

예비수학교사교육에서의 공학적 도구 활용 사례연구 - 7~9단계 수학수업과 연계된 교수·학습보조자료 개발을 중심으로 -

김 남 희*

본 연구에서는 학교수학수업에의 공학적 도구 활용을 논의의 주제로 설정하고 예비수학교사교육에서 사례연구를 실시하였다. 예비관찰을 통해 사례로 선정된 사범대학 재학생들을 대상으로 수학교육프로그램을 활용하여 7~9단계 수학 학습에 적용할 수 있는 교수-학습 자료를 개발하는 수업활동을 시행하였다. NCTM과 제7차 교육과정의 교수-학습방법 제안을 배경으로 하여 본 연구에서는 공학적 도구를 활용하여 수학학습의 효과를 높일 수 있다는 명제를 개념적 틀로 설정하였다. 그리고 이를 연구의 방향과 자료분석의 토대로 삼았다. 연구과정에서 수집된 관찰자료, 면담자료, 문서자료 등을 토대로 연구의 초기에 설정된 세 가지 연구문제에 대한 결과를 분석하였다. 아울러 학교현장의 수학수업에 활용할 수 있는 공학적 도구 활용 교수·학습 보조자료를(단계별 수학디자인 산출물) 개발하여 제시하였다.

1. 서 론

학교수학수업에의 공학적 도구 활용은 우리나라 제7차 수학교육과정과 NCTM의 제안에서 수학교육의 방법론적 측면의 시도로 적극 권장되어 왔다(교육부, 1997a, 1997b; NCTM, 1989, 2000). 본 연구는 최근 수학교육의 현장에서 요구되는 교수-학습 방법의 제안을 고려하여 예비수학교사들을 대상으로 수학프로그램 활용 방법을 안내하고 동시에 7~9단계 수학의 학습 과정에서 활용 가능한 교수-학습 보조자료를 개발하고자 시도되었다. 특히, 학교수학의 교수 상황에서 주역이 될 예비수학교사들을 대상으로 하여 공학적 도구를 활용한 학교수학의 지도 문제에 접근하였다.

본 연구는 선행연구인 ‘중등수학 탐구를 위

한 예비수학교사의 수학프로그램 활용사례(김남희, 2004)’의 후속연구라고 할 수 있다. 선행 연구에서는 공학적 도구를 활용한 수학디자인 활동 사례가 예비수학교사들에게 영향을 끼친 인지적, 정의적 영역에서의 긍정적인 효과를 분석하였다. 연구의 과정에서는 중등수학 뿐만 아니라 대학의 미적분학 수준의 수학까지 통합적으로 다룬 활동이 시도되었었다. 본 연구에서는 선행연구에서 다룬 공학적 도구 활용 수학활동이 고등수준의 수학이 아닌 7~9단계의 수학에도 적용가능한 지에 대한 접근을 시도한다. 다시 말하면, 선행연구에서 다루었던 수학디자인 활동이 7~9 단계 수학의 학습에도 접근이 가능한 지, 나아가 그러한 활동이 각 단계의 수학학습에 긍정적인 영향을 줄 수 있는 지에 대한 논의이다¹⁾.

위와 같은 논의는 공학적 도구의 활용 상황

* 전주대학교(nhkim@jj.ac.kr)

1) 이는 연구자의 후속연구과제이면서 동시에 선행연구발표 이후 현장 수학교사들로부터 요구되어 온 끊임없는 질문사항이기도 하였다.

이 진솔하게 드러나는 수업의 과정 속에서 의미를 포착할 수 있는 바, 본 연구에서는 예비수학교사들을 대상으로 하는 수학교실수업의 상황을 중심으로 사례연구를 실시하였다. 선정된 사례를 대상으로 수업과정의 형태로 7~9단계수학에의 공학적 도구 활용 활동을 수행하였다. 그 과정에서 장차 수학교사가 될 사범대학 학생들에게 제7차 수학 교육과정의 교수-학습 방법의 제안과 NCTM의 공학적 도구의 원리를 실천적으로 경험하게 하는데 중점을 두었다. 연구의 구체적인 산출물로는 7~9단계 수학 학습에 보조자료로서 기여할 수 있는 공학적 도구를 활용한 교수·학습자료를 얻고자 시도하였다.

아래에서는 사례연구의 일반적인 방법론에 따라 본 연구의 목적과 연구문제, 연구를 위한 개념적 틀을 설정하여 제시한다. 그리고 연구 사례를 대상으로 실시한 수업과정에서 수집된 관찰자료, 면담자료, 문서자료등을 토대로 본 연구의 결과를 분석하여 제시한다.

II. 연구 설계

1. 연구 목적

본 연구의 목적은 다음 세 가지이다. 첫째, 예비수학교사들이 제7차 수학교육과정에서 제시되는 공학적 도구 활용에 관한 제안을 인식하고 이를 수학수업에 구현해보는 활동을 모색한다. 둘째, 선행 연구의 후속연구로서 7~9단계 수학수업에 활용할 수 있는 공학적 도구 활용 교수·학습 보조자료를 단계별로 개발한다.

셋째, 예비수학교사들이 7~9단계 수학의 학습 내용의 체계를 분석해 본다. 이는 7~9단계별 수학학습내용에 알맞은 수학디자인구성을 산출²⁾하도록 함으로써 단계가 올라갈수록 수학학습의 내용체계가 어떻게 확장되는지를 종적으로 바라보는 기회를 제공한다.

2. 연구 문제

예비수학교사들의 문제해결경험과 학교수학의 내용을 통합적으로 활용하는 가능성에 대하여는 선행연구에서 이미 논의된 바 있으므로 본 연구에서는 앞에서 제시된 연구 목적에 따라 다음과 같은 세 가지의 연구문제를 설정하였다.

연구문제 1: 본 연구에서의 활동이 예비수학교사들로 하여금 7~9단계 수학내용을 종적 계통에 따라 분석하고 이해하게 하는데 도움을 주는가?

연구문제 2: 중등학교 수학을 통합적으로 다룬 선행연구와 달리 7~9단계에서 지도되는 수학내용만을 가지고 수학디자인 구성을 할 수 있는가?

연구문제 3: 본 연구에서의 공학적 도구 활용 활동이 예비수학교사들로 하여금 학교수학의 교수-학습에 효과적으로 적용될 수 있다는 생각을 갖게 하는가?

3. 개념적 틀

본 연구의 개념적 틀의 배경은 우리나라 제7차 수학과 교육과정의 교수-학습 방법에서 제안하는 공학적 도구의 활용에 관한 관점과 NCTM의 '공학적 도구의 원리(The Technology

2) 선행연구에서는 다양한 함수의 그래프를 활용한 수학디자인 작업을 이미 수행하였다. 국민공통교육과정에서 고등학교 수학 이전의 특히 7~9단계를 중점적으로 다룬 것은 다양한 그래프나 함수식을 배우지 않은 상태에서도 수학디자인 작업이 가능함을 보이기 위해서이다.

Principle)이다.

NCTM에서는 현대 정보화 사회에서 수학적 소양의 중요성이 더욱 증대되었음을 지적하면서 학생들의 수학적 힘³⁾의 획득을 보장하기 위해서는 문제해결능력을 중시하고 수학적 문제를 탐구하는 과정에서 계산기와 컴퓨터를 적절히 활용하도록 제안하고 있다(NCTM, 1989). 이러한 제안은 NCTM(2000)에서 다음과 같이 더욱 구체화되어 제시되고 있다.

테크놀러지는 수학을 가르치고 배우는데 필수적인 요소이다. 테크놀러지는 가르쳐야 할 수학 내용에 영향을 주며, 학생들의 수학학습능력을 높여준다. 테크놀러지는 수학적 환경을 재구성하며 학교수학은 이러한 변화를 반영해야 한다. 학생들은 테크놀러지를 적절히 이용하여 수학을 더 많이 더 깊이 학습할 수 있다. 교사는 테크놀러지를 언제, 어떻게 사용할 것인지를 신중히 결정해야 한다(황혜정 외 5인, 2001: 110에서 재인용).

