

# 터보코드의 복호화 기법

박성준\*

## A New Decoding Method of Turbo Code

Sung-Joon Park

### Abstract

In this paper we propose a new iterative decoding method of turbo code which computes the log-likelihood ratios at each MAP (maximum a posteriori) decoder in parallel in each iteration step and combines them with proper weights to produce better decisions. Our results indicate that the proposed decoding method is particularly useful for systems with limited number of iterations and low code rates.

**Key Words:** Turbo Code, Iterative Decoding, Parallel Decoding

\* 본 연구는 정보통신부 및 정보통신연구진흥원의 대학 IT연구센터 지원사업의 연구결과로 수행되었음

\*\* 강릉대학교 정보전자공학부 전자공학전공

### 1. 서론

터보코드는 1993년 Berrou 등에 의해 소개되었으며[1], 터보코드의 복호화 기법인 반복 복호(iterative decoding)를 통해 얻는 우수한 비트오율 특성 때문에 최근 이동통신, 위성통신, 무선데이터통신 등의 응용분야에 널리 사용되고 있다. 터보코드의 부호기는 인터리버에 의해 병렬로 연결된 두 개 이상의 길쌘부호기로 구성되어 있고 각 길쌘부호기에서 입력데이터를 부호화하여 전송한다[1][2][3][4]. 터보코드의 복호화 기법에 대해서는 많은 연구가 수행되었는데[1][5][6][7], 전체 복호기는 MAP(maximum a posteriori) 복호기들로 구성되어 있어서 각 MAP 복호기에서 부호기의 입력데이터에 대한 대수우도비(log-likelihood ratio, LLR)를 구하고 그 일부의 값, 외래정보(extrinsic information)를 다음 MAP 복호기의 입력으로 넘겨주는 과정을 반복한다.

본 논문에서는 터보코드의 복호기를 구성하는 MAP 복호기들을 병렬로 구동시킴으로써 임의의 복호시점에서 다수 개의 대수우도비를 얻고, 이들을 결합하여 비트오율을 개선하는 방식을 제안한다. 또한, 각 대수우도비를 구성하는 성분들에 최적의 가중치를 주어 결합함으로써 최소화된 비트오율을 얻을 수 있음을 보인다. 제안된 복호기는 AWGN(additive white Gaussian noise) 채널에서 분석되었고, 반복횟수가 작을수록 부호율이 낮을수록 부호화 이득이 커짐을 확인할 수 있다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 2장에서 종래의 복호기에 대해 간단히 설명하고, 3장에서 제안하는 복호기의 구조와 동작원리를 설명한다. 4장에서 모의실험 결과를 통해 제안하는 복호기의 성능을 분석하고 5장에서 결론을 맺는다.

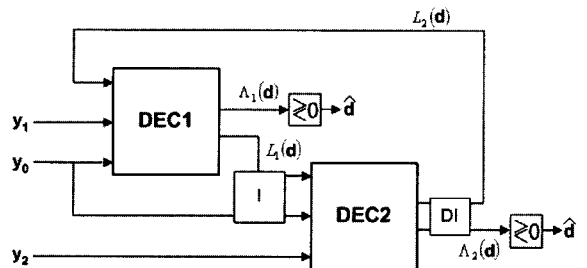
### 2. 터보코드 복호기

부호율이 1/3인 터보코드의 종래의 복호기 구조는 <그림 1>과 같다. AWGN 채널에서

복호기의 입력벡터,  $y_i (= y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{iN})$ ,  $i = 0, 1, 2$ 는 다음과 같다.

$$y_{ik} = \sqrt{E_s}(2x_{ik} - 1) + n_{ik}. \quad (1)$$

여기서  $E_s$ 는 단위 심볼 당 에너지이고  $x_{ik}, k = 1, 2, \dots, N$ ,은 0과 1을 동일한 확률로 취하는 부호기의 출력 값이고  $n_{ik}$ 는 평균이 0이고 분산이  $\sigma^2 (= N_0/2)$ 인 독립적 가우시안 확률변수이며  $N$ 은 프레임 크기이다. 전체 복호기는 두 개의 MAP 복호기( $DEC_1, DEC_2$ ), 인터리버(I)와 디인터리버(DI)로 구성되어 있고, 각 MAP 복호기에서 부호기의 입력데이터  $d_k$ 에 대한 대수우도비를 계산한다. 복호기는  $N$ 개의 부호기의 입력데이터를 복호하고, 그 다음  $N$ 개를 복호하는 프레임 단위의 복호를 수행한다.



<그림 1> 종래의 복호기, 부호율=1/3.

