

직교이방성을 고려한 Barrel Vault형 지붕 막구조물의 비선형 구조해석에 관한 연구

A Study on the Nonlinear Structural Analysis of Barrel Vault-Typed Membrane Roof Structures Considering the Orthotropic Material

김 승 덕* 정 을 석** 백 인 성**
Kim, Seung-Deog Jeong, Eul-Seok Baik, In-Seong

요 약

연성구조물의 일종인 막구조물은 대공간 구조물을 보다 효과적으로 구축할 수 있다. 연성구조물은, 축강성은 강하고 휨강성이 매우 작은 재료를 주 구조재로 사용하므로 초기강성에 매우 약한 구조체이다. 초기강성을 확보하기 위해서는 초기응력의 도입이 필수적이고, 초기강성을 갖기 전에는 불안정현상을 나타내지만, 초기강성의 도입과 함께 안정상태가 된다. 초기 불안정 구조물에 초기강성을 도입함으로써 야기되는 대변형 현상을 파악하기 위해서는 기하학적 비선형을 고려한 형상해석이 요구된다. 본 연구에서는 비선형 해석프로그램인 NASS를 이용하여 해석을 수행한다. 해석모델은 Barrel Vault형 지붕 막구조물을 대상으로 하며, 직교이방성을 고려한 형상해석 및 응력-변형해석을 수행한 후 안정성을 검토한다.

Abstract

Membrane structures, a kind of lightweight soft structural system, are used for spatial structures. The material property of the membrane has strong axial stiffness, but little bending stiffness. Therefore membrane structures are unstable structures initially. These soft structures need to be introduced initial stresses first because of its initial unstable state, and it happens large deformation phenomenon. To find the structural shape after large deformation caused by initial stiffness introduced, we need the shape analysis considering geometric nonlinearity in structural design procedure.

In this study, we analyze the soft spatial structures by the NASS which is the program for nonlinear analysis. The analytic model is a roof membrane structures of Barrel Vault-Type. We have done the shape analysis and the stress-deformation analysis considering the orthotropic material, and then study the safety.

키워드 : 막구조물, 기하학적 비선형, 형상해석, 응력-변형해석

Keywords : Membrane Structures, Geometric Nonlinearity, Shape Analysis, Stress-Deformation Analysis

1. 서 론

대공간 구조물 중에서도, 연성구조물의 일종인 막구조물 및 케이블구조물의 비약적인 발전은 최근 우리들의 주목을 끌고 있다. 이는 종래의 건축 재료보다 매우 가벼운 재료를 이용하므로 대공간구조

물을 보다 효과적으로 구축할 수 있기 때문이다. 이러한 연성 막구조물은 막재료의 발달과 함께 현재는 영구적인 건축물로 자리잡고 있다. 국내에서는 1988년 서울올림픽과 2002년 월드컵을 위한 경기장의 건설로 인해 그 관심은 한층 증대되었으며 체조경기장의 지붕 붕괴 사고와 월드컵 경기장의 지붕막 파손사례를 계기로 연성구조물에 관한 연구 또한 활발히 진행되고 있다.^[4-10]

연성구조물은 초기강성에 매우 약한 구조체이므로 초기강성을 확보하기 위해서는 초기응력의 도입이 필수적이다. 초기 불안정구조물에 초기강성을

* 정회원, 세명대학교 건축공학과, 부교수
Tel : 043-649-1326 Fax : 043-649-1326
E-mail : sabinus@semyung.ac.kr

