Journal of the Korean Institute of Industrial Engineers
Vol. 31, No. 2, pp. 173-179, June 2005.

재작업이 수반되는 경우에서의 경제적 생산량 결정

김 창 현†

여수대학교 공과대학 교통·물류시스템공학부

An EMQ Model with Rework

Chang Hyun Kim

Division of Transportation and Logistics Systems Engineering, Yosu National University, Yeosu, 550-749

This paper presents an extended EMQ model which determines an optimal production quantity for a single stage production system when defective items are stochastically produced in the production process and they are re-processed in the rework process to convert them into non-defectives. Through the mathematical modeling, an optimal solution minimizing the average cost per unit time and minimum average cost as well as some properties are derived. It can be shown that each of the existing models is a special case of the proposed model under some conditions. Numerical experiment is carried out to examine the behavior of the proposed model and support properties derived.

***Keywords*: inventory, EMQ, rework**

1. 서 론

제조조건이 비슷하거나 유사한 가공공정을 거쳐 제품을 생산하는 경우, 또는 반도체 공정에서와 같이 제조공정상 경제적인 효율성을 고려하여 개별적인 생산보다 로트 편성에 의한 배치(batch) 생산을 하는 것이 유리할 경우 최적 생산량의 결정은 매우 중요하다. 단일 기계로 구성된 배치 생산 시스템 하에서의 경제적인 생산량 결정에 관한 여러 연구들이 과거 수많은 저자들에 의해 진행되어져 왔다. 그 가운데 아직까지 널리 연구되고 있는 주제 중의 하나는 고전적인 경제적 생산량(Economic Manufacturing Quantity) 결정모형을 여러가지 현실적인 상황을 고려하는 실제 문제로 확장하는 내용일 것이다(Hax and Candea, 1984; Silver and Peterson, 1985). EMQ 모형의 비현실적인 가정 가운데 하나는 생산된 제품 모두가 품질 측면에서 양품이라는 것이다. 그러나 현실적으로는 제조공정상 우연요인에 의하거나 원재료상의 품질 문제 등으로 다소의 불량품이 발생되며, 발생된 불량품들은 재가공되거나 폐기처분된다.

생산 시스템이 불완전하여 불량품이 발생되는 경우에 경제적인 주문량/생산량을 결정하는 연구는 크게 두 가지로 생산시스템 그 자체의 불완전성을 모형화에 고려하느냐 또는 생산시스템의 불완전성으로 초래되는 결과인 수율문제를 모형화에 고려하느냐 하는 것이다. <Table 1>에서는 이 분야에 대한 연구 가운데 대표적인 선행 연구들을 대상으로 언급한 두 연구방향에 맞춰 구분하여 보았다.

Table 1. Related studies on EOQ/EMQ model in an imperfect production system

Category	Previous studies
Modeling on the imperfectness of a production system	Porteus(1986) Rosenblatt and Lee(1986) Lee and Rosenblatt(1987, 1989) Rahim(1994) Yano and Lee(1995) Kim and Hong(1999)
Modeling on yield issues resulting from the imperfectness of a production system	Zhang and Gerchak(1990) Yano and Lee(1995) Salameh and Jaber(2000) Jamal et al.(2004)

† 연락저자 : 김창현 교수, 550-749 전남 여수시 둔덕동 산 96-1번지 여수대학교 공과대학 교통·물류시스템공학부, Fax : 061-659-3359, E-mail : chkim@yosu.ac.kr
2004년 7월 접수; 2005년 2월, 4월 수정본 접수; 2005년 4월 게재 확정.

첫 번째 연구방향으로서 Rosenblatt and Lee(1986)는 고전적인 EMQ 모형을 확장하여 생산과정이 진행됨에 따라 기계의 성능이 점차 퇴화하여 정상적인 가동상태(in-control state)에서 비정상적인 가동상태(out-of-control state)로 변하면, 생산과정은 계속 진행되지만 일정 비율만큼 불량품을 생산한다고 가정할 때의 EMQ 모형을 발표하여 최적 생산시간이 고전적인 EMQ 모형의 최적 생산시간보다 짧다는 것을 보여주었다. 그 후 Lee and Rosenblatt(1987)는 최적 생산량과 검사계획을 동시에 고려하는 모형을 발표하였는데, 기계가 지수분포의 정상 가동상태의 간격을 가질 때, 기계의 비정상 가동상태를 검출하고자 하는 최적 검사계획은 등간격을 가짐을 보여주었다. Lee and Rosenblatt(1989)는 비정상적으로 가동중인 기계의 복구비용이 비정상적인 가동상태로부터 검사 후 수리하기까지의 지연시간에 비례하는 경우의 최적 생산계획 및 검사계획을 동시에 결정하는 모형을 발표하였다. Rosenblatt and Lee(1986), Lee and Rosenblatt(1987)의 모형들을 기본으로 하여 현실적인 조건을 부가한 일련의 연구들이 있었다. Kim and Hong(1999)은 Rosenblatt and Lee(1986)모형을 일반화하여 정상 가동시간이 임의의 일반분포를 가질 때 Rosenblatt and Lee(1986)와는 달리 비용함수를 대략화시키지 않고 원래 비용함수에 대한 최적 생산시간을 도출하였고, 선행 연구에서 비용함수를 대략화함으로써 발생된 근사해의 오류 및 문제점을 지적하였다.