$DEC_1$ 의 동작은 다음과 같다.  $DEC_1$ 에서 수신한 복호기의 입력벡터들과  $DEC_2$ 로부터 받은 사전정보(a priori information)를 이용하여 부호기의 입력데이터에 대한 대수우도비  $\Lambda_1(d_k)$ 를 구한다.

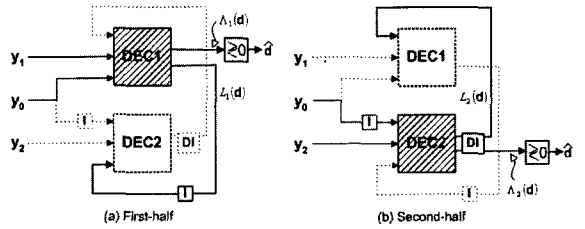
$$\Lambda_1(d_k) = \log \frac{P\{d_k=1|observations\}}{P\{d_k=0|observations\}}, \quad k = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

여기에서  $P\{d_k=i|\text{observations}\}$ ,  $i=0,1$  은  $DEC_1$ 에서 입력벡터  $y_0, y_1$ 과 사전정보  $L_2(d)$ 를 사용하여 구한  $d_k$ 의 사후확률(a posteriori probability)이다. 식 (2)의 대수우도비를 구하는 과정은 [1][2][8]에 해석되어 있으며, [5]에 의하면 대수우도비는 다음의 세 구성성분으로 구분된다.

$$\Lambda_1(d_k) = L_1(d_k) + L_2(d_k) + \frac{2}{\sigma^2} y_{0k},$$

$$k = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

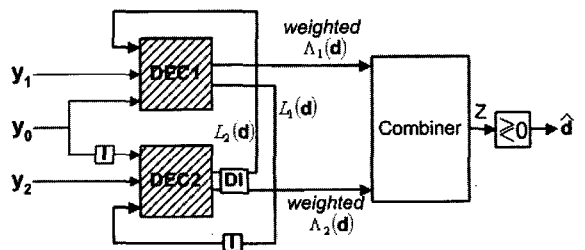
$L_2(d_k)$ 는  $DEC_2$ 에서 전달받은 사전정보이고 우변의 세 번째 항은 부호기의 입력데이터  $d_k$ 의 채널출력에 의존하는 값이며  $L_1(d_k)$ 는  $DEC_2$ 에 전달되어 다음 MAP 복호의 사전정보로 사용되는 이번 MAP 복호의 외래정보이다. 즉,  $DEC_1$ 은  $\Lambda_1(d_k)$ 를 계산하여 외래정보  $L_1(d_k)$ 를  $DEC_2$ 에 전달하고,  $DEC_2$ 는 전달받은  $L_1(d_k)$ 를 사전정보로 사용하여  $\Lambda_2(d_k)$ 를 계산하고 외래정보  $L_2(d_k)$ 를  $DEC_1$ 에 사전정보로 전달한다. 이와 같이 신호의 흐름이  $DEC_1$ 과  $DEC_2$ 를 거쳤을 때를 반복횟수( $p$ ) 1회로 규정한다. 임의의 반복횟수를 거친 후 얻은 최종의 대수우도비 값을 0을 임계값으로 경판정하여 부호기의 입력데이터  $d_k$ 를 추정하는데, 반복횟수가 커질수록  $d_k$ 에 대한 추정이 정확해진다. 한편, 종래의 복호기에서  $DEC_1$ 이 동작할 때('first-half'라고 명명함)  $DEC_2$ 는 동작하지 않고,  $DEC_2$ 가 동작할 때('second-half'라고 명명함)  $DEC_1$ 이 동작하지 않음을 관찰할 수 있다. <그림 2>에서 이러한 현상을 도해하였다.



<그림 2> 종래의 복호기 동작도.

### 3. 병렬형 복호기

제안하는 복호 방식에서는 전체 복호기를 구성하는 MAP 복호기들을 병렬로 구동시킴으로써 임의의 복호 순간에 다수 개의 대수우도비를 얻고 이들을 최적 결합함에 의해 복호 후의 비트오류확률을 감소시킨다. <그림 3>에서 부호율이 1/3인 제안 복호기를 도해하였다. 전체 복호기를 구성하는 두 개의 MAP 복호기  $DEC_1$ 과  $DEC_2$ 가 항상 동시에 동작하고 있음에 유의하라. 즉, 제안하는 복호 방식에서는  $DEC_1$ 부터 복호를 시작하는 복호 과정 ( $DEC_1 \Rightarrow DEC_2 \Rightarrow DEC_1 \Rightarrow DEC_2 \Rightarrow \dots$ )과  $DEC_2$ 부터 복호를 시작하는 복호 과정 ( $DEC_2 \Rightarrow DEC_1 \Rightarrow DEC_2 \Rightarrow DEC_1 \Rightarrow \dots$ )이 동시에 진행됨으로써 임의의 복호 시점에서 항상 두 개의 대수우도비  $\Lambda_i(d_k)$ ,  $i=1,2$ 를 얻게 된다. 식 (2)에 나타내었듯이  $\Lambda_i(d_k)$ 는 대수우도비이므로  $\Lambda_i(d_k)$ 의 부호는 경판정 결과를  $\Lambda_i(d_k)$ 의 크기는 경판정의 신뢰도(reliability)를 의미한다.