** 정회원, 세명대학교 건축공학과, 공학석사
Tel : 043-649-1722
E-mail : kara_ra@semyung.ac.kr
E-mail : immanuel73@empal.com

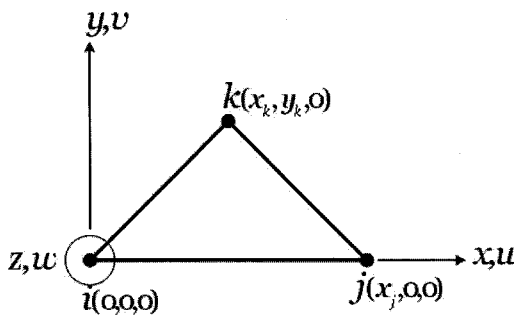
도입함으로써 야기되는 대변형 현상을 파악하기 위해서는 초기형상에 관한 해석이 필수적으로 요구된다. 이러한 이유로, 연성구조물의 구조설계는 다른 일반적인 구조설계와는 달리 초기응력 도입에 의한 형상결정 문제, 외부하중에 의한 응력-변형해석, 막체 제작을 위해 곡면을 평면에서 재현하는 재단도 작성과 시공시 장력도입에 따른 응력 및 형상변화를 파악하는 시공해석의 3단계 해석이 필요하다. 이때 연성구조물은 강성이 매우 작으므로 기하학적 비선형성을 고려한 비선형해석이 필요하다. 따라서 일반적으로 이용되고 있는 범용 구조해석 프로그램은 막 구조물 및 케이블 구조물의 해석에는 부적당하며, 이러한 특수 구조물의 설계 및 시공을 위해 별도의 구조해석 프로그램이 필요하게 된다.^[7,8]

본 연구에서는 연성 대공간 구조물 전용 비선형 해석 프로그램인 NASS(Nonlinear Analysis for Spatial Structures)를 이용하여 해석을 수행한다. 해석모델은 Barrel Vault형 지붕 막구조물을 대상으로 하며, 직교이방성을 고려한 형상해석과 응력-변형해석을 수행한 후 안정성을 검토한다.

2. 비선형 유한요소의 정식화

삼각형 평면 막요소의 요소좌표계를 그림 1에서와 같이 정의한다. 요소내 변위 u, v, w 를 x, y 의 1차 근사식으로 다음과 같이 가정한다.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a_1 + a_2x + a_3y \\ v(x, y) &= \beta_1 + \beta_2x + \beta_3y \\ w(x, y) &= \gamma_1 + \gamma_2x + \gamma_3y \end{aligned} \quad (1)$$



요소좌표계 : x, y, z
 요소내변위 : $u(x, y), v(x, y), w(x, y)$

〈그림 1〉 막요소의 요소좌표계

변위 u, v, w 를 각 절점좌표로 표현하여 정리하면 계수 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 를 다음과 같이 얻어진다.

$$\begin{aligned} u(x, y) &= a_1 \cdot d_{xi} + (b_1d_{xi} + b_2d_{xj}) \cdot x \\ &\quad + (c_1d_{xi} + c_2d_{xj} + c_3d_{xk}) \cdot y \\ v(x, y) &= a_1 \cdot d_{yi} + (b_1d_{yi} + b_2d_{yj}) \cdot x \\ &\quad + (c_1d_{yi} + c_2d_{yj} + c_3d_{yk}) \cdot y \\ w(x, y) &= a_1 \cdot d_{zi} + (b_1d_{zi} + b_2d_{zj}) \cdot x \\ &\quad + (c_1d_{zi} + c_2d_{zj} + c_3d_{zk}) \cdot y \end{aligned} \quad (2)$$

여기서,

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 \\ b_1 &= -\frac{1}{x_j}, \quad b_2 = \frac{1}{x_j} \\ c_1 &= \frac{x_k - x_j}{x_j y_k}, \quad c_2 = -\frac{x_k}{x_j y_k}, \quad c_3 = \frac{x_j}{x_j y_k} \end{aligned}$$

변형도-변위 관계식을 다음과 같이 비선형항을 포함한 식으로 채택한다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right\} \\ \epsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right\} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \\ &\quad + \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

식(2)를 식(3)에 대입하여 변형도를 절점 변위로 표현하면 다음과 같은 매트릭스 식으로 나타낼 수 있다.