Rahim(1994)은 생산공정의 정상 가동상태 간격이 고장률 증가함수인 일반분포를 가지며, 주기적인 샘플링 검사로 생산공정의 가동상태를 검사하는 경우에 최적 생산량과 검사계획 및 관리도 설계안을 동시에 결정하는 재고문제와 품질문제의 혼합모형을 발표하였다. Porteus(1986)는 제품 한 단위 생산할 때마다 공정상태가 비정상 가동상태로 변하는 확률이 일정하고, 일단 비정상적인 가동상태가 되면 해당 로트를 모두 생산할 때까지 이 상태가 지속되면서 불량품을 생산한다고 가정할 때, 최적 생산량을 구하는 모형을 제시하였다. 그는 로트 크기를 적게 하면 적게 할수록 불량품 생산비율이 떨어진다는 수율과 생산량과의 관계를 명시적으로 나타내었으며, 불량품 생산비율과 로트 크기를 줄임으로써 단위시간당 비용을 줄이기 위한 투자방안도 함께 제시하였다.

두 번째 연구 방향으로서 Yano and Lee(1995)는 첫 번째 연구방향에 대한 제 문제를 포함, 생산량이나 구매량의 수율이 랜덤한 경우에 로트 크기를 정하는 문제에 대하여 광범위한 문헌 조사를 통한 조사논문을 발표하여 이 분야에 대한 흐름을 파악할 수 있게 하였다. Zhang and Gerchak(1990)은 불량품 발생비율이 랜덤할 때 EOQ(Economic Order Quantity) 모형하에서 로트 크기와 검사계획을 정하는 문제를 제시하였다. Salameh and Jaber(2000)은 EOQ 모형상에서 공급받은 제품들에 불량품이 섞여 있어서 이들을 전수검사를 거쳐 선별하고, 선별된 불량품을 낮은 가격에 판매 처분하는 경우에 총 이익을 최대화하는 매 주기마다의 주문량을 구하는 문제를 다루었다. Jamal *et al*.(2004)은 고전적인 EMQ 모형을 확장하여 생산과정상 불량품이 발생되고, 이 불량품을 양품으로 만들기 위하여 재작업을 수행하는 단일 공정으로 이루어진 생산재고 시스템에서의 최적 생산량을 결정하는 문제를 다루었다. 그들은 생산되는 로트에 포함된 불량품의 비율이 항상 일정하고, 재작업 대상의 불량품에 대한 재고유지비용을 무시할 수 있다는 전제조건하에 수리모형을 개발하였다.

본 연구에서는 Jamal *et al*.(2004) 모형에서의 주요 전제조건을 현실화하여 생산되는 로트에 포함된 불량품 발생비율이 확률적인 분포를 따르고, 재작업 대상인 불량품에 대한 재고 유지비용을 고려하여야 하는 경우에서의 최적 생산량 결정문제를 다루었다. 연구결과로서 제안모형의 특성을 도출하여 이 특성을 선행 연구에서의 모형들과 비교 분석하였고, 수치실험을 통하여 비용함수를 구성하는 모수들의 변화에 따른 최적해에 대한 민감도를 살펴봄으로써 모형의 행태를 살펴보았다.

본 논문의 구성은 2장에서는 수리모형을 위한 가정과 전제조건을 설명하고 모형에 대한 수식화, 해의 결정 및 모형의 특성에 대해 다루었으며, 3장에서는 본 모형의 행태를 살펴보기 위하여 수치실험 결과를 제시하였다. 최종 결론과 함께 향후 연구방향에 대하여는 4장에 기술되어 있다.

