

## 고정비용 수송문제를 위한 효율적인 진화 알고리즘

석상문<sup>†</sup> · 장석철 · 이상욱 · 안병하

광주과학기술원 기전공학과

### An Efficient Evolutionary Algorithm for the Fixed Charge Transportation Problem

Sang-Moon, Soak · Seok-Cheoul, Chang · Sang-Wook, Lee · Byung-Ha, Ahn

Department of Mechatronics, Gwangju Institute of Science and Technology, Gwangju, 500-712

The transportation problem (TP) is one of the traditional optimization problems. Unlike the TP, the fixed charge transportation problem (FCTP) cannot be solved using polynomial time algorithms. So, finding solutions for the FCTP is a well-known NP-complete problem involving an importance in a transportation network design. So, it seems to be natural to use evolutionary algorithms for solving FCTP. And many evolutionary algorithms have tackled this problem and shown good performance.

This paper introduces an efficient evolutionary algorithm for the FCTP. The proposed algorithm can always generate feasible solutions without any repair process using the random key representation. Especially, it can guide the search toward the basic solution. Finally, we performed comparisons with the previous results known on the benchmark instances and could confirm the superiority of the proposed algorithm.

**Keywords:** fixed charge transportation problem, evolutionary algorithm, random key representation.

#### 1. 서론

지난 몇 년 동안 수송문제(transportation problem; TP)는 물류(logistics)의 가장 중심적인 문제로서 물류비용의 70% 이상이 수송비용으로 지출되고 있는 현실에서, 이러한 비용을 줄이기 위한 방법을 모색하기 위한 방안으로 많은 관심을 받아왔다. 특히, 수송문제는 가장 간단한 최적화 문제들 중의 하나로, 각 공급지와 각 수요지가 지니고 있는 제약식을 만족시키면서 단일 재화를 다수의 공급지(sources)로부터 다수의 수요지(destination)로 수송하는 문제이다. 결국 수송문제에서의 목적함수는 각 공급지에서 각 수요지로 수송되는 수송량을 결정하는 문제가 된다. 이러한 선형수송문제(linear transportation problem)의 경우 기존의 심플렉스법(simplex method)이나 정수계획 모형 등을 이용해서 간단하게 최적해를 찾아낼 수가 있다.

반면에 이들 수송 루트들 간에 고정비용(fixed charge)이 발

생하는 경우, 문제가 아주 복잡해지는데 이러한 문제를 고정비용 수송문제(the fixed charge transportation problem; FCTP)라고 한다.

현실의 많은 분배(distribution)문제들이 고정비용 수송문제로 모델링될 수 있는데, 예를 들어 어떤 수송회사가 두 지역을 연결하는 수송 루터를 개설하는데 개설비용이 발생한다거나 또는 어떤 두 링크들 사이의 용량차이로 인한 체증의 발생으로 생기는 손실 또는 비용 등을 고려하는 등의 문제들이 다 여기에 해당된다. 그리고 고정비용 수송문제의 경우 기존의 선형계획모형이나 심플렉스법으로 해결이 불가능한 NP-complete 문제로 알려져 있다(Guisewite and Pardalos, 1990).

지난 몇 십 년 동안 고정비용 수송문제를 해결하기 위해서 분지한계법(branch and bound method) (Kennington and Unger, 1976; Barr, *et al.* 1981) 과 같은 확정적인 알고리즘(deterministic algorithm) 이나 고정비용 수송문제를 단순화시켜 문제를 해결하는 근사화 방법(approximation methods)을 사용하는 일

본 연구는 Brain Korea 21 사업의 지원으로 수행되었음.

<sup>†</sup> 연락처 : 석상문, 500-712, 광주광역시 북구 오룡동 1번지 광주과학기술원 기전공학과, Fax : 062-970-2384, E-mail : soakbong@gist.ac.kr

2004년 11월 접수, 2005년 1월 수정본 접수, 2005년 2월 게재 확정.

종의 휴리스틱 알고리즘(heuristic algorithm) (Palekar, 1986) 등 다양한 접근법들이 시도되어 왔다.

또한 몇몇 연구자들은 작은 규모의 고정비용 수송문제를 효율적으로 해결할 수 있는 방법들을 제안하였다(Adlakha and Kowalski, 1999, 2003). 하지만 확정적인 알고리즘의 경우 수송 네트워크의 크기에 따라서 수행시간이 기하급수적으로 증가하게 된다는 단점을 지니고 있고, 휴리스틱 알고리즘의 경우는 찾아낸 해의 유효성에 대해 아무런 보장을 할 수 없다는 단점을 지니고 있다.

하지만 최근에 단순한 휴리스틱 알고리즘과는 달리 찾아낸 해의 성능에 대해 보다 신뢰를 줄 수 있는 타부 서치(tabu search) (Sun *et al.*, 1998)나 유전 알고리즘(genetic algorithm)을 이용하는 방법(Gottlieb and Paulmann, 1998; Gottlieb and Eckert, 2000; Eckert and Gottlieb, 2002; Gen *et al.*, 1998; Gen and Li, 1999) 등이 소개되었는데 이들 중 Eckert and Gottlieb(2002)가 최근에 각 수송 루터, 즉 에지를 해 표현으로 사용하는 직접적인 해 표현법(direct representation)을 이용한 유전 알고리즘이 현재까지 가장 우수한 결과를 주는 것으로 알려져 있다.

따라서 본 논문에서는 Eckert and Gottlieb(2002)의 방법과 직접적인 비교를 위해서 고정비용 수송문제(fixed charge transportation problem)를 위한 새로운 진화 알고리즘을 제안한다 제안하는 알고리즘은 기존에 Bean(1994)이 제안한 랜덤 키(random key)를 이용해 해 표현법을 사용한다 랜덤 키를 이용하는 진화 알고리즘의 경우 다양한 네트워크 문제에 융통성 있게 적용이 가능할 뿐만 아니라 기존에 우수한 성능을 보인 진화 연산자들을 변형 없이 그대로 사용할 수 있다는 장점을 지닌다. 또한 임의로 부여된 랜덤 키에 의해 정렬된 순서에 따라 해를 고려하기 때문에 기존 유전 알고리즘의 단점으로 지적된 해 표현법 내에서의 해들 사이의 연결문제(linkage problem)를 극복할 수 있다.

