

유전알고리즘을 이용한 철근콘크리트보의 이산최적설계

Discrete Optimum Design of Reinforced Concrete Beams using Genetic Algorithm

홍 기 남* 한 상 훈**
Hong, Ki-Nam Han, Sang-Hoon

Abstract

This paper describes the application of genetic algorithm for the discrete optimum design of reinforced concrete continuous beams. The objective is to minimize the total cost of reinforced concrete beams including the costs of concrete, form work, main reinforcement and stirrup. The flexural and shear strength, deflection, crack, spacing of reinforcement, concrete cover, upper-lower bounds on main reinforcement, beam width-depth ratio and anchorage for main reinforcement are considered as the constraints. The width and effective depth of beam and steel area are taken as design variables, and those are selected among the discrete design space which is composed with dimensions and steel area being used from in practice. Optimum result obtained from GA is compared with other literature to verify the validity of GA. To show the applicability and efficiency of GA, it is applied to three and five span reinforced concrete beams satisfying with the Korean standard specifications.

요 지

본 연구에서는 철근콘크리트 연속보의 이산최적설계를 수행하기 위해서 유전알고리즘을 적용하였다. 콘크리트, 거푸집, 주철근 및 스티럽의 경비를 포함한 경비 최소화를 목적함수로 하였고, 제약조건으로는 휨강도와 전단강도, 처짐, 균열, 철근간격, 피복두께, 철근비 상·하한치 및 단면형상에 대한 기하학적 제약조건과 더불어 주철근의 정착을 고려하였다. 보의 폭과 유효깊이, 철근량을 설계변수로 취하였으며, 설계변수 값은 실무에서 사용되는 단면치수와 철근량을 데이터베이스화한 이산집합으로부터 선택되도록 하였다. GA의 신뢰성을 검증하기 위해서 이산변수로 철근콘크리트보에 대한 최적설계를 수행한 기존 문헌과 그 결과값을 비교·검토하였으며, GA의 적용성 및 효율성을 보이기 위하여 국내 구조설계기준을 만족하는 3경간 및 5경간 철근콘크리트보에 대해 이산최적설계를 수행하였다.

Keywords : discrete optimum design, genetic algorithm, cost minimum, discrete variables

핵심 용어 : 이산최적설계, 유전알고리즘, 경비최소화, 이산변수, 철근콘크리트보

* 정희원, 충북대학교 토목공학과 연구원, 공학박사

** 정희원, 충북대학교 토목공학과 교수, 공학박사

E-mail : hong@chungbuk.ac.kr

• 본 논문에 대한 토의를 2005년 3월 31일까지 학회로 보내주시면 2005년 7월호에 토론결과를 게재하겠습니다.

1. 서론

현재 토목구조물의 최적설계와 관련하여 많은 연구들이 수행되고 있지만, 기존의 연구들은 대부분이 트러스 구조물이나 강골조 구조물을 대상으로 하고 있다. 철근콘크리트 구조물 특히, 보 구조물을 대상으로 최적설계를 수행한 경우라도 설계 정식화 문제의 복잡성으로 인해 안전성뿐만 아니라 사용성 및 시공성에 관한 설계기준의 제반 설계규정을 충족시키지 못하고, 대부분이 휨설계에 제한되어 단면의 크기와 주철근량을 결정하고 있는 실정이다^{(2),(3),(8)}. 또한, 설계변수인 단면 치수와 철근량을 실무에서 이용할 수 있는 이산형이 아닌 연속형으로 취급하기 때문에, 최적화 결과의 적용성에 있어서도 어려움이 있다.

따라서, 본 연구에서는 확률론적 최적화 기법인 유전알고리즘(Genetic algorithm, GA)를 이용하여 철근콘크리트보의 이산최적설계를 수행하였다. 이를 위해, 철근콘크리트보의 휨설계 및 전단설계를 위한 콘크리트와 거푸집, 주철근, 전단철근의 경비를 포함한 경비 최소화를 목적함수로 하였으며, 휨강도와 전단강도, 처짐, 균열, 철근간격, 피복두께, 철근비 및 단면형상에 대한 기하학적 제약조건과 더불어 주철근의 정착에 대하여도 고려하였다. 여기서, 안전성 검토를 위한 휨강도와 전단강도는 하중계수를 고려한 계수하중으로, 사용성 검토를 위한 균열은 사용하중을 이용하여 계산하였다. 설계변수인 단면 치수와 주철근량은 실무에서 시공되고 있는 철근콘크리트보 단면의 치수와 철근제원표를 데이터베이스화한 이산집합으로부터 선택되도록 하였다. 철근콘크리트보의 최적설계를 수행함에 있어 우선 이산최적화에 대한 GA의 신뢰성을 검증하기 위해 이산변수로 철근콘크리트보에 대한 최적설계를 수행한 기존 문헌⁽⁶⁾과 그 결과값을 비교·검토하였다. 그리고, GA의 적용성 및 효율성을 보이기 위하여 국내 설계기준에 따라 3경간과 5경간 철근콘크리트 연속보에 대해 이산최적설계를 수행하였다.