2. 수리모형

2.1 모형 설정을 위한 전제 조건

본 논문에 제시된 수리모형은 다음과 같은 전제 조건하에서 개발되었다.

- 생산 시스템은 하나의 기계로 구성되어 있고, 단일 품목을 생산한다.
- 생산율과 수요율은 일정하며 연속적으로 발생된다.
- 생산과정상에서 불량품이 발생되는데 매 생산주기마다 발생되는 불량품은 전량 재작업대상이며, 불량품 발생비율은 일정하지 않고 확률적인 분포에 따른다.
- 재작업은 정규작업이 종료되면 동일한 생산 시스템으로 어떠한 새로운 준비작업 없이 바로 불량품을 대상으로 시행한다. 이때 재작업비용은 신제품을 생산하는 비용과 동일하며, 재작업을 통한 생산율 또한 정규작업 시의 생산율과 같다.
- 재작업기간 동안 생산되는 제품은 특별한 주의를 기울여 재작업하기 때문에 불량품이 발생하지 않는다. 즉, 정규작업 때 발생되는 불량품은 단 한번의 재작업과정을 거친다.
- 재작업을 하기 위한 불량품의 선별은 자동화 계측장비에 의한다고 가정하여 불량품 선별에 소요되는 시간이나 비용은 무시한다.
- 모든 수요는 충족되어야 하므로 재고품절(shortage)은 고려하지 않는다.

2.2 모형 전개에 사용되는 기호

모형 전개에 사용되는 생산 시스템의 특성치와 비용 관련 모수들을 나타내는 기호는 다음과 같다.

D : 수요율(개/시간)
P : 생산율(개/시간)
C : 제품 한 단위당 처리비용($/개)
H_1 : 양품의 재고유지비용($/시간/개)
H_2 : 불량품의 재고유지비용($/시간/개)
S : 생산주기당 생산준비비용($/회)
Q : 한 생산주기에서의 생산(로트)량(개)
T : 생산주기(시간)
β : 생산 로트에 포함되어 있는 불량품 비율, r. v.
$f(\beta)$: 확률변수 β의 확률밀도함수

2.3 모형의 수식화

<Figure 1>에서 궤적 abc는 고전적인 EMQ 모형의 시간에 따른 재고수준을 나타낸다. 따라서, 기간 t_1은 로트의 생산시간으로서 $t_1 = Q/P$로 표시된다. 궤적 $adec$는 양품의 재고궤적을 나타내고, 궤적 afg는 불량품의 재고궤적을 나타낸다. 기간 t_1동안 양품은 시간당 $P(1-\beta)$ 만큼 생산되고 불량품은 βP 만큼 발생되므로, 이 기간 동안 양품은 생산율과 수요율의 차이인 단위시간당 $[P(1-\beta)-D]$만큼 재고가 증가하며, 불량품은 단위시간당 βP씩 재고가 증가한다. 기간 t_2는 불량품을 재작업하여 양품으로 만드는 기간으로 불량품을 재작업하는데 소요되는 시간이므로 $t_2 = \beta Q/P$로 표시된다. 이 기간 동안 불량품의 재고는 시간당 P씩 감소하며, 양품은 수요를 차감한 양인 시간당 $P-D$씩 재고가 증가한다. 기간 t_3는 형성된 재고를 소진하는 기간으로 시간당 D씩 감소하며, $t_3 = T - t_1 - t_2$로 표시된다. T는 생산주기로서 $T = Q/D$이다. 제안모형이 재고품절 없이 수요를 만족시키기 위하여 $P(1-\beta) > D$을 만족한다.

제안모형에서 고려하고 있는 비용요소는 생산준비비, 제품 생산에 소요되는 처리비, 재작업비, 양품과 불량품에 대한 재고유지비 등이다. 본 모형에서의 최적화는 위 비용요소들을 고려하여 단위시간당 집계되는 비용을 최소화하는 최적 생산량을 구하는 것이다. 단위시간당 발생되는 비용을 비용요소별로 구하면 다음과 같다.

