

# 공간 강뼈대 구조물의 비선형 동적 해석

## Nonlinear Dynamic Analysis of Space Steel Frames

김 승 억<sup>†</sup>

Kim, Seung-Eock

(논문접수일 : 2004년 12월 14일 ; 심사종료일 : 2005년 11월 10일)

Cuong Ngo-Huu<sup>\*</sup>

이 동 호<sup>\*</sup>

Lee, Dong-Ho

### 요지

본 논문에서는 동적하중 제하 시 공간 강뼈대 구조물의 비선형 시간이력 해석에 대한 간편하고 효율적인 수치해석 기법을 제시하였다. 뼈대의 강성행렬에 안정함수를 적용함으로서 기하학적 비선형성 즉  $P-\delta$  및  $P-\Delta$  효과를 고려하였다. 접선 계수 개념 및 New Orbison 완전 소성면에 기초한 연화소성힌지를 적용하여 축방향력에 의한 부재의 접진적 항복 및 휨에 의한 부재의 부분 소성화를 고려하였다. 증분형태로 정식화된 뼈대 구조의 동적평형방정식의 해를 수치적으로 구하기 위하여 적분형태의 평균가속도법을 사용하여 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 검증 예제에 대하여 보요소 모델을 사용한 ABAQUS 및 개발된 프로그램에 의한 해석결과를 비교함으로서 개발된 프로그램의 정밀도와 해석시간에 대한 효율성을 입증하였다.

**핵심용어 :** 동적해석, 기하학적 및 재료적 비선형성, 소성힌지, 안정함수, 공간 강뼈대

### Abstract

This paper presents a reliable numerical procedure for nonlinear time-history analysis of space steel frames subjected to dynamic loads. Geometric nonlinearities of member ( $P-\delta$ ) and frame ( $P-\Delta$ ) are taken into account by the use of stability functions in framed stiffness matrix formulation. The gradual yielding along the member length and over the cross section is included by using a tangent modulus concept and a softening plastic hinge model based on the New-Orbison yield surface. A computer program utilizing the average acceleration method for the integration scheme is developed to numerically solve the equation of motion of framed structure formulated in an incremental form. The results of several numerical examples are compared with those derived from using beam element model of ABAQUS program to illustrate the accuracy and the computational efficiency of the proposed procedure.

**keywords :** dynamic analysis, geometric and material nonlinearities, plastic-hinge, stability functions, space steel frames

### 1. 서 론

컴퓨터 기술의 급속한 발전과 함께 최근에 광범위하게 공간 강뼈대 구조물의 비선형 정적해석에 대한 연구가 수행되어 왔다. Izzuddin과 Smith, Teh와 Clark 및 Jiang 등은 기하학적 비선형성과 소성분포를 고려하기 위하여 적분함수와 화이버요소법을 적용한 유한요소법을 사용하였다(Izzuddin 등,

1996; Teh 등, 1999; Jiang 등, 2002). 비록 유한요소법이 수직응력 및 전단응력 사이의 상관관계를 고려할 수 있고, 해의 정밀도도 뛰어나나, 고비용과 많은 해석시간 때문에 설계 실무자들은 유한요소법을 광범위하게 사용하지 않고 있다. 특히 동적시간이력 해석에 유한요소법을 사용하기는 더욱 힘들다. Liew 등 및 Kim 등은 더 간단하고 효율적인 방법인 안정함수와 개선소성힌지법을 사용하는 보-기동법을 제안하였

<sup>†</sup> 책임저자, 정회원 · 세종대학교 토목환경공학과 부교수

전화: 02-3408-3291 ; Fax: 02-3408-3332

E-mail: sekim@sejong.ac.kr

\* 세종대학교 토목환경공학과 대학원 박사과정

• 이 논문에 대한 토론을 2006년 3월 31일까지 본 학회에 보내주시면 2006년 6월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

다(Liew 등, 2000; Kim 등, 2001; Kim 등, 2002; Kim 등, 2003). 안정함수는 부재당 1~2개의 요소로 각 뼈대 부재의 기하학적 비선형 효과를 정밀하게 고려할 수 있는 장점이 있다.

공간 강뼈대 구조물의 비선형 동적 시간이력 해석에 대한 몇몇 연구가 수행되어 왔다. 최근에, Campbell은 뼈대 구조물의 비선형 동적해석을 위하여 3차원 화이버 소성힌지 보-기둥 요소를 개발하였으나, 부재에 축력과 휨모멘트가 동시에 작용할 때의 기하학적 비선형성은 무시하였다(Campbell, 1994). Cambell이 개발한 방법은 큰 축력 재하 시 부재의 강도와 강성을 과대평가하는 단점이 있다. Chan은 공간 뼈대의 대변형 동적해석을 위하여 업데이트된 Lagrangian 방정식을 사용하였으나, 재료의 항복은 고려하지 못하였다(Chan, 1996). 또한 Al-Bermani와 Zhu는 업데이트된 Lagrangian 방정식과 집중 소성화 가정에 의한 경계면 운동경화 모델을 사용하였다(Al-Bermani 등, 1996). 그러나, 이 탄소성법은 부재를 따라 항복이 전전되는 것에 의한 점진적 강성감소를 무시하므로 세장비가 작은 부재의 강도를 과대평가하는 단점이 있다.

본 논문의 목적은 안정함수와 개선소성힌지법을 적용하여 공간 강뼈대 구조물의 비선형 동적해석 기법을 개발하는 것이다. 본 해석기법은 적절한 횡방향 브레이스를 사용하여 횡비틀림 좌굴을 방지하였다고 가정하며, 부재의 단면은 완전 소성 모멘트 강도를 발휘할 수 있는 조밀 단면으로 가정하였고, 흔비틀림은 무시하였다. 재료모델은 탄성-완전 소성으로 가정하였다. 축강성 및 휨강성의 감소는 고려하였으나 비틀림 강성의 감소는 그 영향이 작아 무시하였다. 변형률 반전 효과는 이중계수이론을 적용함으로서 고려하였다. 증분형태로 정식화된 뼈대 구조의 동적평형방정식의 해를 수치적으로 구하기 위하여 적분형태의 평균가속도법을 사용하여 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 겸증 예제를 통하여 개발된 프로그램의 타당성을 입증하였다.

## 2. 정식화

### 2.1 기하학적 비선형 효과

축방향력에 의하여 부재의 휨강성이 감소하는 효과를 고려하는 안정함수를 사용하여 기하학적 비선형 효과를 고려하였다. 3차원 보-기둥 요소에 대하여 안정함수를 사용한 힘-변위 관계는 식 (1)과 같이 나타낼 수 있다.