우리나라의 제7차 수학교육과정도 위와 같은 외국 수학교육의 최신 동향 및 추세를 반영하여 학생중심교육과정을 개정하는 과정에 테크놀러지의 활용 내용을 강화하여 제시하고 있음이 확인된다(교육부, 1997a, 1997b). 특히, 정보

화 사회에 적응하기 위한 수학교육에서는 각종 자료와 정보를 수집, 분석하여 종합, 판단할 수 있는 능력을 강조하면서 교육과정 개정의 중점 사항으로 계산기와 컴퓨터의 활용을, 권장하고 있다. 제7차 수학과 교육과정에서는 계산능력이 중요시 되지 않는 문제해결에 계산기나 컴퓨터를 활용할 것을 권장하고 있다(황혜정 외 5인, 2001, p.100). 이를 보다 구체적으로 살펴보면 아래의 <표 II-1>과 같다.

위와 같은 NCTM과 제7차 교육과정의 제안에 관한 이론적 배경을 가지고 본 연구에서는 연구의 방향과 초점, 결과 분석의 토대가 되는 개념적 틀로서 다음과 같은 명제를 설정하였다.

공학적 도구를 활용하여 수학학습의 효과⁴⁾를 높일 수 있다.

아래에서는 위와 같은 개념적 틀을 가지고 연구사례에서 수집된 자료를 주의 깊게 분석할 것이다. 본 연구에서는 사전에 일정한 개념적 틀을 분명히 전제하고 사례를 통해 이론적 전제를 검증하고자 시도한다. 분석검증은 전제한 이론을 확인하는 경우에는 그만큼 이론의 일반화를 증대하는 것이므로 이지훈(2000)이 제시하

<표 II-1> 제 7 차 수학과 국민공통기본교육과정에 제시된 교수-학습 방법(교육부, 1997a: 86)

- | |
|--|
| <p>(1) 교수 학습의 전 과정을 통하여 적절하고 다양한 교육 기자재를 활용하여 학습의 효과를 높이도록 한다.</p> <p>(2) 교수 학습 과정에서 계산 능력 배양이 목표인 영역을 제외하고는 복잡한 계산이나 수학적 개념, 원리, 법칙의 이해, 문제 해결력 향상 등을 위하여 가능하면 계산기나 컴퓨터를 적극 활용하도록 한다.</p> |
|--|

3) 수학의 기본적인 원리, 개념, 법칙을 토대로 탐구하고, 예측하며 논리적으로 추론하는 능력, 수학을 사용한 또는 수학을 통한 정보를 처리하고 교환하는 능력, 실생활이나 다른 교과 영역에서 수학적 지식을 사용하여 문제를 구성하고 해결하는 문제 해결력, 창의력 뿐만 아니라 수학적으로 사고하는 성향, 사고의 유연성, 자신감 등의 정의적 능력을 포함한 제반 고등사고능력(교육부, 1997b: 2; 황혜정 외 5인, 2001: 92-93).

4) 인지적 영역의 신장, 정의적 영역의 신장, 수학적 지식의 활용, 문제 해결력 향상 등

는 사례연구의 분석방법 중에 연역적 분석연구 방법론을 따른다고 할 수 있다.

4. 사례의 선정

본 연구에서는 NCTM과 우리나라 제 7차 교육과정에서 강조하고 있는 컴퓨터 활용 및 '수학적 힘의 획득을 위해 중등수학에서 다른 그래프를 이용한 '수학디자인' 활동을 고안하고 수학프로그램을 활용하여 이를 예비수학교사들에게 실행 그 결과를 분석하고자 계획하였다.

예비수학교사의 공학적 도구의 활용을 통한 학교수학의 교수-학습의 효과 분석은 구체적으로 해당수학교실수업의 상황 속에서 찾아볼 수 있기 때문에 위의 연구를 위해 적합한 연구방법론은 사례연구이다. 먼저 연구를 위한 가장 적절한 사례를 찾기 위해서 위의 연구에서는 사례선정을 위한 예비관찰을 실시하였다. 예비관찰을 위해서 연구자가 재직하고 있는 사범대학에 2004학년도에 입학한 신입생 40명을 대상으로 1년간에 걸쳐 교양세미나시간을 통해 Grafeq.⁵⁾의 사용법과 수학디자인 작품구성의 과정을 안내하고 중등학교 수학과 대학의 미적분학 내용을 총체적으로 활용하여 수학디자인 작품을 구성하도록 하였다. 예비관찰에서는 수학수업교실의 관찰뿐만 아니라 기초면담을 실시하여 학생들의 수학적 아이디어가 공학적 도구활용에서 어떻게 추려지고, 그들의 아이디어가 전체 토론과 활동에서 어떻게 사용되는지를 분석하였다. 예비관찰대상인 40명의 학생들은 수학과 공학적 도구를 활용하여 디자인작품을 만드는 과정에 적극적으로 임하였으며 특히 그 과정을 통해 수학에 대한

흥미를 갖고 심화된 탐구심을 갖게 되었음이 관찰되었다.

본 연구에서는 예비관찰대상학생 40명 중 2005학년 1학기에 수학교육과 교양수업인 컴퓨터(3) 수강을 신청한 38명을 사례로 선정하였다. 이 학생들을 사례로 선정한 이유는 다음의 세가지 관점에서이다. 첫째, 이 학생들은 본 연구의 과정에서 다루는 수학프로그램에 익숙한 학생들이므로 연구를 수행하는데 별도의 교육이 필요하지 않다. 둘째, 장차 수학교사가 되기 위해 임용시험을 준비하는 학생들로서 중등학교의 각 단계별 수학학습내용에 대한 관심이 높은 학생들이다.

따라서 7~9단계 수학내용을 종적 계통에 따라 분석하고 이해하는 활동에 적극적으로 참여할 대상들이므로 연구문제 1의 해결에 적합하다. 셋째, 고등수준의 대학수학이 아닌 중등학교수학의 내용만으로도 동일한 작업을 수행할 수 있는지에 많은 관심을 가진 학생들이므로 본 연구의 연구문제 2의 해결에 적합하다.

III. 자료 수집 및 분석

1. 자료수집

2005학년도 1학기 수학교육과 교양수업인 컴퓨터(3)강좌를 이용하여 본 연구의 활동을 진행하고 연구과정을 담은 자료를 수집하였다. 사례로 선정된 38명의 학생들을 대상으로 1학기 동안 7~9단계 수학교과서의 단계별 분석을 시도하였다. 그리고 각 단계의 학습내용을 이용

5) Graph Equation이라는 뜻으로 해석되는 이 소프트웨어는 캐나다의 Pedagoguery Software에서 만든 것으로서 <http://www.peda.com/Grafeq>(영문판)이나 한국의 전국 수학교사연구모임 홈페이지인 <http://www.mathlove.org> (한글판)에서 웨어웨어를 다운받아 쉽게 사용할 수 있다.

하여 Grafeq 로 수학디자인 구성활동을 실시하였다. 8개 조로 조별활동을 실행하면서 연구자는 동료들 간의 토론과 반성작업이 활발히 일어나도록 안내하였다.

본 연구에서는 관찰, 면담, 문서수집의 자료 수집방법이 모두 동원되었다. 관찰자료를 위해서는 연구자가 수업 중 또는 수업 후 수업진행 과정에서 분석되는 사항들을 메모형식으로 담은 기록물을 수집하였다. 수업이 이루어지는 자연스런 환경에서 교사의 입장에서 연구자가 관찰한 내용들을 자유스런 형식으로 메모하였다. 연구의 관심현상에 대한 직접적인 자료를 수업관찰을 통해 많이 얻었으며 관찰결과를 자세히 기록한 메모자료는 본 연구의 결과 분석을 위해 유용하게 활용되었다.

각 단계별로 산출물이 나올 때는 학생 발표 수업을 비디오로 녹화하여 분석의 자료로 삼았다. 발표수업이 있을 때 학생의 발표상황을 비디오로 녹화하여 수학학습에 진전을 보이는 의미있는 표현들을 수집하였다. 수업관찰기간동안 비정기적으로 학생들과 비구조적 면담을 실시하였고 조별 산출물에 대한 학생들의 조별기록물을 수집하였다. 위의 연구에서처럼 관찰, 면담, 문서수집 등으로 자료수집을 다원화한 것은 본 연구 결과의 객관화(신뢰성과 타당성) 증진을 위한 시도였다.