그리고 제안하는 알고리즘에 적합한 선택전략(selection strategy)을 찾기 위해서 Muhlenbein and Voosen(1993)이 제안한 선택반응(response to selection)과 선택편차(selection differential) 개념을 이용해서 4가지 선택전략을 비교 실험하였으며, 또한 제안하는 알고리즘이 고정비용 수송문제를 효율적으로 해결할 수 있음을 다양한 기존의 벤치마크(benchmark) 문제들을 통해서 보인다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 제2장에서 고정비용 수송문제의 수리적 모델 및 이를 해결하기 위해 기존에 제안된 유전 알고리즘들에서 사용된 해 표현법들에 대해 알아보고, 제3장에서 제안하는 알고리즘에 대해 설명한다.

제4장에서는 제안하는 알고리즘에 가장 적합할 뿐만 아니라 우수한 결과 값을 주는 선택전략(selection strategy)을 찾기 위한 비교실험을 수행한다. 그리고 제5장에서는 벤치마크(benchmark) 문제에서 제안하는 알고리즘이 찾아낸 해와 기존의 방법들이 찾아낸 해들과의 비교 분석을 수행하고, 제6장에서 결론을 맺는다.

## 2. 고정비용 수송문제

### 2.1 수리적 모델

고정비용 수송문제는 다음과 같은 수리적 모델로 나타내진다.

$$\text{Minimize} \quad \sum \sum (c_{ij} x_{ij} + f_{ij} y_{ij}) \quad (1)$$

subject to

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i \in S \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j \in D \quad (3)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i \in S \text{ and } j \in D \quad (4)$$

$$y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if } x_{ij} \geq 0 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}, \quad i \in S \text{ and } j \in D \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j \quad (6)$$

여기서,  $S = \{1, \dots, m\}$ 는 공급지(sources)를 의미하고  $D = \{1, \dots, n\}$ 는 수요지(destination)를 의미한다. 그리고  $a_i$ 와  $b_j$ 는 각각 공급지  $i$ 의 공급 가능량과 수요지  $j$ 의 수요량을 의미하며,  $c_{ij}$ ,  $f_{ij}$ 와  $x_{ij}$ 는 각각 공급지  $i$ 에서 수요지  $j$ 로의 수송비용(cost), 고정비용(fixed cost) 그리고 수송량(the shipped amount)을 나타낸다. 그리고 일반적으로 불균형 수송문제의 경우 임의의 노드(dummy node)를 추가함으로써 간단히 균형 수송문제로 바꿀 수가 있기 때문에 본 논문에서는 균형수송문제로 가정한다. 따라서 제약식(2)와(3)은 각각 공급지에서 공급하는 양과 수요지에서 요구하는 양이 총 공급량과 총 수요량과 같아야 함을 의미하는 제약식들이고, 제약식(6)은 불균형 수송문제를 균형수송문제로 바꾸기 위해서 추가된 식이다. 그리고 식(5)에서 변수  $y_{ij}$ 는 수송량이 발생할 경우 고정비용을 발생시키게 하는 0-1 변수이다.

### 2.2 기존의 수송문제를 위한 해 표현 방법들

그동안 많은 연구자들이 네트워크 문제(network problems)를 진화 알고리즘을 이용해서 해결하기 위해 다양한 해 표현 방법(representation)에 대한 연구를 수행해 왔다. 수송문제의 경우 또한 예외는 아닌데, Vignaux and Michalewicz(1991), Michalewicz *et al.*(1991) 등에 의해서 선형 및 비선형 수송문제(linear or nonlinear transportation problem)를 유전 알고리즘을 이용해서 해결하려는 시도를 필두로 해서 다양한 알고리즘들이 제안되어 왔으며, 이러한 대부분의 연구들이 효율적인 해 표현법(representation)과 사용된 해 표현법에 맞는 연산자개발과 관련된 논문들이 주를 이룬다. 이는 진화 알고리즘에서 사

용하는 해 표현법과 연산자에 따라서 알고리즘의 성능이 크게 좌우되기 때문이다.

Vignaux and Michalewicz(1991)는 각 수송 루터들마다 번호를 매겨 이 번호를 해로 표현하는 치환표현법(permutation representation)과 수송문제를 다루는데 있어서 가장 기본이 되는 매트릭스(matrix)를 해 표현법으로 사용하는 매트릭스 표현법(matrix representation)을 제안하였는데, 두 표현법 모두 진화 연산자의 사용에 제약을 지닌다. 치환표현법(permutation representation)의 경우 항상 치환과정에서 생기는 번호의 중복을 피하기 위해서 순서 기반 교차연산자(order-based crossover)나 상호교환 변이연산자(reciprocal exchange mutation)와 같은 특수한 유전연산자를 필요로 하며, 매트릭스 표현법 또한 해 표현이 지니는 특수성(2차원 배열) 때문에 특별한 연산자에 의해서만 해를 진화시켜 나갈 수 있다. 그렇기 때문에 매트릭스 표현법을 사용하는 경우 해의 유효성(reliability)을 보장하기 위해서 수정(repair)과정을 필요로 하게 된다(Vignaux and Michalewicz, 1991).

그리고 Gen *et al.*(1998)은 하나의 문제 안에 두개의 평가기준을 동시에 고려하는 일종의 다목적 수송 문제(bi-criteria transportation problem)를 해결하기 위해 prüfer 수를 이용해서 수송제약을 만족하는 걸침나무(spanning tree)를 형성하는 걸침나무 표현법(spanning tree representation)을 제안하였다. 이후 Gen and Li(1999)는 이를 고정비용 수송문제(fixed charge transportation problem)에 적용하였는데 매트릭스 표현법(matrix representation)과 임의로 만들어낸 문제에서의 비교실험에서 걸침나무 표현법(spanning tree representation)이 보다 더 우수한 결과를 산출함을 보여 주었다.

