

## 전산유체역학과 ADV기술을 이용한 장폭비의 DAF조내 수리흐름에 미치는 영향 연구

### Examining the Effect of L/W Ratio on the Hydro-dynamic Behavior in DAF System Using CFD & ADV Technique

박노석\* · 권순범 · 이선주 · 배철호 · 김정현 · 안효원

Park, No-Suk\* · Kwon, Soon-Bum · Lee, Sun-Ju · Bae, Chul-Ho · Kim, Jeong-Hyun · Ahn, Hyo-Won

한국수자원공사 수자원연구원

(2005년 3월 22일 논문접수: 2005년 7월 19일 최종 수정논문 채택)

#### Abstract

Dissolved air flotation (DAF) is a solid-liquid separation system that uses fine bubbles rising from bottom to remove particles in water. In this study, we investigated the effect of L/W (L; Length, W; Width) on the hydro-dynamic behavior in DAF system using CFD (Computational Fluid Dynamics) and ADV (Acoustic Doppler Velocimetry) technique. The factual full-scale DAF system, L/W ratio of 1:1, was selected and various L/W ratio (2:1, 3:1, 4:1 and 5:1) conditions were simulated with CFD. For modelling, 2-phase (gas-liquid) flow equations for the conservation of mass, momentum and turbulence quantities were solved using an Eulerian-Eulerian approach based on the assumption that very small particle is applied in the DAF system. Also, for verification of CFD simulation results, we measured the factual velocity at some points in the full-scale DAF system with ADV technique. Both the simulation and the measurement results were in good accordance with each other. As the results of this study, we concluded that L/W ratio and outlet geometry play important role for flow pattern and fine bubble distribution in the flotation zone. In the ratio of 1:1, the dead zone is less than those in other cases. On the other hands, in the ration of 3:1, the fine bubbles were more evenly distributed.

**Key words:** dissolved air flotation, L/W ratio, Computational Fluid Dynamics (CFD), Acoustic Doppler Velocimetry(ADV), hydro-dynamic behavior

**주제어:** 용존공기부상법, 장폭비, 전산유체역학, ADV, 수리흐름 거동

\*Corresponding author Tel : +82-42-860-0390, FAX : +82-42-860-0399, E-mail: nspark@kowaco.or.kr (Park, N.S.)

## 1. 서 론

용존공기부상법(DAF)은 가압상태에서 수중에 공기를 포화시킨 후, 가압수가 방출되면서 발생한 미세기포가 상승하면서 수중의 콜로이드 물질과 충돌/부상/상승하면서 원리를 이용하여 수중 부유물질을 제거하는 부상법의 일종이며, DAF는 조류나 박테리아와 같은 저비중 입자들이나 저탁도 원수의 처리에 탁월한 기법으로 알려져 있다. 1960년대 남아프리카 공화국에서 음용수를 얻기 위한 수처리 기술로 이용되기 시작하면서부터 지금까지 용존공기부상법의 접촉조와 부상조에 대한 많은 연구가 행해져 오고 있으며, DAF에서 특히 수리적 구조가 DAF공정의 효과적인 운전에 있어서 매우 중요하다는 사실이 여러 연구자에 의해 밝혀진 바 있다(김성훈 등, 2004). DAF에서 부상하는 기포와 입자간의 충돌/부착이론에 관한 연구는 19세기에 들면서 많은 관심을 가지고 연구되어져 왔다. 1940년대 Taggart는 기포가 광물표면의 소수기를 떤 곳에 부착되어 부상한다는 사실을 연구하였으며, Bogdanov(1941)는 입자와 기포의 충돌과정을 고속촬영을 통하여 확인하였다. 또한 Wark 등은 무한 평면에서 기포가 작용하는 힘을 최초로 분석하였다. Rehbinder는 작은 입자와 큰 기포사이의 상호작용을 고려하였으며, Frumkin과 Ostwald는 입자와 기포사이에 얇은 막(film)이 존재하며, 이 막의 성질에 따라서 부착에 큰 영향을 미침을 주장하였다. 2차 대전이후 입자와 기포간의 물리적 현상에 관하여 많은 관심이 집중되어 Philipoff(1952), Elton과 Evans(1954)는 접촉시간을 계산하였고, Sutherland(1948)는 부상에 관한 물리적인 이론을 Deryaguin은 부상과정에서 입자와 기포간의 상호 작용력에 관한 이론을 주장하였다(독고석, 1998).