• 단위시간당 생산준비비용(K_s)
매 생산주기마다 S의 비용이 발생되므로

$$K_s = S/T = SD/Q \tag{1}$$

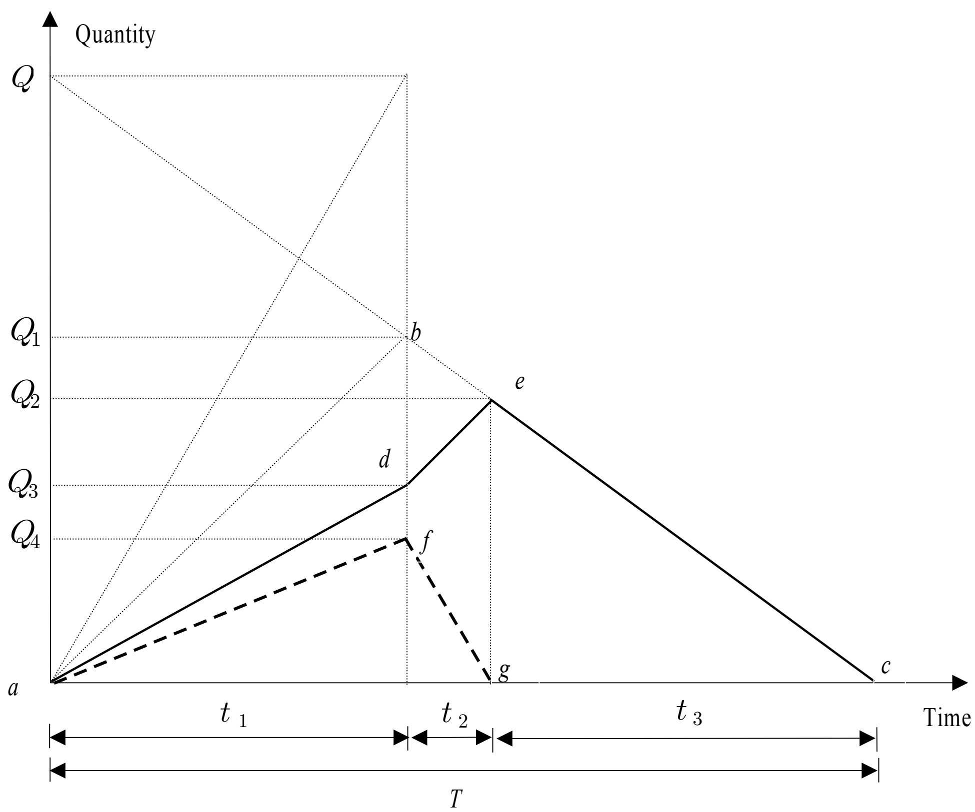

Figure 1. Inventory trajectories of defective and non-defective items.

• 단위시간당 제품생산에 소요되는 처리비용(K_p)

매 생산주기마다 로트Q를 처리하므로

$$K_p = CQ/T = CD \tag{2}$$

• 단위시간당 재작업비용(K_r)

로트 Q를 생산하는 동안 발생되는 불량품은 βQ개 발생된다. 이에 따라,

$$K_r = C\beta Q/T = \beta CD \tag{3}$$

• 단위시간당 양품에 대한 재고유지비용(K_v)

단위시간당 양품에 대한 재고유지비용을 구하기 위하여 한 생산주기 동안의 양품에 대한 평균재고량을 $\overline{I_v}$라 하면, $\overline{I_v}$는 다음과 같이 주어진다.

$$\overline{I_v} = \frac{Q_3 t_1}{2} + \left(\frac{Q_2 + Q_3}{2}\right)t_2 + \frac{Q_2 t_3}{2} \tag{4}$$

<Figure 1>에서 Q_3와 Q_2는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$Q_3 = [P(1-\beta) - D]t_1 = [P(1-\beta) - D]Q/P \tag{5}$$

$$Q_2 = Q_3 + (P-D)t_2 = [P(1-\beta) - D]Q/P + (P-D)\beta Q/P \tag{6}$$

관계식 $t_1 = Q/P,\ t_2 = \beta Q/P,\ t_3 = T - t_1 - t_2$와 식 (5), (6)으로부터 $\overline{I_v}$와 K_v는 각각 식 (7)과 (8)로 표현된다.

$$\overline{I_v} = \frac{Q^2}{2D}\left(1 - \frac{D}{P} - (\beta+\beta^2)\frac{D}{P}\right) \tag{7}$$

$$K_v = H_1\overline{I_v}/T = \frac{H_1 Q}{2}\left(1 - \frac{D}{P} - (\beta+\beta^2)\frac{D}{P}\right) \tag{8}$$

• 단위시간당 불량품에 대한 재고유지비용(K_w)

한 생산주기 동안의 불량품에 대한 평균재고량을 $\overline{I_w}$라 하면, $\overline{I_w}$는 다음과 같이 주어진다.

