

수직 등분포 하중을 받는 고정 지점 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 강도

In-plane buckling strength of fixed arch ribs subjected vertical distributed loading

문 지 호¹⁾ · 윤 기 용²⁾ · 김 성 훈³⁾ · 이 학 은⁴⁾
Moon, Ji Ho · Yoon Ki Yong · Kim, Sung Hoon · Lee, Hak Eun

요약 : 아치 리브가 수직 하중을 받는 경우, 예기치 않게 면내 방향으로 좌굴이 발생할 수 있다. 따라서 설계자는 아치 리브의 면내 안정성을 설계 시 반드시 고려해야 한다. 본 논문에서는 유한 요소 해석을 통하여 수직 등분포 하중을 받는 고정지점 포물선 아치 리브의 탄성, 비탄성 면내 좌굴 강도를 연구하였다. 본 연구에서 사용된 아치 리브의 스냅-스루 현상과 비탄성 거동을 모사하기 위한 유한 요소 해석 모델은 기존 연구자들의 실험 결과를 이용하여 검증되었다. 또한 아치 리브의 면내 극한 강도를 결정하기 위하여 대변형과 재료의 비탄성, 잔류응력을 고려하였으며, 마지막으로 유한 요소 해석의 결과를 EC3 설계기준과 비교, 분석 하였다.

ABSTRACT : When arch ribs are subjected to vertical loading, they may buckle suddenly towards the in-plane direction. Therefore, the designer should consider their in-plane stability. In this paper, the in-plane elastic and inelastic buckling strength of parabolic, fixed arch ribs subjected to vertical distributed loading were investigated using the finite element method. A finite element model for the snap-through and inelastic behavior of arch ribs was verified using other researchers' test results. The ultimate strength of arch ribs was determined by taking into account their large deformation, material inelasticity, and residual stress. Finally, the finite element analysis results were compared with the EC3 design code.

핵심 용어 : 아치, 좌굴, 비탄성 해석, 면내 극한 강도

KEYWORDS : arch, buckling, inelastic analysis, ultimate in-plane strength

1. 서론

수직 등분포 하중을 받는 아치 리브의 경우 면내 강성이 작용하는 하중에 비하여 작은 경우 예기치 않게 면내 방향으로 좌굴이 발생하게 된다. 따라서 아치 리브를 설계하기 위해서는 반드시 아치의 면내 좌굴 강도를 결정해야 한다. 아치 리브의 면내 좌굴 강도를 결정하기 위해서는 아치 리브의 탄성 거동뿐만 아니라 재료의 비탄성, 아치 리브 단면에 분포하는 잔류 응력과 아치 리브의 초기 변형 등을 고려하여야 한다.

본 연구에서는 기하 비선형 해석을 이용하여 고정 지점 포물선 아치의 탄성 면내 거동을 파악하고, 이후 재료의 비탄성

과 기하 비선형을 고려한 유한 요소 해석을 통하여 고정 지점 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 강도를 결정하였다. 또한 이러한 결과를 EC3 코드와 비교 분석 하여 EC3 코드의 적용성에 관한 연구를 수행하였다.

아치 리브의 면내 좌굴 거동에 관한 연구는 많은 연구자들에게 의하여 수행 되었으며, 대표적인 연구 업적을 요약하면 다음과 같다. 먼저 탄성 면내 좌굴의 경우 Austin(1976)은 유사 기하 비선형 해석을 이용하여 원형 탄성 아치와 포물선 탄성 아치에 대하여 전좌굴 변위가 고려된 좌굴계수를 여러 가지 대칭 하중에 관하여 제안하였다. Harrison(1982)은 유한 요소 해석을 통해 포물선 탄성 아치에 관하여 기하 비선형 해석을 수행 하였으며 부분 등분포 하중을 받는 라이즈

1) 고려대학교 사회환경시스템공학과 박사 과정
(Tel. 02-924-9610, Fax. 02-928-5217, E-mail : deadalive@korea.ac.kr)
2) 정회원, 선문대학교 토목공학과 교수 공학박사 (kyyoon@sunmoon.ac.kr)
3) 고려대학교 사회환경시스템공학과 석사 과정 (kohshi2@hanmail.net)
4) 정회원, 고려대학교 사회환경시스템공학과 교수 공학박사 (helee@korea.ac.kr)

본 논문에 대한 토의를 2006년 2월 28일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

비가 0.25인 포물선 탄성 아치의 경우 아치의 전구간에 걸쳐 등분포하중이 작용하는 경우 보다 임계 등분포하중의 크기가 작다는 사실을 밝혔다. Yong-Lin Pi 와 Trahair(1997)는 기하 비선형 유한요소 해석을 사용하여 원형 탄성 아치의 후좌굴 거동과 전좌굴 변형의 영향에 대하여 연구를 수행하였다. Bradford 와 Yong-Lin Pi(2002)는 아치 중앙에 집중하중을 받는 대칭단면 원형 탄성 아치의 약식해를 유도하였으며, 그 결과를 비선형 유한 요소 해석을 통하여 검증하였다. 아치 리브의 비탄성 면내 좌굴의 경우 기존 연구자들의 연구 결과를 요약하면 다음과 같다. Kuranishi(1979)는 수치 해석을 통하여 2 힌지 아치 리브의 면내 극한 강도를 구하였다. Yong-Lin Pi(1996)는 비선형 유한요소 해석을 이용하여 I 단면 원형 아치의 비탄성 면내 좌굴 강도에 관한 연구를 수행하였으며, 여러 하중에 대하여 아치 리브의 잔류 응력과 아치 리브의 초기 결함의 영향을 연구하였다. Yong-Lin Pi는 이후 1999년과 2003년의 연구 논문에서 기존의 보-기둥의 설계식을 응용하여 I 단면을 갖는 원형 아치의 면내 좌굴 설계식을 제안하였다.

아치 리브의 면내 좌굴 강도에 관한 국내의 연구는 다음과 같다. 김연태(1992)는 동하중 재하시 낮은 아치의 동적 비선형 해석을 수행하고 임계 좌굴 하중을 구하였다. 박용명(2004)은 구조 실험과 매개변수해석을 수행하여 원형 강관을 수직 브레이스로 연결한 아치 리브의 면내 좌굴강도 및 극한 강도에 관한 연구를 수행 하였다. 이 밖에 문지호(2005)는 기하 비선형 해석을 이용하여 대칭 하중을 받는 포물선 아치의 탄성 면내 좌굴강도에 관한 연구를 수행하였다.