그러나 미세 기포와 입자의 상호작용에 관해 많은 연구자들이 다양한 실험 결과와 모델을 제한하였음에도 불구하고 DAF조내에서의 실제 메커니즘에 관한 이해는 아직도 매우 부족한 설정이며, 현재 운전되고 있는 DAF설비의 경우 설계와 운전의 가이드라인이 수립되어 있지 않다. 또한 많은 연구자들이 몇몇 연구자들에 의해 DAF조내 수리학적 흐름에 대한 연구가 수행되어져 왔으나, 그 결과가 물의 거동에만 치

우치거나, 접촉조와 부상조의 연구가 유기적으로 연관되지 못하는 한계점들이 나타났다.

한편 1990년대말 후 컴퓨터 기술의 발전과 함께 적용성이 확대되고 있는 전산유체역학(CFD; Computational Fluid Dynamics) 기법을 활용하여 다양한 공정의 해석이 증가하고 있다. Ta(1997) 및 Fawcett(1997) 등은 DAF반응조에 대한 단일상 CFD 해석을 통하여 설계에 반영하고자 하였으며, 이후 Ta는 Beckley와 Eades와 함께 2상(기포와 물) CFD해석의 결과를 ADV결과로 검증하는데 성공하였다. 그러나 ADV의 경우 유속 측정 대상이 2상일 때 교란이 많아 정확한 검증을 하였다고는 보기 힘들다. Hague(2001) 등은 총길이가 1m도 되지 않는 작은 규모의 DAF조를 대상으로 2상 모사하였으며, 그 결과를 LDV(Laser Doppler Velocimetry)와 PIV(Particle Image Velocimetry)를 이용하여 검증하였다. 또한 Koh(2000) 등은 CFD 모델을 활용한 부상 셀(cell)에서 접촉효율 계산을 시도하였다. PIV, ADV 및 LDV 등과 같은 측정장비의 발달과 병행하여, CFD를 이용한 연구는 지속적으로 증가 추세에 있다.

이에 본 연구에서는 국내에서 운전중인 실규모 DAF조( $25,000\text{m}^3/\text{일}$ )를 대상으로 CFD를 이용, 2상 해석을 수행하고 ADV로 검증을 수행하였다. 또한 본 연구에서는 현재 수립되어 있지 않은 DAF조의 형상 가이드라인 중 장폭비가 조내 수리거동에 미치는 영향을 조사하기 위하여 수리부하율 및 유출부하율은 같으나 장폭비가 다른 여러 가지 경우를 대상으로 모사를 수행함으로써 사류지역 및 미세기포의 분포현황을 검토하였다. 이 결과를 바탕으로 최적 장폭비의 선정 및 효율을 예측하고 추후 설계 가이드라인의 기초를 마련하고자 하였다.

## 2. 실험 및 CFD 모델링 기법

### 2.1. 실험재료 및 장치

다음 Fig. 1은 S\_정수장의 실규모 DAF조의 측면도를 나타낸 것이다. 통상 가압수는 유입수의 약 3.3, 6.6 및 10%로 운전 중에 있으며, 한 지당 처리 유량은  $25,000\text{m}^3/\text{일}$  정도이다. 본 DAF조를 대상으로 추후 CFD 모사결과를 검증하기 위하여 유속을 실측하였다. 실측 지점은 Fig. 1에서 나타낸 것과 같이 측벽

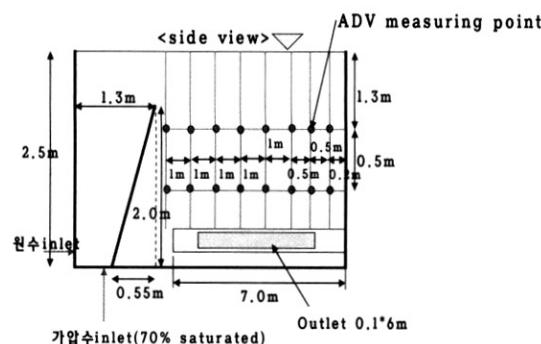


Fig. 1. The full-scale DAF chamber and ADV measuring points.