2. 자료분석

본 연구에서 자료 분석은 앞에서 제기된 세 가지의 연구문제에 대한 해답을 찾기 위해 시도되었다.

연구자의 관찰, 기록물과 사례에서 수집된 자료 분석을 통해 각 연구문제에 대한 기술을

을 시도하였다. Merram(1998)이 제시하는 사례 연구의 자료 분석 방법 중 자료를 주제별로 조직하여 구체적인 기술형태로 표현하는 서술적 설명방법을 선택하였다.

자료 분석의 첫 번째 단계에서는 연구문제 1의 해결과 관련하여 연구과정에서 예비수학 교사들이 7~9단계에서 학습되는 수학내용을 분석하여 수학디자인 활동에 지침으로 활용하고자 정리한 내용을 단계별로 분석하였다. 아래의 내용은 사례로 선정된 학생들이 7~9단계 수학교과서 분석⁶⁾을 바탕으로 각 단계 수학학습내용에 적합한 수학디자인을 구성하기 위해서 유의해야 할 내용을 제시한 것을 요약한 것이다.

• 7 단계 수학 분석

1. '정수와 유리수'단원에서 유리수 표현을 주로 $\frac{a}{b}$ 꼴로 사용하고 있으므로 가능하다면 소수 표현보다는 분수형태의 유리수 표현을 적극적으로 사용하도록 한다. 예를들면 $1.5 = \frac{3}{2}$ 으로 사용한다(정수 아닌 유리수는 분수나 소수로 나타낼 수 있지만 7단계 교과서에서 유리수를 주로 분수형태로 제시하고 있는 것은 정수와 유리수의 사칙연산 학습에서 통분이나 약분의 과정을 명시적으로 다루기 위한 시도로 보인다).
2. 함수단원에서 정비례와 반비례를 학습하는 단계이므로 정비례 그래프는 $y=ax$ 형태의 원점을 지나는 직선의 그래프, 반비례그래프는 $y=\frac{a}{x}$ 꼴의 그래프만을 활용한다.
3. 7단계 수학에서 좌표평면을 배우므로 좌표축에 평행한 직선의 그래프를 활용할 수 있다.

6) 분석을 위해 사용된 교과서는 단계별로 임의로 선정하였다(강행고 외 8인, 2002; 박두일 외 4인, 2001; 이준열 외 4인, 2000)

$x=3$ 의 그래프를 설명하는 것은 y 값이 어떤 값이라도 x 값이 3인 점을 좌표평면에 찍으면 된다는 설명으로 쉽게 이해시킬 수 있다. 좌표 (3,5)를 점으로 찍는 학습이 주로 행해지므로 $y=2x+(1,2)$ 와 같이 y 절편이 있는 직선의 식에 대해서도 식에 적합한 순서쌍을 찾는 과정으로 그래프를 탐구할 수 있다.

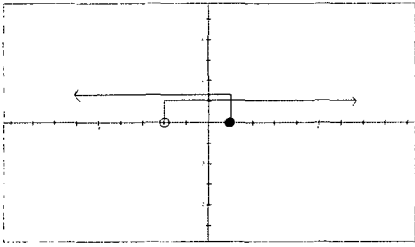
4. 디자인 과정에서 절대값 식을 사용할 필요가 있을 때에는 절대값 기호사용을 가능하면 지양하고 집합단원에서 배우는 집합기호로 수식을 처리한다. 예를들면 $|x|=3$ 을 나타내기 위해서는 $x=(-3, 3)$ 의 표현을 대신 사용하는 것이다(Grafeq.는 집합개념을 활용하여 여러개의 그래프를 동시에 표현한다. $x=(-3, 3)$ 는 $x=3, x=-3$ 의 두 가지를 동시에 그린다). 절대값기호 $||$ 가 교과서에서 제시되지는 않지만 7단계에서는 집합개념을 활용한 그래프 표현을 다루면서 상위학년에서 배운 절대값 함수내용에 대한 이미지를 갖게 할 수 있다.
5. 7단계에서는 주로 등식을 배우므로 부등식의 영역표현을 하기 어려운 점을 감안, Grafeq.의 배경색 메뉴를 활용하여 수학디자인 작품의 이미지가 잘 나타나도록 할 수 있다. $y>ax$ 형태는 심화학습, 탐구활동으로 가능함을 인식한다.
6. 좌표평면과 눈금의 크기 및 범위를 유연하게 활용한다. 수학디자인 그림이 x 축 아래로 모두 내려갈 때는 y 축의 눈금범위를 조절하여 3,4분면이 넓게 나오도록 조정한다. 예를 들면 y 축의 범위를 -20에서 +5까지로 하면 원점이 위로 올라가게 되고 3,4분면이 넓게 표현된다(7단계에서 학습하는 좌표평면의 개념을 문제해결을 위해 실제적으로 활용하는 학습이 행해질 수 있다).
7. 제시하는 수식에서 계수나 상수는 모두 7단계에서 학습되는 정수와 유리수 범위에서만 사용한다.

• 8 단계 수학분석

7단계 교과서 분석과 수학디자인 작업을 마친 후에 학생들은 8단계 수학교과서 분석을 실시하였다. 7단계 수학학습내용과 달라진 것이 무엇이고 확장된 내용이 무엇인지를 중점적으로 파악하면서 8단계 수학학습내용에 적합한 수학디자인을 구성하기 위해서 유의해야 할 내용들을 다음과 같이 정리하였다.

1. 수와 연산단원에서 유리수를 소수로 나타내는 학습을 본격적으로 하므로 수식에서 사용되는 계수나 상수를 7단계에서는 유리수 표현으로 했던 것에 반해 8단계에서는 주로 소수표현으로 제시하도록 한다. 본 활동에서도 유리수의 소수 표현을 적극적으로 활용하도록 한다.
2. 8단계에서는 거듭제곱의 표현과 더불어 지수 법칙을 학습하므로 그 내용을 수학디자인 구성에 활용하도록 한다.
3. 연립방정식을 학습하는 단계이므로 두 그래프의 교점찾기작업이 부각되는 디자인활동을 구성해본다(교점찾기는 그래프의 범위설정에서 핵심적인 과정임을 인식한다).
4. 미지수가 2개인 연립일차방정식의 그래프(예, $2x+3y=20$)는 가능하면 8단계 교과서에서와 같이 간단한 정수 계수를 사용하도록 한다.
5. 8단계에서 일차 부등식의 내용을 학습하므로 이를 활용하여 미지수가 1개인 일차부등식 ($x\geq 3$ 와 같이), x 축, y 축에 평행한 부등식의 영역을 표현할 수 있다.
6. 연립 일차부등식을 학습하므로 다음과 같은 식을 디자인 과정에 활용할 수 있다(그림 III-1 참조).

$$\begin{cases} 2x-1 > -5 \\ x+2 \geq 4x-1 \end{cases} \quad -2 < x \leq 1$$



[그림 III-1] 연립일차부등식의 해

7. 7단계에서는 주로 원점을 지나는 직선의 그래프만 다루었지만 8단계에서는 $y = ax + b$ 꼴의 표현을 본격적으로 다룰 수 있다.
8. 평행이동개념을 배우므로 7단계 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프에서 평행이동개념을 활용하여 $y = \frac{a}{x} + b$ 의 그래프를 사용할 수 있다.
9. 그래프 학습과 다소 동떨어져 보이지만 8단계에서 학습하는 도형의 합동, 닮음의 개념을 활용하여 수학디자인을 보다 균형있고 조화로운 디자인으로 구성해 볼 수 있다.

• 9 단계 수학 분석

9단계 수학교과서 분석에서도 하위단계의 수학학습내용과 달라진 것이 무엇이고 확장된 내용이 무엇인지를 중점적으로 파악하면서 9단계 수학학습내용에 적합한 수학디자인을 구성하기 위해서 유의해야 할 내용을 정리하였다. 학생들은 9단계에서는 다루는 수의 범위가 실수까지 확장되고 이차함수의 도입이 시작되므로 보다 다양한 수학적 표현을 활용할 수 있음을 보다 명확히 하였다.

