[논 문] - 비파괴검사학회지
Journal of the Korean Society for Nondestructive Testing
Vol. 25, No. 1 (2005. 2)

광탄성 4단계 위상이동법을 이용한 TV 유리패널의 등색프린지 분포측정

Measurement of Isochromatic Fringe Distribution of a TV Glass Panel by Use of Photoelastic 4-step Phase Shifting Method

백태현*†, 김명수**, 조성호***

Tae Hyun Baek*†, Myung Soo Kim** and Seong Ho Cho***

초 록 본 연구에서는 TV 유리패널의 등색프린지 분포를 광탄성 4단계 위상이동법에 의하여 측정한 실험결과를 제시하였다. 재래식 광탄성법에서는 등색 프린지 차수를 각각의 점에 대해서 수작업으로 측정한다. 4단계 위상이동법을 이용하기 위하여, 원형편광기 요소들은 등색프린지분포가 측정되는 지점 혹은 선상을 따라 등경각 방향에 일치시켜야 한다. 4단계 위상이동법은 원형편광기의 검광판을 0°, 45°, 90° 및 135° 회전시켜 얻은 4개의 영상을 이용한다. 4단계 위상이동법을 적용하기 위해서는 등경각이 측정하고자 하는 지점이나 선상에 일치하도록 편광기 요소를 정렬시켜야 한다. 4단계 위상이동법으로부터 얻은 실험결과는 세나르몽보간법에 의해 측정한 값과 비교한 결과 서로 잘 일치하였다. 또한, TV 유리패널의 열처리 전·후에 등색프린지 분포를 비교하였다. 측정 결과, TV 유리패널의 열처리 전·후의 등색프린지 차수는 약 2배정도 차이가 나타났다.

주요용어: 광탄성, 4단계 위상이동법, 세나르몽 보간법, 타디보간법, 등색프린지, TV 유리패널

Abstract This paper presents the experimental results measured by photoelastic 4-step phase shifting method for the isochromatic fringe distribution in a TV glass panel. In the conventional photoelastic method, the isochromatic fringe orders are measured manually point by point. The 4-step phase shifting method uses four images obtained from a circular polariscope by rotating the analyzer to 0°, 45°, 90°, and 135°. In order to use the 4-step phase shifting method, the elements of a polariscope should be aligned to isoclinic direction at a point and/or along a line where isochromatic fringe distribution is measured. Experimental results obtained from the 4-step phase shifting method are compared with those measured by the Senarmont compensation method. Both results are well agreed. Then, isochromatic fringe distributions in the TV glass panel that is heat-treated before and after are compared. Maximum and minimum isochromatic fringe orders in the TV glass panel with before- and after-heat treatment are changed approximately two times.

Keywords: Photoelasticity, 4-step phase shifting method, Senarmont compensation method, Tardy compensation method, Isochromatic fringe, TV glass panel

(접수일: 2004. 8. 9, 심사완료일: 2004. 9. 22) * 군산대학교 기계공학부, ** 군산대학교 전자정보공학부, *** 군산대학교 대학원(현 나노앤기가(주)근무), † Corresponding author: School of Mechanical Engineering, Kunsan National University, Kunsan 573-701 (Email: thbaek@kunsan.ac.kr)

1. 서 론

부재가 하중을 받을 때 물체 내부에 응력이 발생된다. 투명한 고분자재료의 경우, 응력에 의해 분자의 배열의 변화가 일어나며 이로 인해 굴절율이 달라진다. 이러한 복굴절 현상은 응력의 크기와 관계되며, 복굴절 현상을 이용하여 물체 내부의 응력을 측정하는 방법이 광탄성(photoelasticity)법이다[1-3]. 그동안 광탄성을 이용한 응력해석법에 관한 이론은 잘 확립되었으며 여러 공학분야에 적용된 사례가 많다[4-6].

본 연구에서는 TV 유리패널(TV glass panel)에서 잔류응력(residual stress)에 의해 나타나는 등색프린지(isochromatics) 분포를 측정하였다. 일반적으로 유리제품은 유리 원료를 용융하고 성형하는 제조과정에서 갑자기 가열시키거나 냉각시킬 경우가 있다. 이 경우에 유리의 점탄성(viscoelastic property)으로 인하여 냉각과정에서 온도구배가 발생되며, 이로 인하여 재료내부에 잔류응력이 발생된다. 유리의 표면에 인장력을 제거하여 내부적으로 강도를 높이기 위하여 만든 것이 강화유리(tempered glass)이다. 잔류응력 해석은 강화유리를 제조하는데 있어서 중요한 일이다. 따라서, 잔류응력을 제거하기 위해서는 유리내에 분포되어 있는 잔류응력에 의한 프린지를 정확히 측정해야 한다[7,8].