$$\{\epsilon\} = [A] \{d\} + \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{2} \quad d^T \quad B^T \quad B \quad d \\ \frac{1}{2} \quad d^T \quad C^T \quad C \quad d \\ d^T \quad B^T \quad C \quad d \end{array} \right\} \quad (4)$$

여기서,

$$[A] = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 \\ c_1 & b_1 & 0 & c_2 & b_2 & 0 & c_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \equiv \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{Bmatrix}$$

$$\{d\} = \begin{Bmatrix} d_i \\ d_j \\ d_k \end{Bmatrix}$$

$$\{d_i\} = \begin{Bmatrix} d_{xi} \\ d_{yi} \\ d_{zi} \end{Bmatrix}, \{d_j\} = \begin{Bmatrix} d_{xj} \\ d_{yj} \\ d_{zj} \end{Bmatrix}, \{d_k\} = \begin{Bmatrix} d_{xk} \\ d_{yk} \\ d_{zk} \end{Bmatrix}$$

$$[B] = \begin{bmatrix} b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & 0 & 0 & b_2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[C] = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 & 0 & 0 & c_2 & 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}$$

윗 식의 A_1, A_2, A_3 는 $[A]$ 의 각 행벡터이다.

중분 구간에서의 응력-변형도 관계식을 다음과 같이 평면 응력에 관한 식으로 채택한다.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{E_m}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

즉,

$$\{\sigma\} = [E] \{\epsilon\} \quad (6)$$

현재의 상태를 초기 상태로 가정하고, 현상 상태에서의 증분에 관한 가상일을 고려하면, 다음과 같은 가상일의 방정식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & \int \int \int_V [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x) \delta \epsilon_x \\ & + (\sigma_y^{(0)} + \sigma_y) \delta \epsilon_y + (\tau_{xy}^{(0)} + \tau_{xy}) \delta \gamma_{xy}] dV \\ & = (f^{(0)} + f)^T \delta d \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 $\sigma_x^{(0)}, \sigma_y^{(0)}, \tau_{xy}^{(0)}$ 는 초기 응력이고, $f^{(0)}$ 와 평형 상태를 이루고 있다.

식(4)로부터 $\delta \epsilon_x, \delta \epsilon_y, \delta \gamma_{xy}$ 를 구하면,

$$\begin{aligned} \delta \epsilon_x &= [A_1] \delta d + [d^T B^T B] \delta d \\ \delta \epsilon_y &= [A_2] \delta d + [d^T C^T C] \delta d \end{aligned} \quad (8)$$

$$\delta \gamma_{xy} = [A_3] \delta d + d^T [C^T B + B^T C] \delta d$$

식(7)의 피적분항을 $\int \int \int_V dV = A_m h_m$

여기서, A_m : 삼각형 요소의 면적, h_m : 두께

식(8)을 식(7)에 대입하면,

$$\begin{aligned} & A_m h_m [(\sigma_x^{(0)} + \sigma_x) ([A_1] + [d^T B^T B]) \\ & + (\sigma_y^{(0)} + \sigma_y) ([A_2] + [d^T C^T C]) \\ & + (\tau_{xy}^{(0)} + \tau_{xy}) ([A_3] \\ & + d^T [C^T B + B^T C])] \\ & = (f^{(0)} + f)^T \end{aligned} \quad (9)$$

식(6)에 식(4)를 대입하고, 그 결과를 다시 식(9)에 대입하여, d 의 고차항을 생략하면 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} f^{(0)} + f &= A_m h_m (A^T \sigma^{(0)}) \\ & + A_m h_m [\sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C \\ & + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B)] d \\ & + A_m h_m [A^T E A] d \end{aligned} \quad (10)$$

여기서,

$$\{\sigma^{(0)}\} = \begin{Bmatrix} \sigma_x^{(0)} \\ \sigma_y^{(0)} \\ \tau_{xy}^{(0)} \end{Bmatrix}$$