1. 수와 연산단원에서 수의 범위가 실수까지 확장되어 제시되고 있으므로 제곱근 기호를 사용한 무리수 표현을 사용할 수 있다. 원주율 π 도 소개되고 있으므로 디자인활동에 활용해 볼 수 있다.

2. 9단계에서는 인수분해를 학습하므로 함수를 인수분해된 형식으로 표현할 수 있다. 예를 들면 식 $x^2 - 3x + 2 = 0$ 을 $(x - 2)(x - 1) = 0$ 으로 표현함으로써 좌표축과의 교점을 보다 명확히 부각시킬 수 있다.
3. 미지수가 한 개인 이차방정식(예, $x^2 - 6x + 9 = 0$)을 사용할 때 근의 공식을 이용하여 교점찾기를 행할 수 있다.
4. 이차함수를 본격적으로 배우므로 표준형, 일반형으로 모두 활용해보고, 함수를 x, y 축으로 평행이동을 시도하여 디자인을 구성해본다.
5. 9단계에서 원의 개념을 배우지만 원의 방정식은 학습하지 않으므로 원의 방정식은 사용하지 않는다.
6. 삼각비 단원에서 특수각의 삼각비의 값을 학습하므로 삼각비 값을 수식에 계수로 활용해 볼 수도 있다.

자료 분석의 두 번째 단계에서는 연구문제 2의 해결과 관련하여 중등수학과 대학의 미적분 학습준의 수학을 통합적으로 다룬 선행연구와 달리 중학교 수준(7~9단계)의 각 단계에서 지도되는 수학내용만을 가지고 수학디자인 구성을 할 수 있는가를 중점적으로 살펴보았다.

아래에 제시된 예는 7단계 과정에 대한 산출물 8개 중의 한 예이다. 면담결과에 의하면 예비수학교사들은 낮은 단계의 수학학습내용을 가지고 산출물을 구성하는 작업이 가장 어려웠음을 표현하였다. 그와 동시에 학생의 수학수준 눈높이에 맞는 수학학습상황을 연출하는 것이 교사의 중요한 연구과제임을 인식했다고 이야기하였다. 학습한 수학의 내용이 적을수록 본 연구에서의 수학디자인 활동은 수월하지 않은 것이 사실이고 디자인을 단순화해야 하는

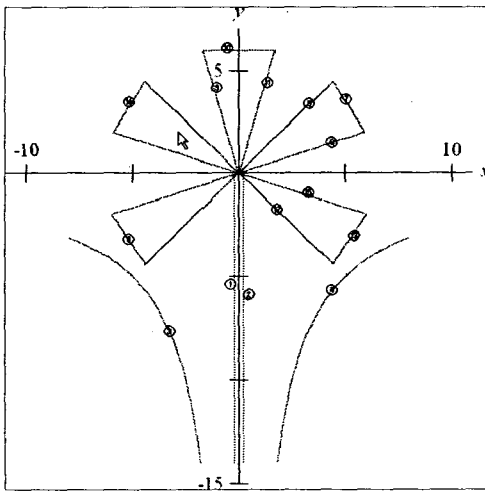
제약이 있다. 그럼에도 불구하고 본 연구에서는 학교수학의 7~9단계 수학수업에 활용가능한 작품을 만들기 위하여 많은 시간의 반성작업을 통해 의미있는 결과를 얻게 되었다. 아래의 [그림 III-2]는 7단계용으로 만든 초기 작품이다. 그러나 사용된 수식을 살펴보면 [그림 III-4]에 제시된 바와 같이 7단계 수학교과서에서 지도되지 않는 직선의 방정식이 포함되었음이 지적되었다. 제작학생들의 조별토론이 이어졌고, 7단계 수학교과서의 학습내용에 충실한 작품으로의 개선작업이 진행됨을 관찰하였다. 아래의 제시내용은 사례에 대한 기록물자료에서 추출한 조별 의견내용이다. 초기작품에 대한 반성작업이 왜 이루어졌으며 어떻게 이루어졌는지에 대한 생각이 담겨있음을 확인할 수 있다.

<초기작품의 수정>

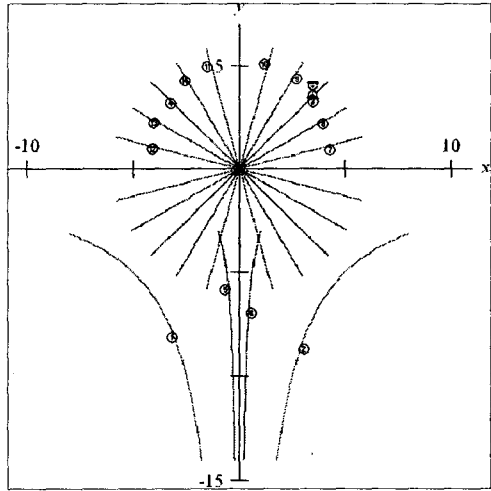
꽃잎의 끝을 막기 위해 원점을 지나지 않는 직선의 그래프를 사용한 것이 주목되었다(⑦,⑧,⑬,⑭ 등의 수식) 꽃잎의 모양을 원점을 중심으로 하여 방사형으로 변형하면 7단계 수학을 배운 학생들이 작업할 수 있는 모양으로 바꿀 수 있다는 의견이 나왔다. y축에 평행한 직선으로 구성된 꽃잎의 줄기(①,② 수식)도 7단계 수학에서 배우는 반비례식을 적극적으로 활용할 수 있다는 보완의견이 제시되어 수정작업을 하게 되었다.

8단계 작품도 8개 조로 조별활동을 실시하였으므로 8개의 작품이 산출되었다. 8단계 작품도 7단계와 마찬가지로 교과서 분석을 거쳐 사용해야 할 수학의 내용을 점검하고 기본작품을 구성한 후 반성단계를 거쳐 보완, 수정, 심화하

<7단계 작품> 제목: 봄이 왔어요!



[그림 III-2] 7단계 초기 작품



[그림 III-3] 7단계 수정 후 작품

① $y = \frac{1}{2}x$	② $y = \frac{1}{2}x$	③ $y = \frac{1}{2}x$	④ $y = \frac{1}{2}x$	⑤ $y = \frac{1}{2}x$	⑥ $y = \frac{1}{2}x$
⑦ $y = \frac{1}{2}x + 12$	⑧ $y = \frac{1}{2}x + 2$	⑨ $y = \frac{1}{2}x$	⑩ $y = \frac{1}{2}x$	⑪ $y = \frac{1}{2}x$	⑫ $y = \frac{1}{2}x$
⑬ $y = \frac{1}{2}x + 2$	⑭ $y = \frac{1}{2}x + 12$	⑮ $y = \frac{1}{2}x$	⑯ $y = \frac{1}{2}x$	⑰ $y = \frac{1}{2}x$	⑱ $y = \frac{1}{2}x$

[그림 III-4] 초기 작품에 사용된 수식

① $y = \frac{1}{2}x$	② $y = \frac{1}{2}x$	③ $y = \frac{1}{2}x$	④ $y = \frac{1}{2}x$	⑤ $y = \frac{1}{2}x$	⑥ $y = \frac{1}{2}x$	⑦ $y = \frac{1}{2}x$
⑧ $y = \frac{1}{2}x$	⑨ $y = \frac{1}{2}x$	⑩ $y = \frac{1}{2}x$	⑪ $y = \frac{1}{2}x$	⑫ $y = \frac{1}{2}x$	⑬ $y = \frac{1}{2}x$	⑭ $y = \frac{1}{2}x$
⑮ $y = \frac{1}{2}x$	⑯ $y = \frac{1}{2}x$	⑰ $y = \frac{1}{2}x$	⑱ $y = \frac{1}{2}x$	⑲ $y = \frac{1}{2}x$	⑳ $y = \frac{1}{2}x$	㉑ $y = \frac{1}{2}x$

