면, 디지털 재설계 방법에 의해 설계된 퍼지 모델 기반 제어기에 의해 제어된 TS 퍼지 시스템 (11)의 이산화된 식 (12)의 상태* $x_d(kT)$*는 아날로그식으로 제어된 이산화된 식 (14)의 상태* $x_c(kT)$*에 가깝게 대응된다. 또한, 이산화된 TS 퍼지 시스템 (13)는 Lyapunov 정리 관점에서 전체 영역에서 점근적으로 안정하다.*

$$\underset{Q,O,F_i}{Minimize}\ \gamma \quad subject\ to$$

$$\begin{bmatrix} -\gamma Q & * \\ \Phi_{ij}Q - G_iQ - H_iF_j & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} -Q + (r-1)O & * \\ G_iQ + H_iF_i & -Q \end{bmatrix} < 0, \quad (i,j) \in I_R \times I_R \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} -Q - O & * \\ \left(\dfrac{G_iQ + H_iF_j + G_jQ + H_jF_i}{2}\right) & -Q \end{bmatrix} < 0, \ (i,j) \in I_J \times I_R \quad (16)$$

이 때, $*$*는 행렬의 대각선 대칭 요소이다.*

증명: 참고문헌 [4]를 참조하라. □

4. 전역적 상태 정합에 의한 PWM 제어기 설계

본 장에서는 앞 장에서 재설계된 지능형 디지털 제어기를 이용하여 퍼지 PWM 제어기를 설계한다. 다음과 같은 PWM 제어 입력을 갖는 TS 퍼지 시스템을 고려하자.

$$\dot{x}_p(t) = \sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(t))(A_i x_p(t) + B_i u_p(kT)) \quad (17)$$

여기서 PWM 제어기는 다음과 같이 표현된다.

$$u_p(t)=\begin{cases}0, & t\in[kT, kT+\delta_k)\\ \mathrm{sgn}\,(u_d(kT))M, & t\in[kT+\delta_k, kT+T_k+\delta_k)\\ 0, & t\in[kT+T_k+\delta_k, kT+T)\end{cases} \quad (18)$$

여기서

$$\mathrm{sgn}\,(u_d(x_p(kT))=\begin{cases}1, & u_d(x_p(kT))>0\\ 0, & u_p(x_p(kT))=0\\ -1, & u_p(x_p(kT))<0\end{cases}$$

이며, M은 미리 결정된 PWM 제어 입력의 크기, T_k는 구간 $[kT, kT+T)$에서의 발화시간이며 δ_k는 발화 지연시간이다.

재설계된 지능형 디지털 제어기에 의한 성능과 가능한 한 유사한 PWM 디지털 제어기를 설계하기 위한 한 가지 방법은 발화시간을 등가영역의 원리에 의하여 결정하는 것이다. 등가영역의 원리는 Andeen에 의하여 충분히 작은 샘플링 구간에서 유효함이 입증되었다 [19].

정리 4: *k번째 샘플링 순간에서 PWM 제어 신호의 발화시간 T_k와 지연시간 δ_k이 다음과 같이 결정된다면*

$$T_k=T\frac{u_d(kT)}{M}, \qquad \delta_k=\frac{1}{2}(T-T_k) \qquad (19)$$

PWM 제어기 (18)에 의하여 제어된 혼합 시스템 (17)의 상태 $x_p(kT)$는 디지털 제어 시스템 (13)의 상태 $x_d(kT)$와 근사하게 정합될 수 있다.