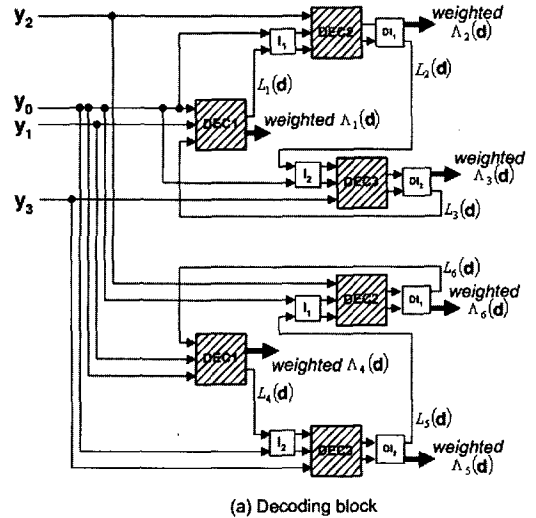


<그림 3> 제안 복호기, 부호율=1/3.

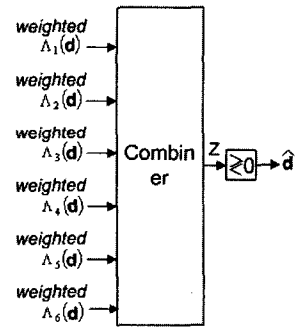
결합기(combiner)에서 두 개의 대수우도비를 결합하는 방법으로 다음의 두 가지 경우를 생각할 수 있다. 첫 번째는 동일이득 결합기(equal gain combiner)를 사용하는 방식으로, 두 대수우도비를 합하여 판정변수  $Z$ 를 얻고 결정기(decision device)에서  $Z$ 의 부호를 근거로 부호기의 입력데이터  $d_k$ 의 추정치  $\hat{d}_k$ 를 얻는다. 두 번째는 각 대수우도비를 구성하는 성분들, 즉, 식 (3)의 우변의 세 성분들에 적절한 가중치를 준 후 합하는 방식이다. 식 (3)의 우변의 첫째항인 외래정보에 가중치  $w_a$ 를 둘째항인 사전정보에 가중치  $w_b$ 를 가하여 생성한 두 대수우도비를 합함으로써 최대의 다이버시티 이득을 얻을 수 있다. 비트오율을 최소화하는 관점에서의 최적의 가중치 쌍  $(w_a, w_b)_{opt}$ 는 모의실험을 통해 찾을 수 있다. 상기의 첫 번째 결합 방식은  $(w_a, w_b) = (1, 1)$ 인 두 번째 결합 방식의 특수 예로 생각할 수도 있다.

부호율이 1/4인 경우의 제안 복호기를 그림 4에 나타내었다. 이 때, 부호기는 세 개의 동일한 길쌈부호와 두 개의 상이한 인터리버로 구성되어 있음을 가정하였다. 부호기의 입력데이터는 세 개의 길쌈부호기에서 부호화되므로 전체 복호기를 구성하는 MAP 복호기들을 순서지어 나열하는 모든 방법은  $6(=3!)$  가지가 되고, 이는 <그림 4>와 같은 구조로 구현할 수 있다. 그림에서 모든 MAP 복호기가 동시에 동작하고 있으며 임의의 복호 시점에서 항상 6 개의 대수우도비를 얻는다. 결합기에서는 각 MAP 복호기에서 출력되는 6 개의 대수우도비의 각 구성성분들에 가중치를 준 후 결합함으로써 비트오율을 최소화할 수 있다. 일반적으로, 부호율이  $1/n$ 일때 ( $n \geq 3$ ) 전체 복호기를 구성하는 MAP 복호기 개수와 임의의 복호시점에서 얻는 대수우도비의 개수는  $(n-1)!$  개이므로, 부호율이 낮아질수록 대수우도비들을 결합하여 얻는 다이버시티 이득이 커

질 것을 예상할 수 있다.