고차항의 생략, 수치 해석의 오차 등으로 인하여 불평형력(residual force)이 발생한다. 이러한 불평형력을 r 라고 하면, 식(10)의 오른쪽 제 1항으로부터,

$$r = A_m h_m \cdot A^T \sigma^{(0)} - f^{(0)} \quad (11)$$

윗 식을 이용하여, 식(10)의 증분 방정식은 다음과 같이 된다.

$$f - r = [k_E + k_G] d \quad (12)$$

여기서,

$$k_E = A_m h_m [A^T E A]$$

$$k_G = A_m h_m [\sigma_x^{(0)} B^T B + \sigma_y^{(0)} C^T C + \tau_{xy}^{(0)} (B^T C + C^T B)]$$

좌표변환 매트릭스 T 를 이용하여 전체좌표계에서 증분방정식을 나타내면 다음과 같이 된다.

$$F - R = T^T [k_E + k_G] T D$$

$$= [K_E + K_G] D \quad (13)$$

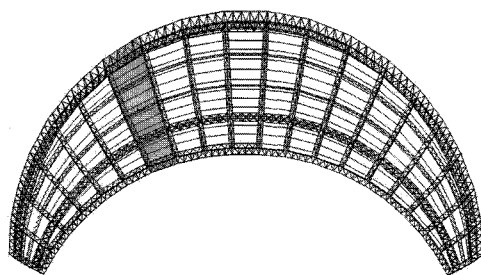
여기서,

$K_E = T^T k_E T$: 전체좌표계에서의 탄성강성 행렬

$K_G = T^T k_G T$: 전체좌표계에서의 기하강성 행렬

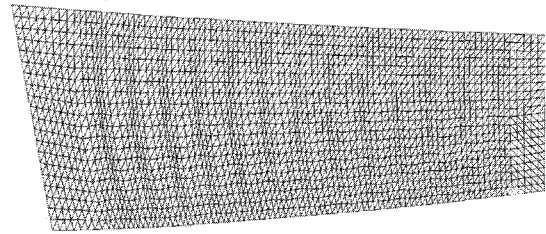
3. 해석모델

해석모델로는 Barrel Vault형으로 재설계된 제주 월드컵경기장의 지붕 막구조물을 채택하며 그림 2와 같다.

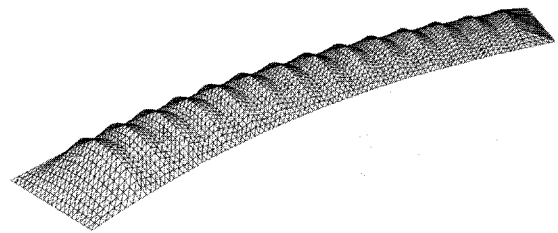


(a) 평면도

해석대상 Bay는 전체 19개의 Bay 중 외부하중에 불리한 4A-bay를 해석 대상으로 선택한다. 해석 대상인 4A-bay의 요소분할도는 그림 3과 같다.



(a) 평면도



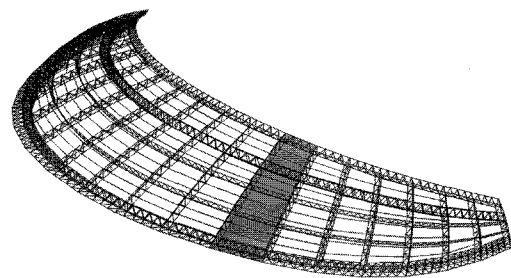
(b) 입체도

〈그림 3〉 요소분할도(4A-Bay)

먼저, 초기강성을 도입함으로써 야기되는 대변형 현상을 파악하기 위해서 형상해석을 수행한다. 형상해석은 Birdair의 제반 입력값인 절점좌표와 초기장력(5.25KN/m)을 사용한다. 해석모델의 물성치는 막재의 경우 Sheerfill- I 값을 사용하며 표 1과 같고, 팽리케이블의 물성치는 표 2와 같다. 형상해석후 결과는 그림 4와 같다.