프린지 분포를 정밀하게 측정하기 위해 사용된 기법은 광탄성기법중 4단계 위상이동법(4-step phase shifting method)[9], Senarmont 및 Tardy 보간법(compensation method)을 이용하였다[2,3]. 위상이동법으로부터 얻은 이미지를 이용하여 TV 유리패널의 프린지 형태를 확인하기 위하여 프린지의 증식(doubling) 및 세선처리(sharpening) 기법을 적용하였다[10]. 본 논문에서는 TV 유리패널에 대해서 열처리 전·후에 수평 및 수직선상의 등색프린지 분포를 4단계 위상 이동법을 이용하여 열처리 효과에 따른 프린지 분포의 정량적 자료를 제시하고자 한다.

2. 광탄성 이론

2.1. 편광이론

편광기의 광강도는 Jones Matrix를 이용하여 편리하게 계산될 수 있다[11]. 원형편광기는 Fig. 1 과 같이 선형편광판(linear polarizer) P, 2개의 4분파판(quarter-wave plate) Q, 지연시편(retarder) R, 검광판(analyzer) A 로 구성되어 있다. 각 요소의 방향은 수평축과 편광축사이의 각도를 나타내는 아래첨자로 표기하였다. 예를 들면 P_{90} 는 광투과축(transmission axis)이 수평축으로부터 90°, $R_{\alpha,\delta}$ 는 시편의 지연(retardation)이 δ 이고 고속축(fast axis)이 x-축과 $(90^{o}-\alpha)$의 각도를 이룬다. 또한 Q_{ϕ} 는 고속축의 각도가 수평축으로부터 ϕ 이며, A_{β} 는 광투과축이 수평축과 β 각도이다.

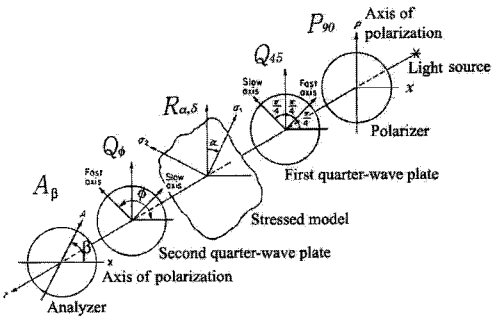


Fig. 1 Optical arrangement of a circular polariscope

Fig. 1에서 검광판으로부터 출력되는 수직 및 수평방향 광신호의 전기장(electric field) 성분 E_x 및 E_y 는 Jones 대수학을 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다[11].

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2\beta & \sin\beta\cos\beta \\ \sin\beta\cos\beta & \sin^2\beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i\cos^2\phi+\sin^2\phi & (i-1)\sin\phi\cos\phi \\ (i-1)\sin\phi\cos\phi & i\sin^2\phi+\cos^2\phi \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} e^{i\delta}\cos^2\alpha+\sin^2\alpha & (e^{i\delta}-1)\sin\alpha\cos\alpha \\ (e^{i\delta}-1)\sin\alpha\cos\alpha & e^{i\delta}\cos^2\alpha+\sin^2\alpha \end{bmatrix} \left(\frac{i+1}{2}\right) \begin{bmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} ke^{i\omega t} \quad (1)$$

식 (1)에서 $i=\sqrt{-1}$ 이다. 따라서 광신호의 광강도(light intensity) I 는

$$I = \overline{E}_x E_x + \overline{E}_y E_y \quad (2)$$

로 표현되며, 윗 식에서 $\overline{E_x}$ 와 $\overline{E_y}$ 는 E_x 와 E_y 의 공액복소수(complex conjugate)를 나타낸다. 식 (1)을 식 (2)에 대입하여 다음의 식을 얻을 수 있다.

$$I = K[1-\sin 2(\beta-\phi)\cos\delta-\sin 2(\phi-\alpha)\cos 2(\beta-\phi)\sin\delta] \quad (3)$$

식 (3)에서 K 는 검광판의 최대광강도를 나타내는 상수이다.

2.2. 4단계 프린지 위상이동법

식 (3)에서 주응력 차이에 관계되는 상대지연 (relative retardation) δ 는 Fig. 1의 편광판 요소를 Table 1과 같이 정렬하여 4단계 프린지 위상이동법으로 구할 수 있다.