[그림 III-5] 수정 후 작품에 사용된 수식

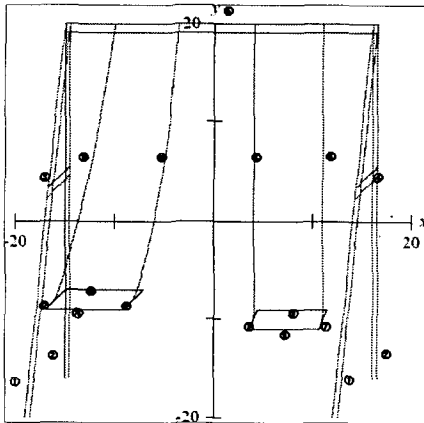
는 작업을 행하였다. 반성단계에서의 중점논의 사항은 해당 단계의 수학학습내용을 충실히 담고 있는나하는 방향으로 일관되게 논의되었음이 관찰되었다. 따라서 아래에서는 연구문제 2에 적합한 결과가 관찰되었는가에 주목을 하고 단계별 해당작품 일부만을 제시한다. 아래에 제시된 두 예 중 첫 번째 예는 좌표축과 식에 대응되는 번호를 삽입하여 제시하였고 두 번째 예는 좌표축 숨기기 기능을 이용하여 디자인만 제시하였다. 사용된 식과 그래프가 간단하므로 8단계 수학수업시간에 대응되는 수식을 찾아보는 기회를 갖는 것도 의미있을 것이다. 또한 수업중에 좌표축의 원점을 어디에 놓느냐에 따라 수식 표현이 달라질 수 있음을 경험하는 기회도 제공할 수 있다.

9단계 작품도 7,8단계와 마찬가지로 교과서 분석을 거쳐 사용해야 할 수학의 내용을 점검하고 기본작품을 구성한 후 반성단계를 거쳐 보완, 수정, 심화하는 작업을 행하였다. [그림 III-10], [그림 III-11]은 산출된 8개의 작품 중에 두 가지 예를 제시한 것이다.

자료 분석의 세 번째 단계에서는 연구문제 3의 해결과 관련하여 수학교육용 프로그램 Grafeq를 활용한 활동이 학교수학의 교수-학습에 어떻게 적용될 수 있는가에 대한 예비수학교사들의 생각을 살펴보았다. 각 단계별로, 조별로 총 24개의 수학작품이 산출되면서 24개의 작품에 대한 조별 학생들의 기록물이 수집되었다. 학생들의 기록물에서 연구문제 3에 관계되는 자료들을 중점적으로 분석하였다. 아래에서

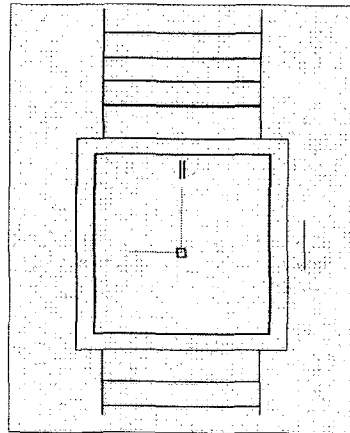
<8단계 작품제목>

① 춘향이와 함께 그네를...



[그림 III- 6] 8단계 수학활용작품 1

② 야광시계



[그림 III-7] 8단계 수학활용작품 2

① $y=10x+(170,165,140,145)$	② $y=(-15,-14,5,16,16,5)$ $y=16$	③ $y=2x+(20,19)$ $\frac{1}{2}x \leq x \leq 18.5$	④ $y=x+(11,12)$ $\frac{1}{2}x \leq x \leq 18.5$
⑤ $y=(20,19)$ $-15 \leq x \leq 18.5$	⑥ $x=(4,11)$ $y=10$	⑦ $y=3x+(22,43)$ $-11 \leq x \leq 9$	⑧ $y=9$ $\frac{1}{2}x \leq x \leq 18.5$
⑨ $y=\frac{1}{2}x-30$ $y=8$	⑩ $y=\frac{1}{2}x-15$ $y=8$	⑪ $y=x+(\frac{1}{2}x, \frac{1}{2}x)$ $0 \leq x \leq 7$	⑫ $y=7$ $\frac{1}{2}x \leq x \leq 18.5$
		⑬ $y=9$ $\frac{1}{2}x \leq x \leq 18.5$	

[그림 III-8] 그네디자인에 사용된 수식

① $x=(-6,6)$	② $y=(-5,6)$	③ $x=(-5,5)$	④ $x=(-4.5,4.5)$	⑤ $x=(-4.5,4.5)$
$-6 \leq y \leq 7$	$-5 \leq x \leq 5$	$-5 \leq y \leq 6$	$7 \leq y \leq 15$	$-10 \leq y \leq 6$
⑥ $y=(9,10,5,12,13,5,-8,-9,5)$	⑦ $y=(-6,7)$	⑧ $y=(-1,2)$	⑨ $x=7$	$-1 \leq y \leq 2$
$-4.5 \leq x \leq 4.5$	$-6 \leq x \leq 6$	$6 \leq x \leq 7$		
⑩ $y=(-0.25,0.25)$	⑪ $x=(-0.25,0.25)$	⑫ $y=0$	⑬ $x=0$	⑭ $x=(-0.15,0.15)$
$-0.25 \leq x \leq 0.25$	$-0.25 \leq y \leq 0.25$	$-3 \leq x \leq 0$	$0 \leq y \leq 4$	$4.6 \leq y \leq 5.6$

[그림 III-9] 시계디자인에 사용된 수식

는 24개의 기록물 중 5개의 기록물을 제시하고 (지면관계상 위에서 제시된 산출물에 대한 조별학생들의 의견을 제시함), 연구문제 3과 관련된 기록자료에 표시(밑줄)를 하였다.

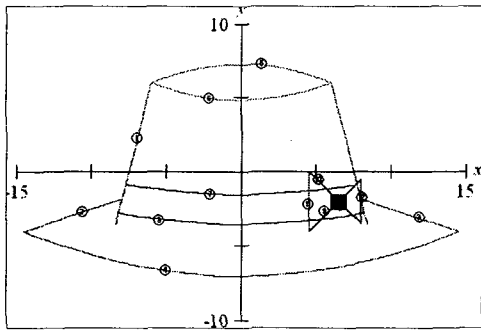
• 7단계 산출물에서의 조별 기록물 내용 분석

제7차 교육과정의 7단계 수학에 적합한 내용으로 구성하기 위해서 꽃의 줄기부분은 반비례 그래프에 범위를 주어서 y축과 가깝게 하여 줄기 모양과 유사하게 표현하였다. 꽃을 나타내

는 모든 직선을 원점을 지나게 하였다. 작품의 완성도를 높이고자 꽃잎들 간격과 길이를 맞추기 위해서 간격을 모두 15°로 맞추었다(길이를 원 $x^2 + y^2 = 6^2$ 와 교점을 찾아 맞추어 주었다. 이 작업은 7단계 수학을 배운 학생들이 할 수 없지만 꽃잎의 길이를 일정하게 하는데 앞으로 배울 수학의 내용이 얼마나 핵심적인 역할을 하는지를 보여주는데 적합하다. 중학교 1학년 학생들이 작업할 때에는 꽃잎의 길이가 다소 달라도 상관없을 것으로 보인다). 중학교 1학년들에게 이 작품을 보여주면서 이 작품은 제7차 교과서 내용에 나온 $y = ax$ 와 $y = \frac{a}{x}$

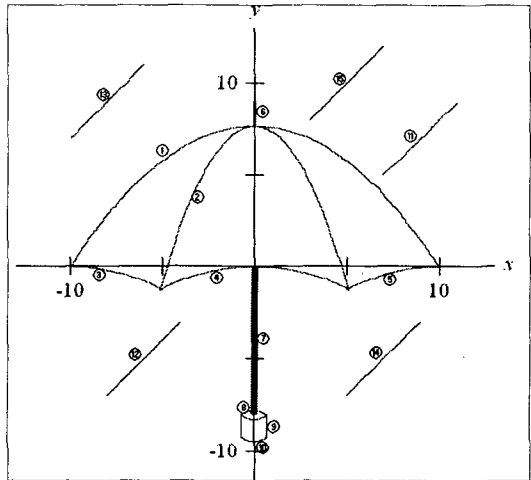
<9단계 작품제목>

① 화려한 외출(모자)