〈표 1〉 막재의 물성치

E11	E22	V12	V21	G	Thickness
1362 KN/m	975 KN/m	0.9	0.64	94.4 KN/m	1

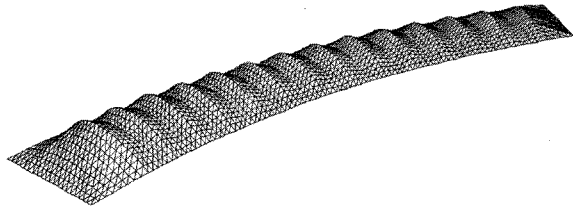


(b) 입체도

〈그림 2〉 해석모델

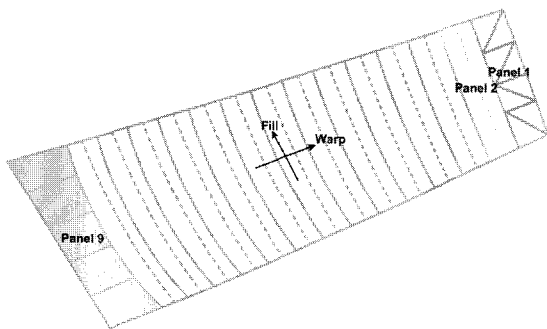
〈표 2〉 케이블의 물성치

Type	A(m ²)	E(KN/m ²)	환산단면적	EA(KN)
1	0.00095	1.38E+08	1	131100
2	0.00069	1.38E+08	1	95220

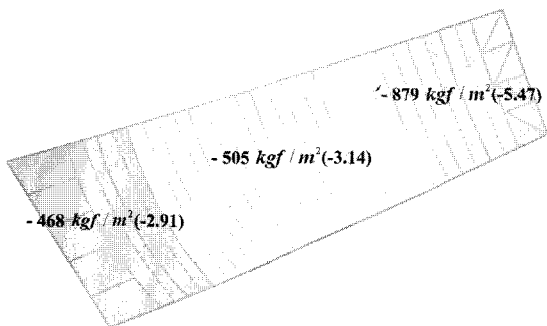


〈그림 4〉 형상해석 결과(4A-Bay)

형상해석 결과값을 이용하여 외부하중에 대한 응력-변형해석을 수행한다. 4A-bay는 9개의 panel로 분할되며, 그림 5에 프레임 레이아웃 및 panel의 위치도를 나타낸다. 각각의 panel들은 아치프레임에 의해 지지되므로 독립적으로 해석을 수행할 수 있으며, 4A-Bay 중 최대 응력이 발생하는 panel-1, panel-2 그리고 panel-9를 대상으로 해석을 수행한다. 풍하중 분포는 그림 6에서와 같이 Birdair에서 사용한 풍하중 분포를 이용한다. 그림에서 ‘-’는 부압을 의미한다.



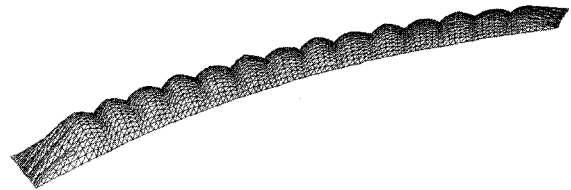
〈그림 5〉 Frame Layout



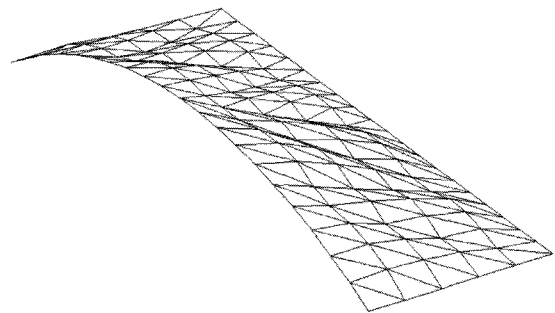
〈그림 6〉 풍하중 분포도

4A-bay 및 각 panel들의 응력-변형 해석결과를 각각 그림 7에서 그림 10과 같이 나타낸다.