Table 1에서 검광판으로부터 출력된 광강도에 관한 식을 정리하면 다음과 같다.

$$\frac{I_4-I_2}{I_3-I_1}=\frac{\cos 2\alpha \sin\delta}{\cos\delta} \tag{4}$$

$\alpha=0$ 또는 $\alpha=\pm\pi$ 인 경우, $\delta=2\pi N$ 의 관계로부터

$$N=\frac{1}{2\pi}\tan^{-1}\left(\frac{I_4-I_2}{I_3-I_1}\right) \tag{5}$$

식 (5)에서 N은 등색프린지 차수이다. 4단계 위상이동법은 식 (4)에서 보인 바와 같이 $\alpha=0$ 또는 $\alpha=\pm\pi$ 인 경우에 유효하며, 그렇지 않은 경우에 등색프린지 차수 N은 등경선의 각도에 따른 오차가 포함된다.

2.3. Tardy 보정법

광탄성에서 주응력의 차이에 나타나는 등색선프린지 차수는 Fig. 1과 같이 편광판, 두 개의 4분파판, 그리고 검광판으로 구성된 원형편광기로부터 소수의 등색 프린지차수를 얻을 수 있다. 식 (3)으로부터 검광판의 회전각 β에 대해 최대 혹은 최소강도에 필요한 α 와 δ 는 아래의 관계로부터 얻을 수 있다.

$$\frac{\partial I}{\partial\alpha}=0 \quad \text{그리고} \quad \frac{\partial I}{\partial\delta}=0 \tag{6}$$

식 (6)을 만족하는 α 와 δ의 최소값은 다음과 같다[2].

$$\alpha=\frac{n\pi}{2} \text{ 그리고 } \delta=2\gamma\pm 2n\pi, \quad \text{단 } n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ \cdots \tag{7}$$

식 (7)의 γ는 식 (3)으로부터 $\gamma=\pi-(\beta-\phi)$의 관계를 갖는다. 위의 결과로부터 주응력 방향이 편광판 축에 평행할 때 ($\alpha=0,\pi/2,\ldots$)는 $I=0$이 된다. 따라서, 소수의 프린지값(fractional fringe order), N은 다음의 식 (8)과 같다.

$$N=\frac{\delta}{2\pi}=n\pm\frac{\beta}{\pi} \tag{8}$$

2.4. Senarmont 보정법

일반적으로 유리시편이 도달할 수 있는 최대 상대광로차는 대부분의 경우 $N<1$ 이다. 따라서 유리시편에서는 등색프린지를 뚜렷히 식별할 수 없으므로 보간법을 이용하여 측정해야 한다. 여러 가지 보간법중 Senarmont 보간법[3]이 주로 사용된다. Senarmont 보간법은 선형편광 배열(linear polarizing arrangement)에서 한 개의 4분파판이 추가된 형태이다. Fig. 2는 Senarmont 보간법에 사용되는 편광판의 기본적인 배열을 나타내고 있다.

시편의 주응력 방향이 입사광의 편광축에 45°회전되어 있다. 이는 모든 평관판을 측정하고자 하는 위치에서 45°만큼 회전되어야 함을 의미하기도 한다. Senarmont 보간법의 일반적인 프린지 관계식은 다음의 식 (9)와 같다.

$$N=n\pm\frac{\beta}{\pi} \tag{9}$$

Table 1 Polariscope configuration and output intensities of 4-step phase shift method

No.	Arrangement	Output Intensity	Fringe Pattern
1	$P_{90}Q_{45}R_{\alpha,\delta}Q_{-45}A_{0}$	$I_1=K(1-\cos\delta)/2$	Circular Polariscope: Dark Field
2	$P_{90}Q_{45}R_{\alpha,\delta}Q_{-45}A_{45}$	$I_2=K(1-\cos 2\alpha\ \sin\delta)/2$	None
3	$P_{90}Q_{45}R_{\alpha,\delta}Q_{-45}A_{90}$	$I_3=K(1+\cos\delta)/2$	Circular Polariscope: Light Field
4	$P_{90}Q_{45}R_{\alpha,\delta}Q_{-45}A_{135}$	$I_4=K(1+\cos 2\alpha\sin\delta)/2$	None

일반적으로 광탄성 보간법에서 각도 β는 3도 이내로 정확히 측정할 수 있다. 이는 곧 측정 정확도가 3/18≒0.02 프린지에 해당하는 것을 의미한다.