[그림 III-10] 9단계 수학활용작품 1

② 레인보우 우산



[그림 III-11] 9단계 수학활용작품 2

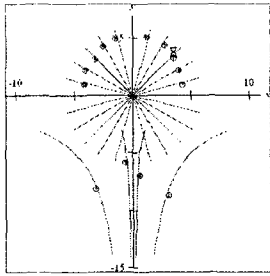
① $y = 4(0.4-2) + 22$	② $y = \frac{1}{3}x + 0.83$	③ $y = \frac{1}{3}x + 0.83$	④ $y = \frac{1}{10}x^2 - 7$
$-3.5x + 6$	$-14.5x + 7.96$	$7.96x + 14.5$	$-14.5x + 14.5$
⑤ $y = \frac{1}{10}x^2 - 7.2$	⑥ $y = \frac{1}{10}x^2 + 4.8$	⑦ $y = \frac{1}{10}x^2 - 1.5$	
$-6x + 6$	$-6x + 6$	$180 - 9\sqrt{393} \csc 180 + 9\sqrt{393}$	
⑧ $y = \frac{1}{10}x^2 - 3.5$	⑨ $y = x - 8.5$	⑩ $y = x + 4.5$	⑪ $x = 4.5$
$180 - 3\sqrt{393} \csc 180 - 3\sqrt{393}$	$4.5x + 8$	$4.5x + 8$	$-4.5x + 0$
⑫ $x = 8$	⑬ $-2.5x + 1.5$		
$-3.5x + 0.5$	$6x + 7$		

[그림 III-12] 모자디자인에 사용된 수식

① $y = \frac{1}{10}(x^2 + 100)$	② $y = \frac{1}{10}x^2 + \frac{100}{10}$	③ $y = \frac{1}{10}(x+10)^2$	④ $y = \frac{1}{10}x^2$	⑤ $y = \frac{1}{10}(x-10)^2$	⑥ $100x + 10$	⑦ $0.2x + 0.2$	⑧ $y = \frac{1}{2}x^2 - 7.8$
$y > 0$	$-5.1x + 5.1$	$-10x + 5$	$-5x + 5$	$5x + 0$	$-0.1x + 0.1$	$-8x + 0.1$	$-0.7x + 0.7$
⑨ $x = (0.7, -0.7)$	⑩ $y = \frac{1}{2}x^2 - (9.5, 8.3)$	⑪ $y = x - 2$	⑫ $y = x + 1$	⑬ $y = x + 17$	⑭ $x = 12$	⑮ $y = x + 5$	
$-9.3x + 8$	$-0.7x + 0.7$	$7x + 1$	$-8x + 4$	$-10x + 6$	$5x + 9$	$3x + 7$	

[그림 III-13] 우산에 사용된 수식

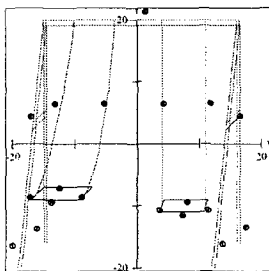
식만으로 제작했음을 설명해 주면 학생들이 수학이라는 과목에 좀 더 관심과 흥미를 느낄 수 있도록 해 줄 것이다.



[그림 III-14] 봄이 왔어요!

• 8단계 산출물에서의 조별 기록물 내용 분석 1

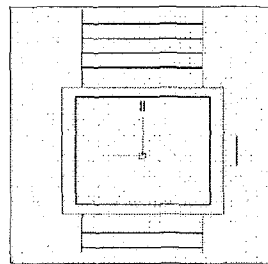
향긋한 5월, 남원에서 전통축제인 ‘춘향제’가 열린다. 춘향제하면 생각나는 그네타기를 떠올리다 8단계 과정에 나오는 직선의 방정식과 반비례 그래프를 이용하여 수학디자인 작업을 해 보았다. 반비례 그래프를 y축으로 평행이동 시켜서 그네 줄을 표현하였다. 직선들의 교점을 찾아가면서 만들어야 했기 때문에 많은 계산을 해야 했다. 휘어지는 그네모양을 만들기 위해 적절한 반비례 그래프를 찾는데 힘들었다. 8단계 수학과정에서 반비례 그래프를 y축으로 평행이동 시키면 그래프 개형이 어떻게 변화하는지 그림으로 쉽게 설명할 수 있다. 수학을 가르칠 때 우리가 어렸을 때 타던 그네를 그래프로 표현한 그림으로 설명하면 좀 더 친숙하고 실생활에서도 수학을 발견하는 태도를 기를 수 있을 것이다.



[그림 III-15] 춘향이와 함께 그네를...

• 8단계 산출물에서의 조별 기록물 내용 분석 2

7단계 수학에서 8단계 수학으로 진행되면서 함수내용에서 추가된 개념은, 크게 일차함수의 평행이동과 상수함수로 볼 수 있다. 우리 조는 이번 작품을 구성하면서 상수함수를 강조하여 사용하였다. 또한 수식표현에서는 정수 표현뿐만 아니라 유리수의 소수표현도 활용하고자 노력했다. 그리고 시계의 시침, 분침은 간단히 원점을 지나는 함수를 사용했다. Grafeg에서는 식의 사용이 15개로 제한이 있어서 여러 개의 식을 하나로 표현하는 방법이 많이 활용되는데, 이번에도 집합개념을 활용하여 식을 통합하는 노력을 하였다. 그 과정에서 여러 개의 식을 하나로 표현해 봄으로써 다양한 식에서 공통적인 부분을 찾아내는 눈을 기를 수 있을 것이다. 좌표축에 평행한 직선이 보기에는 익숙하지만, 7단계에서는 다루지 않았기 때문에 학생들이 식으로 표현하고 이해하는 것이 다소 어려울 수 있다. 이 작품을 구성해 봄으로써 상수함수의 표현을 눈에 익히고, 좌표축에 평행한 직선의 그래프를 자연스럽게 사용하게 될 것이다. 그리고 좌표축 위에 작품을 올려 놓아보면 몇 가지 부분만 제외하고는 좌우대칭이 되는 것을 알 수 있는데, 이것은 ‘8-나’에 나오는 합동의 개념에도 적용시켜 볼 수 있다.



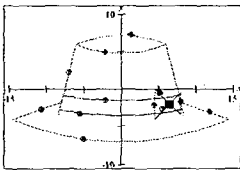
[그림 III-16] 야광시계

• 9단계 산출물에서의 조별 기록물 내용 분석 1

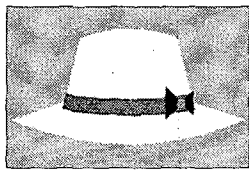
모자가 작품으로 정해지기 전까지 작품선정에 매우 어려움을 느꼈었다. 교각(다리), 잠자리, 국기 등이 의견으로 나왔는데, 이런 것들보다 모자가 괜찮을 것 같은 느낌에 사로잡혀 모자를 확실히 아이টে็ม으로 선정하게 되었고, 가장 깔끔하면서 9단계 교과내용을 표현하기 적합하다고 의

견일치를 보았다. 작품을 구성할 때 8단계까지는 사용할 수 없었던 이차방정식(포물선)을 사용할 수 있어서 표현하는데 조금 더 수월하였다. 그 외에도 평행이동도 자유롭게 사용할 수 있어서 작품 제작을 7,8단계 작업때 보다 수월하게 할 수 있었다. 근의 공식을 사용하여 각 그래프들의 교점을 찾는 데 가장 주의했다. 교점이 너무 복잡하게 나와서 조금 힘들기도 했다. 9단계에서 학습하는 도형의 답을 활용해 보고자 답은 삼각형으로 구성된 리본을 그려 넣는데 신경을 썼다. 그리고 모자의 모양이 매끄럽게 나올 수 있도록 그래프들의 균형을 맞추는 것에 신경을 썼다. 그래프들 중에서 포물선의 기울기에 가장 신경을 썼다. 중학교 3학년들은 이 그래프를 통해 그래프들의 교점을 찾을 수 있고, 리본의 모양에서 답음인 삼각형을 찾아낼 수 있다.