여기서,  $P$ ,  $M_{yA}$ ,  $M_{yB}$ ,  $M_{zA}$ ,  $M_{zB}$  및  $T$ 는 축력,  $y$ 와  $z$ 축에 대한 단부모멘트 및 비틀림을 각각 나타낸다.  $\delta$ ,  $\theta_{yA}$ ,

$$\begin{bmatrix} P \\ M_{yA} \\ M_{yB} \\ M_{zA} \\ M_{zB} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_1 \frac{EI_y}{L} & S_2 \frac{EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S_2 \frac{EI_y}{L} & S_1 \frac{EI_y}{L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_3 \frac{EI_z}{L} & S_4 \frac{EI_z}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_4 \frac{EI_z}{L} & S_3 \frac{EI_z}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GL}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta_{yA} \\ \theta_{yB} \\ \theta_{zA} \\ \theta_{zB} \\ \phi \end{bmatrix} \quad (1)$$

$\Theta_{yB}$ ,  $\theta_{zA}$ ,  $\theta_{zB}$  및  $\phi$ 는 축 변형, 절점의 회전각 및 비틀림 각이다. A, Iy, Iz 및 L은 면적, y 및 z축에 대한 단면 2차 모멘트 및 보-기둥 요소의 길이이며, E, G 및 J는 재료의 탄성계수, 전단탄성계수 및 비틀림 상수를 각각 나타낸다.  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$  및  $S_4$ 는 각각  $y$ 와  $z$ 축에 대한 안정 함수이며, 아래의 식(2)와 같이 나타낼 수 있다.

$$S_1 = \begin{cases} \frac{\pi \sqrt{\rho_y} \sin(\pi \sqrt{\rho_y}) - \pi^2 \rho_y \cos(\pi \sqrt{\rho_y})}{2 - 2\cos(\pi \sqrt{\rho_y}) - \pi \sqrt{\rho_y} \sin(\pi \sqrt{\rho_y})} & \text{if } P < 0 \\ \frac{\pi^2 \rho_y \cosh(\pi \sqrt{\rho_y}) - \pi \sqrt{\rho_y} \sinh(\pi \sqrt{\rho_y})}{2 - 2\cosh(\pi \sqrt{\rho_y}) + \pi \sqrt{\rho_y} \sinh(\pi \sqrt{\rho_y})} & \text{if } P > 0 \end{cases} \quad (2a)$$

$$S_2 = \begin{cases} \frac{\pi^2 \rho_y - \pi \sqrt{\rho_y} \sin(\pi \sqrt{\rho_y})}{2 - 2\cos(\pi \sqrt{\rho_y}) - \pi \sqrt{\rho_y} \sin(\pi \sqrt{\rho_y})} & \text{if } P < 0 \\ \frac{\pi \sqrt{\rho_y} \sinh(\pi \sqrt{\rho_y}) - \pi^2 \rho_y}{2 - 2\cosh(\pi \sqrt{\rho_y}) + \pi \sqrt{\rho_y} \sinh(\pi \sqrt{\rho_y})} & \text{if } P > 0 \end{cases} \quad (2b)$$

$$S_3 = \begin{cases} \frac{\pi \sqrt{\rho_z} \sin(\pi \sqrt{\rho_z}) - \pi^2 \rho_z \cos(\pi \sqrt{\rho_z})}{2 - 2\cos(\pi \sqrt{\rho_z}) - \pi \sqrt{\rho_z} \sin(\pi \sqrt{\rho_z})} & \text{if } P < 0 \\ \frac{\pi^2 \rho_z \cosh(\pi \sqrt{\rho_z}) - \pi \sqrt{\rho_z} \sinh(\pi \sqrt{\rho_z})}{2 - 2\cosh(\pi \sqrt{\rho_z}) + \pi \sqrt{\rho_z} \sinh(\pi \sqrt{\rho_z})} & \text{if } P > 0 \end{cases} \quad (2c)$$

$$S_4 = \begin{cases} \frac{\pi^2 \rho_z - \pi \sqrt{\rho_z} \sin(\pi \sqrt{\rho_z})}{2 - 2\cos(\pi \sqrt{\rho_z}) - \pi \sqrt{\rho_z} \sin(\pi \sqrt{\rho_z})} & \text{if } P < 0 \\ \frac{\pi \sqrt{\rho_z} \sinh(\pi \sqrt{\rho_z}) - \pi^2 \rho_z}{2 - 2\cosh(\pi \sqrt{\rho_z}) + \pi \sqrt{\rho_z} \sinh(\pi \sqrt{\rho_z})} & \text{if } P > 0 \end{cases} \quad (2d)$$

여기서,  $\rho_y = P / (\pi^2 EI_z / L^2)$ ,  $\rho_z = P / (\pi^2 EI_y / L^2)$  및  $P$ 는 "+"가 인장이다.

### 2.2 잔류응력을 고려하는 CRC 접선계수 모델

잔류응력을 가진 부재가 축방향력에 의하여 점진적으로 항복하는 것을 고려하기 위하여 CRC 접선계수 개념을 사용하였다. 점진적인 소성화에 의하여 단면의 탄성 영역은 계속 감소하게 되고, 이에 따라 단면 2차 모멘트도 계속 감소하게 된다. 점진적인 소성화를 정식화하기 위하여 단면 2차 모멘트를 직접 사용하는 것은 상당히 복잡하다. 따라서, 본 연구

에서는 탄성영역이 감소함에 따라서 탄성계수를 감소시키는 방법을 사용하였다. CRC 접선계수( $E_t$ )는 식 (3)과 같이 나타낼 수 있다.

$$E_t = 1.0E \text{ for } P \leq 0.5P_y \quad (3a)$$

$$E_t = 4 \frac{P}{P_y} \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) E \text{ for } P > 0.5P_y \quad (3b)$$

### 2.3 휨에 의한 점진적 소성화를 나타내는 포물선 함수

접선탄성계수 모델은 축방향력을 받는 부재의 점진적 소성화는 적절히 고려할 수 있으나, 축방향력과 휨모멘트를 받는 부재의 점진적 소성화를 나타내기에는 부적합하다. 휨에 의한 부분 소성화 효과를 고려하기 위하여 소성현지에 대한 점진적 강성 감소 모델이 요구된다. 현지가 탄성강성에서 완전 소성 강성 즉 영까지 점진적으로 변화하는 것을 나타내기 위하여 포물선 함수를 사용하였다. 부재의 양단에서 점진적 소성화가 발생할 때의 힘-변위 관계는 식 (4)와 같이 정식화 된다.

$$\begin{bmatrix} P \\ M_{yA} \\ M_{yB} \\ M_{zA} \\ M_{zB} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_t A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{iiY} & k_{iiY} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & k_{iiY} & k_{iiY} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iiZ} & k_{iiZ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & k_{iiZ} & k_{iiZ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GJ}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \Theta_{yA} \\ \Theta_{yB} \\ \Theta_{zA} \\ \Theta_{zB} \\ \Phi \end{bmatrix} \quad (4)$$

여기서,

$$k_{iiY} = \eta_A \left[ S_1 - \frac{S_1^2}{S_1} (1 - \eta_B) \right] \frac{E_t I_y}{L} \quad (5a)$$

$$k_{ijY} = \eta_A \eta_B S_2 \frac{E_t I_y}{L} \quad (5b)$$

$$k_{jjY} = \eta_B \left[ S_1 - \frac{S_2^2}{S_1} (1 - \eta_A) \right] \frac{E_t I_y}{L} \quad (5c)$$

$$k_{iiZ} = \eta_A \left[ S_3 - \frac{S_4^2}{S_3} (1 - \eta_B) \right] \frac{E_t I_z}{L} \quad (5d)$$

$$k_{ijZ} = \eta_A \eta_B S_4 \frac{E_t I_z}{L} \quad (5e)$$

$$k_{jjZ} = \eta_B \left[ S_3 - \frac{S_4^2}{S_3} (1 - \eta_A) \right] \frac{E_t I_z}{L} \quad (5f)$$