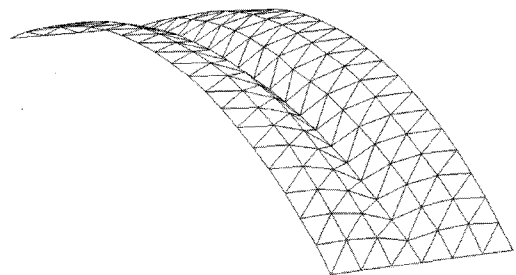
4A-bay 각 panel들의 응력-변형 해석을 수행하여 응력의 분포를 각각 그림 11에서 그림 13과 같이 나타낸다. 그림의 등고선 숫자는 응력의 크기를 KN/m로 나타낸 것이다.



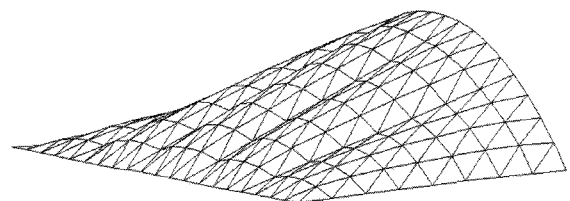
〈그림 7〉 응력-변형 해석 결과(4A-bay)



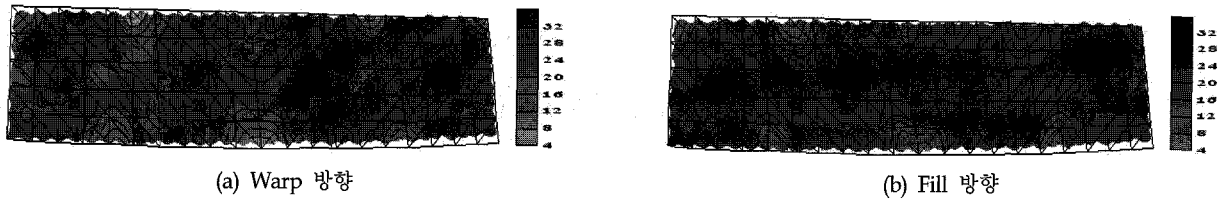
〈그림 8〉 응력-변형 해석 결과(panel-1)



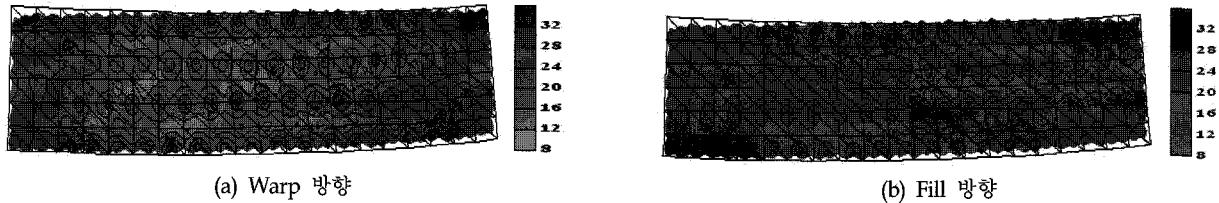
〈그림 9〉 응력-변형 해석 결과(panel-2)



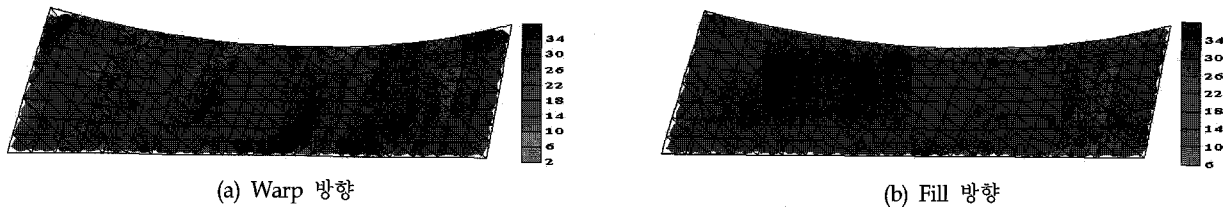
〈그림 10〉 응력-변형 해석 결과(panel-9)