(a) Decoding block



(b) Decision block

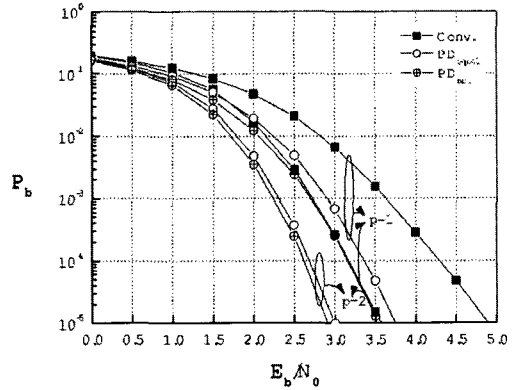
<그림 4> 제안 복호기, 부호율=1/4.

#### 4. 모의실험 환경 및 결과

이 장에서는 모의실험을 통한 제안 복호 방식의 성능 평가를 수행하였다. 시뮬레이터는 C언어를 사용하여 구현하였으며 Pentium PC에서 모의실험 하였다. 정확한 실험 결과를 얻기 위해 매 실험마다 최소 100개 이상의 비트 오류가 생길 때까지 모의실험 하였다. AWGN 채널 환경에서 실험하였으며 사용된 프레임 크기  $N$ 은 256, 부호율은 1/3과 1/4이다. 또한, 부호기는 부호율이 1/2, 구속장이 3이고 길쌈부호의 탭 이득이  $\{7,5\}_8$ 인 길쌈부호기들과 [1]에서

제시된 인터리버를 사용하여 구현하였다.

<그림 5>와 <그림 6>은 각각 부호율이 1/3과 1/4인 경우의 모의실험 결과이다. 다수 개의 대수우도비를 합하는 방식을  $PD_{equal}$ , 다수 개의 대수우도비의 구성 성분에 가중치를 가한 후 결합하는 방식을  $PD_{opt}$ 로 표기하였으며, 비교를 위하여 종래의 복호기 성능  $Conv.$ 를 함께 나타내었다. 각 경우에 있어서  $Conv.$ ,  $PD_{equal}$ ,  $PD_{opt}$ 의 순서로 비트오율 특성이 향상됨을 고찰할 수 있으며,  $E_b/N_0$ 가 클수록 반복횟수  $p$ 가 작을수록 종래의 복호기에 대한 제안된 복호기의 비트오율 개선 효과가 커짐



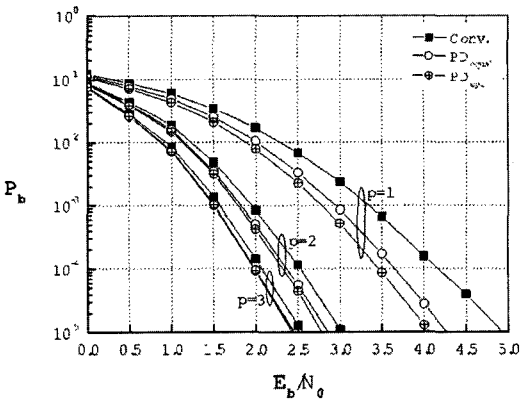
<그림 6>  $E_b/N_0$ 에 대한 비트오율 특성;

부호율=1/4,  $N=256$ .

dB의 부호화 이득을 추가로 얻을 수 있음을 알 수 있다. 부호율이 낮을수록 제안된 복호기의 이득이 증가하는데 이것은 부호율이 낮아질수록 제안 방식에서 생성되는 대수우도비가 많아지고 이에 따른 다이버시티 차수가 증가하기 때문이다. <표 3>에서는 부호율이 1/3인 경우 반복횟수  $p$ 에 따른  $(w_a, w_b)_{opt}$ 의 변화를 나타내었는데, 낮은  $p$ 에서는 이번 MAP 복호에서 생성한 외래정보가 이번 MAP 복호에 사용되었던 사전정보보다  $d_k$ 에 대해 훨씬 정확한 정보를 가지므로  $(w_a, w_b)_{opt}$ 는 (2,0)이 되고, 반복횟수가 커짐에 따라 상기 두 정보가 서로 유사해지므로  $(w_a, w_b)_{opt}$ 는 (1,1)에 수렴함을 확인할 수 있다.

<표 1> 비트오율  $10^{-5}$ 에서의 종래의 복호기에 대한 제안된 복호기의 부호화 이득; 부호율=1/3,  $N=256$ .