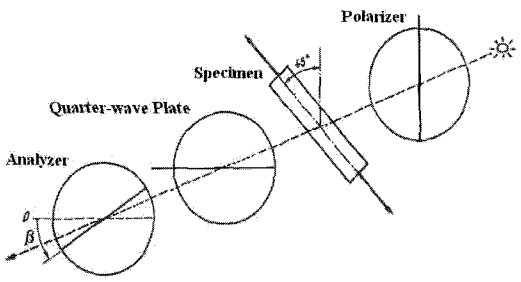


Fig. 2 Optical arrangement for Senarmont compensation method

3. TV Glass Panel의 광탄성 실험

본 연구에서는 4단계 프린지 위상이동법 및 Senarmont 보간법을 이용하여 TV 유리패널의 잔류응력에 의한 등색프린지 분포를 측정하였다. 본 실험에 사용된 재료는 23" TV 유리패널이며, 정상 서냉한 유리와 열처리과정을 거친 유리에 분포된 등색프린지를 측정하여 박막응력(membrane stress) 분포 자료를 제시하였다.

본 연구에서는 박막위치에 따른 프린지 차수의 측정에 한하며, 유리패널의 박막위치에 따라 두께가 서로 다르므로 프린지는 두께방향의 평균프린지가 나타난다. 따라서 유리패널의 박막에 발생된 잔류응력은 유리재료의 광탄성 상수와 두께에 대한 영향을 고려해야 한다.

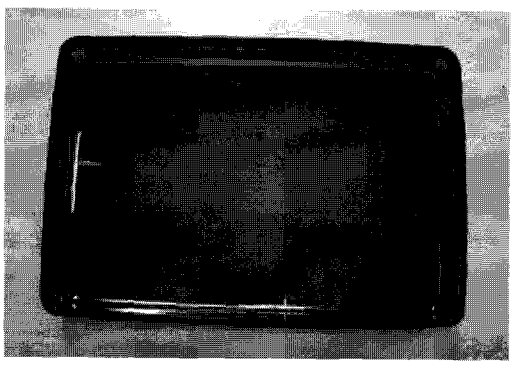


Fig. 3 TV glass panel before heat treatment (23")

Fig. 3과 Fig. 4는 열처리 전·후의 TV 유리패널을 나타낸다. TV 유리패널은 응력 분포가 상·하, 좌·우가 대칭이므로 1/4부분만을 택하여 등색프린지 분포를 측정하였다. 암시야 배열에서 열처리 후의 유리패널(Fig. 3)에 나타난 등경각이 0° 일때의 등경프린지 패턴은 Fig. 5와 같다. Fig. 5에서 보인 바와 같이 등경프린지는 수평 및 수직 방향으로 분포되었다. 따라서, 수평 및 수직방향으로 분포된 등색프린지 분포를 구하기 위하여 4-단계 위상이동법을 적용할 수 있다.

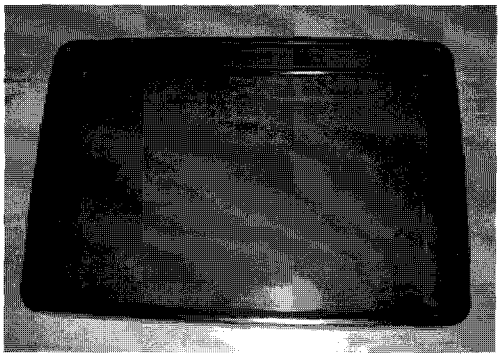


Fig. 4 TV glass panel after heat treatment (23")

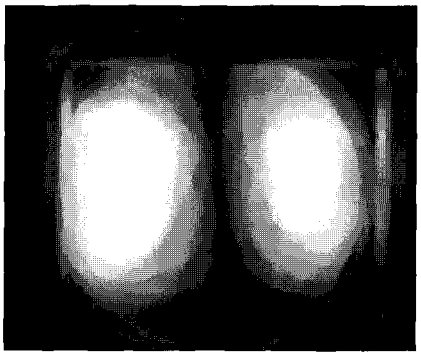
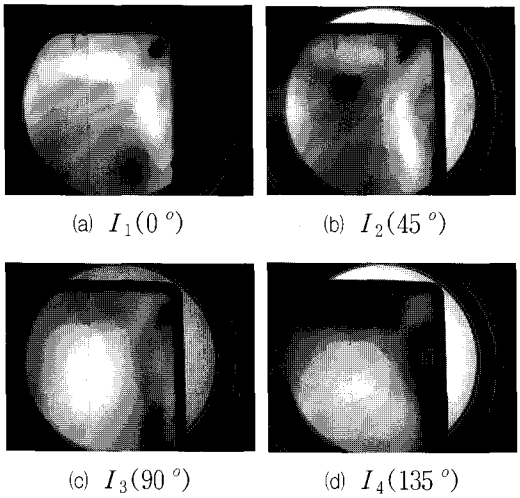