2. 유전알고리즘

GA는 자연진화의 법칙인 적자생존 (survival of

fittest)과 자연도태(natural selection)의 원리를 기본 이론으로 하여 정립된 최적화 알고리즘이다. 탐색 과정에 있어서, 설계영역에 다수의 설계점을 분포시켜 제약조건의 위배 정도에 따라 각 설계점에 적합도(fitness)를 부여하고, 세대수가 증가함에 따라 적합도가 높은 개체들은 더 많이 복제되면서 전체 설계점들은 좋은 방향으로 탐색이 진행된다⁽⁵⁾. 본 연구에서는 탐색과정 중 집단 내에서 가장 적합도가 높은 엘리트 개체를 교배나 돌연변이 없이 다음세대로 남기는 Dejong⁽⁴⁾의 엘리트 보전전략(elitist strategy)이 사용되었다. 여기서, 한 세대는 연산자들인 재생산, 교배, 돌연변이의 한 사이클(cycle)에 의해 반복되며, 이들에 대한 작용원리는 다음과 같다.

2.1 재생산(reproduction)

재생산은 각각의 개체가 가지는 적합도에 따라 그 개체를 복제하는 과정이다. 이 과정은 적합도가 높은 개체일수록 다음 세대에 더 많은 자손을 가질 확률이 높게 되는 자연원리를 구현하게 된다. 이를 위한 개체 선택 도구로는 룰렛-휠 선택(roulette-wheel selection), 토너먼트 선택(tournament selection), 비례선택(proportional selection) 등이 있으며, 본 연구에서는 토너먼트 선택을 채택하였다. 토너먼트 선택은 집단으로부터 결정된 수의 개체를 무작위로 선택하여, 그 중에서 적합도가 높은 개체를 다음 세대로 남기는 절차를 정해진 수의 개체가 선택될 때까지 반복하는 선택기법이다. 토너먼트 선택은 다른 선택기법에 비해 보다 자연스럽게 균형있는 선택이 가능하므로 차기 집단의 개체들이 어느 한 쪽으로 쏠리는 것을 방지할 수 있는 장점이 있고, 또한 동시에 직접적으로 2개의 개체를 비교하기 때문에 룰렛-휠 선택처럼 전체 집단에 대한 한 개체의 상대 적합도를 일일이 구할 필요가 없어 상당히 효율적이다.

2.2 교배(crossover)

재생산 과정은 탐색 방향을 적합도가 가장 높은 개체 쪽으로 향하게 하지만 새로운 개체를 생성하지는 못한다.

P_1	0	0	1	1	1	1
P_2	1	1	1	1	0	0
Mask	0	1	0	1	0	1
C_1	0	1	1	1	1	0
C_2	1	0	1	1	0	1

Fig. 1 Uniform crossover in the binary strings
(P : parent, C : child)

자연계에서 자손(offspring)은 부모 세대로부터 유전자를 이어받으면서도 부모와는 전혀 다른 형질을 가지듯이 GA에서도 이 과정을 모방하는 것이 교배과정이다. 교배기법으로는 단순교배(simple crossover), 복수점교배(multipoint crossover), 일정교배(uniform crossover) 등이 있으며, 본 연구에서는 일정교배를 선택하였다. 일정교배는 교배시 매 개체마다 무작위로 생성된 마스크(mask)를 사용하여 그것에 의해 어느 쪽 부모의 유전자(gene)를 받아들일 것인가를 결정하는 기법으로 이 과정은 Fig. 1과 같다.

2.3 돌연변이(mutation)

재생산과 교배과정은 집단의 개체들이 현재 가지고 있는 정보들을 이용해서 결합하고 탐색하는 것에 비해 돌연변이 과정은 현재 집단에 존재하지 않는 새로운 정보를 제공해 줄 수 있다. 이는 아주 낮은 돌연변이 확률(mutation probability) P_m 으로 문자열의 한 비트를 0에서 1로, 1에서 0으로 간단히 바꿈으로서 돌연변이를 발생시킨다. 이 과정은 과거에 잃어버렸던 중요한 정보를 되찾을 수도 있으며 탐색의 방향이 국부적 극값으로 향할 경우 여기서 벗어날 수 있는 가능성을 부여하게 된다. 본 연구에서는 돌연변이 기법으로 점프 돌연변이(jump mutation)를 선택하였다.