본 연구에서는 유한 요소 해석을 통하여 라이즈비 0.1, 0.2인 고정지점 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 강도에 관하여 연구를 수행하였으며, 하중은 수직 등분포 하중으로 제한하였다. 이렇게 하중을 수직 등분포 하중으로 제한한 이유는 포물선 아치 리브가 수직 등분포 하중을 받는 경우 아치 리브 단면에는 압축력만 발생하게 되며, 기존 Euler 좌굴식을 응용할 수 있기 때문이다. 본 연구에서 해석결과를 EC3코드의 기준과 비교 분석하였으며, EC3 코드의 적용성에 관하여 연구를 수행 하였다. 연구 결과 라이즈비 0.2의 경우 스냅-스루(Snap-through)를 방지하기 위한 EC3코드의 기준에 문제가 있음을 밝혔으며, 좌굴계수가 작은 비탄성 좌굴 구간에서는 EC3코드의 좌굴곡선이 고정지점 포물선 아치의 좌굴 강도를 과대평가하는 것으로 나타났다.

2. 해석 모델의 검증

2.1 낮은 아치(Shallow arch)의 스냅스루(Snap-through) 거동 검증

본 연구에서는 범용 구조해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하여 연구를 수행하였다. 해석에 사용한 요소는 ABAQUS에서 제공하는 B32로써, 3-node quadratic 보 요소이며, 각각 해석 모델에 50개의 보 요소를 사용하였다. 해석모델의 타당성을 검증하기 위하여 그림 1과 같이 스냅-스루가 발생하는 낮은 아치(Shallow arch)관하여 해석을 수행하여 기존의 연구자들의 결과와 비교를 하였다.

그림 1의 해석 검증 모델의 제원은 다음과 같다. 아치의 지간은 1.2322m이며, 라이즈는 0.0762m로 라이즈비가 0.06184이다. 아치 단면은 직사각형 단면으로 아치단면의 높이는 0.0508m이며, 아치 단면의 폭은 0.0254m, 탄성계수는 6.895×10^4 MPa이다.

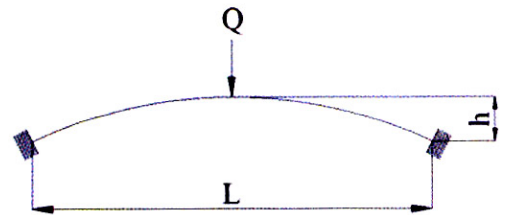


그림 1. 해석 검증 모델

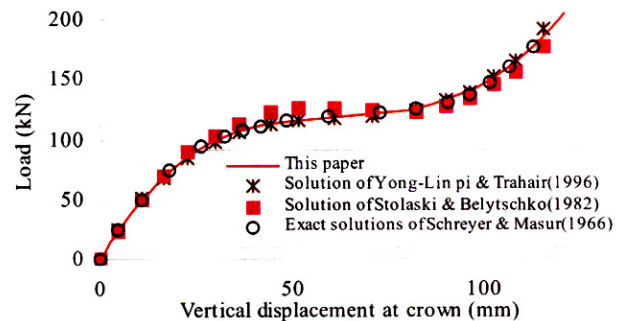


그림 2. 기존 연구자들과 본 연구에서 사용한 해석 결과의 비교

위의 그림 2에서 알 수 있듯이 본 연구에서 사용된 해석모델의 결과가 Schreyer & Masur의 엄밀해와 일치하는 것을 알 수 있다. 위의 그림 3에서 Stolaski & Belytschko의 해석 결과를 제외하고 본연구와 Schreyer & Masur, Yong-Lin pi & Trahair이 결과가 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 따라서 본 연구에 사용된 유한요소 해석 모델은 타당한 것으로 판단된다.

2.2 아치 리브의 비탄성 거동 검증

아치 리브의 비탄성 거동을 해석하기 위하여 범용 구조 해석 프로그램인 ABAQUS를 사용하였으며, 해석에 사용한 요소는 앞의 2.1절과 같이 B32를 사용하였다. 해석 프로그램의 타당성을 검증하기 위하여 1977년에 Sinke에 의하여 수행된 실험 결과와 본 연구에서 사용된 유한 요소 해석 결과를 비교하였다.

Sinke의 해석 검증 모델은 그림 3과 같다. 그림 3에서 w 는 고정하중의 크기를 나타내며, p 는 반재 되어있는 활하중의 크기를 나타낸다. 그림 4는 Sinke가 실험을 통하여 얻은 아치 리브 단면의 이상화된 잔류 응력분포를 나타낸 것이다.

그림 3과 4와 같은 모델을 이용하여 유한 요소 해석을 통하여 얻은 결과를 Sinke의 결과와 비교 하였으며, 그 결과는 그림 5, 6과 같다.

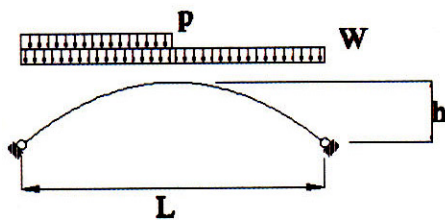


그림 3. 해석 검증 모델

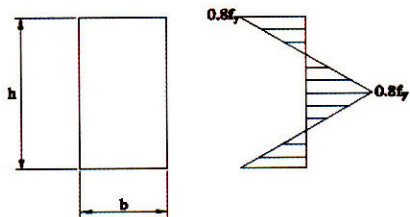


그림 4. 잔류 응력 분포도

단면은 ABAQUS 프로그램에서 단면내에 25개의 적분점을 가지므로 각각 25개의 적분점에 대응되는 초기 응력을 직접 입력하여 해석을 수행 하였다. 그림 6에서 볼 수 있듯이 본 연구의 유한 요소 해석 결과가 약간 더 큰 극한 하중을 나타내는 것을 볼 수 있다. 하지만 그 차이는 그리 크지 않으며, 하중 처짐 그래프의 경향이 Sinke의 실험과 유한 요소 해석 결과와 유사하므로 본 연구에서 사용된 유한 요소 해석 결과가 아치의 비탄성 거동을 잘 묘사하고 있다고 판단된다.