〈그림 11〉 응력분포도(panel-1)

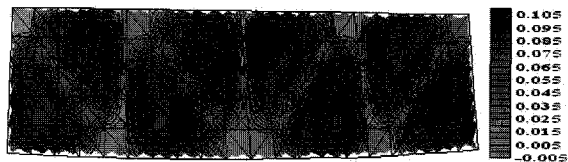


〈그림 12〉 응력분포도(panel-2)

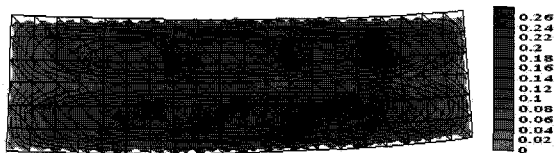


〈그림 13〉 응력분포도(panel-9)

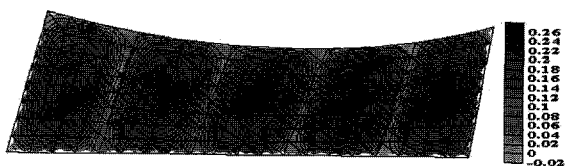
4A-bay 각 panel들의 응력-변형 해석을 수행하여 변위의 분포를 각각 그림 14에서 그림 16과 같이 나타낸다. 그림의 등고선 숫자는 변위의 크기를 m로 나타낸 것이다.



〈그림 14〉 변위분포도(panel-1)



〈그림 15〉 변위분포도(panel-2)



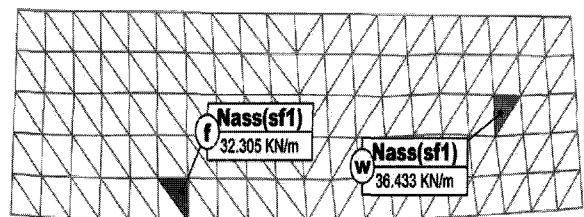
〈그림 16〉 변위분포도(panel-9)

세계적으로 막구조물의 안전율은 재료 및 시공 등의 여러 가지 불확실성을 고려하여 단기 4 정도를 채택하는 것이 일반적이다. 본 연구에서, 안전율은 Maximum Element 방법으로 이루어진다. 즉, 표 3의 Sheerfill- I 인장강도를 각 panel들의 최대 응력값으로 나누어 계산한다.

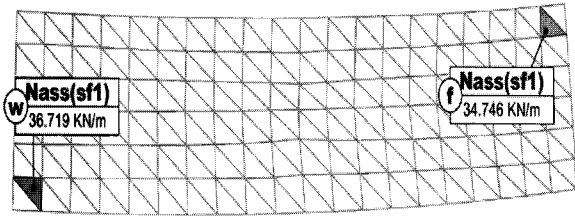
〈표 3〉 인장강도 (단위 : KN/m)

Fabric Type	Warp	Fill
Sheerfill- I	170.7	157.6

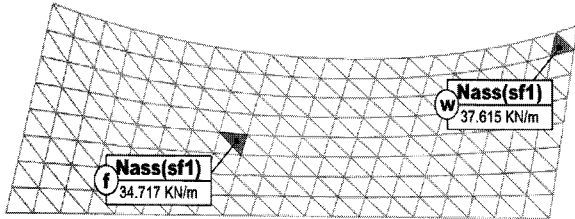
각 panel들의 최대응력 발생위치 및 최대응력값은 그림 17에서 그림 19와 같다.