$\eta_A$  및  $\eta_B$ 는 실수 계수로서 A 및 B 단에서의 소성화에 의한 부재의 점진적 비탄성 강성 감소를 고려한다. 부재가 탄성 상태일 때는  $\eta=1.0$ 이고, 소성현지가 형성될 때는  $\eta$

=0.0이다. 계수  $\eta$ 는 포물선 함수로부터 아래의 식 (6)과 같이 가정한다.

$$\eta = 1.0 \text{ for } \alpha \leq 0.5 \quad (6a)$$

$$\eta = 4\alpha(1-\alpha) \text{ for } \alpha > 0.5 \quad (6b)$$

여기서,  $\alpha$ 는 단면에 작용하는 부재력의 크기를 나타내는 함수이다. 본 연구에서는  $\alpha$ 의 함수로 아래의 식 (7)과 같은 New Orbison 완전 소성면을 사용하였다.

$$\alpha = p^2 + m_z^2 + m_y^4 + 3.5p^2m_z^2 + 3.0p^6m_y^2 + 4.5m_z^2m_y^2 \quad (7)$$

여기서,  $p = P/P_y$ ,  $m_z = M_z/M_{zp}$ (강축),  $m_y = M_y/M_{yp}$ (약축)이다. 만약 부재력이 항복조건을 위배하면, 즉  $\alpha > 1.0$ 이면 이분법(bisection method)을 적용하여 원부재력의 방향을 참조하여 부재력을 수정하며, 수정 부재력은 항복면에 위치하게 된다. 동적하중 작용방향의 갑작스런 변화 때문에 현지에 발생하는 변형률 반전효과를 고려하기 위하여 부재단부의 소성화에 의한 부재의 점진적 소성강성 감소를 나타내는 계수인  $\eta$ 를 Chen과 Lui의 이중계수 이론을 바탕으로 수정하면 아래의 식 (8) 및 (9)와 같이 나타낼 수 있다(Chen 등, 1987).

$$\eta_d = \sqrt{\eta_{dy}\eta_{dz}} \quad (8)$$

$$\eta_{dy} = \frac{4\eta_0}{(1 + \sqrt{\eta_0})^2} \quad \text{약축} \quad (9a)$$

$$\eta_{dz} = \frac{2\eta_0}{1 + \eta_0} \quad \text{강축} \quad (9b)$$

### 2.4 전단변형 효과

보-기둥 요소의 전단 변형 효과를 고려하는 힘-변위 관계는 식 (10)과 같이 정식화 된다.

$$\begin{bmatrix} P \\ M_{yA} \\ M_{yB} \\ M_{zA} \\ M_{zB} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_t A}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{HY} & C_{JY} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{JY} & C_{JY} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{HZ} & C_{HZ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{JZ} & C_{JZ} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GJ}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta \\ \theta_{yA} \\ \theta_{yB} \\ \theta_{zA} \\ \theta_{zB} \\ \phi \end{bmatrix} \quad (10)$$

여기서,

$$C_{IY} = \frac{k_{iiY}k_{jjY} - k_{ijY}^2 + k_{iiY}A_{sz}GL}{k_{iiY} + k_{jjY} + 2k_{ijY} + A_{sz}GL} \quad (11a)$$

$$C_{IY} = \frac{-k_{iiY}k_{jjY} + k_{ijY}^2 + k_{ijY}A_{sz}GL}{k_{iiY} + k_{jjY} + 2k_{ijY} + A_{sz}GL} \quad (11b)$$

$$C_{JY} = \frac{k_{iiY}k_{jjY} - k_{ijY}^2 + k_{jjY}A_{sz}GL}{k_{iiY} + k_{jjY} + 2k_{ijY} + A_{sz}GL} \quad (11c)$$

$$C_{IZ} = \frac{k_{iiZ}k_{jjZ} - k_{ijZ}^2 + k_{iiZ}A_{sy}GL}{k_{iiZ} + k_{jjZ} + 2k_{ijZ} + A_{sy}GL} \quad (11d)$$

$$C_{IZ} = \frac{-k_{iiZ}k_{jjZ} + k_{ijZ}^2 + k_{ijZ}A_{sy}GL}{k_{iiZ} + k_{jjZ} + 2k_{ijZ} + A_{sy}GL} \quad (11e)$$

$$C_{JZ} = \frac{k_{iiZ}k_{jjZ} - k_{ijZ}^2 + k_{jjZ}A_{sy}GL}{k_{iiZ} + k_{jjZ} + 2k_{ijZ} + A_{sy}GL} \quad (11f)$$

여기서,  $A_{sy}$  및  $A_{sz}$ 는 각각 y 및 z축에 대한 전단면적을 나타낸다.

## 2.5 진동해석

공간 뼈대의 진동수와 모드를 구하기 위하여, 아래의 식 (12)와 같은 고유치 문제의 해를 구하여야 한다.

$$[K_0]\varphi = \omega^2[M]\varphi \quad (12)$$

여기서,  $[K_0]$ 는 초기 강성행렬,  $[M]$ 은 집중질량 행렬,  $\varphi$ 는 모드형상 및  $\omega$ 는 모드형상  $\varphi$ 에 대응하는 원진동수이다.

## 2.6 동적평형방정식

위에서 언급한 개선소성학지이론에 의해 유도된 식 (10)의 정적평형방정식의 확장을 통하여 동적평형방정식을 구성하였다. 뼈대에 대한 동적평형방정식의 증분형태는 아래의 식 (13)과 같다.

$$[M][\Delta\ddot{u}] + [C][\Delta\dot{u}] + [K][\Delta u] = [\Delta F] \quad (13)$$

여기서,  $[M]$ 은 행렬의 대각항에서 회전 자유도에 대한 질량은 “0”이고, 병진 자유도에 대한 질량은 절점에 작용되는 집중질량(Lumped Mass)으로 구성되는 대각 질량행렬,  $[K]$ 는 식 (10)에서 보는 바와 같이 비선형, 비탄성 및 변형률 반전 효과를 모두 고려하는 강성행렬,  $[C] = a_0[M] + a_1[K_0]$ 는 Rayleigh 감쇠행렬,  $a_0$  및  $a_1$ 은 각각 질량 및 강성 비례 감쇠계수,  $[\Delta\ddot{u}]$ ,  $[\Delta\dot{u}]$ ,  $[\Delta u]$  및  $[\Delta F]$ 는 각각 시간증분  $\Delta t$ 에

대응하는 증분 가속도, 속도, 변위 및 가력벡터이다. 식 (13)의 각 단계 동적평형방정식의 해에 대하여 Newmark법을 적용하면 아래의 식 (14)와 같이 나타낼 수 있다.