에서 50cm 정도 떨어진 지점에서 깊이 방향으로 각각 1.3m와 1.8m가 되는 지점에서의 x, y 및 z 방향의 속도성분( $u$ ,  $v$  및  $w$ )을 측정하였다. 이 때 x방향 속도 성분( $u$ )은 유입부에서 유출부로의(원쪽에서 오른쪽) 주 흐름 방향을 의미한다. 측정지점은 총 16군데이며 말단 벽에서부터 각각 20, 70, 120, 220, 320, 420, 520, 및 620cm가 되는 지점들이다. 수면에서 깊이 방향으로 1m 이상 되는 1.3m와 1.8m의 위치를 선택한 것은 ADV의 특성상 미세기포와 물이 혼재된 지역에서의 속도측정은 교란이 많아 정확한 유속 측정값을 구할 수 없기 때문이었다. Hague(2001)가 수행한 연구에서도 미세 기포가 밀집해있는 수면에서의 LDV 유속 측정 결과와 CFD모사 결과에서 많은 차이가 남을 보여주었다.

위에 언급한대로 CFD 모사값을 검증하기 위해 Fig. 1에서 표시한 바와 같이 16개 지점의 유속을 ADV(Acoustic Doppler Velocimeter, Sontek 10MHz ADV)를 사용하여 측정하였다. ADV는 침전지 내에서의 한 지점의 x-, y-, z-방향의 순간 유속을 측정하는 기기로 probe로부터 일정거리(5cm에서 10cm 사이)에 위치한 sampling volume의 유속을 음파를 사용하여 0.05초 간격으로 측정할 수 있다(Lundh 등, 2001).

## 2.2. CFD 모사 방법

본 연구에서는 연속방정식, 운동량 방정식 및 난류식들에 대한 다상(multi-phase) 해석을 수행하였다. 다상 해석을 위해서 각 상들이 cell 내에서 interpenetrating continua로 적용되는 Eulerian-Eulerian 접근법을 이용하였다. 전체적인 DAF조의 해석이 필

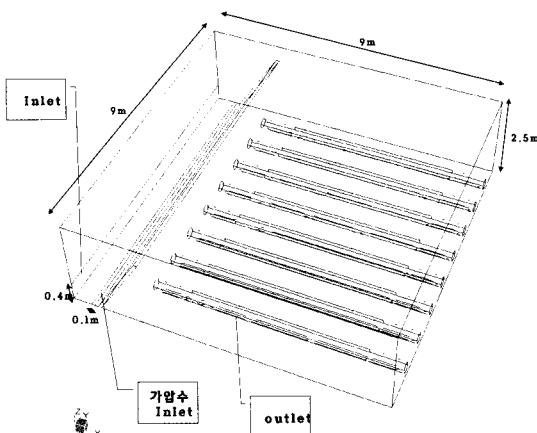


Fig. 2. The full-scale DAF geometry and model boundary conditions.

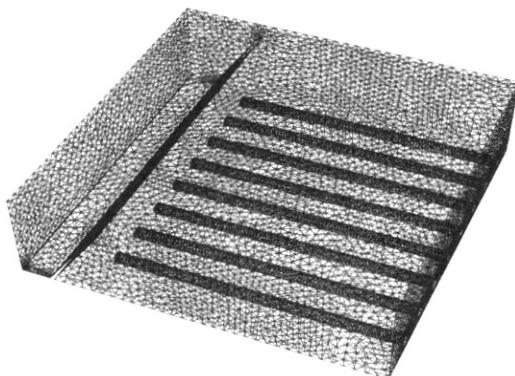


Fig. 3. Grid generation of the model.

요하므로 해석영역은 원수 유입부, 가압수 유입부, 접촉부, 부상부 및 유출부를 모두 포함시켰다(Fig. 2 참조). 모사에는 ANSYS의 CFX 5-7 프로그램을 사용하였다.

Fig. 2와 3은 각각 CFD모사를 위한 경계조건 및 격자 생성을 보여주고 있다. 이는 실규모 반응조의 크기와 동일하게 설정된 것이다. 격자 생성 편의상 원형의 노즐과 유출구의 형상은 등가 단면적인 사각의 형상으로 가정하였다.