증명: 식 (18) 과 (17)에 의하여 구성된 PWM 제어 시스템의 일반해는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}x_p(kT+T) &= e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_iT}x_p(kT)\\ &+\int_{kT+\delta_k}^{kT+T_k+\delta_k} e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(kT+T-\tau)}\\ &\times\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)u_p(kT)d\tau.\end{aligned}$$

한편 폐루프 디지털 제어 시스템 (9)와 (11)의 일반해는 초기시간 $t_0=kT$으로부터 시각 $t=kT+T$에서 다음과 같이 표시된다.

$$\begin{aligned}x_d(kT+T) &= e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_iT}x_d(kT)\\ &+\int_{kT}^{kT+T} e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(kT+T-\tau)}\\ &\times\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)u_d(kT)d\tau.\end{aligned}$$

가정 $x_d(kT)=x_p(kT)$으로부터 전역적 상태 정합, 즉 $x_d(kT+T)=x_p(kT+T)$를 실현하기 위해서는 다음의 등식

$$\begin{aligned}&\int_{kT+\delta_k}^{kT+T_k+\delta_k} e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(kT+T-\tau)}\\ &\quad\times\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)u_p(kT)d\tau\\ &=\int_{kT}^{kT+T} e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(kT+T-\tau)}\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)\\ &\quad\times u_d(kT)d\tau.\end{aligned}$$

이 만족되어야 한다. 가정 1을 상기하여 위의 식을 풀면 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}&\Big(\exp\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_iT\Big)-I\Big)\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i\Big)^{-1}\\ &\quad\times\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)u_d(kT)\\ &=\Big(\exp\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(T-\delta_k)\Big)\\ &\quad-\exp\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(T-T_k-\delta_k)\Big)\Big)\\ &\quad\times\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i\Big)^{-1}\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)M.\end{aligned}$$

2차의 테일러 급수를 전개하면 다음을 얻으며

$$\begin{aligned}&\Big(I+\frac{1}{2!}\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT)A_i\Big)T\Big)\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)\ u_d(kT)\\ &=T_k\Big(I+\frac{1}{2!}\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT)A_i\Big)(2T-2\delta_k-T_k)\Big)\\ &\quad\times\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)M.\end{aligned}$$

위의 등식을 만족시키는 조건은 (12)임을 알 수 있다. □

참고 1: *참고문헌 [15]에서의 PWM 제어기 설계를 위한 상태 정합은 각 퍼지 규칙의 후건부를 구성하는 부 시스템을 대상으로 유도되었으나 본 논문에서는 전역적 동적 시스템을 이용하여 전역적 상태 정합을 유도하였다.*

정리 4: *이산화된 폐루프 디지털 제어 시스템 (13)이 점근적으로 안정하다고 가정하면 혼합 PWM 제어 시스템 (17)과 (18), (19)의 평형점 $x_{p_{eq}}=[0]$ 또한 점근적으로 안정하다.*

증명: 미분 방정식 (17)과 (18)의 임의의 해는 시간구간 $[kT, kT+\delta_k]$에서 다음과 같이 표시되며

$$x_p(t)=e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))(t-kT)}x_p(kT)$$

한편 $\delta_k\le\frac{T}{2}$를 만족하므로 해당구간에서의 일반해의 놈(norm)은 다음의 부등식을 만족한다.

$$\begin{aligned}||x_p(t)|| &\le\Big|\Big|e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(t-kT)}\Big|\Big|\,||x_p(kT)||\\ &\sup_{z\in U_z} e^{\left|\left|\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i\right|\right|\frac{T}{2}}||x_p(kT)||\\ &\le\sup_{i\in I_R} e^{||A_i||\frac{T}{2}}||x_p(kT)||\\ &=\mu_1||x_p(kT)||\end{aligned}$$

한편 시간구간 $t\in[kT+\delta_k, kT+\delta_k+T_k]$에서 다음과 같은 부등식을 만족한다.