이 작품을 우리가 9단계 수학수업에 활용한다면 우선 학생들에게 그래프를 통하여 모자를 그릴 수 있다는 사실로 삼각한 충격을 먼저 가할 것이다. 그 뒤 모자 안에서 학생들이 수업시간에 배우고 있는 수학내용을 직접 찾아낼 수 있도록 안내할 것이다. 또한 직접 그래프들의 교점 찾는 작업을 시도해 보게 할 것이다. 디자인을 하고 디자인을 분석하는 새로운 학습과정 속에서 학생들은 부지불식 중에 수학 실력이 많이 향상될 것이고, 수학에 대한 흥미 또한 증가될 것이다.



[그림 III-17] 화려한 외출 [그림 III-18] 모자 디자인

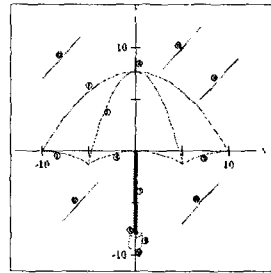


• 9단계 산출물에서의 조별 기록물 내용 분석 2

이차함수를 자유롭게 사용하여 주변의 사물을 표현할 아이템을 찾다가 주변에서 자주 볼 수 있는 우산을 아이템으로 선정하였습니다.

작품을 구성해 나가면서 생각했던 것보다 쉬웠기 때문에 9단계 수학을 학습하는 학생들에게

도 쉽게 접근할 수 있는 소재라 생각합니다. 함수끼리의 교점을 구하는데 근의 공식을 활용하여 계산하는 과정이 필요하므로 손으로 계산하는 수학학습과도 연계시킬 수 있습니다. 또한 이차함수의 최고차항의 계수를 조정하여 그래프의 모양이 어떻게 변하는지 설명할 수 있으므로 그래프의 개형학습에도 적절하게 활용할 수 있습니다. 우산대에 색칠하기 위한 작업을 유도하여 부등식의 해의 개념을 다룰 수 있고 연립일차부등식의 교집합의 결과가 디자인에서 어떻게 표현되는지도 탐색하게 할 수 있습니다.



[그림 III-19] 레인보우 우산

IV. 연구결과

사례에서 관찰된 기록물과 면담자료 등을 기초로 한 위의 자료 분석을 통해 본 연구에서는 연구결과로서 논문의 초기에 설정되었던 연구문제에 대한 해답을 제시하고자 한다.

먼저 첫 번째 연구문제에 대한 연구결과를 얻기 위해 사례로 선정된 예비수학교사들이 제시한 7~9단계 수학교과서 분석자료를 살펴보았다. 학교수학의 6개 영역 중 수학디자인 활동과 다소 연결성이 떨어지는 확률과 통계 영역을 제외하고 나머지 5개 영역을 중심으로 자료분석결과를 종합해 보고자 한다. 먼저 수와 연산영역에 있어서 예비수학교사들은 7~9단계에 이르기까지 각 단계의 진전에 따라 수의 범위가 어떻게 확장되고 있으며 수를 표현하는

주된 방법이 어떻게 변화하고 있는지(분수표현으로서의 유리수 → 유리수의 소수 표현 → 무리수의 도입)를 주목하였다. 문자와 식 영역에 있어서는 예비수학교사들은 일차방정식(7단계), 지수법칙, 이차방정식, 부등식, 연립 일차 방정식, 연립일차 부등식(8단계), 인수분해 표현, 이차방정식(9단계)의 개념을 각 단계마다 주목하고 이를 단계별 수학디자인 활동에 순차적으로 활용하였다. 규칙성과 함수 영역에 있어서는 정비례와 반비례 그래프, 순서상과 좌표(7단계), 일차함수(8단계), 이차함수(9단계)의 순서로 내용영역이 확장되어감을 주목하고 이러한 내용의 확장을 단계별 수학디자인 구성에 활용하였다. 도형영역에 있어서는 수학디자인 작품의 미적균형과 조화로운 구성을 위해 직선과 평면의 위치관계, 평행선의 성질(7단계), 도형의 닮음, 닮음의 응용(8단계), 피타고라스의 정리(9단계)의 내용들을 단계별로 의미있게 사용하였다. 측정영역에 있어서는 9단계 학습에서 제시되는 삼각비의 값을 수학디자인의 그래프 함수 계수에 활용할 수 있음을 주목하였다. 예비수학교사들이 본 연구에서의 수학디자인 활동을 위한 7~9단계 수학교과서 분석 자료를 종합하면, 본 연구에서의 각 단계의 교과서 분석을 바탕으로 한 수학디자인 활동이 7~9단계 수학내용을 종적 계통에 따라 분석하고 이해하게 하는데 도움을 주었다고 할 수 있다.

본 연구의 두 번째 연구문제에 대한 연구결과를 얻기 위해서 7~9단계 수학교과서의 각 단계별 내용에 따라 수학디자인 작품이 구성될 수 있는지에 주목하여 보았다. 연구기간동안 8개 조별활동을 통해 7단계 산출물 8개, 8단계 산출물 8개, 9단계 산출물 8개가 자료로 수집되었다. 단계별 내용이 충실히 반영되었는가를 중심으로 끊임없는 토론과 반성, 수정작업을 거쳐 7~9단계별로 수학디자인 작품을 산출할

수 있음을 경험하였다. 따라서 중등학교 수학과 대학수준의 수학을 통합적으로 다룬 선행연구에서의 산출물과 달리 7~9단계에서 지도되는 수학내용만을 가지고도 수학디자인 작품을 구성할 수 있고 동시에 각 단계의 수학수업에도 활용할 수 있음을 경험하였다. 이는 선행연구발표 이후 현장의 수학교사들에게서 끊임없이 요구되어온 단계별 작품구성 및 단계별 수업활용이라는 요청사항에 긍정적인 답변을 줄 수 있음을 시사한다. 본 연구에서 산출된 작품들은 7~9단계 수학수업의 교수·학습 보조자료로서 유용한 역할을 할 수 있을 것이다.

본 연구의 세 번째 연구문제에 대한 연구결과를 얻기 위해서 사례대상들이 연구과정에 참여하여 산출물을 구성하는 과정에서 어떤 생각과 느낌을 표현하고 있는지에 주목하였다. 이는 아래에 제시된 바와 같이 앞의 자료분석 결과 중 조별기록물 내용에 밀접로 강조되어 예시된 표현으로 나타내었다.

- 적절한 표현을 위해 앞으로 배울 수학의 내용이 얼마나 핵심적인 역할을 하는지를 보여주는데 적합하다.
- 중학교 1학년들에게 이 작품을 보여주면서 이 작품은 제7차 교과서 내용에 나온 $y=ax$ 와 $y=\frac{a}{x}$ 식만으로 제작했음을 설명해 주면 학생들이 수학이라는 과목에 좀 더 관심과 흥미를 느낄 수 있도록 해 줄 것이다.
- 8단계 수학과정에서 반비례 그래프를 y 축으로 평행이동 시키면 그래프 개형이 어떻게 변화하는지 그림으로 쉽게 설명할 수 있다.
- 수학을 가르칠 때 우리가 어렸을 때 타던 그네를 그래프로 표현한 그림으로 설명하면 좀 더 친숙하고 실생활에서도 수학을 발견하는 태도를 기를 수 있을 것이다.
- Grafeq에서는 식의 사용이 15개로 제한이 있어서 여러 개의 식을 하나로 표현하는 방법이 많이 활용된다. 여러 개의 식을 하나로

표현하기 위한 과정을 통해 다양한 식에서 공통적인 부분을 찾아내는 눈을 기를 수 있을 것이다.

- 이 작품을 구성해 봄으로써 상수함수의 표현을 눈에 익히고, 좌표축에 평행한 직선의 그래프를 자연스럽게 이해하게 될 것이다.
- 좌표축 위에 작품을 올려놓아보면 몇 가지 부분만 제외하고는 좌우대칭이 되는 것을 알 수 있는데, 이것은 '8-나'에 나오는 합동의 개념에도 적용시켜 볼 수 있다.
- 중학교 3학년들은 이 그래프를 통해 그래프들의 교점을 찾을 수 있고, 리본의 모양에서 닮음인 삼각형을 찾아낼 수 있다.
- 수학디자인작품에서 학생들이 수업시간에 배우고 있는 수학내용을 직접 찾아낼 수 있도록 안내할 것이다. 또한 직접 그래프들의 교점 찾는 작업을 시도해 보게 할 것이다.
- 디자인을 하고 디자인을 분석하는 새로운 학습과정 속에서 학생들은 부지불식중에 수학 실력이 많이 향상될 것이고, 수학에 대한 흥미 또한 증가될 것이다.
- 근의 공식을 활용하여 계산하는 과정이 필요하므로 손으로 계산하는 수학학습과도 연계시킬 수 있다.
- 이차함수의 최고차항의 계수를 조정하여 그래프의 모양이 어떻게 변하는지 설명할 수 있으므로 그래프의 개형학습에도 적절하게 활용할 수 있다.
- 우산대에 색칠하기 위한 작업을 유도하여 부등식의 해의 개념을 다룰 수 있고 연립일차부등식의 교집합의 결과가 디자인에서 어떻게 표현되는지도 탐색하게 할 수 있다.