본 연구에서는 유입된 입자의 크기와 영역내 시간/길이 스케일에 비해 매우 작고 유입부피분율(solid volume fraction)도 0.01 이하라고 가정하여 기체(미세기포)-액체(물)간의 2상 모델을 구축하였다. 이에 대

**Table 1.** Assumption and pre-processing conditions for CFD simulation

Items		Conditions
Domain	Number of grids	about 1,600,000
	Liquid phase	pure water at 25
	Gas phase	pure air 25 (70% saturation)
	Heat transfer	None
Turbulent model	Liquid phase	Standard k- $\epsilon$ model
	Dispersion phase	(0equation)
Bubble size	3~4.5atm	30~40 $\mu\text{m}$

한 검토를 위해서, 적용된 DAF시스템에서의 에너지 소산이 구름(cloud)의 에너지 소산정도와 같으며 입자의 크기가 수 $\mu\text{m}$ 라고 가정한 경우, 입자의 시간 및 길이 스케일은 Kolmogorov스케일에 대하여 1보다 작은 값으로 분석되었으며, 이 경우에는 입자를 하나의 상으로 고려하지 않는 경우에도 흐름 분석은 유효한 것으로 판단하였다(김성훈 등, 2004)(Zhou 등, 1998).

CFD 모델의 기본 조건으로서, 액체의 경우에는 밀도가 998kg/m<sup>3</sup>인 순수한 물로 기체의 경우에는 실제 공기로 가정하였다. 난류모델은 표준 k- $\epsilon$ 모델을 사용하였다. 이는 속도차에 의해 발생하는 와류-점성 가설을 바탕으로 하며, 이에 따른 난류의 운동에너지(k)와 이의 소산률( $\epsilon$ )에 따른 수송방정식(transport equation)을 푸는 2방정식 난류모델이다. 다만, 공기의 경우에는 내부적인 유동의 중요성이 없으므로 0방정식 난류모델을 적용하였다. 액체의 경우, 벽면의

흐름 속도는 없는 것으로 가정하였고(no-slip condition), 열교환은 고려하지 않았다. 자유수면의 경우에는 기포만이 통과가 가능한 유출조건으로 설정하였으며, 항력조건에 있어서 내부흐름 상태를 천이 영역의 범주에 속하는 것으로 가정하였다. 또한 공기의 용존량의 경우, 실험조건을 고려하여 압력탱크에서 70%의 용존효율을 나타내는 것으로 가정하였다(김성훈 등, 2004).

또한, 주요 운전 변수로서 미세기포의 크기는 단일 기포상승값을 모델에 적용하기 위하여 직접적인 측정값을 사용한 기존의 문헌값을 참조하였다(박 등, 2002). 이에 따르면, 3~4.5atm일 때 측정된 기포의 크기는 30~40 $\mu\text{m}$ 로 나타났다. 이는 앞서 언급한 군집에 영향을 고려하면 그와 유사한 범위에 있다고 판단할 수 있다. 다음 Table 1은 본 연구에서의 CFD모사 가정사항들과 해석조건을 요약, 정리한 것이다.

## 2.2. CFD 모사 조건

현재 운전중인 S\_정수장 DAF조의 장폭비는 1:1(L과 W는 각각 9m)로 설치되어 있다. 본 연구에서는 동일 상부 면적으로 장폭비를 1:1, 2:1, 3:1, 4:1 및 5:1 등으로 5가지 경우를 모사하였다. 부상조가 동일 면적이어야만 수리학적 부하율이 같은 상태에서 기포의 분포 및 효율을 평가할 수 있기 때문에 다음 Table 2와 같이 조건을 정리하였다. 또한 유출부하율도 동일한 조건하에서 장폭비를 변화시키기 위해 유출부하율은 항상 108.51m/hr로 고정시켜 유출부의 형상(유출관의 길이 및 유출구의 크기 조정 등)을 변화시켰다.

**Table 2.** Geometry conditions of five cases for CFD simulation

L/W ratio	Length(L)	Width(W)	Outlet loading rate	No. of outlet pipe	unit outlet area (m <sup>2</sup> m)	Length of outlet pipe
1:1	9m	9m	108.51m/hr	8	0.1 6	7.0m
2:1	12.73m	6.36m		5	0.1 9.6	10.0m
3:1	15.6m	5.2m		4	0.1 12	13.0m
4:1	18m	4.5m		3	0.1 16	17.0m
5:1	20.1m	4.02m		3	0.1 16	17.0m

