전산역학 백과사전의 내용 고찰- (2) 고체/구조 역학

Survey of the Encyclopedia of Computational Mechanics:(2) Solids and Structures

박 재 균*

*단국대학교 토목환경공학과 전임강사

1. 서 론

한국전산구조공학회지 제18권 3호(2005년 9월)에 소개한 전산역학 백과사전은 이미 학술기사에 나온 바와 같이 총 3가지의 큰 분야로 나뉘어 있으며, 첫 분야는 수치해석의 전반적인 분야를 다루는 기초편(Fundamentals)이였다. 기초편에서는 전산역학 백과사전을 만든 동기와 범위, 전산역학의 발전단계와 특징, 그리고 제1권의 개관에 대한 내용을 담았다.

이번 기사에서 다룰 두 번째 분야는 고체/구조역학(Solid/Structural Mechanics) 분야로, 기초편에서 소개한 내용들을 발전시켜 특별한 용도로 사용하는 기법들을 담고 있다. 1권의 경우와 같은 방식으로 제1장부터 제24장까지 각 장의 제목과 저자, 그리고 내용요약을 소개하는 순서로 기술한다. 대부분의 용어는 먼저 국문번역을 적고 괄호 안에 원래의 용어를 넣는 방법을 사용하였으며, 적절한 번역어가 없는 경우에만 원어를 그대로 적었다.

2. 제2권의 내용

이 장에서는 제2권의 내용에 대한 René de Borst의 설명을 중심으로 기술한다.

2.1 서론(제1장: *René de Borst*, Solids and Structures: Introduction and Survey)

고체 내부의 응력 분포는 일련의 편미분 방정식과 거기에 상응하는 경계조건으로 모델링할 수 있다. 그러나, 이러한 대부분의 문제는 해석해를 구하는 일이 매우 어려우며, 설사 가능하다 하더라도 제한적인 경우에만 가능하다. 즉, 매우 단순한 기하학적 형상을 가진 고체와 선형의 미분방정식으로 이루어진 문제에 국한된다.

이러한 어려움을 극복하기 위하여 여러가지 초기치/경계치 문제에 대한 정도 높은(accurate) 근사해를 주는 여러 가지 방법이 개발되어 왔다. 가장 오래된 수치해석방법들 중에 유한차분법(finite difference method)이 있다. 이 방법에서는 미분방정식이 테일러 급수를 사용한 유한차분식(finite difference equation)으로 대체된다. 결과적으로 미분방정식은 연립방정식으로 바뀌게 된다. 디지털 컴퓨터의 발전으로 이 방법이 많은 각광을 받기도 하였으나, 복잡한 기하학적 형상에 대하여 어려움이 있기 때문에 지금은 고체/구조역학에서 그리 널리 쓰이지 않는다.

또하나의 초기 방법은 Rayleigh-Ritz방법이다. 이 방법에서는 근사해가 조화함수(harmonic functions)의 합으로 표현되며, 그 함수들의 크기가 미지수가 된다. 이미지수를 결정하기 위하여 본래의 문제에 변분을 적용하여 weak form을 만들고, 앞에서 가정한 근사해를 대입한다. 이 때

weak form을 만드는 방법에는 여러 가지가 있으나 고체역학 분야에서는 Bubnov-Galerkin방법이 가장 널리 쓰이는데, 이는 그 방법이 대칭성(symmetry)을 보존하고, 안정적이며, 정확하기 때문이다. Rayleigh-Ritz방법은 유한차분법에 비하여 미지수의 숫자가 적어서 유리하나 복잡한 기하학적 형상을 다루는데 매우 불리한 단점이 있다.

공학자들에게 응력해석을 가능하게 해 준 방법은 바로 유한요소법이다. 개념적으로 유한요소법은 Rayleigh-Ritz 방법과 매우 가까운 관계이다. 유한요소법의 차이점은 조화함수 대신에 다항식으로 이루어진 시험함수(test function)를 사용하는 것인데, 이 함수들은 요소 안에서만 의미 있는 값을 가지고 그 밖에서는 '0'이 되는 단순한 함수들이다.