$$[{}^{t+\Delta t}\dot{u}] = [{}^t\dot{u}] + (1-\gamma)\Delta t[{}^t\ddot{u}] + \gamma\Delta t[{}^{t+\Delta t}\ddot{u}] \quad (14a)$$

$$[{}^{t+\Delta t}\ddot{u}] = [{}^t\ddot{u}] + \Delta t[{}^t\dot{u}] + (0.5-\beta)(\Delta t)^2[{}^t\ddot{u}] + \beta(\Delta t)^2[{}^{t+\Delta t}\ddot{u}] \quad (14b)$$

여기서,  $[{}^t\ddot{u}]$ ,  $[{}^t\dot{u}]$  및  $[{}^t\ddot{u}]$ 는 각각 시간  $t$ 에서의 전체 가속도, 속도 및 변위 벡터이다. 계수  $\beta$ 와  $\gamma$ 는 시간 단계에서의 가속도 변화 및 Newmark법의 안정과 정밀도를 결정한다. 여기서  $\beta$ 와  $\gamma$ 는 평균 가속도법의 가정에 대응하는  $1/4$  및  $1/2$ 을 선택하였다. 따라서, 식 (13)의 증분형태 동적평형방정식을 아래의 식 (15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$\left[ [K] + \frac{\gamma}{\beta\Delta t} [C] + \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} [M] \right] [{}^t\Delta u] = \\ [\Delta F] + \left[ \frac{1}{\beta\Delta t} [M] \right] [{}^t\dot{u}] + \left[ \frac{1}{2\beta} [M] + \Delta t \left( \frac{\gamma}{2\beta} - 1 \right) [C] \right] [{}^t\ddot{u}] \quad (15)$$

$$[{}^t\Delta u] = \frac{\gamma}{\beta\Delta t} [{}^t\Delta u] - \frac{\gamma}{\beta} [{}^t\dot{u}] + \Delta t \left( 1 - \frac{\gamma}{2\beta} \right) [{}^t\ddot{u}] \quad (16a)$$

$$[{}^t\Delta\ddot{u}] = \frac{1}{\beta(\Delta t)^2} [{}^t\Delta u] - \frac{1}{\beta\Delta t} [{}^t\dot{u}] - \frac{1}{2\beta} [{}^t\ddot{u}] \quad (16b)$$

$$[{}^{t+\Delta t}u] = [{}^t\dot{u}] + [\Delta u] \quad (16c)$$

$$[{}^{t+\Delta t}\dot{u}] = [{}^t\dot{u}] + [\Delta\ddot{u}] \quad (16d)$$

$$[{}^{t+\Delta t}\ddot{u}] = [{}^t\ddot{u}] + [\Delta\ddot{u}] \quad (16e)$$

$$[{}^{t+\Delta t}F] = [{}^tF] + [\Delta F] \quad (16f)$$

식 (15)와 (16)의 수치해석 과정은 뼈대가 파괴되거나 마지막 단계의 해석시간에 도달할 때까지 다음 시간 단계에 대하여 반복된다.

## 3. 결론

공간 뼈대 구조물의 진동 거동뿐만 아니라 지진하중 재하시 비선형 거동을 예측하기 위하여 앞에서 언급한 식들을 기초로 하여 컴퓨터 프로그램 PAAP-Dyna를 개발하였다. 검증 예제에 대하여 ABAQUS 및 개발된 프로그램에 의한 해석결과를 비교함으로서 개발된 프로그램의 정밀도와 해석시간에 대한 효율성을 입증하였다. ABAQUS의 헬요소를 사

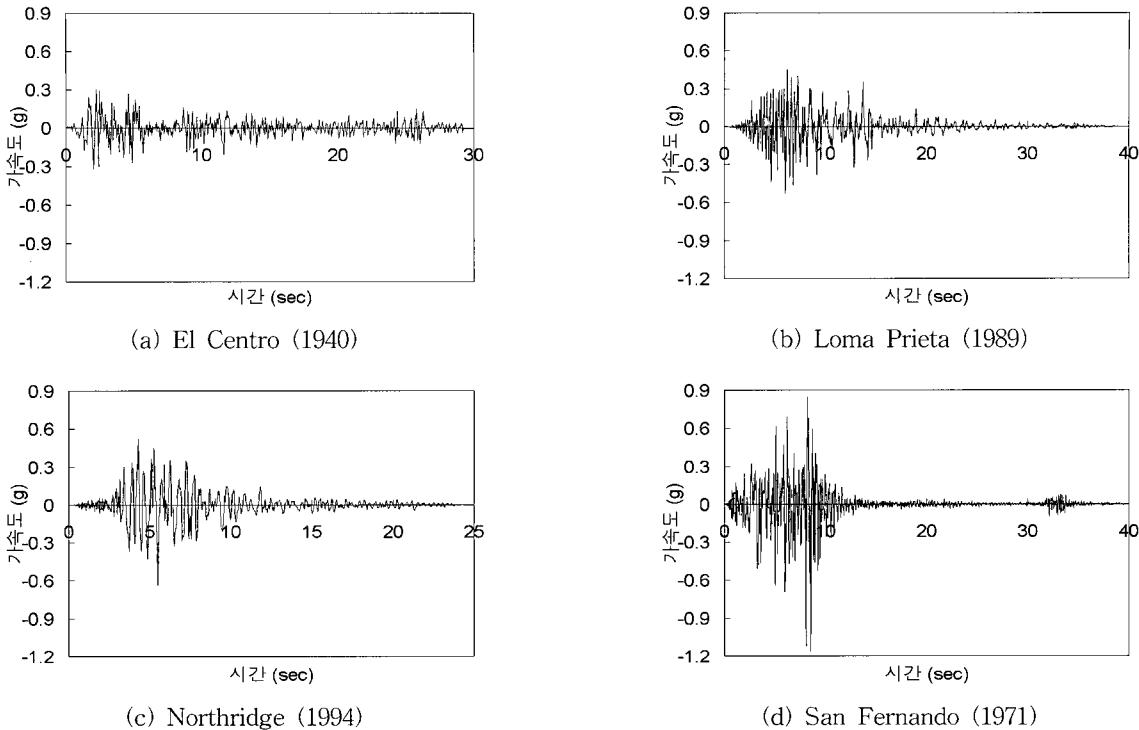


그림 1 지진 기록

용하면 정밀한 해석결과를 구할 수 있으나, 비선형 동적해석의 경우 해석시간이 너무 과다하게 소요되므로 본 연구에서는 적용하지 않았다. 따라서 빠대구조물의 모델링에 ABAQUS의 B33 보요소를 사용하였다. 그림 1에 입력지진파로 사용한 4개의 지진기록 El-Centro 1940, Loma Prieta 1989, Northridge 1994 및 San Fernando 1971을 나타내었다.

입력지진파의 최대지반가속도와 시간간격을 표 1에 나타내었다. 구조물의 상재질량에 의한 영향을 동적해석에 반영하기 위하여 정적해석을 먼저 수행한 후, 지진하중 재하 시 동적 시간간이력 해석을 수행하였다. 진동해석에서 구한 제 1, 2 모드에 기초하여 점성 감쇠비 5%와 등가인 질량 및 강성 비례감쇠계수를 사용하였다.