Gottlieb and Paulmann(1998)는 기존의 Vignaux and Michalewicz(1991)가 제안한 매트릭스 표현법을 개선하기 위해 새로운 연산자들을 제안하였다. 그리고 이를 널리 알려진 벤치마크(benchmark) 문제들(참고문헌 웹 주소 참조)에 치환기반 표현법과 비교실험을 수행하여 제안하는 알고리즘의 우수성을 보여주었다. 또한, Gottlieb and Eckert(2000)는 prüfer 수가 유전 알고리즘에서 해 표현법이 지녀야 할 가장 중요한 특징들 중에 하나인 “지역성(locality)”이 결여되어 있음을 지적하고 걸침나무 표현법(spanning tree representation)과 치환표현법(permutation representation)과의 비교실험을 통해 치환표현법이 걸침나무 표현법보다 월등하게 우수한 결과를 찾아냄을 보여주었다.

그리고 Eckert and Gottlieb(2002)는 최근 연구에서 각 수송 루터, 즉 에지(edge) 자체를 해 표현으로 사용하는 새로운 표현법을 제안하였는데, 그들은 이 표현법을 기존의 걸침나무 표현법 및 치환표현법과의 비교를 통해 제안하는 알고리즘이 기존의 알고리즘들보다 우수함을 보여주었다. 그리고 더 나아가 고정비용 수송문제를 해결하는 가장 우수한 알고리즘으로 알려진 Sun *et al.*(1998)이 제안한 타부 서치(tabu search) 방법과 비교를 통해 더 우수한 결과를 도출해냄을 보여 주었다.

### 2.3 고정비용 수송문제의 특징

고정비용 수송문제(FCTP)의 해 탐색공간을 다음과 같이 4가지 그룹으로 나눌 수가 있다.

- (1) 모든 가능한 해 집합(U) :  $U = \{x \mid \text{모든 } i \text{와 } j \text{에 대해서 } x_{ij} \geq 0\}$
- (2) 실행 가능한 해 집합(F) :  $F = \{x \in U \mid \text{제약식 (3)과 (4)를 만족하는 } x\}$
- (3)  $M = \{x \in F \mid \text{적어도 } m + n - 1 \text{개의 양의 값을 가진 } x\}$
- (4) 기본해(basic solution)의 집합(B) :  $B \subset M$

따라서, 이들 사이는 다음과 같은 관계가 성립한다.  $B \subset M \subset F \subset U$ . 그리고 일반적으로 고정비용 수송문제의 최적해는 기본해(Basic solution)의 집합 내에 존재하는 것으로 알려져 있다(Gottlieb and Paulmann, 1998). 따라서 이러한 기본해(basic solution)집합 내로 탐색을 제한하는 것이 효과적인 결과를 줄 수 있는데, 기존에 알려진 해 표현법들 중에서 치환 표현법(permutation representation)과 prüfer 수를 이용하는 걸침나무 표현법(spanning tree representation)만이 이러한 기본해(basic solution) 쪽으로의 탐색을 가능하게 한다. 그리고 매트릭스 표현법(matrix representation)은 이러한 기본해(basic solution) 쪽으로의 탐색을 가능하게 하지만 경우에 따라 수정(repair) 과정을 필요로 한다. 따라서 만약 어떤 해 표현법이 이러한 기본해(basic solution)쪽으로 해 탐색을 가능하게 한다면 보다 효율적으로 더 우수한 해를 찾아낼 수 있을 것이다.

다음 장에서는 치환표현법처럼 기본해(basic solution)쪽으로 해 탐색을 가능하게 할 뿐만 아니라 기존 표현법들의 단점을 극복하는 진화 알고리즘을 소개한다.

### 3. 제안하는 알고리즘

진화 알고리즘을 설계할 때 가장 중요한 부분은 다루는 문제에 적합한 해 표현법(representation)을 찾는 것과 이를 이용해서 우수한 새로운 해를 찾으려 하는 합당한 연산자를 찾는 것이다(Bäck *et al.* 1997). 왜냐하면 사용되는 해 표현법과 이에 적합한 연산자들에 따라 다루는 문제의 탐색공간(search space)을 효율적으로 탐색할 수 있을 뿐만 아니라, 결국 이를 통해 알고리즘의 성능이 좌우되기 때문인데 제안하는 진화 알고리즘은 Bean(1994)이 제안한 랜덤 키 표현법(random key representation)을 사용한다. 랜덤 키 표현법의 경우 기존에 스케줄링 문제(scheduling problem)나 트리 네트워크 최적화 문제 등 다양한 문제들에 적용되어 그 유효성이 입증되어왔다(Bean, 1994; Rothlauf *et al.*, 2002).

랜덤 키 표현법의 가장 큰 장점은 우선 유전연산자의 사용에 유연하다는 것이다. 이는 치환 기반 표현법처럼 해 표현법

자체가 가지는 제약이 없기 때문이다. 또한 기존에 일반적인 유전 알고리즘이 가지고 있는 가장 큰 단점으로 지적된 해 표현법 내에서 우수한 유전인자들(schema)끼리의 연결문제(linkage problem)를 해소할 수 있다는 것이다. 즉, 이는 랜덤 키 표현법이 임의로 부여된 키 값의 정렬에 의해서 해를 생성하기 때문에 유전인자들끼리의 이웃관계는 해 표현 내에서 아무 의미가 없어지기 때문이다.