유한요소법이 처음 적용된 영역은 고체와 구조물의 응력해석 분야였다. 실제로, 유한요소들이 '요소(element)'로 인식된 것은 보와 뼈대구조에 대한 매트릭스 구조해석과 관련된 초기의 연구와 많은 관계가 있다. 이러한 직관적인 용어로뷰터 수학적으로 엄밀한 유한요소 이론이 정립되었다. 여기에 대한 자세한 내용은 제1권의 4, 5 그리고 9장에서 볼 수 있다. 더욱이, 유한요소법의 탄생은 스펙트럼방법(*spectral method*, 제1권, 6장), 무요소법(*meshless method*, 제1권, 10장), 불연속요소법(*discrete element*, 제1권, 11장), 유한체적법(*finite volume method*, 제1권, 15장) 등의 여러 가지 다른 분할방법들의 발전을 가속시켰다. 이들 중 몇 가지는 유한요소법과 직접적인 관계가 있으나 유한체적법 등은 그렇지 않다.

2.2. 고체/구조 역학(Solids and Structures)

본래 응력해석을 위한 유한요소법은 선형 탄성체 문제에 국한되어 있었다. 그 이후의 발전에 대한 기초를 형성한다는 점 때문에 제2권의 2장(*Erwin Stein/Marcus Ruter*, Finite Element Methods for Elasticity with Error controlled Discreditzation and Model Adaptivity)은 선형과 비선형 탄성문제에 대한 유한요소법을 다루었다. 이 장은 연속체역학의 기본 개념들이 요약되어 소개되고, 변분법이 리뷰(review)되기 때문에 그 이후의 내용들에 대한 좋은 기초가 된다. 그러나 더욱 중요한 것은 고체/구조역학에서의 오차분석과 적응성(adaptivity) 문제가 다루어진 것이다. 연속체역학의 개념들은 제3장(*M. Bischoff/W.A. Wall/K.-U. Bletzinger/E.Ramm*, Models and Finite Elements for Thin-walled Structures)에서 다시 등장하는데, 여기에서는 이 개념들이 미분기하학(differential geometry)과 연결되어 있으며, 미분기하학은 쉘과 기타 구조물을 묘사하기 위한 필수도구이다. 판과 쉘에 대한 체계적인 접근이 이루어지고 있으며, 정적 기하비선형 문제에 대하여 주로 서술되어 있다. 기하비선형 쉘에 대한 주 문제는 좌굴(buckling)이다. 제4장(*Edward Riks*, Buckling)은 Koiter의 유명한 불완전 민감성이론으로 출발하여 불안정 현상에 대한 평형 경로를 수치적으로 찾아가는 방법을 다룬다. 후반부에서는 완전한 동적 현상으로서의 좌굴을 묘사하는 새로운 방법들에 대하여 서술한다. 제5장(*Gregory M. Hulbert*, Computational Structural Dynamics)은 구조역학에 대하여 다룬 마지막 장이며, 구조 동역학에 대한 최신 방법들을 소개한다. 시간적분 방법에 대한 수치적 안정성과 정확도 같은 중요한 문제들이 선형과 비선형 동역학 문제에 대하여 다루어진다. 특히 다중체 동역학(multibody dynamics)이 중점적으로 소개되고 있으며, 이 분야에서 고전적인 구조 동역학과의 분리가 점차 사라져가고 있다.

여기서부터는 물성 구성방정식(constitutive equation)에 대한 이론들과 유한요소법이나 경계요소법을 통한 적용이 그 주된 내용이 된다. 먼저 일반적인 내용이 다루어지고, 후반부에서는 복합소재, 금속 처리, 콘크리트, 다공성 물질(porous media), 토양, 그리고 biomaterial 등의 특정 물질에 대한 해석을 다룬다. 제6장(*P. Wriggers/G. Zavarise*, Computational Contact Mechanics)에서는 접촉문제를 다루는데, 타이어와 지면과의 접촉문제에서 부터 금속의 처리를 거쳐 생의학적인 문제에 이르기까지 분야가 매우 넓다. 접촉문제에 대한 여러 가지의 구성모델이 묘사되었으며, 수치해석 방법이 바로 따라온다. 접촉문제에서는 공간적인 접촉을 판단하는 수치해석 방법 자체가 큰 문제가 된다. 여기에서, 비슷한 문제가 발생하는 (제1권의 11장에 소개된) 불연속요소와도 관계가 있다. 가장 널리 쓰이는 구성 이론 중 하나가 점소성(visco-plasticity) 모델이다. 제7장(*F. Armero*, Elastoplastic and Viscoplastic Deformation in Solids and Structures)은 이 분야에 대한 전체적인 소개를 하며, return-mapping algorithm이나 Newton-Raphson algorithm을 위해 필요한 consistent tangent를 구하기 위한 방법 등의 동시대적 문제들을 다룬다. 특별히, 결정 소성모델(crystal plasticity)은 소성 slip 이론에서 출발하여 금속에서의 단일결정 소성 현상을 묘사하기 위하여 점차 더 많이 사용되고 있다. 중간크기(Mesoscopic level)에서 출발하여, 제8장(*Christian Miehe/Jan Schotte*, Crystal Plasticity and Evolution of Polycrystalline Microstructure)에서의 결정소성모델은 다중결정물질의 multiscale해석을 위한 주축역할을 한다. 제9장(*Nestor*