$$\begin{aligned}||x_p(t)|| &\le\Big|\Big|e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(t-kT-\delta_k)}\Big|\Big|\,||x_p(kT+\delta_k)||\\ &+\Big\|\int_{kT+\delta_k}^{t} e^{\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i(t-\tau)}\\ &\quad\times\Big(\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big)u_p(\tau)d\tau\Big\|\\ &\le\sup_{z(kT)\in U_z}\Big\{e^{\left|\left|\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i\right|\right|T}||x_p(kT)||\\ &\quad+T_k e^{\left|\left|\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))A_i\right|\right|T}\\ &\quad\times\Big\|\sum_{i=1}^{r}\theta_i(z(kT))B_i\Big\|M\Big\}\end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&\le \sup_{(i,j,h)\in I_R\times I_R\times I_R}\{e^{\|A_i\|T}\|x_p(kT+\delta_k)\| \\
&\qquad + Te^{\|A_i\|T}\|B_j\|\|K_d^h\|\|x_p(kT)\|\} \\
&\le \sup_{(i,j,h)\in I_R\times I_R\times I_R}\{e^{\frac{3}{2}\|A_i\|T} \\
&\qquad + Te^{\|A_i\|T}\|B_j\|\|K_d^h\|\}\|x_p(kT)\| \\
&= \mu_2\|x_p(kT)\|
\end{aligned}
$$

유사한 방법으로 시간구간 $t\in[kT+\delta_k+T_k, kT+T]$에서는

$$
\begin{aligned}
\|x_p(t)\| &\le \left\| e^{\sum_i^r \theta_i(z(kT))A_i(t-kT-\delta_k-T_k)}\right\| \\
&\quad \times\|x_p(kT+\delta_k+T_k)\| \\
&\quad \sup_{z\in U_z} e^{\left\|\sum_i^r \theta_i(z(kT))A_i\right\|\frac{T}{2}}\|x_p(kT+\delta_k+T_k)\| \\
&\le \sup_{i\in I_R} e^{\|A_i\|\frac{T}{2}}\|x_p(kT+\delta_k+T_k)\| \\
&\le \sup_{(i,j,h)\in I_R\times I_R\times I_R}\{e^{2\|A_i\|T} \\
&\qquad + Te^{\frac{3}{2}\|A_i\|T}\|B_j\|\|K_d^h\|\} \\
&\qquad \times\|x_p(kT)\| \\
&= \mu_3\|x_p(kT)\|
\end{aligned}
$$

을 만족한다. 여기서 μ_1, μ_2, μ_3은 각각 k에 독립적으로 선정된다. 이는 샘플링 구간 $[kT, kT+T)$에 대하여 상태 $\|x_p(t)\|$는 $\mu\|x_p(kT)\|$, $\mu=\max\{\mu_1,\mu_2,\mu_3\}$에 의하여 한정됨을 의미한다. 따라서 $x_p(t)$ 는 $x_p(kT)$와 $x_d(kT)$와 함께 평형점으로 점근적으로 수렴함을 알 수 있으며 일반해는 점근적으로 안정함을 보장한다. □

5. 결 론

본 논문은 전역적 상태 정합에 기반한 퍼지 PWM 제어기 설계 기법을 제안하였다. 효율적으로 퍼지 PWM 제어기를 설계학 위하여 전역적 지능형 디지털 재설계 기법을 이용하여 안정도와 제어 성능을 보장하는 디지털 퍼지 제어기를 설계한 후, 유사한 방법에 의하여 전역적 상태 정합을 보장하는 퍼지 PWM 제어기를 설계하였다. 또한 퍼지 PWM 제어기에 의한 안정화 가능성을 입증하였다.

참 고 문 헌

[1] H. J. Lee, J. B. Park, and G. Chen, "Robust fuzzy control of nonlinear systems with parametric uncertainties," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 9, no. 2, pp. 369-379, 2001.

[2] Y. H. Joo, L. S. Shieh, and G. Chen, "Hybrid state-space fuzzy model-based controller with dual-rate sampling for digital control of chaotic systems," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 7, no. 4, Aug., 1999.

[3] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of robust fuzzy-model-based controller with sliding mode control for SISO nonlinear systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 125, no. 1, pp. 1-22, 2002.