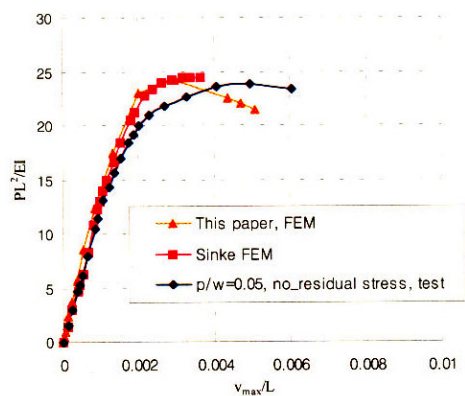


그림 5. 해석 결과 (잔류 응력 비포함)

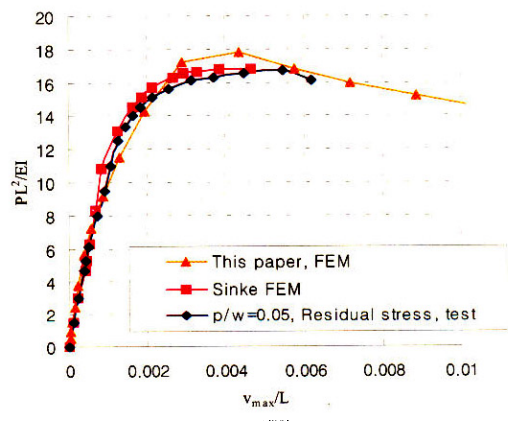


그림 6. 해석 결과 (잔류 응력 포함)

그림 5와 6에서 x 축은 v_{max}/L 로 실험과 해석에서 발생한 최대 수직 처짐과 아치 지간의 비를 나타낸다. 위의 그림 3과 같은 해석 모델의 경우 아치 지간의 1/4지점에서 가장 큰 수직 처짐이 관측된다. y 축은 무차원 하중을 나타내며, P 는 $(w+0.5p)l$ 을 나타낸다.

그림 5는 잔류응력이 없는 경우의 해석 결과와 실험 결과를 나타낸다. 그림 5에서 해석 결과가 실험 결과와 약간의 차이를 보이나 Sinke의 유한요소해석 결과와 본 연구의 유한 요소 해석의 결과는 거의 일치하는 것을 볼 수 있다. 그림 6은 그림 4와 같이 단면에 잔류 응력이 존재 하는 경우의 해석 결과를 나타낸다. 해석 수행 시 그림 4와 같은 직사각형

3. 수직 등분포 하중을 받는 아치 리브의 EC3 코드 기준

EC3 코드에서는 원형 아치, 포물선 아치와 같은 다양한 형태의 아치 리브에 관하여 유효 좌굴장 계수 β 와 탄성 면내 좌굴 강도 N_{cr} 을 식(1)과 같이 주고 있다.

$$N_{cr} = \left(\frac{\pi}{\beta S} \right)^2 EI \quad (1)$$

식(1)에서 S 는 아치 리브의 길이를 나타내며, E 는 탄성계수, I 는 단면 2차 모멘트를 나타낸다. β 는 유효 좌굴장의 길이를 나타내며, 고정 지점을 갖는 포물선 아치의 경우 라이즈비 0.1의 경우 0.34, 0.2인 경우 0.317이다.

그림 7과 같이 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 경우 전 단면에 걸쳐 압축력만 발생하게 된다. 따라서 EC3코드에 규정된 압축력을 받는 부재의 좌굴 곡선을 사용할 수 있으며, EC3코드에 규정된 압축력을 받는 부재의 좌굴 곡선은 식 (2)와 같다.

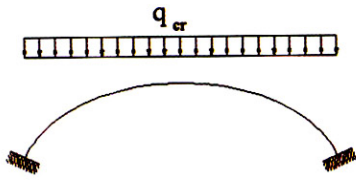


그림 7. 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브

$$\chi = \frac{\bar{N}_{cr}}{N_y} = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi - \bar{\lambda}^2}} \quad \text{but} \quad \chi \leq 1$$

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{A\sigma_y}{N_{cr}}}, \quad \Phi = 0.5 [1 + \alpha(\bar{\lambda} - 0.2) + \bar{\lambda}^2] \quad (2)$$

식(2)에서 χ 는 압축력을 받는 부재의 좌굴 곡선을 나타낸다. 여기서 $\bar{\lambda}$ 는 식(1)을 이용하여 구한 무차원 좌굴 계수를 나타내며, α 는 단면의 형태에 따라 결정되는 초기 결함 계수를 나타낸다. 단면의 형태에 따라 a_0 에서 d 까지 구분되며, 그 값은 표 1과 같다.

표 1. 초기결함 계수 (EC3)

좌굴 곡선	a_0	a	b	c	d
α	0.13	0.21	0.34	0.49	0.76

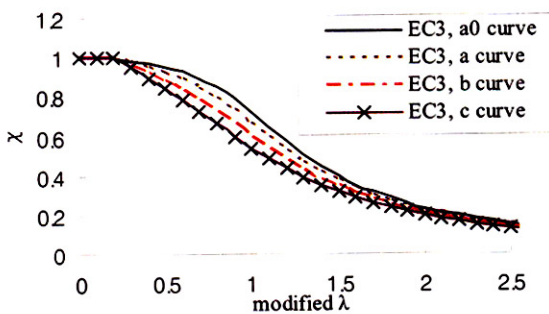


그림 8. 식(2)에 따른 EC3의 좌굴 곡선

그림 8은 식(2)에 따른 좌굴 곡선을 나타내며, x 축의 modified λ 는 식(2)에서 $\bar{\lambda}$ 을 나타낸다. 따라서 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치와 같이 아치 단면에 압축력만 발생하는 경우 식(1)과 (2)를 이용하여 쉽게 좌굴 하중을 구할 수 있다. 이 밖에 EC3 코드에서는 아치 리브의 스냅-스루를 방지하기 위하여 식(3)과 같은 식을 규정하고 있다.

$$L\sqrt{\frac{EA}{12EI}} > K \quad (3)$$

표 2. K 계수

	h/L	0.05	0.075	0.10	0.15	0.20
2-힌지	K	35	23	17	10	8
고정지점		319	97	42	13	6

위의 식(3)에서 L 은 아치의 지간을 나타내며, E 는 탄성계수, I 는 단면 2차 모멘트를 나타낸다. K 는 라이즈비와 경계 조건에 따라 결정되는 상수이며, EC3에 규정된 값은 표 2와 같다.