Zouain, Shakedown and Safety Assessment)에서는 7, 8장과 다르게 하중에 저항할 수 있는 능력을 직접적으로 계산하여 아래, 위의 한계를 정하는 방법을 다룬다.

파괴현상의 전산해석에서 자주 쓰이는 비선형 구성이론은 손상역학(damage mechanics) 이론이다. 제10장(*René de Borst*, Damage, Material Instabilities, and Failure)은 계산 알고리즘을 포함한 손상역학의 전반적인 이론을 소개한다. 손상이론을 적용할 때의 가장 큰 문제점은 어떤 하중 단계를 넘어섰을 때 나타나는 요소분할 수에 대한 민감성이다. 이 현상에 대한 깊이 있는 해석이 제시되어 있으며 지금까지 제시된 해결방법들이 수치해석 알고리즘과 함께 소개된다. 제11장(*Anthony R. Ingraffea*, Computational Fracture Mechanics)은 fracture mechanics를 다루다. 이 장에서 중점적으로 다루는 것은 수치모델에서 고체가 갈라지는 현상을 나타내기 위한 여러 가지 방법들을 소개하고, 그들을 분류하는 것이다.

제12장(*Tarek I. Zohdi*, Homogenization Methods and Multiscale Modeling)은 multiscale 모델을 깊이 있게 다루는데, 기본적인 미소-거시(micro-macro) 관계에서부터 계산적 균질화(computational homogenization)와 분할까지 서술되어 있으며 선형 문제에 집중되어 있다.

제13장(*J.N. Reddy/D. H. Robbins Jr*, Computational Modeling of Damage and Failure in Composite Laminates)은 복합소재에 대한 내용을 다룬다. 층상복합소재로 이루어진 판과 쉘에 적합한 고전적인 방법에서 출발하여 복합소재에 대한 소성과 파괴의 기준에 대한 토의를 기술한다. 이 장의 마지막은 복합소재를 위한 미소-거시적 전략에 대한 내용인데, 균질화와 multiscale modeling, 그리고 손상의 전파 등이 주요 키워드가 된다. 제14장(*D. Peric/D. R. J. Owen*, Computational Modeling of Forming Processes)에서는 성형 공정에 대한 내용을 다룬다. 그 내용은 전반적으로 이전의 내용에 더하여지는 이론인데 6장의 접촉에 대한 이론, 7장의 소성에 대한 이론과 10장의 손상과 요소수 민감성에 대한 내용을 바탕으로 한다.

Multiscale modeling이 제15장(*Roman Lackner/Herbert A Mang/Christian Pichler*, Computational Concrete Mechanics)에서 다시 기술된다. 여기서의 주된 모델은 콘크리트와 강화콘크리트이며, 콘크리트 물성에서의 화학적 작용의 중요성 때문에 다중계(multifield) 현상이 중요한 역할을 한다. 제16장(*John P. Carter/John C. Small*, Computational Geomechanics Including Consolidation)은 토양의 모델링에 대한 내용을 다루며 역시 다중계 현상이 중요한 역할을 한다. 여기서는 압밀(Consolidation) - 물과 토양의 상호작용 - 이 주요 내용이며 이는 많은 지반공학 문제에서 중요한 문제이다. 그 이전 내용에서의 많은 부분이 종합적으로 이용되고 있다(분할 방법 - 1권의 2, 4, 11, 12장, 극한 해석 - 제9장 등). 소성을 위한 모델들도 토양에 대한 것으로 nonassociative - 한계상태 함수와 소성 potential 이 같지 않은 - 소성모델이 이용된다. 확정적인 모델과 확률론적(stochastic) 모델에 대한 차이점이 기술되었다. 제17장(*B.A. Schrefler, Multifield* Problems)은 역시 다중계 문제를 다루며, 전체 영역 또는 일부 영역에서 연결현상(coupling)이 일어나는 경우에 대한 내용이다.