표 1 지진기록의 최대지반가속도와 이에 대응하는 시간 단계

지진	PGA (g)	시간 단계 (sec)
El Centro (1940) (Array, #9, USGS Station 117)	0.319	0.020
Loma Prieta (1989) (Capitola, 000, CDMG Station 47125)	0.529	0.005
Northridge (1994) (Simi Valley-Katherine, 090, USC Station 90055)	0.640	0.010
San Fernando (1971) (Pacoima Dam, 254, CDMG Station 279)	1.160	0.010

### 3.1 공간 1경간 2층 빠대 구조물

각 절점에 질량이 집중된 공간 1경간 2층 빠대의 형상과 물성치를 그림 2에 나타내었다.

공간 1경간 2층 빠대의 형상은 대칭이나 질량분포는 비대칭이다. 해석모델에서, 각 부재당 2개의 요소를 사용하였다. 진동해석 수행후, 지진 작용방향 제 1, 2모드의 고유주기와 이에 대응하는 빠대의 모드형상을 표 2 및 그림 3에 비교하였다. 표 2 및 그림 3에서 보는 바와 같이 ABAQUS 및 PAAP-Dyna 프로그램으로 구한 본 빠대의 동적 특성이 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있었다. 비선형탄성 및 비선형비탄성 해석에 의한 빠대의 2층 상단 변위 응답을 그림 4에

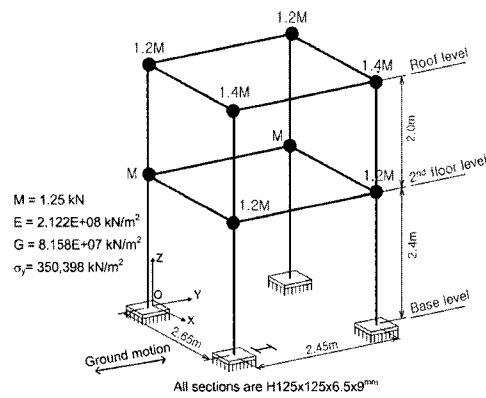


그림 2 2층 빠대 구조물

표 2 2층 뼈대 구조물의 지진 작용방향 제 1, 2 모드의 고유주기 비교

모드	주기 (sec)		오차 (%)
	ABAQUS	PAAP-Dyna (제안)	
1차	0.4340	0.4352	-0.28
2차	0.1217	0.1220	-0.32

나타내었다. 그림 4에서 보는 바와 같이 SE(Second-order Elastic) 및 SI(Second-order Inelastic)는 각각 비선형탄성 및 비선형비탄성 해석을 의미한다. 2층 상단 최대변위의 비교 및 이에 대응하는 시간을 표 3에 나타내었다. 그림 4에서 보는 바와 같이 ABAQUS와 PAAP-Dyna 프로그램은 모든 경우에 대하여 거의 동일한 해석결과를 보였고, Loma-Prieta, Northridge 및 San Fernando 지진 재하 시 비선형비탄성 해석의 경우에 비탄성 거동 때문에 미소의 영구 소성 변형이 발생하였다. 가장 작은 최대지반 가속도를 가지

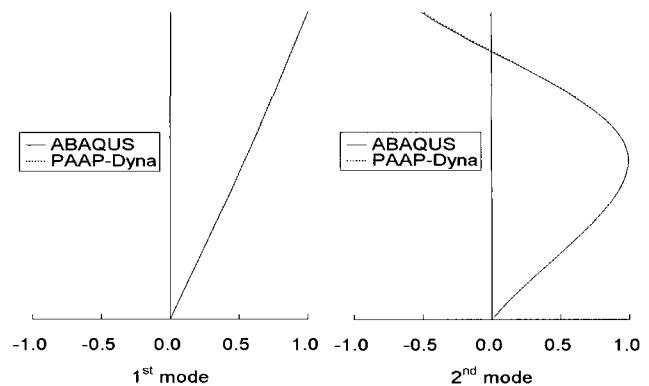


그림 3 2층 뼈대 구조물의 지진 작용방향 제 1, 2 모드형상 비교

고 있는 El-Centro 지진의 경우에는 비선형탄성 및 비선형비탄성 해석의 변위응답이 거의 일치하였다. 왜냐하면 El-Centro 지진재하 시 뼈대 구조물은 단지 탄성거동만을 하기 때문이다.