[4] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Design of sampled-data fuzzy-model-based control systems by using intelligent digital redesign," IEEE Trans. Circuits Syst. I, vol. 49, no. 4, pp. 509-517, 2002.

[5] W. Chang, J. B. Park, and Y. H. Joo, "GA-based intelligent digital redesign of fuzzy-model-based controllers," IEEE Trans. Fuzzy Systems, vol. 11, no. 1, pp. 1-10, 2003.

[6] W. Chang, J. B. Park, Y. H. Joo, and G. Chen, "Static output feedback fuzzy controller for Chen's chaotic attractor with uncertainties," Inform. Sci., vol. 151, pp. 227-244, 2003.

[7] K. Kiriakidis, "Fuzzy model-based control of complex plants," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, no. 4, 1998.

[8] J. Ma and G. Feng, "An approach to H_∞ control of fuzzy dynamic systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 137, no. 3, pp. 367-386, 2003.

[9] H. J. Lee, J. B. Park, and Y. H. Joo, "Comments on "Output tracking and regulation of nonlinear system based on Takagi-Sugeno fuzzy model"," IEEE Trans. Syst., Man, Cybern. B, vol. 33, no. 3. pp. 521-523, 2003.

[10] X. J. Ma and Z. Q. Sun, "Analysis and design of fuzzy controller and fuzzy observer," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, no. 1, pp. 41-51, 1998.

[11] K. Tanaka, T. Ikeda, and H. O. Wang, "Fuzzy regulator and fuzzy observer: relaxed stability conditions and LMI-based designs," IEEE Trans. Fuzzy Syst., vol. 6, no. 2, pp. 250-265, 1998.

[12] J. Yoneyama, M. Nishikawa, H. Katayama, A. Ichikawa, "Design of output feedback controllers for Takagi-Sugeno fuzzy systems," Fuzzy Sets Syst., vol. 121 pp. 127-148, 2001.

[13] K. Tanaka and H. O. Wang, Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach, NY: Wiley, 2001.

[14] L. S. Shieh, W. M. Wang, M. K. Appu Panicker, "Design of PAM and PWM digital controllers for cascaded analog systems," ISA Trans. vol. 37, pp. 201-213, 1998.

[15] 이연우, 주영훈, 이호재, 박진배, "지능형 디지털 재설계를 이용한 비선형 인공위성의 디지털 PWM 정밀 자세 제어기의 개발," 한국 퍼지 및 지능시스템학회 논문지, vol. 14, no. 6, 726-731, 2004.

[16] 이호재, 주영훈, 박진배, "디지털 재설계를 이용한 관측기 기반 디지털 퍼지 제어기 설계," 한국 퍼지 및 지능시스템 학회 논문지, vol. 13, no. 5, pp. 520-525, 2003.

[17] M. Gouy, "On a constant temperature oven,"' J. Phsique, vol. 6, no. 3, pp. 479-483. 1897.

[18] C. M. Kellett, H. Shim, and A. R. Teel, "Further results on robustness of (possibly discontinuous) sample and hold feedback," IEEE Trans. Automat. Control, vol. 49, no. 7, pp. 1081-1089, 2004.

[19] R. E. Andeen, "The principle of equivalent areas," Trans. AIEE, vol. 79, pp. 332-336, 1960.

저 자 소 개

이호재(Ho Jae Lee)
1998년 : 연세대학교 전기공학과 졸업
2000년 : 연세대학교 대학원 전기공학과 졸업 (석사)
2004년 : 연세대학교 대학원 전기전자공학과 졸업 (공학박사)

관심분야 : TS 퍼지 시스템, 퍼지 PID 제어, 지능형 디지털 재설계.
Phone : 02-2123-2773
Fax : 02-362-4539
E-mail : mylchi@control.yonsei.ac.kr

주영훈(Young Hoon Joo)

제 14권 7(2004년 12월호) 참조

박진배(Jin Bae Park)

제 14권 7(2004년 12월호) 참조