생물학적 조직에 대한 모델링이 제18장(*Gerhard A. Holzapfel*, Computational Biomechanics of Soft Biological Tissue)에서 서술된다. 구성방정식은 여러 개의 조직 집합체가 나타내는 물성을 표현하며, 조직의 미소구조(micro-structure)에 대한 적절한 묘사가 구성방정식의 중요한 부분을 이룬다. 대변형률(large strain), 손상모델과 더불어 살아있는 조직에서는 필수적인 성장과 재모델링(remodeling)이 토의된다.

물성 모델에서 패러미터(parameter)를 알아내는 일은 중요하지만 어려운 일이며, 역(inverse)문제의 해와 관계가 있다. 제19장(*R. Mahnken*, Identification of Material Parameters for Constitutive Equations)은 여러 가지 역문제의 해석방법을 토의한다. 채택한 수학적인 방법들과 관련하여 제20장(*Miguel A. Gutierrez/Steen Krenk*, Stochastic Finite Element Method)은 여러가지 확률론적 유한요소법에 대하여 소개하는데, 이 방법들이 19장의 내용과 밀접한 관계가 있다. 무작위계(random field)에 대한 분할과 민감성 같은 중요한 개념들이 소개될 뿐만 아니라 확률론적 유한요소법의 중요한 세가지 종류인 perturbation method, spectral method, 그리고 reliability method 등이 소개되었다.

제21장(*Roger Ohayon*, Fluid-structure Interaction Problem)은 multifield 문제 중에서 유체-구조물 상호작용을 다룬다. 특히 구조 음향학(structural acoustics)과 수탄성 슬로싱(hydroelastic sloshing) 상호작용 문제를 중점적으로 기술하였다. 제22장(*Lonny L. Thomson/Peter M. Pinsky*, Acoustics)은 선형 음향학에 사용되는 계산방법을 기술한다. 두 가지 문제에 대하여 중점적으로 다루었는데 하나는 유한영역에 기초한 방법을 사용하여 무한영역의 문제를 효과적으로 다루는 방법이고, 다른 하나는 short unresolved wave를 근사할 때 일어나는 수치분산

(dispersion)을 최소화하는 방법이다.

제2권의 마지막 두 장은 경계요소법을 비선형, 동적, 그리고 상호작용문제에 적용하는 내용이다. 제1권의 12장에 기반을 두고, 제23장(*Marc Bonnet*, Boundary Integral Equation Methods for Elastic and Plastic Problems)은 그 방법을 탄성, 소성, 그리고 fracture 문제에 적용하였다. 마지막 장인 제24장(*L. Gaul/M. Kögl/F. Moser/M. Schanz*, Boundary Element Methods for the Dynamic Analysis of Elastic, Viscoelastic, and Piezoelectric Solids)에서는 경계요소법을 점탄성, 동적, 그리고 전기-기계적인 상호작용 문제에 적용하는 내용을 기술하였다.

3. 마무리 글

이상으로 전산역학 백과사전의 제2권: 고체/구조 역학 편을 소개하였다. 전체 내용에 대한 개관을 다시 요약한 것으로 내용이 많이 부족하므로, 관심 있는 독자는 완전한 내용이 들어있는 본문을 참조하기 바란다. 다음 회에서는 마지막권인 유체역학편을 다룰 예정이다.

참 고 문 헌

1. Erwin Stein, René de Borst, and Thomas J. R. Hughes, *Encyclopedia of Computational Mechanics - Fundamentals*, 2004, v. 1, Wiley.
2. Erwin Stein, René de Borst, and Thomas J. R. Hughes, *Encyclopedia of Computational Mechanics - Solids and Structures*, 2004, v. 2, Wiley.
3. Erwin Stein, René de Borst, and Thomas J. R. Hughes, *Encyclopedia of Computational Mechanics - Fluids*, 2004, v. 3, Wiley.