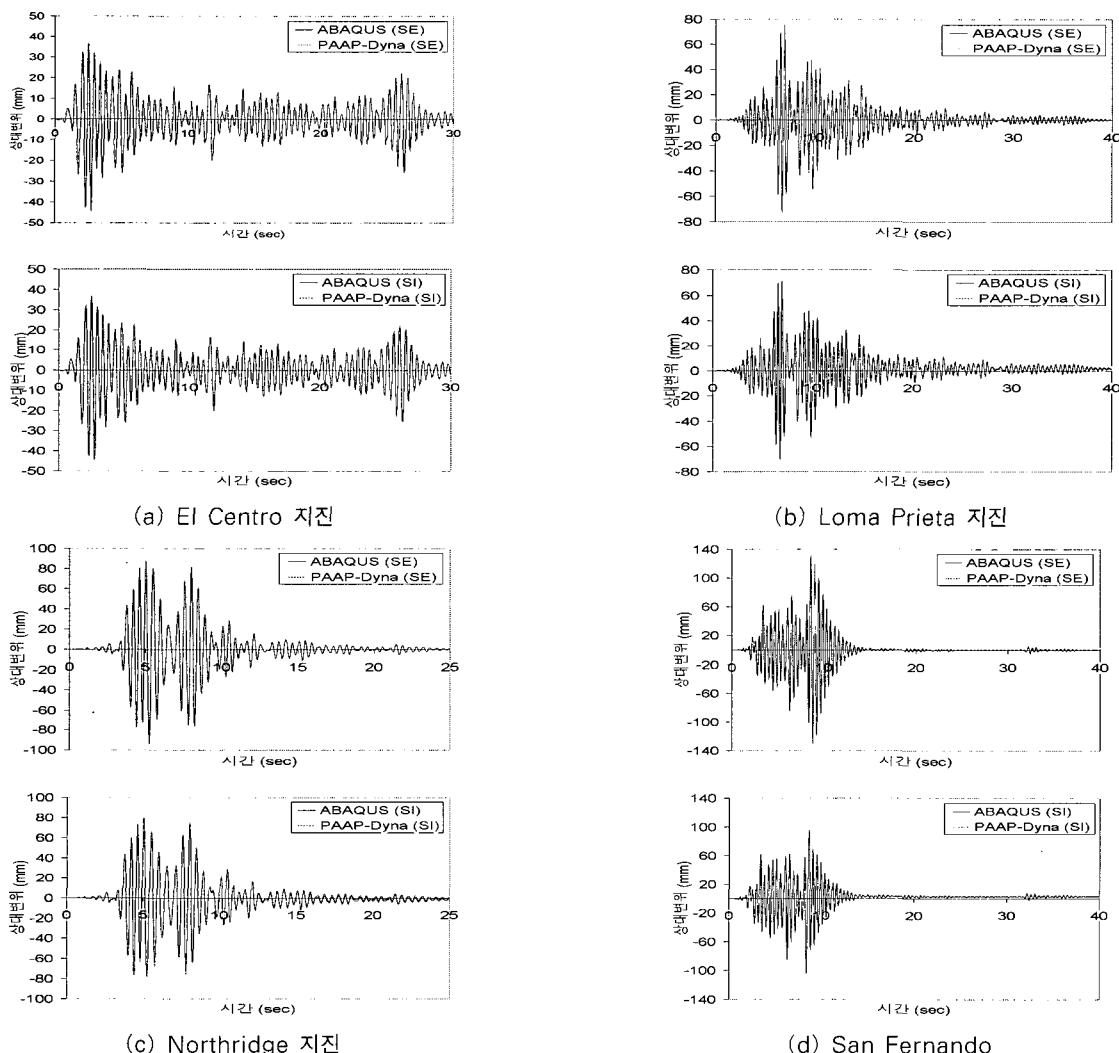


그림 4 2층 뼈대 구조물의 2층 상대변위 비교

표 3. 2층 빼대 구조물의 최대 상대변위와 이에 대응하는 시간

지진	최소/최대	해석 종류	ABAQUS		PAAP-Dyna (제안)		오차 (%)
			변위 (mm)	시간 (sec)	변위 (mm)	시간 (sec)	
El Centro	최대	비선형 탄성	36.95	2.520	35.69	2.520	3.40
		비선형 비탄성	36.95	2.520	35.69	2.520	3.40
	최소	비선형 탄성	-44.67	2.740	-43.02	2.740	3.68
		비선형 비탄성	-44.67	2.740	-43.02	2.740	3.68
Loma Prieta	최대	비선형 탄성	75.62	6.950	74.97	6.940	0.86
		비선형 비탄성	71.49	6.950	69.87	6.940	2.28
	최소	비선형 탄성	-72.46	6.755	-71.40	6.745	1.74
		비선형 비탄성	-70.71	6.755	-68.46	6.750	3.18
Northridge	최대	비선형 탄성	87.38	5.010	86.24	5.010	1.28
		비선형 비탄성	79.98	5.010	77.77	5.010	2.77
	최소	비선형 탄성	-93.07	5.240	-92.14	5.230	1.00
		비선형 비탄성	-78.22	4.400	-76.60	4.400	2.07
San Fernando	최대	비선형 탄성	130.88	8.600	129.50	8.590	1.05
		비선형 비탄성	95.21	8.620	93.41	8.610	1.90
	최소	비선형 탄성	-131.46	8.820	-131.08	8.800	0.29
		비선형 비탄성	-103.89	8.380	-103.84	8.370	0.04

### 3.2 공간 4층 빼대 구조물

개발된 프로그램의 타당성을 입증하기 위하여 Campbell이 제시한 2경간 4층 강빼대 구조물에 대하여 검증 예제 해석을 수행하였다. 본 연구에서는 Campbell 프레임과 동일한 형상과 부재를 사용하였으나, 면내 강체 슬래브는 모델링에서 무시하였다. 또한, Campbell 프레임은 질량이 너무 작으므로, 본 연구에서는 지진하중 재하 시 비탄성 거동을 명확하게 나타낼 수 있도록 큰 질량을 재하하였다. 본 연구에서 사용한 수정된 Campbell 프레임의 형상, 질량분포 및 물성치를 그림 5에 나타내었다.

수치모델링에서 각 부재당 1개의 요소를 사용하였다. ABAQUS 및 PAAP-Dyna 프로그램의 진동해석에 의한 지

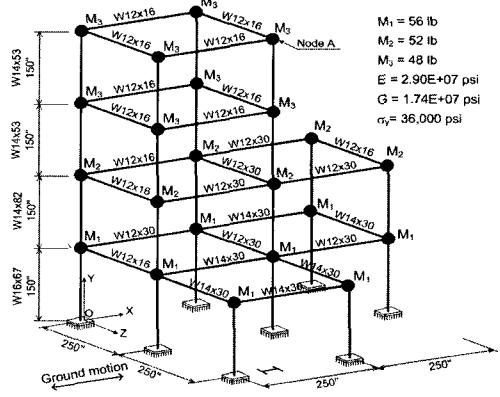


그림 5 4층 빼대 구조물

진 작용 방향 제 1, 2, 3모드의 고유주기와 이에 대응하는 4층 빼대의 모드 형상을 표 4 및 그림 6에 나타내었다. 표 4 및 그림 6에서 보는 바와 같이 진동해석 결과가 매우 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

4개의 서로 상이한 지진하중에 대하여 ABAQUS 및 PAAP-Dyna 프로그램에 의한 빼대상 A절점의 x축 방향 4층 상단 변위 응답을 그림 7에 나타내었다. 4개의 서로 다른 지진하중에 대하여 최대 변위 및 이에 대응하는 시간을 표 5에 비교하였다. 그림 7에서 보는 바와 같이 모든 경우에 대하여 해석결과가 매우 잘 일치하였고, 비선형비탄성 해석의 경우에 상당한 영구소성변형이 발생하였다. 이전 검증 예제에서 본 바와 같이 제안한 프로그램(PAAP-Dyna)은 성능기반 내진설계의 중요 인자인 변위를 정밀하게 예측 할 수 있다. 모든 경우에 대하여 해석결과가 매우 잘 일치하였고, 4개의 서로 상이한 지진하중 중에서 해석시간이 가장 긴 Loma-Prieta 지진 재하 시 4층 빼대에 대하여 ABAQUS 및 PAAP-Dyna 프로그램의 해석시간은 각각 12시간 및 5분이 소요되었다. 이러한 결과는 개발된 프로그램의 해석시간에 대한 효율성을 입증한다. 해석에 사용된 컴퓨터의 사양은 CPU : Intel Pentium IV 3.20GHz, memory : 2GB이다. Northridge 및 San Fernando 지진 재하 시 가장 심각한 항복 발생 시점의 소성 힌지 발생 위치 및 시간을 그림 8에 나타내었다. 그림 8에서 보는 바와 같이 ABAQUS와 PAAP-Dyna의 소성힌지 발생 위치 및 시간이 매우 잘 일치한다는 것을 알 수 있다.