다음은 랜덤 키 표현법에 대해 설명한다. 랜덤 키 표현법은 초기에 모든 가능한 예지에 번호를 부여하고 그 번호를 이용해서 해당되는 예지를 가려낸다. 그리고 각각의 예지에 [0, 1] 사이의 임의값(random key)을 할당하고, 이 임의값에 따라 전체 예지를 정렬하고 정렬된 순서에 따라 해를 형성해 나간다. 또한 이러한 랜덤 키 값들의 교환을 위해서 유전연산자들을 이용한다.

<Figure 1>은 랜덤 키를 사용해서 형성한 수송계획의 예를 보인다. 그리고 <Figure 1>에서 각 수송 루터 상에 있는 번호는 수송 루터에 할당된 번호를 의미한다. 여기서 우선순위인 3인 수송 루터 2와 4인 수송루터 1 대신 우선순위가 낮은 수송 루터 5가 선택된 이유는 이미 이전의 수송 루터3에서 수송 가능한 수송량을 모두 수송을 하여 고려에서 제외되었기 때문이다. 그리고 본 논문에서는 고려되는 수송 루터에 최대 할당 가능한 양을 할당하는 방식으로 수송량을 결정한다. 즉, 공급지와 수요지에 수송 가능량 중에서 적은 값만큼을 수송 루터에 할당한다. 마지막으로, 수송계획 수립이 종료되는 시점은  $m + n - 1$ 개의 수송 루터가 모여 졌을 때인데, 이는 균형수송문제를 해결할 경우 형성되는 제약식의 개수로부터 알 수 있다.

고정비용 수송문제를 위해서 제안하는 진화 알고리즘은 다음과 같다.

Step.0 초기화 단계.

초기 해 집단생성. 모든 초기 유전인자(gene)에 랜덤 키 값을 [0, 1] 내에서 임의로 할당.

Step.1 유전인자 정렬

각 해에 있는 유전인자들을 값에 따라 내림차순 (또는 오름차순)으로 정렬.

Step.2 수송계획수립.

Step.2.1 정렬된 순서에 따라 최대 가능한 수송량  $x_{ij} = \min(a_i, b_j)$ 을 할당하고 각 공급지와 수요지의 공급량( $a_i$ )과 수요량( $b_j$ ) 수정( $a_i \leftarrow a_i - x_{ij}$  and  $b_j \leftarrow b_j - x_{ij}$ ).

Step.2.2 만약, 수송 가능한 수송량이 0이거나 수요지의 요구량이 0일 경우, 다음 수송 루터를 고려하기 위해 Step.2.1로 이동.

Step.2.3  $m + n - 1$ 개의 수송 루터가 형성되었거나 또는 모든 공급량( $a_i$ )이 수요지에 할당되었을 때, Step.3으로 이동.

Step.3 평가 단계(evaluation).

Step.3.1 형성된 수송계획  $k$ 가 기존에 찾은 가장 좋은 해 Best 보다 작으면,

$$Best \leftarrow Current(k);$$

Step.4 선택전략(selection strategy)

실세계 토너먼트 선택전략(real world tournament selection; RWTS) 적용.

Step.5 교차연산자(crossover operator)

교차확률(crossover rate)에 따라 Uniform 교차연산자 적용.

Step.6 변이연산자(mutation operator)

변이확률(mutation rate)에 따라 상호교환 변이연산자 적용.

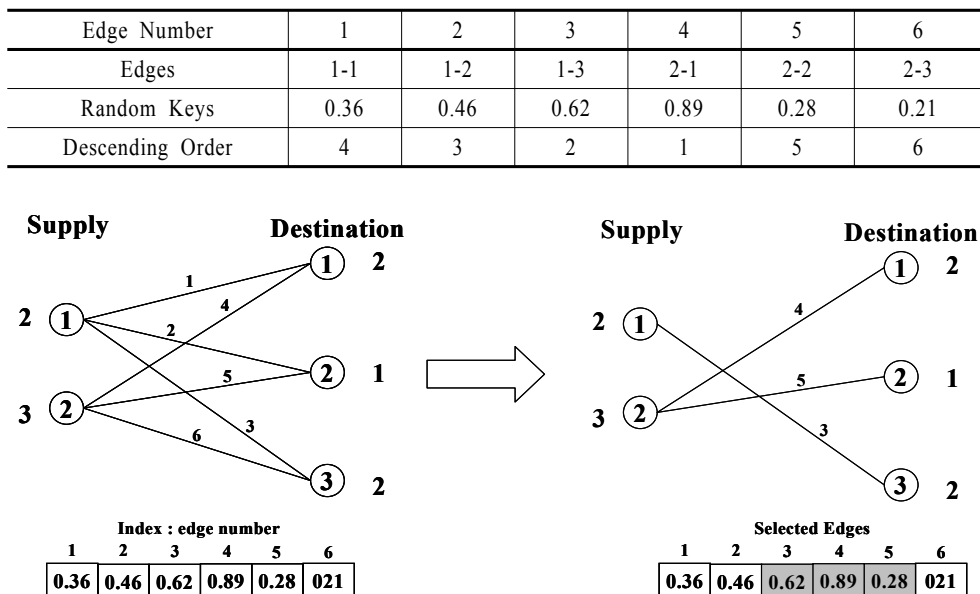


Figure 1. An example of random key representation for the FCTP.

## Step.7 종료(termination)

종료조건을 만족하면, 종료. 그렇지 않으면 Step. 1로 이동.

제안하는 진화 알고리즘의 경우 연산자 사용에 어떤 제약도 없기 때문에 기존에 제안된 연산자들을 자유롭게 사용이 가능하다. 따라서 기존의 연구들에서 랜덤 키 표현법에서 가장 우수한 결과를 주는 것으로 알려진 Uniform 교차 연산자와 상호 교환 변이연산자(reciprocal exchange mutation)를 사용하였다 (Soak, *et. al.*, 2004). 그리고 선택 전략의 경우는 “실세계 토너먼트 선택전략” (Soak, *et. al.*, 2004)을 적용하였는데 이는 다양한 기존의 전략들을 이론적인 방법에 기반한 분석을 통해서 결정을 하였다.