식(3)에서 라이즈비가 0.1, 0.2와 같이 각각 $S=1.0261L$, $S=1.0982L$ 인 경우 식(3)은 라이즈비 0.1의 경우 $S/r > 3.555K$, 라이즈비 0.2인 경우 $S/r > 3.804K$ 와 같이 변형된다. S/r 은 아치 리브의 세장비를 나타내는 것으로 EC3코드에서 스냅-스루를 방지하기 위하여 세장비를 조절하는 것을 볼 수 있다. 본 연구와 같이 라이즈비 0.1, 0.2의 고정 지점 포물선의 경우 EC3 코드에서는 스냅-스루를 방지하기 위해서는 라이즈비 0.1의 경우 S/r 이 149.31 이상이어야 하며, 라이즈비 0.2의 경우 22.824 이상이어야 한다.

4. 탄성 해석 결과

비탄성 면내 좌굴 해석을 수행하기 전에 기하 비선형 해석을 통하여 수직 등분포 하중을 받는 고정 지점 아치 리브의 탄성 면내 좌굴 강도를 먼저 조사하였다. 이러한 면내 탄성 좌굴에 대한 연구는 식(3)과 같이 스냅-스루가 발생하는 한계값을 찾는 데 중점을 두어 연구를 수행하였다. 일반적으로 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치의 임계 좌굴 하중은 Timoshenko(1961)에 의하여 식(4)와 같이 나타낸다.

$$q_{cr} = \gamma \frac{EI}{L^3} \quad (4)$$

식(4)에서 L 은 아치 지간, E 는 탄성 계수, I 는 단면 2차

모멘트, γ 는 경계 조건과 라이즈비에 따라 결정되는 좌굴 계수이다.

식(4)와 같이 고전 좌굴이론에 의한 식은 전좌굴 변위와 축방향 변형이 무시할 수 있을 정도로 작을 때 성립한다. 즉, 낮은 아치와 같이 좌굴 발생시 큰 전좌굴 변형과 축방향 변형률이 발생하는 경우 식(4)는 적용이 부적합하다. 따라서 식(4)와 큰 차이를 보이는 경우는 좌굴 발생 시 큰 전좌굴 변형과 축방향 변형률이 발생하는 경우이므로 유한 요소 해석 결과와 식(4)를 이용하여 스냅-스루가 발생하는 한계 세장비를 구할 수 있다.

해석에 사용된 아치는 그림 7과 같은 형상과 하중을 가지며, 아치의 지간은 10m이다. 해석에 사용한 아치 리브의 단면은 실제 교량에 많이 적용되는 박스 형태의 단면이며, 두께, $t=10mm$, 단면의 폭과 높이는 300~500mm, $E=210000MPa$, $\nu=0.3$ 이다.

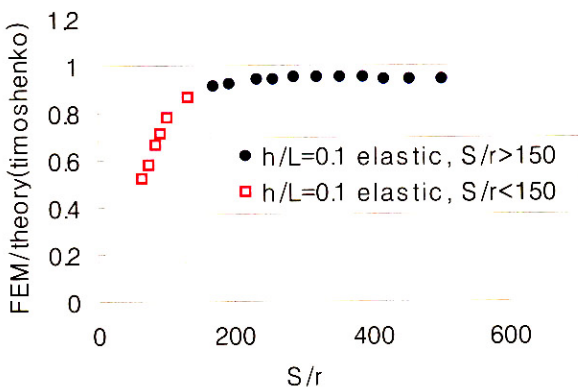


그림 9. 세장비에 따른 해석 결과(라이즈비 0.1)

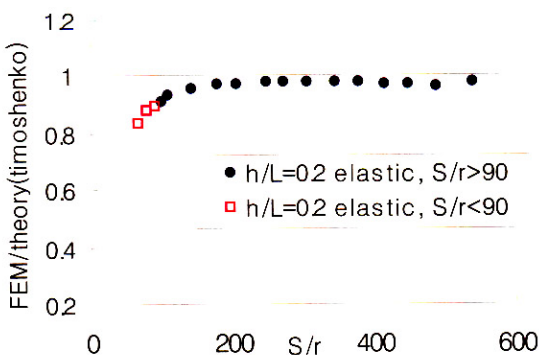


그림 10. 세장비에 따른 해석 결과(라이즈비 0.2)

그림 9와 10은 각각 라이즈비 0.1, 0.2에 대한 탄성 해석 결과를 나타낸다. 위의 그림 9와 10에서 x 축은 S/r 은 세장비를 나타내며, $r = \sqrt{I/A}$ 로 정의 된다. y 축은 유한 요소 해석 결과와 식(4)에 의한 임계 탄성 좌굴 하중의 비를 나타

낸다. 그림 9와 10에서 y 축이 1보다 작은 경우는 유한 요소 해석 결과가 식(4)에 의한 이론값보다 작은 경우로 이론값이 탄성 좌굴 하중을 과대평가하고 있는 경우이다.

그림 9와 10에서 공통적으로 세장비가 작아질수록 이론식과 유한 요소 해석 결과의 차이가 증가하는 것을 알 수 있다. 이러한 경향은 라이즈비가 작을 때 더욱 뚜렷하게 나타나고 있다. 그림 9에서 S/r 이 50인 경우 유한 요소 해석에 의한 탄성 좌굴 강도는 식(4)에 의한 값의 약 50%이다.