$$\overline{I_w} = \frac{Q_4}{2}(t_1 + t_2) \tag{9}$$

<Figure 1>에서 Q_4는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$Q_4 = \beta P t_1 = \beta Q \tag{10}$$

관계식 $t_1 = Q/P,\ t_2 = \beta Q/P$와 식 (10)으로부터 $\overline{I_w}$와 K_w는 각각 식 (11)과 (12)와 같이 표현된다.

$$\overline{I_w} = \frac{Q^2}{2P}(\beta + \beta^2) \tag{11}$$

$$K_w = H_2\overline{I_w}/T = \frac{H_2 Q}{2}(\beta+\beta^2)\frac{D}{P} \tag{12}$$

$TC(Q)$를 제안모형의 단위시간당 총비용이라고 하면

$$\begin{aligned} TC(Q) &= \frac{SD}{Q} + CD(1+\beta) + \frac{H_1 Q}{2}\left(1 - \frac{D}{P} - (\beta+\beta^2)\frac{D}{P}\right) \\ &\quad + \frac{H_2 Q}{2}(\beta+\beta^2)\frac{D}{P} \\ &= \frac{SD}{Q} + CD(1+\beta) + \frac{Q}{2}\left(H_1(1-\frac{D}{P}) \right. \\ &\quad \left. - (H_1 - H_2)(\beta+\beta^2)\frac{D}{P}\right) \end{aligned} \tag{13}$$

로 주어진다. β가 확률밀도함수 $f(\beta)$를 갖는 확률변수이므로 식 (13)의 기대치, $E[TC(Q)]$,는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} E[TC(Q)] &= \frac{SD}{Q} + CD(1+E[\beta]) \\ &\quad + \frac{Q}{2}\left(H_1(1-\frac{D}{P}) - (H_1-H_2)E[\beta+\beta^2]\frac{D}{P}\right) \end{aligned} \tag{14}$$

단위시간당 총비용의 기대치인 함수 $E[TC(Q)]$는 Q에 대하여 볼록함수임을 쉽게 증명할 수 있다. 따라서, $E[TC(Q)]$를 최소화하는 최적 생산량 Q^*는 다음을 만족하는 식으로부터 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{dE[TC(Q)]}{dQ} &= -\frac{SD}{Q^2} + \frac{1}{2}\left(H_1(1-\frac{D}{P}) \right. \\ &\quad \left. - (H_1-H_2)E[\beta+\beta^2]\frac{D}{P}\right) = 0 \end{aligned} \tag{15}$$

관계식 $E[\beta^2] = Var[\beta] + E^2[\beta]$를 이용하여 식 (15)를 정리한 후, Q에 대하여 풀면 다음과 같다.

$$Q^* = \sqrt{\frac{2SD}{H_1(1-\frac{D}{P}) - (H_1-H_2)(E[\beta] + E^2[\beta] + Var[\beta])\frac{D}{P}}} \tag{16}$$

최적 생산량 Q^*에서의 단위시간당 총비용 $E[TC(Q^*)]$은 식 (16)을 식 (14)에 대입하여 정리하면 다음 식과 같다.

$$\begin{aligned} E[TC(Q^*)] &= CD(1+E[\beta]) \\ &+ \sqrt{2SD\left(H_1(1-\frac{D}{P}) - (H_1-H_2)(E[\beta]+E^2[\beta]+Var[\beta])\frac{D}{P}\right)} \end{aligned} \tag{17}$$

식 (16)에서 β의 확률밀도함수를 추정하기 어렵다고 하더라도 β에 대한 평균과 분산만 추정하면 최적 생산량을 구할 수 있음을 알 수 있다. 식 (16)을 살펴보면 비용함수를 구성하는 모수의 조건에 따라 제안모형의 행태를 알 수 있는데, 고전적인 EMQ 모형의 최적 생산량을 $Q_0^* = \sqrt{2SD/H_1(1-D/P)}$라 할 때 제안모형은 다음과 같은 특성이 있다.

[특성 1] 생산 시스템이 완전하여 생산과정상에서 불량품이 전혀 발생되지 않을 때, 즉 $\beta = 0$이면 식 (16)은 $Q^* = Q_0^*$가

되어 제안모형은 고전적인EMQ 모형이 된다.