## 4. 선택 전략의 비교

본 장에서는 기존에 Muhlenbein과 Voosen(Muhlenbein and Voosen, 1993)이 제안한 선택반응(response to selection)과 선택 편차(selection differential) 개념을 이용해서 4가지 선택전략을 비교 실험하였다. 이들 개념을 이용하면 사용된 선택전략의 특성뿐만 아니라 사용된 알고리즘의 행동방식(dynamics)의 예측이 가능하다.

선택반응(response to selection :  $R(t)$ )은 세대(generation)  $t$ 에서의 해 집단 내의 평균 적합도 값  $M(t)$ 와 세대(generation)  $t+1$ 에서의 해 집단 내의 평균 적합도 값  $M(t+1)$  사이의 차로 정의된다.

$$R(t) = M(t+1) - M(t) = b_t S(t) \quad (7)$$

여기서  $b_t$ 는 선택전략에 의해 실현된 상속성(realized heritability)을 나타낸다.

그리고 선택편차(selection differential :  $S(t)$ )는 선택과정에서 선택된 부모들의 평균 적합도 값( $M_s(t)$ )과 해 집단의 평균 적합도 값( $M(t)$ )의 차로 정의된다.

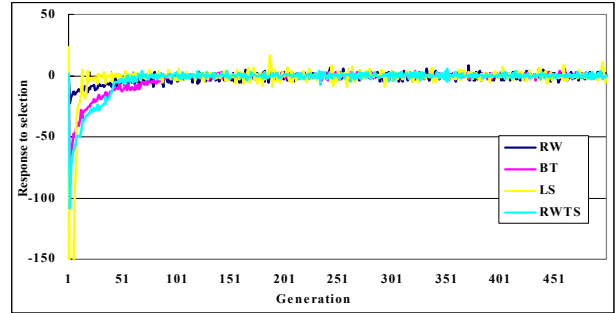
$$S(t) = M_s(t) - M(t) \quad (8)$$

이 두 측정치의 편차를 이용해서 선택전략의 다양성을 추정할 수 있으며, 이는 다음 식과 같다.

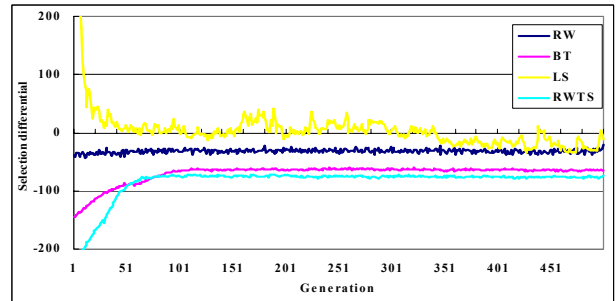
$$S(t) - R(t) = (1 - b_t) S(t) \quad (9)$$

비교를 위해 사용된 선택전략들은 룰렛 휠 선택전략(roulette wheel; RW), 토너먼트 선택전략(binary tournament; BT), 선형 샘플링 선택전략(linear sampling; LS) 그리고 실 세계 토너먼트 선택전략(real world tournament selection; RWTS)이다. 이 중 RWTS의 경우는 Soak and Ahn(2004)이 제안한 선택전략으로 트리 네트워크(tree network) 문제에 적용하여 좋은 결과를 보

여주었다.



(a) Response to selection



(b) Selection differential

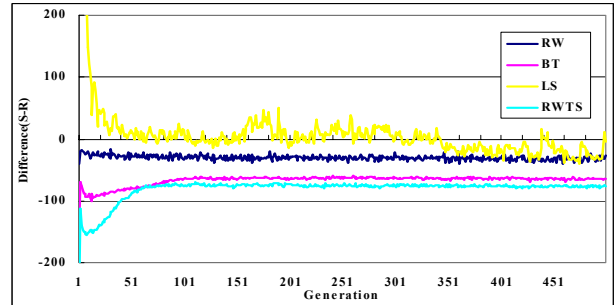
(c) Difference between  $S(t)$  and  $R(t)$  : it indicates the diversity of selection methods

Figure 2. The comparison of selection strategies (rand12x12 instance).

<Figure 2>는 4가지 선택전략을 비교 실험한 결과를 보여 준다. 선택반응 (a)의 경우 실험의 초기 단계에서는 각 선택전략들 간에 약간의 차이를 보이지만 50세대 이상이 되면 거의 유사한 형태의 특성을 보여줌을 알 수 있다. 하지만 (b)  $S(t)$ 와 (c)  $S(t) - R(t)$ 의 경우는 사용된 선택전략들이 다양한 특성을 보여주는 것을 확인할 수 있는데, 특히 여기서 주목할 점은 이들의 경우 RWTS가 가장 낮은 값을 보여준다는 것이다.

이는 Zhang and Kim(2000)이 최대화 문제에서 수행한 선택 전략들 간의 실험결과를 분석하면서  $S(t)$  값이 고정되어 있을 때 식 (9)에 의해서 높은 선택편차(selection differential) 값과 낮은 상속성 값( $b_t$ )을 가지는 것이 우수한 결과를 도출할 수 있는 선택전략의 특성과 동시에 높은  $S(t) - R(t)$ 을 보이는

선택전략이 우수한 전략이라고 지적하였다. 따라서 결국 최소화 문제에서는 낮은 선택편차(selection differential)와 낮은  $S(t) - R(t)$  값을 나타내는 것이 좋은 선택전략일 수 있는데, RWTS가 가장 낮은 값을 보여주었다. 따라서 본 논문에서는 RWTS를 선택전략으로 채택하였다.

### 5. 실험

본 논문에서는 정확한 비교실험을 위해 기존 알고리즘들이 벤치마크(benchmark) 문제(참고문헌 웹 주소 참조)로 사용한 데이터를 사용하였다. 그리고 이들 문제에서 가장 좋은 해를 찾아낸 것으로 알려진 Eckert and Gottlieb(2002)의 실험결과를 비교를 위한 기준으로 사용하였다. 그리고 각 알고리즘은 Visual C++를 이용해서 프로그램되었으며 Pentium IV 1.6 Ghz 컴퓨터 상에서 실험을 하였다.