〈그림 17〉 최대응력 위치도(panel-1)



〈그림 18〉 최대응력 위치도(panel-2)



〈그림 19〉 최대응력 위치도(panel-9)

해석을 수행한 4A-bay 각 panel들의 안전율을 살펴보면, 최대응력이 발생하는 3개의 panel에서 안전율이 4이상 확보되고 있음을 알 수 있으며, 표 4와 같다.

〈표 4〉 최대응력의 안전율

Panel	Max. Stress(KN/m)		Factor of safety	
	Wind up		Wind up	
	Warp	Fill	Warp	Fill
1	36.433	32.305	4.69	4.88
2	36.719	34.746	4.65	4.54
9	37.615	34.717	4.54	4.54

4. 결론

본 연구에서는 연성 대공간 구조물 전용 비선형 해석 프로그램인 NASS(Nonlinear Analysis for Spatial Structures)를 이용하여 Barrel Vault형으로 재설계된 제주월드컵경기장 지붕 막구조물에 대하여 직교이방성을 고려한 형상해석을 수행하고, 외부하중에 대한 응력-변형해석을 수행하여 안전성을 검토하였으며, 다음과 같은 결과를 얻을 수 있었다.

1. 막재료는 직교이방성 재료이므로 막의 시공 Pattern의 방향을 고려하여야 한다. 즉 Warp 방향과 Fill방향은 Pattern을 어떤 방향으로

하느냐에 따라 달라지고, 해석결과 또한 차이를 보인다. 따라서, 이러한 방향성의 변화에 따른 영향도 해석시 고려되어야 한다.

2. 안전율은 외부하중에 불리하게 작용하는 4A-bay를 대상으로 하였으며, 이 중 Panel-1, Panel-2 그리고 Panel-9 각각의 panel에서 발생하는 최대응력에 대하여 안전율 4이상 확보됨을 알 수 있다.

그러므로, Sheerfill- I 을 사용하여 Barrel Vault 형으로 재설계되어진 제주월드컵경기장 지붕 막구조물은 안전율 4이상을 확보하고 있으므로 보다 안전한 구조 시스템이라 할 수 있다.

참고문헌

1. Max Irvine, Cable Structures, Dover, 1981
2. H. A. Buchholdt, An Introduction to Cable Roof Structures, Cambridge University Press, 1985
3. Peter Broughton & Paul Ndumbaro, The analysis of Cabel & Catenary Structures, Thomas Telford, 1994
4. 권택진, 김승덕, 항가이 야스히코, 서삼열, 최현식, "기하학적 비선형을 고려한 막형 케이블네트 구조물의 최적형상 및 응력-변형해석에 관한 연구," 대한건축학회논문집, 제11권 1호, 1995.1., pp.153-160
5. 최현식, 김승덕, 이형훈, "케이블 구조물의 기하학적 비선형을 고려한 최적 형상해석," 한국강구조학회논문집, 제8권 1호, 1996.3., pp.127-135
6. 김승덕, 서일교, 최옥훈, 서삼열, 한상우, 대공간 구조물의 해석 및 설계, 교재 15-2, 한국전산구조공학회, 1997
7. 김승덕, "대공간 구조물의 비선형 해석기법," 한국전산구조공학회 특집기사, 1997.3, pp.7-18
8. 김승덕, 손수덕, 조병욱, 송승철, "비선형 해석 프로그램 NASS-98을 이용한 연성 막구조물의 구조설계에 관한 연구," 대한건축학회학술발표논문집, 제18권 2호, 1998.10., pp.27-32

9. 김승덕, 김형석, 김민정, “케이블 돔 구조물의
막재 보강에 의한 비선형 정적 불안정 거동의
효과,” 대한건축학회 학술발표논문집, 2001.10,
pp.59-62
10. 김형석, 기하학적 비선형을 고려한 Hybrid 돔
구조물의 동적 불안정 특성에 관한 연구, 박사
학위논문, 경북대학교, 2003.6