[특성 2] 양품에 대한 재고유지비용과 불량품에 대한 재고유지비용의 크기에 따라 최적 생산량과 Q_0^*의 대소관계가 결정된다.

i) $H_1 > H_2$이면 $Q^* > Q_0^*$

ii) $H_1 = H_2$이면 $Q^* = Q_0^*$

iii) $H_1 < H_2$이면 $Q^* < Q_0^*$

[특성 3] 불량품에 대한 재고유지비용을 고려할 필요가 없고 생산 로트에 포함된 불량품의 비율이 항상 일정할 때, 즉 $H_2 = 0, E[\beta] = \beta, Var[\beta] = 0$이면 제안모형은 Jamal *et al.* (2004)의 모형으로 변환된다. 이때 Jamal *et al.*(2004) 모형의 최적 생산량을 Q_J^*라 하면 Q_J^*는 다음과 같이 주어진다.

$$Q_J^* = \sqrt{\frac{2SD}{H_1(1-(1+\beta+\beta^2)\frac{D}{P})}} \tag{18}$$

Jamal *et al.*(2004) 모형에서는 불량품의 재고를 고려하지 않았으므로 항상 $Q_J^* > Q_0^*$가 성립한다. 그리고 제안모형에서 β가 상수이고 $H_2 > 0$이면, 즉 재작업 대상의 불량품에 대한 재고를 고려한다면 $Q^* < Q_J^*$이다. 그 이유는 재작업 대상의 불량품에 대한 재고를 고려함으로써 재고유지비용이 그 만큼 늘었기 때문에 생산준비비용과 재고유지비용 간의 균형을 맞추기 위하여 생산량이 적어지기 때문이다.

[특성 4] 불량품 발생비율이 증가할수록 $H_1 > H_2$인 경우에는 Q^*가 점점 커지고, $H_1 < H_2$인 경우에는 Q^*가 점점 작아진다. 또한, 불량품 발생 확률변수 β의 평균이 같다고 하더라도 분산이 크면 클수록, 즉 불량품 발생비율의 불확실성이 클 경우에도 동일한 현상을 보인다.

[특성 5] 재작업 대상의 불량품에 대한 재고비용이 증가하면 Q^*는 감소한다.

[특성 1, 2, 3, 4]는 식 (16)으로부터 명백히 알 수 있는 내용이며, [특성 5]는 식 (16)으로부터 H_2에 대한 도함수를 구하면 $dQ^*/dH_2 < 0$임을 쉽게 보일 수 있으므로 증명을 생략한다.

3. 수치실험

본 수치실험에서는 불량품 발생비율이 일양(Uniform)분포와 삼각(Triangular)분포를 따를 때 주어진 비용 관련 모수에 대한 최적 생산량과 최소 비용을 알아보고, 비용함수를 구성하는 모수의 변화에 따른 최적해의 민감도를 통해 모형의 행태와 특성에 대하여 살펴보고자 한다. 일양분포($U(a,b)$)의 확률밀도함수 및 평균과 분산은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} f(\beta) &= \begin{cases} 1/(b-a), & a \leqq \beta \leqq b \\ 0, & otherwise \end{cases} \\ E[\beta] &= (a+b)/2 \\ Var[\beta] &= (b-a)^2/12 \end{aligned} \tag{19}$$

삼각분포($Tri(a,m,b)$)의 확률밀도함수 및 평균과 분산은 다음과 같이 주어진다.

$$\begin{aligned} f(\beta) &= \begin{cases} 2(\beta-a)/((m-a)(b-a)), & a \leqq \beta \leqq m \\ 2(b-\beta)/((b-m)(b-a)), & m \leqq \beta \leqq b \\ 0, & otherwise \end{cases} \\ E[\beta] &= (a+m+b)/3 \end{aligned} \tag{20}$$

Table 2. Optimal production quantity on the change of inventory holding cost

Distribution of β	H₁	H₂	Q^*	$E[TC(Q^*)]$	$E[TC(Q_0^*)]$	$E[TC(Q_J^*)]$	Remarks
U(0, 0.1)	2	0.5	261.12	114.89	115.13	114.92	$E[\beta]$=0.05,
	2	2	244.95	122.47	122.47	122.92	$Var[\beta]$=0.00083,
	2	4	227.43	131.91	132.27	133.60	Q_0^*=244.95, Q_J^*=266.86
U(0, 0.2)	2	0.5	283.79	105.71	106.86	105.86	$E[\beta]$=0.1,
	2	2	244.95	122.47	122.47	124.94	$Var[\beta]$=0.00333,
	2	4	211.60	141.77	143.30	150.37	Q_0^*=244.95, Q_J^*=299.25
Tri(0, 0.05, 0.1)	2	0.5	260.98	114.95	115.18	114.98	$E[\beta]$=0.05,
	2	2	244.95	122.47	122.47	122.92	$Var[\beta]$=0.00042,
	2	4	227.55	131.84	132.20	133.52	Q_0^*=244.95, Q_J^*=266.86
Tri(0, 0.1, 0.2)	2	0.5	283.08	105.98	107.09	106.14	$E[\beta]$=0.1,
	2	2	244.95	122.47	122.47	124.94	$Var[\beta]$=0.00017,
	2	4	212.00	141.51	142.99	150.00	Q_0^*=244.95, Q_J^*=299.25