그림 9와 10에서 속이 찬 점은 식(4)와 유한 요소 해석의 결과가 10%이내에서 일치하는 경우이며, 속이 비어 있는 점의 경우 식(4)와 유한 요소 해석 결과가 10% 이상 발생하는 경우이다. 라이즈비 0.1의 경우 S/r 이 150, 라이즈비가 0.2인 경우에는 S/r 이 90이하인 곳에서 식(4)와 유한 요소 해석 결과가 10%이상 오차를 보이고 있다.

세장비가 작아질수록 식(4)와 유한 요소 해석의 결과가 차이가 발생하는 이유는 세장비가 작아지면서 아치 리브에 무시할 수 없을 정도의 축방향 변형률과 전좌굴 변형이 발생하기 때문이다. 그림 11은 그림 10의 해석 결과 중 $S/r = 67.10$ 과 $S/r = 109.45$ 에 관한 하중 처짐 그래프를 나타낸다.

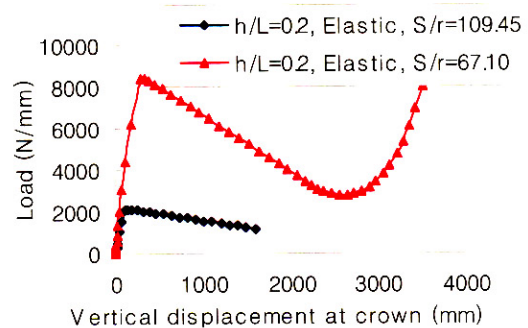


그림 11. 하중-처짐 그래프 (라이즈비 0.2)

그림 11에서 알 수 있듯이 식(4)와 오차가 크게 발생하는 $S/r = 67.10$ 의 경우 스냅-스루가 발생하는 것을 관찰 할 수 있다. 또한 세장비가 작은 경우 좌굴 발생 시 세장비가 큰 단면에 비하여 큰 하중을 받기 때문에 그림 11과 같이 전좌굴 변형이 크게 발생하는 것을 알 수 있다.

그림 12는 그림 11에 나타난 해석 모델에 관하여 하중의 증가에 따른 $1/4L$ 지점에서의 축방향 변형률을 나타낸다. 이 그림에서 $S/r = 67.10$ 의 경우 $S/r = 109.45$ 일 때 비하여 상당히 큰 축방향 변형률을 보이는 것을 알 수 있다. 이렇게 세장비가 작은 경우 축방향 변형률은 크게 발생하면 이는 식(4)의 기본 가정인 비신장 이론에 위배된다. 이러한 사실 이외에 그림 12에서 $S/r = 67.10$ 의 경우 축방향 변형률이

음의 값에서 좌굴 발생 후 양의 값으로 변하는 것을 볼 수 있다. 이는 좌굴 발생전 압축력에 의해 아치리브가 줄어들다가 스냅-스루가 발생하면서 아치리브가 늘어났기 때문이다.

이와 같이 라이즈비가 일정하더라도 아치 리브 단면의 세장비에 따라 식(4)와 유한 요소 해석 결과가 차이가 난다. 이러한 이유는 앞에서 설명 하였듯이 세장비가 작아질수록 축방향 변형률과 전좌굴 변위가 증가하며, 스냅-스루 현상이 나타나기 때문이다.

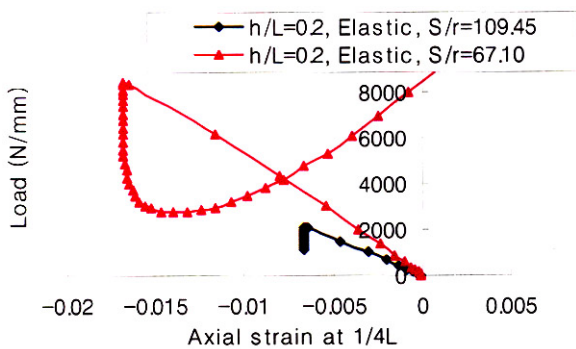


그림 12. 하중-축방향률 그래프 (라이즈비 0.2)

본 연구 결과 라이즈비가 0.1인 경우 S/r 가 150, 라이즈비가 0.2인 경우에는 $S/r=90$ 이하인 경우 스냅-스루가 발생하였으며, 식(4)와 오차가 10%이상 발생하였다. 따라서 스냅-스루가 발생하는 임계 세장비는 라이즈비가 0.1인 경우 150, 라이즈비가 0.2인 경우 90이 바람직하다고 판단된다. 3장에서 언급하였듯이 EC3코드는 라이즈비가 0.1인 경우 149.31 라이즈비가 0.2인 경우 22.824 라는 스냅-스루를 방지하기 위한 한계 세장비를 두고 있다. 연구 결과 라이즈비가 0.1인 경우 본 연구 결과와 EC3코드가 일치된 한계 세장비를 나타내고 있다. 하지만 라이즈비가 0.2인 경우 EC3 코드는 한계 세장비 22.824를 규정하고 있으며, 본 연구 결과인 90과는 큰 차이를 보이는 것을 알 수 있다. 그림 11과 12에서 라이즈비 0.2이며, $S/r=67.10$ 인 고정 지점 포물선 아치에서 스냅-스루가 발생하는 것으로 미루어 EC3코드의 라이즈비 0.2인 고정 지점 포물선 아치의 한계 세장비에는 문제가 있는 것으로 판단된다.

5. 비탄성 해석 결과

아치 리브의 면내 비탄성 해석에서는 탄성 해석에 사용한 단면을 그대로 이용하였다. 해석에 사용한 재료 모델은 그림 13과 같은 Bi-linear 응력-변형률 곡선을 입력하여 비탄성 면내 좌굴 해석을 수행하였다. 그림 13에서 E 는 210000

MPa 이며, $f_y=250MPa$, $f_u=400MPa$ 이다. 일반적으로 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치는 비대칭 좌굴 모드가 발생되므로 비대칭 좌굴 모드를 발생시키기 위하여 Eigen-value 해석을 통해 얻은 비대칭 좌굴 모드를 입력하여 아치 리브의 초기 결함을 모사하였다. 입력된 최대 아치 리브의 기하학적 초기 결함(Initial imperfection)의 크기는 1~3mm로 아치 지간의 1/10000~3/10000이다.