- Inlet flowrate :  $Q = 25,000\text{m}^3/\text{day}$

- Area of reactor :  $A = 9\text{m} \times 9\text{m} = 81\text{m}^2$

- Hydraulic loading rate :  $Q/A = 12.86\text{m}/\text{hr}$

- Outlet loading rate :  $Q/A_{\text{outlet}} = 108.51\text{m}/\text{hr}$

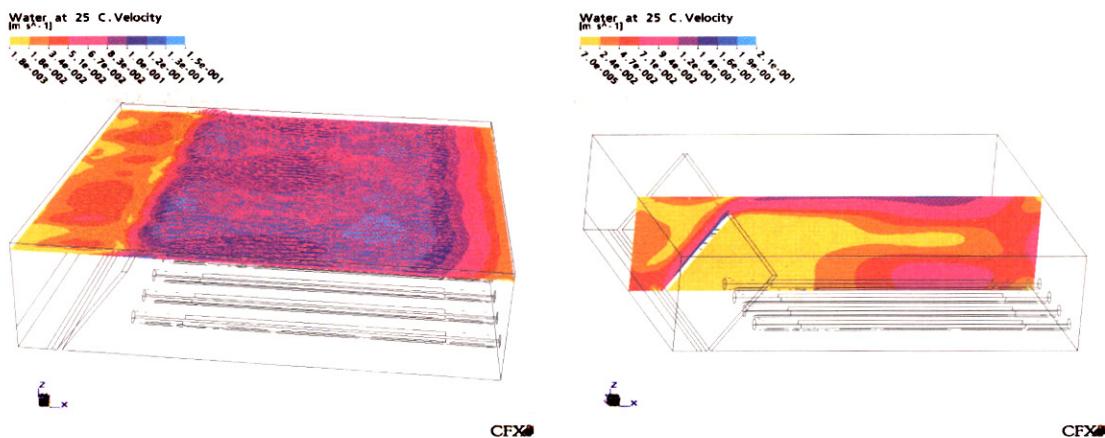


Fig. 4. The results of CFD simulation (water velocity, 4.5atm, 10% recycle ratio).

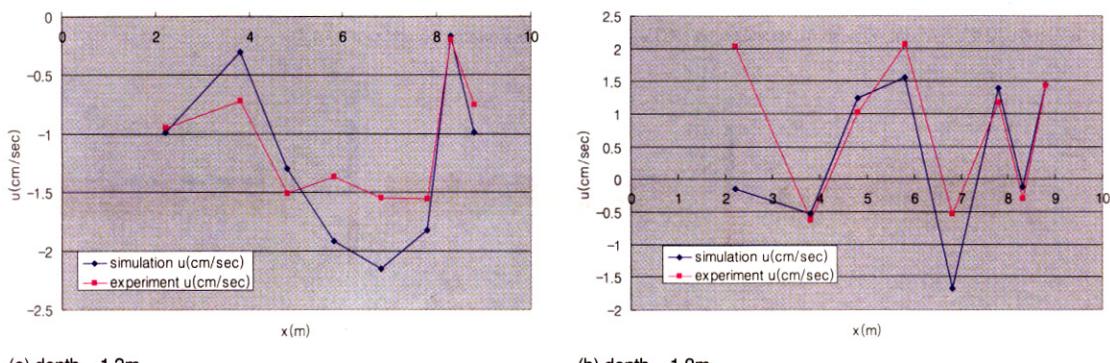


Fig. 5. Comparison between the results of simulation and measurement.

### 3. 결과 및 토의

#### 3.1. 모사결과의 검증

다음 Fig. 4는 현재 운전중인 장폭비 1:1(L과 W가 각각 9M), 가압수비가 10%일 때 모사결과를 나타낸 것이다.

상기 모사결과 유입되는 응집수의 모멘텀에 의해 미세기포들이 경사배풀( $60^\circ$ )을 타고 부상조로 넘어가는 현상을 보이고 있다. 이에 접촉조에서의 충분한 접촉기회(입자와 미세기포의 충돌)가 발생되지 않고 부상조로 유통될 우려가 있다. 앞서 언급하였듯이 정확한 유출부 형상의 모사는 불가능하지만 S\_정수장의 DAF시스템의 경우 기존 설비의 문제점이었던 배풀 아래부분의 사류흐름이 상당히 감소하는 것으로

모사되었다. 모사 결과 미세기포의 분포가 벽면에 영향을 받으며, 저항이 작은 중앙에서 유속이 빠른 것으로 나타났다.

상기 모사 결과의 검증을 위해 Fig. 1에서 표시하였던 각 지점의 실측 유속값,  $x$ 속도 성분( $u$ )과 모사 결과 도출된  $x$ 속도 성분을 비교하였다. 모사 결과에서 지점유속은 사용 프로그램이 제공하는 spread sheet을 이용하여 실측지점의 속도 성분을 추출하였다. 다음 Fig. 5는 수면으로부터 깊이 1.3m와 1.8m에서 ADV로 실측한  $u$ 속도와 CFD 모사 결과를 비교한 것이다.