Eckert and Gottlieb(2002)는 해의 다양성을 유지하기 위해 특별한 대체(replacement) 전략을 사용하였다. 일반적으로 진화 알고리즘에서 부모해를 이용해서 형성된 자손들은 그 부모를 대체해서 다음 진화과정에 투입되지만 이들의 경우는 새로 형성된 자손과 동일한 해가 해 집단 내에 존재하는지를 확인한 다음 없을 경우에만 가장 나쁜 해로 대체하는 방식으로 해의 다양성을 유지하는 방법을 사용하였다. 그리고 종료조건으로는 1,000,000개의 새로운 해(non-duplicate solution)를 만들어 낼 때까지로 하였다. 하지만 이런 경우 해들끼리의 비교를 위한 계산시간이 많이 소요될 것으로 예상되어, 본 논문에서는 그 대신 해 집단의 크기를 크게 유지하는 방법을 사용하였으며 단순히 1,000,000번의 해의 평가가 수행된 이후에 종료료를 시키는 것으로 하였다. 그리고 일반적으로 진화 알고리즘에서 사용되는 다양한 파라미터의 경우 적용하는 문제의 특성에 많은 영향을 받는데, 즉 어떤 문제에서 좋은 결과를 보여준 파라미터 값일지라도 다른 문제에 똑같은 값을 적용할 경우 좋지 않은 결과값을 만들어 낼 수도 있다. 하지만 실질적으로 모든 문제에서 가장 우수한 결과값을 보여주는 파라미터 값들을 찾는 것은 많은 계산시간을 요할 뿐만 아니라 진화 알고리즘의 일반적인 성능을 보여줄 수가 없다. 따라서 일반적으로 대표문제에서 다양한 파라미터 값들을 적용한 후 가장 우수한 결과 값을 보이는 파라미터 값들을 모든 유사 문제들에 적용을 하게 되는데, 본 논문에서도 이러한 방법을 통해서 다양한 파라미터 값들이 선택되었고, 대표문제로 ran12x12를 사용하였다. 여기서 사용된 진화 알고리즘의 파라미터로 교차확률과 변이확률은 각각 <Figure 3>에서 보는 바와 같이 100%일 경우 가장 우수한 결과를 보여주었으므로 각각 100%로 설정을 하였고, 해 집단(population)의 크기 또한 다양한 해 집단에서의 실험결과를 통해 결정되었다. <Figure 4>는 다양한 해 집단의 크기에 따른 해의 변화를 보여주는데, 크기가 5,000 이상이 되면 해의 변화가 그렇게 크지 않을 뿐만 아니라 오히려 더 좋지

않은 결과를 보이는데, 이는 종료조건 때문에 해 집단 내의 해들이 제대로 성숙하기 전에 종료되기 때문으로 확인되었다. 따라서 본 논문에서는 Eckert and Gottlieb(2002)의 결과와의 보다 정확한 비교를 위해서 세대수(generation)를 늘이지 않고 설정된 종료조건하에서 가장 우수한 결과를 보인 5,000으로 해 집단의 크기를 정하였다. 그리고 <Figure 5>는 해 집단의 크기에 따른 해의 표준편차(Standard Deviation; STD)를 나타낸다. 표준편차 역시 해 집단의 크기가 5,000일 때 가장 적은 것으로 나타났다. 또한 각 실험은 20번씩 수행하였다.

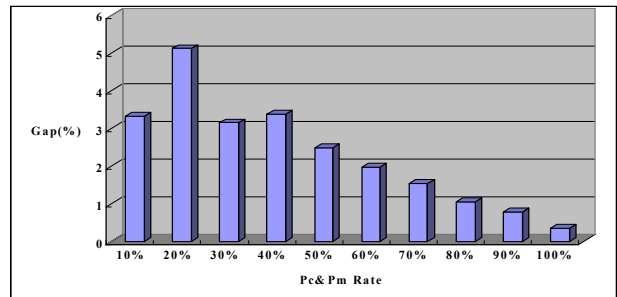


Figure 3. Results according to the crossover rate(Pc) and the mutation rate(Pm) at ran12x12.

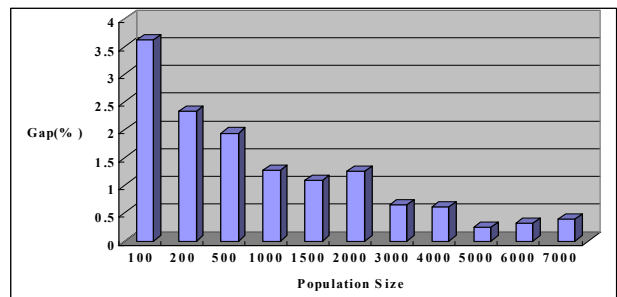


Figure 4. Results according to the population size at ran12x12.

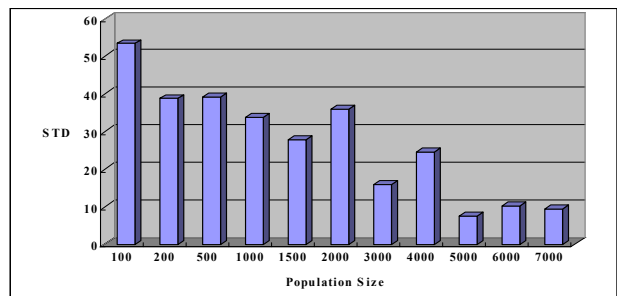


Figure 5. Standard deviation(STD) according to the population size at ran12x12.