$$Var[\beta] = (a^2 + m^2 + b^2 - ma - ab - mb)/18$$

본 수치실험에서 사용된 기본 자료는 S=50($/회), D=300(개/시간), P=400(개/시간), C=0($/개)이 공통적으로 적용되었다. 여기서 C=0($/개)이라고 상정한 이유는 단위시간당 제품생산에 소요되는 처리비용과 단위시간당 재작업비용은 식 (16)에서 보는 바와 같이 최적 생산량의 결정과는 무관하며, 최적 생산량의 결정은 한 주기당 생산량의 변화에 따른 생산준비비용과 재고비용 사이의 상호절충(trade off)에 의해 이루어지기 때문이다.

이상의 기본 자료를 바탕으로 다양한 불량품 발생 분포에 대하여 수치실험을 실시하였는데, 제안모형은 재고 품절을 고려하지 않으므로 조건 $\beta < 1 - D/P$을 만족하는 범위, 즉 불량품의 발생비율이 $0 < \beta < 0.25$인 범위 내에서만 수치실험을 실시하였다. <Table 2>에서는 양품과 불량품의 재고유지비용에 차이가 있을 때 최적 생산량의 변화를 살펴보았다.

<Table 2>를 보면 [특성 2]에 제시된 바와 같이 양품에 대한 재고유지비용과 불량품에 대한 재고유지비용의 크기에 따라 본 모형의 최적 생산량과 Q_0^*와의 대소관계가 결정됨을 확인할 수 있다. 동일한 H_1, H_2 및 β 분포라 하더라도 Q^*, Q_0^*, Q_J^*의 양 차이가 적지 않음에도 불구하고 비용차이가 비교적 적게 나타나는 이유는 최적 생산량의 변화에 대하여 비용변화가 민감하지 못한 EMQ 모형이 갖는 특성에 기인하기 때문인 것으로 사료된다. 뚜렷한 경향으로서 H_1와 H_2의 차이가 클수록, 평균 불량품 발생비율이 높을수록 Q^*와 Q_J^*의 차이와 최소 비용의 차이가 커짐을 알 수 있다. 일례로 $U(0, 0.2)$ 하에서 H_1=2, H_2=4인 경우 제안모형과 Jamal *et al*.(2004) 모형과의 최적 생산량의 차이는 41.42%, 최소 비용의 차이는 6.07%를 나타내고 있다.

<Table 3>에서는 불량품 발생비율의 평균변화에 따른 최적 생산량의 변화추이를 보여주고 있다. <Table 3>을 보면 [특성 4]에서와 같이 $E[\beta]$이 커질수록 $H_1 > H_2$인 경우에는 Q^*가 점점 커지고, $H_1 < H_2$인 경우에는 Q^*가 점점 작아짐을 알 수 있다.

<Table 4>에서는 불량품 발생비율의 분산변화에 따른 최적 생산량의 변화추이를 보여주고 있다. <Table 4>에서 불량품 발생비율의 평균이 같다고 하더라도 분산이 커짐에 따라 $H_1 > H_2$인 경우에는 Q^*가 점점 커지고, $H_1 < H_2$인 경우에는 Q^*가 점점 작아짐을 볼 수 있다. 하지만, 수치실험에서 가정한 분포의 특성상 분산의 절대크기가 작기 때문에 불량품 발생비율의 평균이 같고 분산이 다른 불량품 발생분포에 대한 최적 생산량과 최소 비용은 근소한 차이를 보이고 있다.