본 연구에서의 공학적 도구 활용 활동은 예비수학교사들로 하여금 학교수학의 교수-학습에 효과적으로 적용될 수 있다는 생각을 갖게 하였다고 판단된다. 위에 제시된 바와 같이 예비수학교사들이 제출한 기록물 자료에서 볼 수 있는 다양한 의견들뿐 만 아니라 연구자와의 면담내용, 과제발표내용에서 드러난 예비수학교사들의 구어적 표현 등에서도 이를 뒷받침하는 근거들이 확인되었다.

V. 맺음말

본 연구에서는 학교수학수업에의 공학적 도구 활용을 효과적으로 시행하기 위해 예비수학교사교육에서의 공학적 도구 활용 사례연구를 실시하였다. 예비수학교사들로 하여금 수학교육프로그램을 활용하여 7~9단계 수학의 학습 과정에 적용할 수 있는 교수-학습 보조 자료를 개발하도록 안내하였다. 특히 공학적 도구를 활용한 학교수학의 지도 문제에 보다 효과적으로 접근하기 위해 각 단계의 수학교과서를 분석하고 학습된 수학의 내용을 어떻게 연구활동에 적용할 것이며, 나아가 연구과정에서 산출된 결과물을 각 단계의 수학수업에 어떤 방법으로 활용할 수 있는지에 대해 논의하도록 안내하였다.

본 연구는 사례연구의 일반적인 방법론에 따라 본 연구의 목적과 연구문제, 연구를 위한 개념적 틀을 설정하고 예비관찰단계를 거쳐 적절한 사례를 선정하였다. NCTM과 제7차 교육과정의 제안에 관한 이론적 배경을 가지고 본 연구에서는 '공학적 도구를 활용하여 수학학습의 효과를 높일 수 있다'는 명제를 설정하고 이를 연구의 방향과 결과 분석의 토대가 되는 개념적 틀로 설정하였다. 선정된 사례를 가지고 2005학년도 1학기 동안 수학교육과 교양강좌를 통해 연구과정을 수행하였다. 연구사례를 대상으로 실시한 수업과정에서 수집된 관찰자료, 면담자료, 문서자료등을 토대로 연구의 초기에 설정되었던 세 가지 연구문제에 대한 결과를 분석하여 제시하였다.

본 연구의 결과는 다음과 같이 정리된다. 첫째, 7~9단계 단계의 교과서 분석을 바탕으로 한 수학디자인 활동이 예비수학교사들로 하여금 각 단계 수학 학습내용을 종적 계통에 따라 분석하고 이해하게 하는데 도움을 주었다. 들

재, 7~9단계 수학교과서의 각 단계별 내용에 따라 산출된 수학디자인 작품 24개(8개 조, 단계별로 8 개씩 산출)를 통해 7~9단계에서 지도되는 수학내용만을 가지고도 수학디자인 작품을 구성할 수 있고 각 단계의 수학수업에 활용될 수 있음을 확인하였다. 본 연구에서 산출된 작품들은 7~9단계 수학수업의 교수·학습 보조자료로서 유용한 역할을 할 수 있을 것이다. 셋째, 조별기록물 내용과 연구자와의 면담내용, 과제발표내용에서 드러난 예비수학교사들의 구어적 표현 등을 통해, 본 연구에서의 공학적 도구 활용 활동은 예비수학교사들로 하여금 학교수학의 교수·학습에 효과적으로 적용될 수 있다는 생각을 갖게 하였다.

본 연구에서는 위의 세 가지 연구문제에 대한 결과를 얻음과 동시에 예비수학교사들이 수학디자인 구성을 하는 과정에서 의미있는 수학적 문제해결경험을 하였음을 관찰하였다. 예비수학교사들은 학교수학의 내용을 통합적으로 이해하게 하는 학습환경을 제공받았을 뿐 아니라 조별과정 속에서 주제선정, 수식점검, 토론, 반성을 거쳐 작품을 보완, 개선하는 일련의 문제해결과정을 경험한 것이다.

최근 각급학교마다 교단선진화작업이 이루어져 있고 정보화 시대에 대비하여 ICT활용 수학교육에 대한 관심이 높아지고 있으며 수학교사 연수에서 여러 가지 수학프로그램에 대한 지도가 이루어지고 있는 현재의 흐름에 비추어 볼 때, 본 연구에서의 수업활동은 문제해결경험과 동시에 공학적 도구활용을 꾀하는 새로운 방법론적 접근을 제공한다는 측면에서 의의가 있다. 나아가 본 연구에서 개발된 7~9단계용 수학디자인 산출물들은 학교현장의 수학수업에 활용할 수 있는 공학적 도구 활용 교수·학습 보조자료로서 의미있는 기여를 할 것으로 전망된다.

참고문헌

- 강행고 외 8인(2002). *중학교 수학 9-가, 나*. (주)중앙교육진흥연구소.
- 교육부(1997a). *수학과 교육과정*. 교육부.
- 교육부(1997b). *중학교 교육과정 해설(Ⅲ) - 수학, 과학, 기술·가정 -*. 교육부.
- 김남희(2004). 중등수학 탐구를 위함 예비수학교사의 수학프로그램(Grafeq.) 활용사례. *한국수학교육학회지 시리즈 A 수학교육*, 43(4), 405-417.
- 김남희(2005). *Grafeq.프로그램을 이용한 수학 디자인, 그리고 생활의 발견*. (주)수학사랑.
- 박두일 외 4인(2001). *중학교 수학 8-가, 나*. (주)교학사.
- 이준열 외 4인(2000). *중학교 수학 7-가, 나*. (주)도서출판 디딤돌.
- 이지훈(2000). *사례연구방법*. 서울: 도서출판 대경.
- 황혜정 외 5인(2001). *수학교육학신론*. 문음사
- Merram, S. B. (1998). *Qualitative Research and Case Study applications in Education*. Jossey Bass.
- NCTM (1992). *수학교육과정과 평가의 새로운 방향*. (구광조 외 2인, 역). 경문사. (영어 원작은 1989년 출판.)
- NCTM (2000). *Principles and Standards for school Mathematics*. The National Council of Teachers of Mathematics.

The Case Study of Using Technology in Education of Pre-service Mathematics Teachers.

- Developing Materials Assisting Teaching-Learning for 7th-9th Grade Mathematics Classroom -

Kim, Nam Hee (Jeonju University)

In this study, we carried out a case study with 38 pre-service mathematics teachers. A theoretical basis of this study is the 'technology principle' by NCTM(2000) and teaching-learning methods by the 7th curriculum.

Using mathematics program(Grafeq.), we executed classroom activities for developing materials assisting teaching-learning for 7th-9th grade mathematics. Pre-service mathematics teachers constructed mathematical designs for each grade by Grafeq. program.

We tried to find the results for three research problems. On the basis of obse-

rvation data, interview data and document materials, we analysed our results as follows. First, our activities help pre-service mathematics teachers to examine and understand each grade mathematics. Second, we can develop a mathematical design in each grade mathematics. Therefore mathematical designs developed in this study can be used middle school mathematics classroom. Third, pre-service mathematics teachers gained the belief that the activities using mathematical program in this study can be applied effectively to teaching and learning school mathematics.

* key words : Mathematics program Grafeq.(수학프로그램 Grafeq.), Mathematical design(수학 디자인), Case study(사례연구), Technology principle(기술공학의 원리)

논문접수 : 2005. 9. 10

심사완료 : 2005. 12. 2