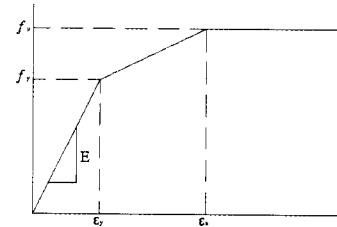


그림 13. Stress-Strain curve

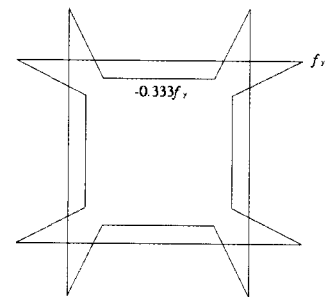


그림 14. 박스 단면의 잔류 응력 분포

고정 지점 포물선 아치 리브의 비탄성 해석은 잔류응력을 고려한 해석과 고려하지 않은 해석 두 가지 모두 수행되었으며, 해석에 사용된 잔류응력의 분포는 그림 14와 같다.

그림 14에서 박스 단면의 가장자리 부분의 경우 인장 응력을 받고 있으며, 그 최대 크기는 f_y 와 같다. 최대 압축 응력은 박스 단면의 각각 패널의 중심부에서 발생하며, 그 크기는 $0.33f_y$ 이다. 잔류 응력을 고려하기 위하여 보요소 단면의 적분점에 각각 해당하는 잔류응력의 크기를 직접 입력하여 해석을 수행하였다. 그림 15는 비탄성 해석 결과를 나타낸다. 그림 15에서 x 축은 무차원화된 좌굴 계수를 나타내며, 앞의 EC3 코드에서 사용하는 $\bar{\lambda}$ 와는 다르다. 그림 15의 λ 는 $\sqrt{N_y/N_{cr}}$ 로 나타내며, 언뜻 보기에는 식(2)의 $\bar{\lambda}$ 와 같은 것으로 보이나 N_{cr} 이 EC3코드에서 규정하는 값과 다르게 때문에 식은 같지만 값은 약간 다르다. 앞의 3장에서 설명 하였듯이 EC3 코드에서 N_{cr} 을 계산 할 때, 라이즈비가 0.1인 경우 $\beta=0.34$, 라이즈비가 0.2인 경우 0.317를 사용하지만 일반적으로 고정지점을 갖는 포물선 아치의 경우 라이즈비 0.1, 0.2인 경우 모두 0.35를 사용한다.

그림 15에서 실선은 $\beta=0.35$ 로 계산한 탄성 Euler 좌굴 곡선이며, 이 값이 1보다 커지는 경우에는 1로 치환하였다. 그림 15에서 RS는 Residual stress를 나타내며 잔류 응력을 고려한 해석 결과를 나타낸다, NRS는 반대로 잔류 응력을 고려하지 않은 해석 결과를 나타낸다. 위의 그림에서 볼 수 있듯이 라이즈비에 상관없이 일정한 좌굴 강도를 보이는 것을 알 수 있으며, 무차원화된 좌굴계수 λ 가 1.5이상인 곳에서는 비탄성 해석 결과가 탄성 좌굴 강도와 일치하는 것을 볼 수 있다. 일반적인 기둥에서 세장비가 $\sqrt{2}$ 이상인 곳에는 탄성 좌굴이 발생하는 것에 비추어 보았을 때 수직 등분포 하중을 받는 고정 지점 포물선 아치가 압축력을 받는 기둥과 아주 유사하게 거동을 하는 것을 볼 수 있다. 잔류 응력에 의한 영향은 탄성 좌굴 구간과 항복 구간에서는 크게 나타나지 않는 것을 볼 수 있으며, 비탄성 좌굴이 발생하는 구간에서 잔류 응력의 영향이 많이 발생하는 것을 관찰 할 수 있다.

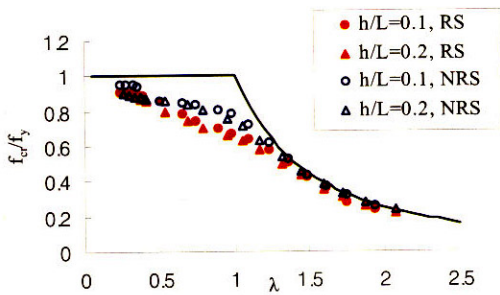


그림 15. 비탄성 해석 결과

그림 16은 좌굴 발생 시 아치 지간의 1/4지점에서 발생하는 축력과 휨 모멘트를 나타낸 그림이다. 이 그래프에서 x축은 M_{cr}/M_p 를 나타내며, 좌굴 발생 시 발생하는 휨모멘트와 아치 리브 단면의 소성 모멘트의 비를 나타낸다. y축은 N_{cr}/N_y 로 좌굴 발생시 1/4L 지점에서 발생하는 축력과 전 단면을 항복에 이르게 하는 축력, N_y 의 비이다.

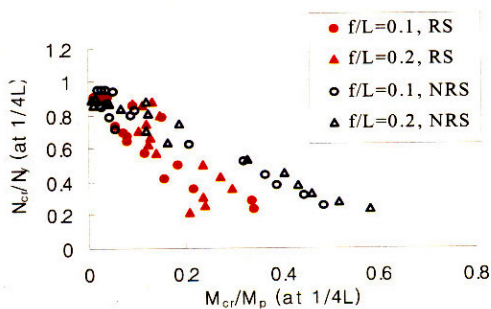


그림 16. 1/4L 지점에서의 축력과 휨모멘트

그림 16에서 잔류응력의 고려된 경우가 잔류 응력이 고려

되지 않은 경우보다 좌굴 발생 시 발생하는 휨 모멘트가 작은 것을 알 수 있다. 그림 16에서 N_{cr}/N_y 이 커질수록 좌굴 계수 λ 가 작아지는 경우이다. 따라서 그림 16에서 좌굴 발생 시 발생하는 휨모멘트와 소성 모멘트의 비는 세장비가 증가할수록 같이 증가하는 것을 알 수 있다.