Fig. 5 Isoclinic fringe distribution at $\alpha = 0^{\circ}$

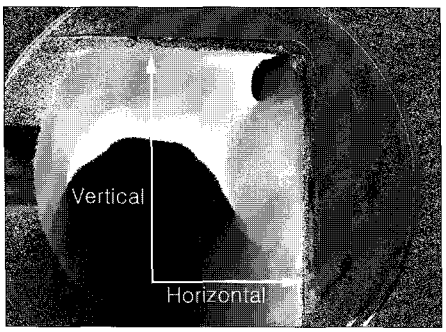
암시야 배열의 원형편광상태의 배열로부터 광검광자를 0°, 45°, 90° 및 135° 회전시켜 4-단계 위상이동법에 필요한 4개의 영상을 얻는다. Fig. 6은 검광자를 위와 같은 각도로 회전시켜 얻은 4개의 영상이다. Fig. 6의 4개의 영상은 원형편광상태의 배열로부터 얻은 영상이며 검광자의 회전각에 따라 등색프린지가 이동된 것을 알 수 있다. 이러한 4개의 영상을 이용, 식 (4)를 적용한 등색프린지 위상맵(isochromatic fringe phase map)은 Fig. 7과 같다.



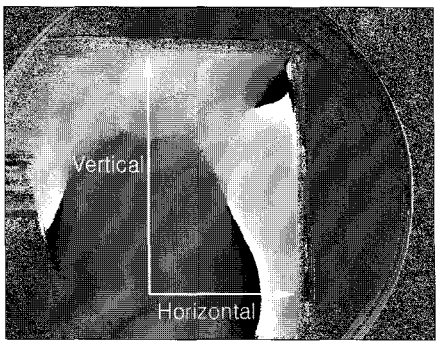
(a) $I_1(0^o)$ (b) $I_2(45^o)$

(c) $I_3(90^o)$ (d) $I_4(135^o)$

Fig. 6 Isochromatic fringe shifted patterns obtained by rotating analyzer



(a) 0° polarizing axis

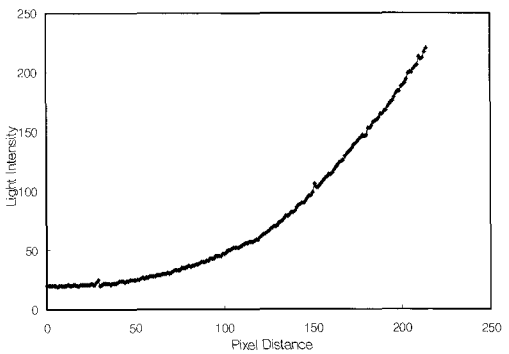


(b) 90° polarizing axis

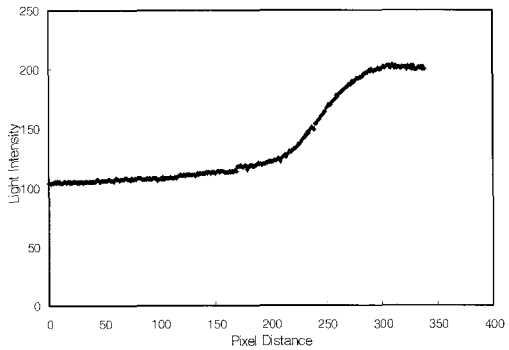
Fig. 7 Isochromatic phase map obtained from four images in Fig. 6

Fig. 7의 (a)는 편광판(polarizer)의 편광축이 0° 일때의 위상맵이고, 수직(vertical) 방향의 위상변화를 살펴보면 위상점프(phase jump)가 일어났음을 알 수 있다. 이로부터 편광기 전체를 90° 회전하여 4개의 이미지를 적용하였을 때는 (b)와 같으며, 수평(horizintal) 방향으로 위상점프가 발생한 위상맵을 얻었다.