상기 그림에서 수심 1.3m와 1.8m에서의 모사 결과는 실측결과와 잘 일치하는 것으로 나타났다. 다만, 수심 1.8m 선상에서 유출관이 시작되는 길이 방향 2.2m지점에서는 정확한 유출부의 모사가 어려웠기에 오차가 발생한 것으로 판단된다. 그래프에서 나

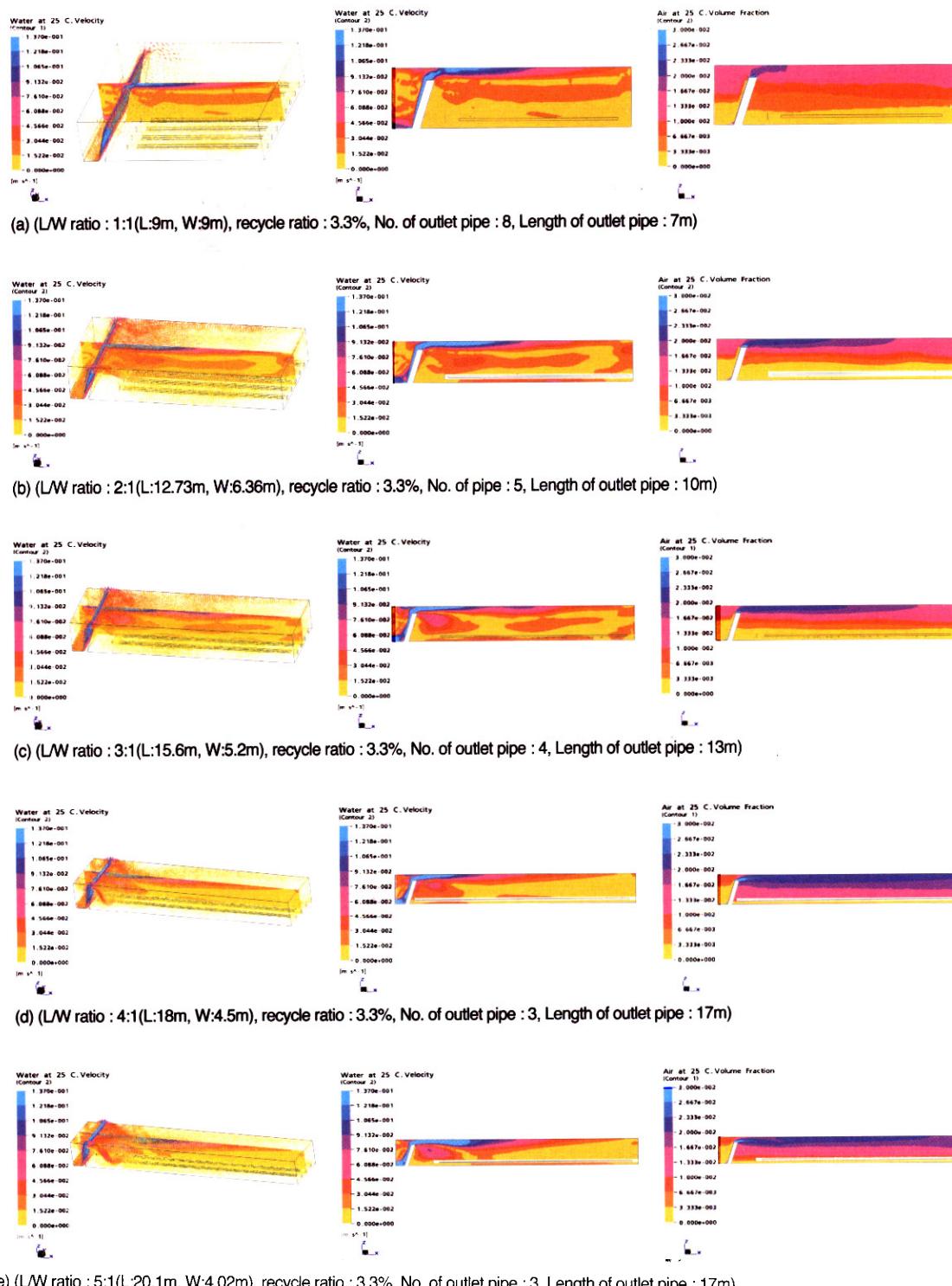


Fig. 6 The results of CFD simulation.