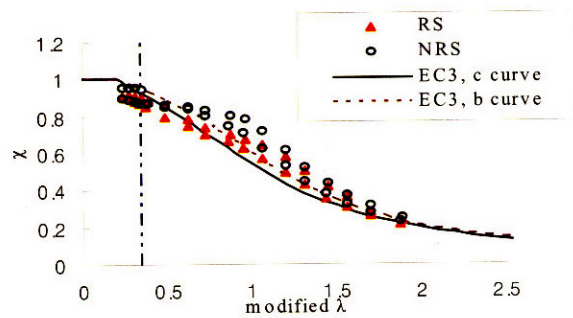


그림 17. 비탄성 해석 결과와 EC3 코드 비교

그림 17은 비탄성 해석 결과를 EC3 코드 규정과 비교한 그래프이다. 그림 17에서 b좌굴 곡선과 c좌굴 곡선을 볼 수 있다. 그림 17에서 이렇게 2개의 좌굴 곡선을 그린 이유는 Modified λ , 즉 $\bar{\lambda}$ 가 0.35를 기준으로 오른쪽에 있는 해석 결과는 아치 리브 단면의 초기 결함이 표1에서 c에 해당하며, $\bar{\lambda}$ 가 0.35이하인 곳에서는 아치 리브 단면의 초기 결함이 표 1에서 b에 해당되기 때문이다. 따라서 $\bar{\lambda}$ 가 0.35이상인 곳에서는 비탄성 해석 결과와 c좌굴 곡선을 비교해야 하며, $\bar{\lambda}$ 가 0.35이하인 곳에서는 비탄성 해석 결과와 b좌굴 곡선을 비교 하여야 한다.

그림 17에서 $\bar{\lambda}$ 가 약 0.75이상인 곳에서는 EC3 코드 규정이 아치의 비탄성 면내 좌굴 강도를 안전측으로 예측하고 있지만 $\bar{\lambda}$ 가 0.75이하인 곳에서는 그렇지 못하다. 또한 $\bar{\lambda}$ 가 0.5 이하인 곳에서는 EC3코드가 아치 리브의 좌굴 강도를 약 10% 정도 과대평가 하고 있다. 이렇게 좌굴 강도가 저하되는 부분은 세장비가 작아 스냅-스루가 발생하는 낮은 아치의 단면을 갖는 경우이다. 따라서 낮은 아치의 경우 일반적인 Euler 좌굴식이 부적합 하다는 것을 알 수 있다. 이러한 이유는 낮은 아치의 경우 좌굴 발생전 중립축에 큰 변형률이 발생하며, Bifurcation 이론인 Euler 좌굴이론의 기본 가정에 위배가 되기 때문이다.

그림 18은 그림 17에서 스냅-스루를 방지하기 위한 조건식(3)적용한 그림이다. 그림 17에 비하여 세장비가 식(3)에 의한 임계 세장비보다 작은 경우가 제외 되었지만 여전히 EC3 코드가 좌굴 강도를 과대평가하는 부분이 있다. 이러한 이유는 라이즈비 0.1인 경우 스냅-스루가 발생하는 낮은 아치가 식(3)에 의하여 그림 18에서 제외 되었지만 라이즈비가 0.2일 때에

는 식(3)에 의하여 낮은 아치가 그림 18에서 제외되지 않았기 때문이다. 4장에서 설명 하였듯이 라이즈비가 0.2일 경우 EC3코드의 식(3)은 스냅-스루가 발생하는 낮은 아치의 판단 기준으로서 부적합하다. 그 이유는 표 2의 고정지점 아치의 라이즈비 0.2인 경우 K 값이 6으로 너무 작기 때문이다.

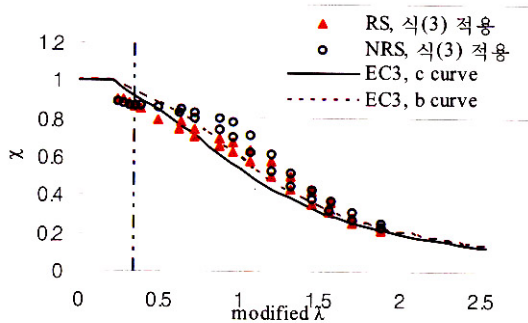


그림 18. 비탄성 해석 결과와 EC3 코드 비교 (식(3)적용)

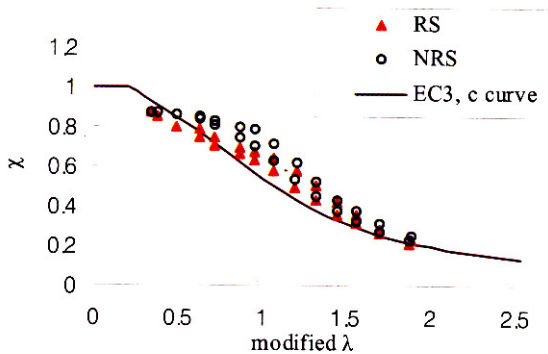


그림 19. 비탄성 해석 결과와 EC3 코드 비교 (본 연구 결과 적용)

본 연구 결과 스냅-스루를 방지하는 임계 세장비는 라이즈비 0.1의 경우 150이며, 라이즈비 0.2인 경우는 90이다. 이러한 결과를 바탕으로 라이즈비 0.1, 0.2인 경우 식(3)에서 표 2의 K 계수를 수정하면, 라이즈비 0.1인 고정지점 포물선 아치의 경우 $K=42.2$, 라이즈비 0.2인 고정지점 포물선 아치의 경우 $K=23.7$ 이다. 이러한 결과를 적용하여 그림 18을 다시 그리면 그림 19와 같이 나타난다.

그림 19에서 볼 수 있듯이 거의 모든 해석 결과가 그림 17과 18보다 EC3에서 규정한 좌굴 곡선과 일치하는 것을 볼 수 있다. 하지만 여전히 세장비가 작은 곳에서는 EC3의 좌굴 곡선이 비탄성 면내 좌굴 강도를 과대평가하고 있다. 하지만 EC3코드의 좌굴 강도와 그리 큰 차이는 보이고 있지 않다.