Fig. 7의 (a)와 (b)를 살펴보면 등경각의 영향으로 위상점프가 90° 방향으로 서로 다르게 나타난다. 위와 같이 2개의 위상맵으로부터 위상점프가 발생되지 않은 광강도분포로부터 프린지의 증감을 알 수 있다. 예를 들면, Fig. 7 (a)에서는 수평방향으로 위상점프가 일어나지 않았으며, 광강도 분포가 중심에서 가장자리 방향으로 증가함에 따라 등색프린지 차수 분포도 증가한다. 또한, Fig. 7 (b)에서는 수직방향으로 위상점프가 발생되지 않았으며, 광강도 분포의 증가에 따라 등색프린지 차수 분포도 증가한다. 그러나, Fig. 7의 (a), (b)에서 위상점프가 발생할 경우 위상펼침알고리듬[6]에 의하여 제거한 후, 두 개의 결과로 값을 비교했을 경우에 동일한 프린지 분포가 나타났다. Fig. 7의 (a)와 (b)에서 위상점프가 나타나지 않은 선상에서의 광강도는 Fig. 8과 같다.



(a) Horizontal line



(b) Vertical line

Fig. 8 Light intensity distribution along horizontal and vertical line of Fig. 7

한편으로 TV 유리패널에 나타난 등색프린지 차수는 육안으로 측정하였을 때 1 미만이므로 등색프린지 형태를 시각적으로 가시화하기 위하여 프린지 증식 이론에 의해 프린지를 증식한 후 세선처리를 하였다[5,8]. Fig. 9은 등색프린지를 2배로 증식한 영상이고, 이를 세선처리한 영상은 Fig. 10과 같다. Fig. 10에서 선으로 연결된 부분에서의 프린지 차수는 1/4=0.25로서 최대 프린지값이 1미만인 것을 식별할 수 있다.

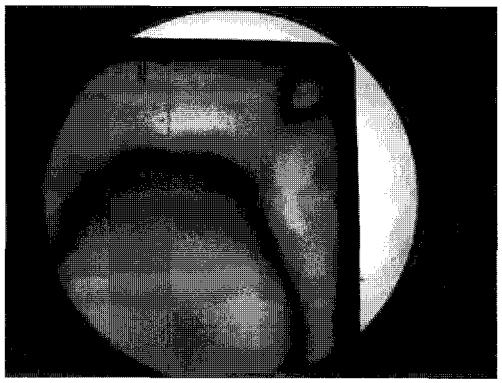


Fig. 9 Two times multiplied isochromatic fringes by use of Fig. 6 (a) and (c).

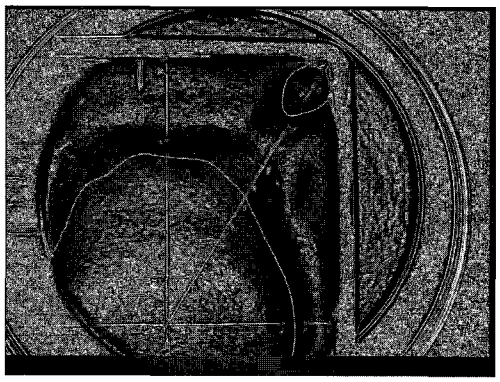


Fig. 10 Fringe-sharpened lines from two times multiplied isochromatic fringe

Senarmont 보간법의 유효성을 확인하기 위해 Fig. 7에 나타낸 TV 유리패널의 수직선상에서의 Tardy 보간법에 의한 프린지값을 측정하여 서로 비교하였다. 각각의 보간법에 의해 측정한 등색프린지 차수는 Table 2와 같으며, 이 값들을 비교한 그래프는 Fig. 11과 같다. Fig. 11에서와 같이 Senarmont 보간법과 Tardy 보간법이 서로 잘 일치함을 알 수 있다.

4-단계 프린지 위상이동법으로부터 얻은 프린지 분포는 광강도 분포이므로 Senarmont 보간법에 의한 측정값과 비교하기 위하여 수평 및 수직선상에서는 Fig. 12 (a), (b)에 표시된 P 및 Q에서 2점 맞춤(linear fitting)을 사용하였다. Fig. 12에서 보인 바와 같이 광탄성 4-단계 위상이동법에 의한 측정값은 Senarmont 보간법에 의한 측정값과 잘 일치함을 확인할 수 있다.

Table 2 Isochromatic fringe orders measured by Senarmont and Tardy compensation methods along the vertical line indicated in Fig. 7.