타나듯이 수심 1.3m인 선상에서는 유속이 주흐름의 반대방향(-)으로 일관되게 나타나고 있어 흐름이 상당히 안정된 것을 알 수 있는 반면에, 1.8m선상에서는 흐름 방향(+, -)이 지점별로 바뀌는 것으로 판단해진대 물이 유출부를 통해서 유출되면서 교란이 발생하는 것으로 나타났다.

### 3.2. 장폭비가 DAF조내 수리거동에 미치는 영향 검토

다음 Fig. 6은 가압수비가 3.3%인 경우, 장폭비가 각각 1:1, 2:1, 3:1, 4:1 및 5:1인 DAF조를 대상으로 모사한 결과이다(Table 2 참조). 각 그림은 벡터(vector)와 등고선(contour)으로 표현되는 물의 유속분포, 사류흐름 확인을 위한 중앙 단면의 유속, 그리고 미세분포를 나타내는 공기 분포비율을 각각 도시하였다.

Fig. 6에서 유속이 빠른 부분은 key에 제시된 대로 하늘색에 가깝고 속도가 느릴수록 노란색에 가깝다. 각 경우 가장 우측의 그림은 미세기포의 분포를 나타내는 그림인데 하늘색에 가까울수록 공기 분율이 높고 노란색일수록 공기분율이 낮다. 상기 Fig. 6에서 살펴보면 몇 가지 특징적인 요소들을 관찰할 수 있다. 첫째, 1일 처리량 25,000m<sup>3</sup>/지를 처리하기 위해서 가압수비를 3.3%로 고정하는 경우 장폭비가 증가할 수록(1:1에서 5:1), 유입유속이 빨라져 경사배풀을 월류하는 유속이 증가하는 것이 관측되었다. 둘째, 장폭비가 1:1 및 2:1 정도까지는 부상조 경사배풀과 유출부 파이프 사이에 사류지역이 거의 발생하지 않지만 3:1, 4:1 및 5:1인 경우 유출부 상단에 심각한 사류지역이 발생되는 것이 모사되었다. 셋째, 부상조내 미세기포의 분포를 평가하기 위한 공기 분율의 분포를 살펴보면, 최소 장폭비가 3:1 이상이 되어야만 부상조 전체에 미세기포의 분포가 골고루 분포하는 것을 관측할 수 있다. 그러나 기존 문헌에서는 길이가 12m가 넘지 않도록 권장하고 있으며, 이는 풀록의 재침하 및 스크레이퍼의 운영을 고려한 것이다(AWWA, 2005).

### 4. 결 론

DAF시스템의 경우, 아직까지 명확한 설계 가이드

라인이 수립되지 않아서 동일한 수리부하율과 유출부하율 조건하에 최적의 장폭비를 결정하는 방법론이 정립되어 있지 않다. 이에 본 연구에서는 현재 S\_정수장에서 운전중인 DAF조를 대상으로 장폭비의 변화가 DAF조내 수리흐름 및 미세기포의 조내 분포에 미치는 영향을 CFD와 ADV기법을 이용하여 조사하였다. 연구를 진행하면서 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 본 연구대상이 된 실규모 DAF조를 대상으로 물과 공기에 대해 2상 CFD 모사를 한 결과 조내 유속분포 및 공기 분율 분포가 만족스럽게 나타났다. 모사 결과는 ADV를 이용하여 실측한 실제 유속과 잘 일치하였다.

2) 장폭비가 실규모 DAF조내 수리흐름에 미치는 영향을 조사한 결과, 장폭비가 1:1일 때, 부상조내 사류가 가장 크게 분포하는 것으로 나타났으며, 미세기포의 분포 측면에서는 장폭비가 3:1 이상이 될 경우 부상조 전체에 미세기포가 골고루 분포한다고 결론지을 수 있다. 그러나 이와 같은 결과는 DAF조내 유동에 영향을 미치는 다른 인자들(예: 접촉조 baffle의 높이, 접촉조의 baffle의 각도, 기포의 입경 분포, 수리학적 부하율, 유출부의 구조 및 배출 형식 등)은 실규모 공정의 특성상, 일정한 조건만을 대상으로 수행한 결과이므로 추후 다양한 조건을 대상으로 연구하여 보완할 필요가 있다.