	$PD_{equal}$	$PD_{opt}$
$p=0.5$	1.54 dB	1.89 dB
$p=1$	0.66 dB	0.86 dB
$p=1.5$	0.36 dB	0.45 dB
$p=2$	0.17 dB	0.24 dB



<그림 5>  $E_b/N_0$ 에 대한 비트오율 특성;

부호율=1/3,  $N=256$ .

을 알 수 있다. 또한, 부호율 1/4 실험 결과에서  $PD_{opt}(p=1)$ 과  $Conv.(p=2)$ 의 성능이 유사함을 관찰할 수 있다. 이것은 제안된 복호기는 종래의 복호기에 비해 목표 비트오율을 만족시키기 위해 더 적은 반복횟수를 필요로 한다는 것을 의미하며, 따라서 제안 복호기는 반복횟수 감소를 통해 복호 지연 문제를 경감시킬 수 있다.

<표 1>과 <표 2>에 목표 비트오율  $10^{-5}$ 에서의 종래의 복호기에 대한 제안된 복호기의 부호화 이득을 나타내었다. 반복횟수 1회에서 1/3 부호의 경우 0.86 dB, 1/4 부호의 경우 1.36

<표 2> 비트오율  $10^{-5}$ 에서의 종래의 복호기에 대한 제안된 복호기의 부호화 이득; 부호율=1/4,  $N=256$ .

	$PD_{equal}$	$PD_{opt}$
$p=1/3$	2.06 dB	2.89 dB
$p=2/3$	1.38 dB	1.83 dB
$p=1$	1.13 dB	1.36 dB
$p=2$	0.54 dB	0.63 dB

<표 3> 최적의 가중치와 반복횟수  $p$ 와의 관계; 부호율=1/3,  $N=256$ ,  $E_b/N_0=2$  dB.

	$(w_a, w_b)_{opt}$
$p=1$	(2,0)
$p=2$	(1.5,0.5)
$p=3$	(1.5,0.5)
$p=5$	(1,1)

## 5. 결론

본 논문에서 터보코드의 복호 방식에 대해 고찰하였다. 전체 복호기를 구성하는 다수의 MAP 복호기를 동시에 구동시킴으로써 임의의 복호 순간에 다수 개의 대수우도비를 획득하고 이들을 적절히 결합함에 의해 비트오류 확률을 최소화할 수 있음을 보였다. 제안 방식은 특히 반복횟수가 작거나 부호율이 낮을 때 더 많은 부호화 이득을 제공한다.

## 참고문헌

- [1] C. Berrou, A. Glavieux and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correction coding and decoding: Turbo-codes," in Proc. ICC, pp. 1064-1070, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [2] C. Berrou, A. Glavieux, "Near optimum error correcting coding and decoding: Turbo-codes," IEEE Trans. Commun., Vol. COM-44, pp. 1261-1271, Oct. 1996.
- [3] S. Benedetto and G. Montorsi, "Unveiling turbo codes: some results on parallel concatenated coding schemes," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. 42, pp. 409-428, Mar. 1996.
- [4] S. Benedetto and G. Montorsi, "Design of parallel concatenated convolutional codes," IEEE Trans. Commun., Vol. 44, pp. 591-600, May. 1996.
- [5] P. Robertson, "Illumination the structure of code and decoder of parallel concatenated recursive systematic (Turbo) codes," in Proc. GLOBECOM, pp. 1298-1303, San Francisco, U.S.A., Nov. 1994.
- [6] J. Hagenauer, E. Offer, L. Papke, "Iterative decoding of binary block and convolutional codes," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-42, pp. 429-445, Mar. 1996.
- [7] P. Robertson, E. Villebrun and P. Hoeher, "A comparison of optimal and sub-optimal MAP decoding algorithms operating in the log domain," in Proc. ICC, pp. 1009-1013, June 1995.
- [8] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek and J. Raviv, "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate," IEEE Trans. Inform. Theory, Vol. IT-20, pp. 284-287, Mar. 1974.

주 작 성 자 : 박 성 준  
논문투고일 : 2005. 11. 25  
논문심사일 : 2005. 11. 25(1차), 2005. 11. 28(2차),  
2005. 12. 05(3차)  
심사판정일 : 2005. 12. 05

---

● 저자소개 ●



박성준

1996 연세대학교 전파공학과 학사  
1998 한국과학기술원 전기및전자공학과 석사  
2004 한국과학기술원 전자전산학과 박사  
1999 ~ 2002 InfoPlus 연구원  
2003 ~ 2005 삼성전자 정보통신총괄 정보통신연구소 책임연구원  
2005 ~ 현재 강릉대학교 정보전자공학부 전자공학과 전임강사  
관심분야: 무선통신, 이동통신, 센서네트워크