Distance(mm)	Fringe order (N)	
	Senarmont	Tardy
0	0.16	0.165
20	0.16	0.165
40	0.17	0.17
60	0.17	0.175
80	0.18	0.18
100	0.19	0.195
120	0.205	0.21
140	0.24	0.25
160	0.36	0.358
180	0.5	0.497
200	0.54	0.535
220	0.565	0.555

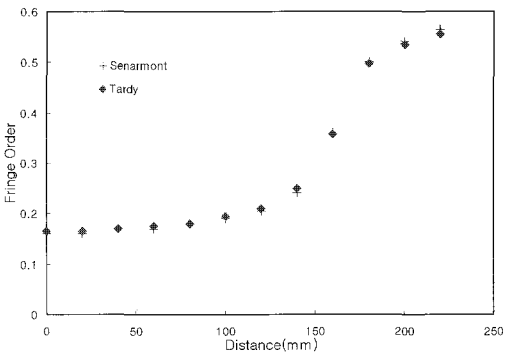
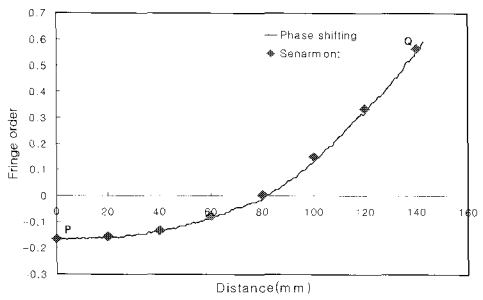
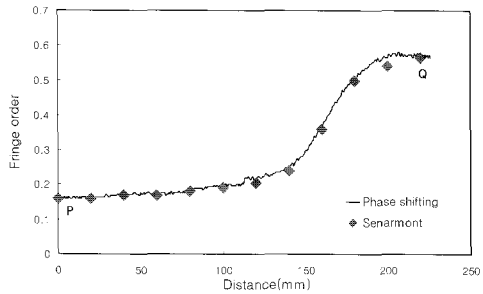


Fig. 11 Comparison of isochromatic fringe distribution measured by Senarmont and Tardy compensation method along vertical line of Fig. 7



(a) Horizontal line



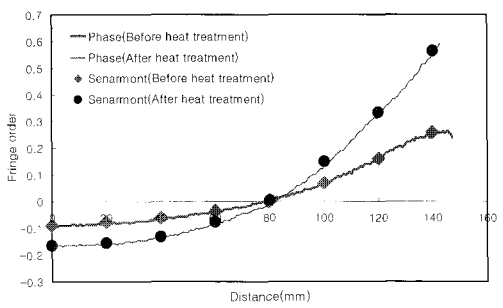
(b) Vertical line

Fig. 12 Comparison of isochromatic fringe distribution measured by Senarmont compensation and phase shifting method along horizontal and vertical line of Fig. 7

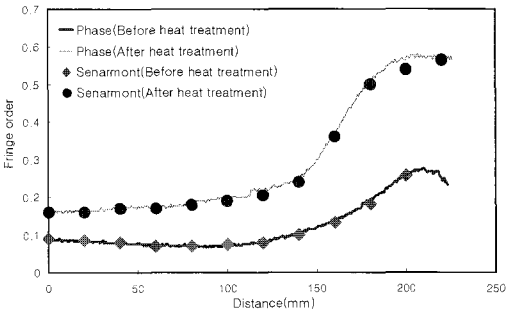
수작업으로 측정한 Senarmont 보간법은 특정점에서의 프린지 차수 값만을 알 수 있는 반면 4-단계 프린지 위상이동법에 의한 측정은 임의의 선상에서 연속적인 프린지 분포를 얻을 수 있는 장점이 있다.

TV 유리패널의 열처리에 대한 영향을 평가하기 위하여 4-단계 위상 이동법과 Senarmont 보간법으로 Fig. 3와 Fig. 4에 있는 열처리 전과 열처리 후의 등색프린지 분포를 측정하였다. Fig. 13은 정상 서냉한 유리패널과 열처리한 후의 유리패널의 프린지값을 비교한 그래프이다.

Fig. 13에 나타난 그래프형태를 보면 열처리 전의 유리패널에 비해 열처리 후는 프린지의 최대 및 최소값이 2배 이상 변화되었음을 알 수 있다. 이와 같이 측정된 프린지 차수는 유리 내부의 잔류응력과 관계되며, 실제의 응력은 유리재료에 따른 광탄성 상수에 따라 다르다. 따라서, TV 유리 패널에서 잔류응력에 의해 나타나는 프린지 분포를 정량적으로 분석하면 강도가 개선된 열처리 공정을 효율적으로 개선할 수 있다.