본 연구 결과 세장비가 아치 리브의 라이즈비가 0.1, 0.2인 경우 세장비가 작은 경우 스냅-스루가 발생하였으며, 이러한 아치 리브는 좌굴 발생 전 축 방향 변형률이 크게 발생하기

때문에 Euler 좌굴식이 잘 적용되지 않는다. 따라서 EC3코드의 기둥의 좌굴식을 아치의 면내 좌굴강도 평가에 이용하기 위해서는 스냅-스루가 발생하는 한계 세장비를 정확히 정의할 필요가 있다. 라이즈비가 0.1인 경우 스냅-스루가 발생하는 한계 세장비는 EC3 코드 기준과 본 연구 결과가 일치하였다. 하지만 라이즈비가 0.2인 경우에는 큰 차이를 보였다.

마지막으로, 수직 등분포 하중을 받는 포물선 아치 리브의 면내 좌굴 거동을 좀더 정확히 평가하기 위해서는 라이즈비 0.1, 0.2 이외에 좀더 다양한 라이즈비에 관한 연구가 필요하다고 판단된다.

6. 결론

본 연구에서는 유한 요소 해석을 이용하여 수직 등분포 하중을 받는 고정지점 포물선 아치의 면내 좌굴 강도에 관하여 연구를 수행하였으며, 주요한 연구 결과는 아래와 같다.

- (1) 스냅-스루를 방지하기 위한 EC3코드 식(3)의 K 계수는 라이즈비가 0.1이며, 고정지점 포물선 아치의 경우 42로 본 연구 결과인 42.2와 거의 일치하였다. 하지만 라이즈비가 0.2인 고정지점 포물선 아치의 경우 EC3코드 식(3)을 만족 하는 경우에도 스냅-스루가 발생하였다.
- (2) 본 연구 결과 라이즈비가 0.2인 고정지점 포물선 아치의 경우에 스냅-스루를 방지하기 위한 임계 세장비는 $S/r=90$ 이었으며, 이를 이용하여 EC3코드 식(3)에서 라이즈비가 0.2인 고정지점 포물선 아치의 경우 K 를 6에서 23.7로 수정하여 사용하는 것이 바람직하다고 판단된다.
- (3) 비탄성 해석 결과 세장비가 0.5이하인 곳에서 EC3코드의 좌굴곡선은 아치 리브의 좌굴강도를 과대평가 하였다. 이렇게 좌굴 강도가 저하되는 부분은 세장비가 작아 스냅-스루가 발생하는 낮은 아치의 단면을 갖는 경우이다. 낮은 아치의 경우 좌굴 발생전 중립축에 큰 변형률이 발생하며, Bifurcation 이론인 Euler 좌굴 이론의 기본 가정에 위배가 되기 때문에 낮은 아치의 경우 Euler 좌굴식이 부적합한 것으로 판단된다.
- (4) 본 연구결과를 이용하여 K 를 6에서 23.7로 수정한 후 식(2)와 식(3)을 적용한 경우 비탄성 해석 결과는 그림 18과 같이 나타났다. 대체로 EC3 코드의 좌굴 곡선은 수직 등분포 하중을 받는 고정지점 포물선 아치의 좌굴 경향을 잘 나타내었지만 여전히 세장비가 낮은 곳에서는 EC3 코드의 좌굴 곡선이 아치 리브의 좌굴 강도를 과대평가하는 부분이 관찰 되었다.

감사의 글

이 연구는 교량설계핵심기술연구단을 통하여 지원된 건설교통부 건설핵심기술연구개발사업에 의하여 수행되었습니다. 연구 지원에 감사 드립니다.

참 고 문 헌

- 김연태, 허택녕, 김문겸, 황학주(1992), 비선형 운동해석에 의한 낮은 아치의 동적 임계좌굴하중의 결정, 대한 토목학회 논문집, 제 12권 2호, pp. 43~54
- 문지호, 윤기용, 김성훈, 이학은(2005), 대칭하중을 받는 포물선 아치 리브의 탄성 면내 좌굴 강도, 한국강구조학회 논문집, 제 17권 2호, pp. 161~171
- 박용평, 허택영, 이필구, 노경배(2004), 브레이스트 아치 리브의 면내 좌굴 및 극한강도 평가, 한국강구조학회 논문집, 제 16권 6호, pp. 759-768
- ABAQUS Standard user's manual version 6.2 (2001), Hibbit, Karsson and Sorensen Inc.,
- Austin, W. J. (1971), In-plane bending and buckling of arches, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 97, NO. ST5, pp. 1575~1592
- Austin, W. J. (1976), Elastic buckling of arches under symmetrical loading, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 102, NO. ST5, pp. 1085~1095
- Bradford, M. A. and Pi, Y.-L. (2002), In-plane elastic stability of arches under a central concentrated load, *J. Eng. Mech.*, ASCE, Vol. 128, NO. 7, pp.

710~719

- Eurocode(2003), Design of steel structures, European committee for standardisation
- Harrison, H. B. (1982), In-plane stability of parabolic arches, *Journal of the Structural Division*, ASCE, Vol. 108, NO. ST1, pp. 195~205
- Kuranishi & Yabuki(1979), Some numerical estimations of ultimate in-plane strength of two-hinged steel arches, *Proc. of JSCE.*, No. 287, pp.155~158
- Pi, Y.-L. and Trahair, N. S.(1996), In-plane inelastic buckling and strengths of steel arches *Journal of the Structural Engineering*, ASCE, Vol. 122, NO. 7, pp. 734~747
- Pi, Y.-L. and Trahair, N. S.(1998), Non-linear buckling and post buckling of elastic arches, *Eng. Struct.*, Vol. 20 No. 7 pp. 571~579
- Pi, Y.-L. and Trahair, N. S.(1999), In-plane buckling and design of steel arches, *J. Struct. Eng.*, ASCE, Vol. 125, NO. 11, pp. 1291~1298
- Pi, Y.-L. and M. A. Bradford(2003), In-plane strength and design of fixed steel I-section arches, *Engineering structures*, 26(2004) pp. 291~301
- Schreyer, H., & Masur, E.(1966). Buckling of shallow arch. *J. Engrg. Mech., Div.*, ASCE, 90(4), 1-19.
- Timosheko, S., and Gere, J. M. (1961) Theory of elastic stability, 2nd edition, McGraw-Hill, New York.

(접수일자 : 2005. 3. 14 / 심사일 2005. 3. 24 /
심사완료일 2005. 7. 4)