표 4 4층 빼대 구조물의 지진 작용방향 제 1, 2, 3 모드의 고유주기 비교

모드	주기 (sec)		오차 (%)
	ABAQUS	PAAP-Dyna (제안)	
1차	1.1764	1.1746	0.15
2차	0.4077	0.4029	1.18
3차	0.1714	0.1707	0.41

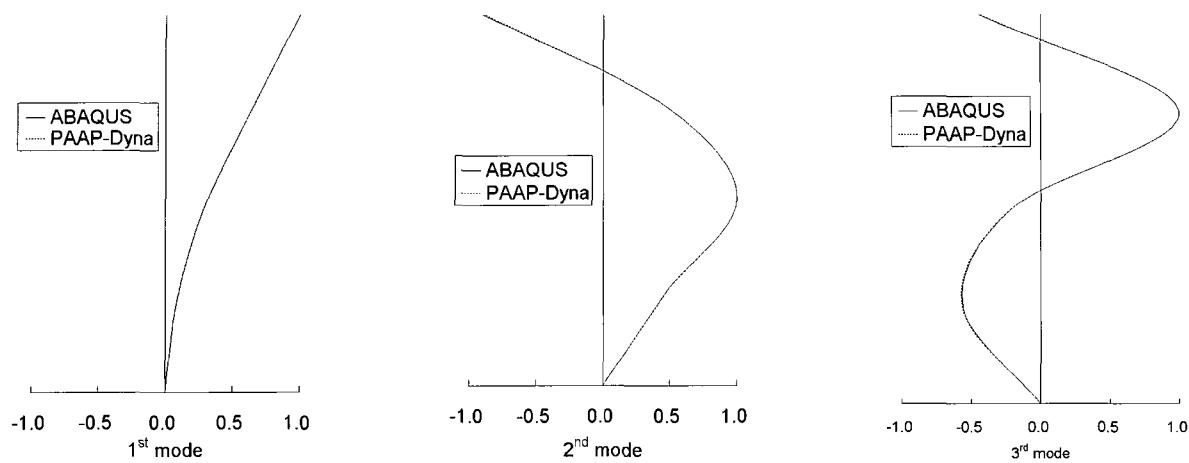


그림 6 4층 뼈대 구조물의 지진 작용방향 제 1, 2, 3 모드형상 비교

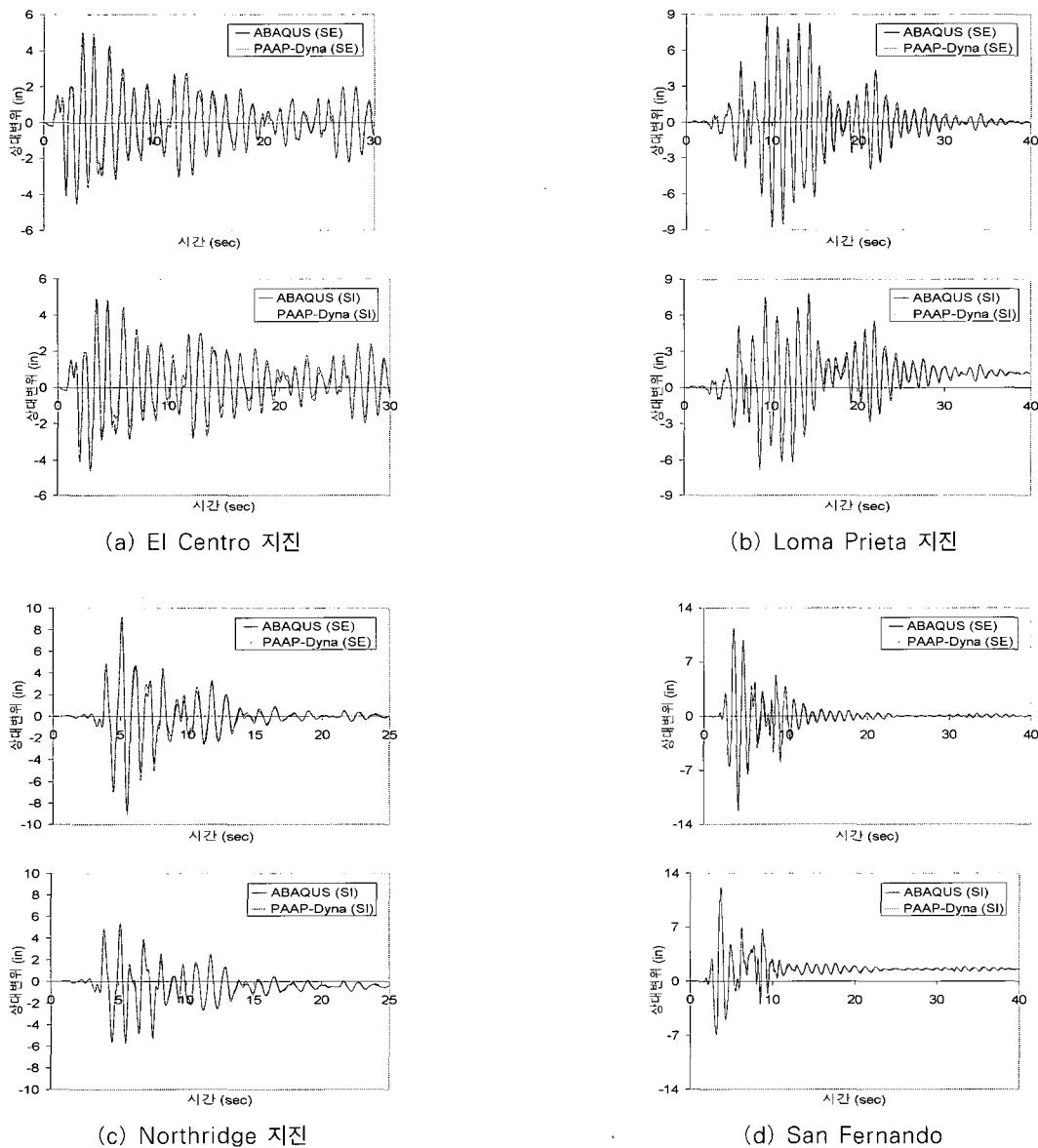
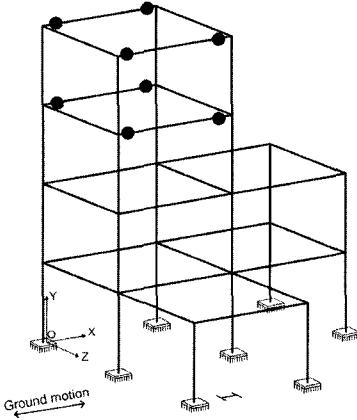
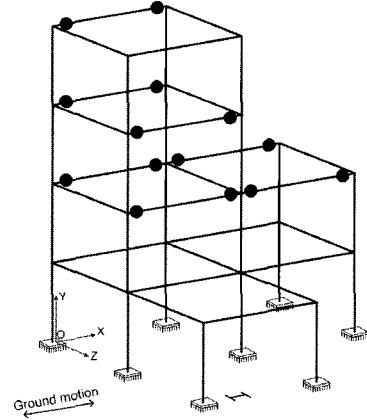


그림 7 4층 뼈대 구조물 상 절점 A의 상대변위 비교



(a) Northridge 지진  
(ABAQUS: t=5.50초, PAAP-Dyna: t=5.50초)



(b) San Fernando 지진  
(ABAQUS: t=3.72초, PAAP-Dyna: t=3.72초)