(a) Horizontal line indicated in Fig. 7



(b) Vertical line indicated in Fig. 7

Fig. 13 Comparison of isochromatic fringe distribution in the TV glass panel (23″) before- and after-heat treatment

4. 결 론

본 논문에서는 TV 유리패널에 대해서 열처리 전·후에 수평 및 수직선상에서 박막잔류응력에 의하여 나타나는 등색프린지 분포를 4단계 위상 이동법을 이용하여 열처리 효과에 따른 프린지 분포의 정량적 자료를 제시하였으며, 본 연구로부터 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

(1) 등색프린지분포를 Senarmont 보간법과 Tardy 보간법에 의하여 측정해 본 결과, 두 측정치가 잘 일치함을 보였다. Tardy 보간법을 적용하기 위해서는 선형편광판, 2개의 4분파판 및 검광판이 포함된 원형편광기를 이용하나, Senarmont 보간법은 선형편광판, 4분파판 및 검광판만을 이용하므로 Tardy 보간법에 비하여 이방성광학소자(anisotropic optics)인 4분파판의 수가 2개에서 1개로 감소되므로 프린지 차수가 적을 경

우 Senarmont 보간에 의한 측정이 용이하다.

(2) 열강화 전·후에 TV유리패널의 수직 및 수평선상에서 박막응력에 의한 등색프린지 차수를 측정한 결과 최대 및 최소 응력이 2배 이상 변화되었음을 알 수 있었다.

(3) 광탄성 프린지 해석시 프린지 위상이동법을 이용하면 재래식 방법에 비하여 특정 선상에서 연속적인 프린지분포 측정이 가능하여 정확한 응력 해석이 용이하다. 또한 유리에 광탄성 위상이동법을 적용하면 프린지 분포에 대한 정량적인 측정이 가능하므로 유리의 강도를 높이기 위한 열처리방법을 개선할 수 있다.

본 연구에서 사용된 4-단계 프린지 위상이동법을 이용하면 등경선상에서 연속적인 프린지 분포를 얻을 수 있으나, 측정하고자 하는 위치에서 편광기가 주응력 방향에 일치하지 않을 경우 4-단계 프린지 위상이동법을 적용할 수 없으므로 이에 관한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 목적기초연구(과제번호: R05-2003-000-11112-0)의 지원비와 산학협동재단 2004년도 학술연구비 지원으로 수행되었으며, 관계자 여러분께 감사 드립니다.

참고문헌

[1] M. M. Frocht, Photoelasticity, Vol. 1 and 2, John Wiley and Sons, (1967)

[2] J. W. Dally and W. F. Riley, Experimental Stress Analysis, Second Ed. McGraw-Hill, Inc., (1991)

[3] G. L. Cloud, Optical Methods of Engineering Analysis, Cambridge University Press, (1995)

[4] T. H. Baek and C. P. Burger, "Accuracy Improvement Technique for Measuring Stress Intensity Factor in Photoelastic Experiment," KSME International Journal, Vol. 5, No. 1, pp. 22-27, (1991)

[5] T. H. Baek, M. S. Kim, J. Rhee and R. E. Rowlands, "Hybrid Stress Analysis of Perforated Tensile Plates using Multiplied and Sharpened Photoelastic Data and Complex-Variable Techniques," JSME International Journal, Series A: Solid Mechanics and Material Engineering, Vol. 43, No. 4, pp. 327-333, (2000)

[6] T. H. Baek, M. S. Kim, Y. Morimoto and M. Fujigaki, "Separation of Isochromatics and Isoclinics from Photoelastic Fringes in a Circular Disk by Phase Measuring Technique," KSME International Journal, The Korean Society of Mechanical Engineers, Vol. 16, No. 2, pp. 1207-1213, (2002)

[7] 이정훈 譯 (Hans Jebsen-Marwedel. and Rolf Brücker 原著), 유리 生産技術上의 缺點, 청문각, (1998)

[8] 백태현, "광탄성법에 의한 유리봉 잔류응력의 정밀 측정", 대한기계학회논문집 A권, 제20권, 제5호, pp. 1524-1533 (1996)

[9] A. Asundi, "Phase Shifting in Photoelasticity," Experimental Techniques, Vol. 7, No. 1, pp. 19-23, (1993)

[10] 백태현, "광탄성 프린지 해석을 위한 영상처리 기법 개발", 대한기계학회 논문집, 제18권, 제10호, pp. 2577-2584, (1994)

[11] P. S. Theocaris and E. E. Gdoutos, Matrix Theory of Photoelasticity, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, (1979)