3) 본 연구에서 제시하였듯이, DAF조내 수리흐름은 장폭비에 지대한 영향을 받으며 본 연구의 결과는 추후 DAF공정의 설계 지침에 반영될 수 있을 것이다. 또한 본 연구를 통해 2상 CFD모델의 적용성을 시사하였으며 과학적인 검증 방법(ADV 및 LDV 등)이 수반되는 경우 규모 기초의 실험 없이 현상을 예측하는데 유용하리라 판단된다.

### 참고문헌

- 곽동희 (1997) 정수장의 부상원인과 DAF공정의 적용, 전북 대학교 환경공학과 박사학위 논문.
- 김성훈, 유제선, 박희경 (2004) 전산유체 기법을 이용한 용존공기부상법에서의 접촉조 조건변화에 따른 충돌 효율 평가, 상하수도학회지, 18(2), pp. 201-207.
- 독고석 (1998) 용존공기부상법(DAF)에서 입자와 미세기포

- 의 충돌특성에 관한 연구, 서울대학교 대학원 토목공학  
과 박사학위 논문.
- 박용효, 이준, 한무영, 심재수(2002), DAF에서 압력이 기  
포 크기 및 효율에 미치는 영향, 2002 부상분리 국제워  
크숍 발표논문집, pp. 215-222.
- 유재선, 김성훈, 신은혁, 박희경 (2003) DAF접촉조의 수리  
동역학적 조건이 입자의 제거에 미치는 영향, 상하수도  
학회지, 17(1), pp.93-102.
- Adlan M.N., Elliot D.J. and Noone G. (1997) Investigation of  
velocity distribution in dissolved air flotation tank, Dissolved  
air flotation, pp. 361-372.
- AWWA (2005) *Water Treatment Plant Design*. McGraw-Hill, pp.  
36-43.
- Edzwald James K. (1995) Principles and Application of Dissolved  
air flotation, *Water Science & Technology*, 31(3-4), pp.1-23.
- Fawcett N.S.J. (1997) The hydraulics of flotation tank:  
computational modeling, Dissolved air flotation, pp. 51-72.
- Fukushi Ken-Ichi, Matsui Yoshihiko and Tambo Norihito (1998)  
Dissolved Air Flotation: experiments and kinetic analysis,  
*Journal of Water SRT-AQUA*, 47(2), pp.76-86.
- Han Mooyoung and Lawler Desmond F. (1991) Interactions of  
Two settling spheres: Settling Rate and Collision Efficiency,  
*Journal of Hydraulic Eng., ASCE*, 117(10), pp. 1269-1289.
- Hague J., Ta C.T., Biggs M.J. and Sattary J.A. (2001) Small scale  
model for CFD validation in DAF application, *Water science  
and technology*, 43(8), pp.167-173.
- Jonsson L., Gunnarsson M. and Rangeby M. (1997), Some  
hydraulic aspects on flotation tanks, Dissolved air flotation,  
pp.439-456.
- Lundh Mans, Jonsson Lennart and Dahlquist Jan (2000)  
Experimental studies of the fluid dynamics in the separation  
zone in dissolved air flotation, *Water Research*, 34(1), pp.21-  
30.
- Lundh M., L. Jonsson and J. Dahlquist (2001) The flow structure  
in the separation zone of a DAF pilot plant and the relation  
with bubble concentration, *Water science and technology*,  
43(8), pp.185-194.
- Matsui Y., Fukushi K. and Tambo N. (1998) Modeling,  
simulation and operational parameters of dissolved air  
flotation, *Journal of Water SRT-AQUA*, 47(1), pp.9-20.
- O'Neill Siobhan, Yeung Hoi and Oddie Gary (1997), Physical  
modeling study of the dissolved air flotation process,  
Dissolved air flotation, pp.75-86.
- Ta C.T., Beckley J. and Eades A. (2001) A multiphase CFD  
model of DAF process, *Water science and technology*, 43(8),  
pp.153-157.
- Ta C.T. and Brignall W.J. (1997), Application of single phase  
Computational Fluid Dynamics Techniques to Dissolved  
Air Flotation tank studies, Dissolved air flotation, pp. 472-  
488.
- Yong Zhou, Anthony S. Wexler, and Lian-Ping Wang (1998)  
On the collision rate of small particles in isotropic  
turbulence, II. Finite inertia case, *Physics of Fluids*, 10(5),  
pp.1206-1216.