<Table 1>은 기존의 실험결과와의 비교결과를 보여준다. PE(치환기반표현법; permutation representation), PN(prüfer number representation)와 Matrix(매트릭스 기반 표현법)의 경우는

Gottlieb and Paulmann(1998)과 Gottlieb and Eckert(2000)의 결과를 인용하였고, Direct(direct representation)의 경우는 Eckert and Gottlieb(2002)의 결과를 인용하였다. <Table 1>에 나타난 각각의 값들은 최적해(optimum solution)와 찾아낸 해 사이의 차이(Gap)를 나타내는데, 이는 다음의 수식을 이용해서 계산되었다.

$$Gap = (C_{avg.} - C_{opt}) / C_{opt} \times 100 (\%)$$

여기서  $C_{avg.}$ 와  $C_{opt}$ 는 각각 제안하는 알고리즘이 찾아낸 해의 평균값과 기존 해당 문제에서 알려진 최적해의 값을 나타낸다.

실험결과를 통해 알 수 있듯이 거의 모든 경우에서 제안하는 알고리즘이 기존의 알고리즘들 보다 우수한 결과를 보여주었다. 보다 정확하게 말하면 총 15개의 실험문제들 중에서 bal8x12는 PN과 Direct 표현법과 같은 결과값을, ran10x10a에서는 Matrix 표현법이 우수한 값을, ran14x18에서는 Direct 표현법이 우수한 값을 찾았으며, 이들을 제외한 12개의 문제들에서 기존의 방법들보다 우수한 결과값을 산출하였다. 그리고 심지어 고정비용 수송문제에서 가장 우수한 알고리즘으로 알려진 Direct 표현법과의 비교에서도 ran14x18을 제외하고 나머지 세 가지 경우에는 더 우수한 결과(ran4x64와 ran16x16) 또는 동일한 결과(bal8x12)를 보여주었다. 그리고 아주 고무적인 사실은 거의 모든 경우에서 기존의 최적해를 찾아내었을 뿐만 아니라, 찾아낸 해의 Max. Gap 또한 4.36%(ran17x17)를 넘지 않았으며(PE의 경우 15.88%, Matrix의 경우 11.92), Avg. Gap은 ran14x18에서 2.61%를 제외하고는 모든 경우에서 1%를 넘

지 않았다(PN의 경우 21.34%, PE의 경우 8.67%, Matrix의 경우 7.03%, Direct의 경우 2.42%). 또한 전체 벤치마크 문제들에 대한 각 알고리즘의 평균 Gap 또한 제안하는 진화 알고리즘이 0.6%로 가장 우수한 것으로 나타났다. 실질적으로 기존 방법들과의 계산시간 비교는 알려진 결과값이 없어 불가능하지만 제안하는 알고리즘의 경우 모든 문제에서 그렇게 많은 계산시간을 요하지는 않았다. 특히 <Table 1>에서 제안하는 알고리즘이 소요한 시간을 고정비용 수송문제가 지니고 있는 문제의 복잡도에 비추어 볼 때 충분히 설득력이 있는 결과라고 판단된다.

실질적으로 Direct 표현법을 사용하는 알고리즘과의 비교의 경우 비교되는 실험결과가 많지 않아 어느 알고리즘이 더 우수한지를 가려내기 쉽지는 않지만 본 논문에서 다루어진 실험결과에 비추어볼 때 제안하는 알고리즘이 Direct 표현법을 사용하는 알고리즘에 비해 좀더 우수한 결과값을 보여주는 것으로 판단된다.

## 5. 결론

본 논문에서는 고정비용 수송문제(FCTP)를 해결하기 위한 효율적인 진화 알고리즘을 제안하였다. 제안하는 알고리즘은 해 표현방법으로 랜덤 키 표현법(random key representation)을 사용하고 Uniform 교차연산자와 상호교환 변이연산자를 진화연산자로 사용하였다. 그리고 다양한 선택연산자들의 비교를 통해서 실 세계 토너먼트(RWTS) 전략을 선택연산자로 채택

Table 1. Result Comparison

Gap(%)		PN	PE			Matrix			Direct			Proposed Method			
Instance	Opt	Avg.	Min.	Avg.	Max.	Min.	Avg.	Max.	EICR	NLO1	NLO2	Min.	Avg.	Max.	CPU(sec.)
bal8*12	471.55	0.00	-	-	-	-	-	-	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	2.9
ran10*10a	1499	-	0.00	0.60	4.74	0.00	0.00	0.00	-	-	-	0.00	0.31	2.06	12.9
ran10*10b	3075	-	0.00	0.29	4.07	0.00	0.54	4.07	-	-	-	0.00	0.00	0.00	4.65
ran10*10c	13007	-	0.00	0.10	0.91	0.00	0.28	0.89	-	-	-	0.00	0.00	0.00	8.4
ran4*64	9711	21.34	0.58	3.00	5.21	0.00	0.67	1.70	0.29	0.33	0.21	0.00	0.14	0.66	103.3
ran6*43	6330	-	0.87	5.30	10.03	0.00	1.28	3.98	-	-	-	0.00	0.08	1.73	22
ran8*32	5247	-	3.14	6.04	8.61	0.55	3.29	7.62	-	-	-	0.55	0.84	1.84	144.7
ran10*26	4270	-	1.55	7.03	11.69	1.85	7.03	11.92	-	-	-	0.00	0.95	2.45	127.7
ran12*21	3664	-	3.87	8.32	12.69	1.26	4.53	8.98	-	-	-	0.00	0.91	3.54	134.3
ran14*18	3712	13.44	0.45	5.67	9.38	0.00	5.01	8.89	1.73	2.42	1.72	2.04	2.61	3.58	140.3
ran16*16	3823	10.58	2.27	5.89	9.36	0.92	4.76	8.53	1.39	1.22	1.90	0.49	0.99	2.82	143.9
ran10*12	2714	-	0.00	2.69	5.64	0.00	0.70	5.64	-	-	-	0.00	0.07	1.58	13.25
ran12*12	2291	-	0.00	2.71	6.37	0.00	1.51	3.88	-	-	-	0.00	0.33	1.39	47.4
ran13*13	3252	-	0.98	3.26	7.26	0.98	3.06	6.98	-	-	-	0.49	0.83	1.56	94.65
ran17*17	1373	-	2.62	8.67	15.88	0.58	5.40	10.27	-	-	-	0.00	0.96	4.36	129.65
Avg. Gap		11.34		4.25			2.88		0.85	0.99	0.95		0.60		

EICR: Edge-Insert Cycle-Redistribution Mutation, NLO: Node Local Optimize Mutation

하였다. 그리고 제안하는 알고리즘을 보다 정확하게 기존의 알고리즘들과 비교하기 위해서, 기존 알고리즘들이 적용해 온 벤치마크 문제들에 적용하여 비교실험을 수행하였다.