그림 8 가장 심각한 항복 발생 때의 4층 빼대 구조물 상 소성한지 발생 위치 및 시간 비교

표 5 4층 빼대 구조물의 최대 상대변위와 이에 대응하는 시간

지진	최소/ 최대	해석 종류	ABAQUS		PAAP-Dyna (재안)		오차 (%)
			변위 (mm)	시간 (sec)	변위 (mm)	시간 (sec)	
El Centro	최대	비선형 탄성	5.013	3.520	5.042	3.500	-0.58
		비선형 비탄성	4.901	3.520	4.847	3.520	1.11
	최소	비선형 탄성	-4.538	2.980	-4.458	2.960	1.75
		비선형 비탄성	-4.575	2.980	-4.612	2.960	-0.81
Loma Prieta	최대	비선형 탄성	8.880	9.355	8.531	9.340	3.93
		비선형 비탄성	7.845	14.39	7.617	14.390	2.91
	최소	비선형 탄성	-8.791	9.960	-8.535	9.960	2.91
		비선형 비탄성	-6.846	8.755	-6.490	8.750	5.21
North ridge	최대	비선형 탄성	9.235	5.120	8.838	5.110	4.30
		비선형 비탄성	5.436	5.140	5.227	5.140	3.85
	최소	비선형 탄성	-8.863	5.520	-9.064	5.510	-2.27
		비선형 비탄성	-5.694	5.500	-5.475	5.500	3.85
San Fernando	최대	비선형 탄성	11.414	3.660	11.027	3.630	3.29
		비선형 비탄성	12.149	3.720	11.744	3.720	3.33
	최소	비선형 탄성	-12.242	4.230	-12.045	4.200	1.61
		비선형 비탄성	-6.911	3.190	-6.804	3.170	1.54

#### 4. 결 론

본 연구에서는 기하학적 및 재료적 비선형성을 동시에 고려하는 비선형 동적 시간 이력 해석에 대한 간편하고 효율적인 수치해석 기법을 제시하였다. 본 연구에서 개발된 컴퓨터 프로그램의 정밀도와 해석시간의 효율성을 4개의 서로 상이한 지진하중 재하 시 검증 예제를 통하여 입증하였다. 또한 본 연구에서 개발된 컴퓨터 프로그램은 빼대 구조물의 고유 주기와 진동모드 형상을 정밀하게 예측할 수 있다. 그러므로 본 연구에서 개발된 컴퓨터 프로그램은 종래의 고비용과 많은 해석시간이 소요되는 구조해석 소프트웨어 대신에 정적 및 동적하중 재하 시 공간 강뼈대 구조물의 비선형 거동을 짧은 해석시간에 매우 정밀하게 예측할 수 있으므로, 설계 실무에서 경제적이고 정밀한 해석 기법으로 활용할 수 있을 것이다.

#### 감사의 글

본 연구는 과학기술부의 국가지정연구실사업(M1-0204-00-0143) 지원으로 수행되었으며 이에 감사드립니다.

#### 기호 정리

$P$ : 축력,  $M_{yA}$ ,  $M_{yB}$ ,  $M_{zA}$ ,  $M_{zB}$ : y와 z축에 대한 단부 모멘트,  $T$ : 비틀림,  $\delta$ : 축 변형,  $\theta_{yA}$ ,  $\theta_{yB}$ ,  $\theta_{zA}$ ,  $\theta_{zB}$ : 절점의 회전각,  $\phi$ : 비틀림각,  $A$ : 면적,  $I_y$ ,  $I_z$ : y 및 z 축에 대한 단면 2차모멘트,  $L$ : 보-기둥 요소의 길이,  $E$ : 탄성계수,  $G$ : 전단탄성계수,  $J$ : 비틀림 상수,  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $S_3$ ,  $S_4$ : y와

$z$  축에 대한 안정 함수,  $E_t$ : CRC 접선계수,  $\eta_A$ ,  $\eta_B$ : A 및 B 단에서의 연화소성한지를 나타내는 함수,  $\alpha$ : 단면에 작용하는 부재력의 크기를 나타내는 함수,  $P_y$ : 항복하중,  $M_{yp}$ ,  $M_{zp}$ : y와 z축에 대한 단부소성모멘트,  $n_d$ : 이중계수,  $n_{dy}$ ,  $n_{dz}$ : 약축과 강축에 대한 수정강성감소계수,  $A_{sy}$ ,  $A_{sz}$ : y 와 z 축에 대한 전단면적,  $[K_0]$ : 초기 강성행렬,  $[M]$ : 집중질량 행렬,  $\varphi$ : 모드형상,  $\omega$ : 모드형상  $\varphi$ 에 대응하는 원진동수,  $[K]$ : 강성행렬,  $[C]$ : Rayleigh 감쇠행렬,  $a_0$ ,  $a_1$ : 질량 및 강성 비례감쇠계수,  $[\Delta\ddot{u}]$ ,  $[\Delta\dot{u}]$ ,  $[\Delta u]$ ,  $[\Delta F]$ : 시간증분  $\Delta t$ 에 대응하는 증분 가속도, 속도, 변위 및 가력 벡터,  $[\ddot{u}]$ ,  $[\dot{u}]$ ,  $[u]$ : 시간 t에서의 전체 가속도, 속도 및 변위 벡터,  $\beta$ ,  $\gamma$ : 시간 단계에서의 가속도 변화 및 Newmark 법의 안정과 정밀도를 결정하는 계수.

### 참 고 문 헌

- ABAQUS/Standard user's manual-Volume II. H.K.S. Al-Bermani, F. G. A., Zhu, K. (1996) Nonlinear elastoplastic analysis of spatial structures under dynamic loading using kinematic hardening models. *Engineering Structures*, 18(8), pp.568~576.
- Campbell, S. D. (1994) Nonlinear elements for three dimensional frame analysis. Ph.D. thesis, University of California at Berkeley, California.
- Chan, S. L. (1996) Large deflection dynamic analysis of space frames. *Computer and Structures*, 58(2), pp.381~387.
- Chen, W. F., Lui, E. M. (1987) *Structural Stability: Theory and implementation*. Elsevier, New York.

- Chopra, A. K. (2001) *Dynamics of structures: Theory and applications to earthquake engineering*. Prentice Hall, New Jersey.
- Izzuddin, B. A., Smith, D. L. (1996a) Large-displacement analysis of elastoplastic thin-walled frames. I: Formulation and implementation. *Journal of Structural Engineering*, 122(8), pp.905~914.
- Izzuddin, B. A., Smith, D. L. (1996b) Large-displacement analysis of elastoplastic thin-walled frames. II: Verification and application. *Journal of Structural Engineering*, 122(8), pp.915~925.
- Jiang, X. M., Chen, H., Liew, J. Y. R. (2002) Spread-of-plasticity analysis of three-dimensional steel frames. *Journal of Constructional Steel Research*, 58(2), pp.193~212.
- Kim, S. E., Lee, J., Park, J. S. (2002) 3-D second-order plastic-hinge analysis accounting for lateral torsional buckling. *International Journal of Solids and Structures*, 39(8), pp.2109~2128.
- Kim, S. E., Lee, J., Park, J. S. (2003) 3-D second-order plastic-hinge analysis accounting for local buckling. *Engineering Structures*, 25(1), pp.81~90.
- Kim S. E., Park M. H., Choi S. H. (2001) Direct design of three-dimensional frames using practical advanced analysis. *Engineering Structures*, 23 (11), pp.1491~1502.
- Liew, J. Y. R., Chen, H., Shanmugam, N. E., Chen, W. F. (2000) Improved nonlinear plastic hinge analysis of space frame structures. *Engineering Structures*, 22(10), pp.1324~1338.
- Teh, L. H., Clark, M. J. (1999) Plastic-zone analysis of 3D steel frames using beam elements. *Journal of Structural Engineering*, 125(11), pp. 1328~1337.