Table 3. Optimal production quantity on the change of defective rate

Holding costs	Distribution of β	$E[\beta]$	Q^*	$E[TC(Q^*)]$
H_1 = 2 H_2 = 0.5	U(0, 0.08)	0.04	257.46	116.52
	U(0, 0.16)	0.08	273.72	109.60
	U(0, 0.24)	0.12	295.57	101.50
H_1 = 2 H_2 = 4	U(0, 0.08)	0.04	230.80	129.98
	U(0, 0.16)	0.08	217.73	137.78
	U(0, 0.24)	0.12	205.73	145.82

4. 요약 및 결론

본 논문에서는 생산과정상 불량품이 발생되고, 이 불량품을 양품으로 만들기 위하여 재작업을 수행하는 단일 공정으로 이루어진 생산-재고 시스템에서 생산되는 로트에 포함된 불량품이 확률적으로 발생하고, 양품과 불량품에 대한 재고유지비용이 서로 다를 때 최적 생산량을 결정하는 문제를 다루었다. 연구 결과로서 양품과 불량품에 대한 재고유지비용의 차이에 의한 모형에의 영향을 비롯하여 제안모형의 특성을 도출하고 선행 연구에서의 모형들과 비교 분석을 하였다. 비교 결과, 제안모형은 기존 모형들을 일반화시킨 것으로 몇 가지 특수한 조건하에서는 기존 모형과 일치함을 알 수 있었다. 또한, 수치실험을 통하여 주어진 비용 관련 모수에 대한 최적 생산량과 최소 비용을 알아보고, 비용함수를 구성하는 모수의 변화에 따른 최적해의 민감도를 통하여 모형의 행태를 살펴보았다. 실험 결과, 실험에서 가정한 분포의 특성상 분산의 절대크기가 작은 이유로 인하여 평균 불량품 발생비율의 변화에 비해 분산의 변화에 따른 확률적인 분포의 영향은 크지 않은 것으로 관찰되었다.

향후 연구주제로서 본 논문의 결과를 생산 시스템 그 자체의 불완전성을 반영할 때, 생산 시스템의 수명과 정비활동 등의 요소를 고려하는 보다 현실성이 있는 모형으로 확장하기 위한 연구를 생각해 볼 수 있을 것이다.

Table 4. Optimal production quantity on the change of variance with the same mean defective rate

Holding costs	Distribution of β	$E[\beta]$	$Var[\beta]$	Q^*	$E[TC(Q^*)]$
H_1 = 2 H_2 = 0.5	U(0.09, 0.11)	0.1	3.33E-5	282.39	106.24
	U(0, 0.2)	0.1	3.33E-3	283.79	105.71
H_1 = 2 H_2 = 4	U(0.09, 0.11)	0.1	3.33E-5	212.39	141.25
	U(0, 0.2)	0.1	3.33E-3	211.60	141.77

참고문헌

Hax, A. C. and Candea, D.(1984), *Production and Inventory Management*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.

Jamal, A. M. M., Sarker, B. R., and Mondal S.(2004), Optimal Manufacturing Batch Size with Rework Process at a Single-Stage Production System, *Computers & Industrial Engineering*, **47**(1), 77-89.

Kim, C. H. and Hong, Y.(1999), An Optimal Production Run Length in Deteriorating Production Processes, *International Journal of Production Economics*, **58**, 183-189.

Lee, H. L. and Rosenblatt, M. J.(1987), Simultaneous Determination of Production Cycle and Inspection Schedules In a Production System, *Management Science*, **33**(9), 1125-1136.

Lee, H. L. and Rosenblatt, M. J.(1989), A Production and Maintenance Planning Model with Restoration Cost Dependent on Detection Delay, *IIE Transactions*, **21**(4), 368-375.

Porteus, E. L.(1986), Optimal Lot Sizing, Process Quality Improvement and Setup Cost Reduction, *Operations Research*, **34**(1), 137-144.

Rahim, M. A.(1994), Joint Determination of Production Quantity, Inspection Schedule, and Control Chart Design, *IIE Transactions*, **26**(6), 2-11.

Rosenblatt, M. J. and Lee, H. L.(1986), Economic Production Cycles with Imperfect Production Processes, *IIE Transactions*, **18**(1), 48-55.

Salameh, M. K. and Jaber, M. Y.(2000), Economic Production Quantity Model for Items with Imperfect Quality, *International Journal of Production Economics*, **64**, 59-64.

Silver, E. A. and Peterson, R.(1985), *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*, Wiley, New York.

Yano, C. A. and Lee, H. L.(1995), Lot Sizing with Random Yields : A Review, *Operations Research*, **43**(2), 311-334.

Zhang, X. and Gerchak, Y.(1990), Joint Lot Sizing and Inspection Policy in an EOQ Model with Random Yield, *IIE Transactions*, **22**(1), 41-47.