제안하는 알고리즘의 경우 해의 다양성을 유지하기 위해 단 순히 해 집단의 크기를 크게 유지하는 전략을 사용하였는데 실험결과 기존의 치환표현법(permutation representation)을 사용하는 알고리즘과 prüfer 수(prüfer number)를 사용해서 수송 트리를 만들어내는 알고리즘 그리고 매트릭스 표현법(matrix representation)을 사용하는 알고리즘들보다 월등하게 우수한 결과를 보여주었다. 그리고 심지어 기존에 가장 우수한 결과를 보여주는 것으로 알려진 수송 루터, 즉 에지를 해 표현으로 바로 사용하는 직접표현법(direct representation)을 이용하는 진화 알고리즘과의 비교에서도 4가지 실험결과 중에서 하나의 문제에서는 같은 동일한 값을, 다른 하나의 문제에서는 나쁜 값을, 또 다른 두 가지 문제에서는 우수한 값을 산출해 내었다.

결론적으로 제안 하는 알고리즘이 현재 고정비용 수송문제를 해결하는 알고리즘들 중에서 가장 우수한 것으로 판단되며, 따라서 앞으로 이 문제를 다룰 경우 우선적으로 고려되어야 할 필요가 있다고 판단된다.

## 참고문헌

- Adlakha, V. and Kowalski, K.(1999), On the fixed-charge transportation problem, *The International Journal of Management Science*, **27**, 381-388.
- Adlakha, V. and Kowalski, K.(2003), A simple heuristic for solving small fixed-charge transportation problems. *The International Journal of Management Science*, **31**, 205-211.
- Bäck, T., Fogel, D.B. and Michalewicz, Z.(1997), Handbook of Evolutionary Computation, *Oxford University Press*.
- Barr, R.S., Glover, R.S., and Klingman, D.(1981), A new optimization method for large scale fixed charge transportation problems, *Operations Research*, **29**(3), 448-463.
- Bean, J.(1994), Genetic Algorithms and Random Keys for Sequencing and Optimization, *ORSA Journal on Computing*, **6**(2), 154-160.
- Eckert, C. and Gottlieb, J.(2002), Direct Representation and Variation Operators for the Fixed Charge Transportation Problem, *In Proc. of PPSN VII*, 77-87.
- Gen, M., Ida, K. and Li, Y.(1998), Bicriteria Transportation Problem by Hybrid Genetic Algorithm, *Computers and Industrial Engineering*, **35**(1-2), 363-366.
- Gen, M. and Li, Y.(1999), Spanning Tree-based Genetic Algorithm for the Bicriteria Fixed Charge Transportation Problem, *Congress on Evolutionary Computation*.
- Gottlieb, J. and Paulmann, L.(1998), Genetic algorithms for the fixed charge transportation problem, *In Proc. of 5th IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, 330-335.
- Gottlieb, J. and Eckert, C.(2000), A comparison of two representations for the fixed charge transportation problem, *In Proc. of PPSN VI*, 345-354.
- Guisewite, G.M. and Pardalos, P.M.(1990), Minimum concave-cost network flow problems: Applications, complexity, and algorithms. *Annals of Operations Research*, **25**, 75-100.
- Kennington, J.L. and Unger, V.E.(1976), A new branch and bound algorithm for the fixed charge transportation problem, *Management Science*, **22**(10), 1116-1126.
- Michalewicz, Z., Vignaux, G. A. and Hobbs, M.(1991), A Nonstandard Genetic Algorithm for the Nonlinear Transportation Problem, *ORSA Journal on Computing*, **3**(4), 307-316.
- Muhlenbein, H. and Schlierkamp-Voosen, D.(1993), Predictive models for the breeder genetic algorithm : Continuous parameter optimization, *Evolutionary Computation*, **1**(1), 25-49.
- Palekar, U.S.(1986), Approaches for solving the Fixed Charge Transportation Problem. PhD thesis, *State University of New York, Buffalo*.
- Rothlauf, F., Goldberg, D. and Heinzl, A.(2002), Network Random Keys - A Tree Network Representation Scheme for Genetic and Evolutionary Algorithms, *Evolutionary Computation*, **10**(1), 75-97.
- Soak, S.M. and Ahn, B.H.(2004), A New tree representation for Evolutionary Algorithms, accepted, *Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers*.
- Soak, S.M., Corne, D. and Ahn, B.H.(2004), A New Encoding for the Degree Constrained Minimum Spanning Tree Problem, *Lecture Note on Artificial Intelligence*, **3213**, 952-958.
- Sun, M., Aronson, J.E., McKeown, P.G. and Drinka, D.(1998), A tabu search heuristic procedure for the fixed charge transportation problem, *European Journal of Operational Research*, **106**, 441-456.
- Vignaux, G.A. and Michalewicz, Z.(1991), A Genetic Algorithm for the Linear Transportation Problem, *IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics*, **21**(2), 445-452.
- Zhang, B.T. and Kim, J.J.(2000), Comparison of Selection Methods for Evolutionary Optimization, *Evolutionary Optimization, An International Journal on the Internet*, **2**(1), 55-70.
- <http://www.in.tu-clausthal.de/~gottlieb/benchmarks/fctp/>