2.4 제약 최적화 문제의 적합도함수 정식화

GA탐색은 단순히 목적함수의 적합도만을 요하기 때문에 제약 최소화문제(constrained minimization problem)는 먼저 비제약 최대화문제(unconstrained maximization problem)로 전환시킬 필요가 있다. 다

음은 일반적인 제약최소화 문제의 형식이다.

$$\text{Minimize } F \quad (1)$$

$$\text{Subject to } g_j \leq 0 \quad j=1, m \quad (2)$$

위의 제약 최소화문제는 외부벌칙함수(exterior penalty function)를 이용하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\text{Minimize } F^* = F + \overline{P} \quad (3)$$

여기서, \overline{P} 는 벌칙 항이며, 본 연구에서는 이 값을 선택함에 있어 Lin⁽⁷⁾의 경계화 전략(bounding strategy)을 사용하였다. 가능 설계들(feasible designs)의 평균 적합도를 F_{av} 라 할 때, 벌칙의 극한값 \overline{L} 는 다음과 같다.

$$\overline{L} = kF_{av} \quad (4)$$

여기서, k 는 가능 설계들의 평균 적합도로부터 벌칙의 극한값을 제한하기 위한 상수로서 일반적으로 사용되는 값 2를 사용하였다. 식(3)의 비가능 설계에 가해지는 벌칙 \overline{P} 는 다음과 같다.

$$\overline{P} = \begin{cases} G, & \text{if } G \leq \overline{L} \\ \overline{L} + \alpha(G - \overline{L}), & \text{if } G > \overline{L} \end{cases} \quad (5)$$

여기서, α 는 제약조건들의 위배 정도와 관련된 계수로서 가능범위 0과 1 사이의 값 중 0.2를 사용하였고, G 는 외부벌칙함수 정식화에 의해 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$G = r \sum_{j=1}^m \langle g_j \rangle^2 \quad (6)$$

여기서, r 은 벌칙 매개변수로서 본 연구에선 초기

100에서 시작하여 매 세대마다 100씩 증가시켰으며, $\langle g \rangle$ 는 위배제약조건들만을 표현한다. 식(3)의 최소화 문제를 식(7)과 같이 최대화 문제로 재정식화 함으로써 GA가 요하는 적합도 함수를 얻을 수 있다.

$$\text{Maximize Fitness} = \frac{1}{F^*} \quad (7)$$

3. 이산최적설계 문제 정식화

3.1 일반적인 이산최적화 문제

구조물의 이산최적설계 문제는 다음과 같은 수학적 확문제로 정식화될 수 있다.

$$\text{Minimize } F(\mathbf{x}) = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (8)$$

$$\text{Subject to } g_j(\mathbf{x}) \leq 0 \quad j=1, m \quad (9)$$

$$x_i \in \{d_{i1}, d_{i2}, \dots, d_{iq}\} \quad i=1, n \quad (10)$$

여기서, \mathbf{x} 는 설계변수 벡터, m 은 제약조건 수, n 은 설계변수의 수, q 는 i 번째 설계변수에 대한 이산값의 총 수이며, d_{ij} 는 i 번째 설계변수에 대한 j 번째 이산값이다.

3.2 철근콘크리트보의 이산최적설계 문제 형성

3.2.1 설계변수

철근콘크리트보의 이산최적설계를 위해 Fig. 2와 같이 단면의 폭(x_1)과 유효깊이(x_2), 그리고 정·부모멘트에 해당하는 주철근량(x_3)을 설계변수로 취하였다. 단면의 폭과 유효깊이는 보의 전 길이에 걸쳐 일정하게 하였고, 주철근량은 경간 중앙부 및 지점부마다 그 양이 변하므로 이를 구분하기 위해 상첨자 i 를 이용하여 각 위치에서의 주철근량을 x_3^i ($i=1, 2N_m-1$)와 같이 표시하였다. 여기서, N_m 은 철근콘크리트 연속보의 부재수이며, 부재수가 N_m 개인 경우 설계변수의 총 수는 $(2N_m+1)$ 이 된다.

3.2.2 목적함수

본 연구에서는 콘크리트, 거푸집, 철근의 경비를 포함한 구조물의 총 경비를 목적함수로 취하였고, 다음의 식(11)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{Minimize } \phi &= C_c V_c + C_f A_f + C_s V_s \\ &= C_c(V_c + C_{fc} A_f + C_{sc} V_s) \end{aligned} \quad (11)$$

여기서, C_c 는 단위체적당 콘크리트의 경비, C_f 는 단위면적당 거푸집의 경비, C_s 는 단위체적당 철근의 경비, C_{fc} 는 콘크리트의 경비를 기준으로 한 거푸집의 상대경비, C_{sc} 는 콘크리트의 경비를 기준으로 한 철근의 상대경비이다. 콘크리트와 거푸집의 양을 설계변수의 향으로 나타내면 다음 식(12)~(13)과 같고, 전 단설계로부터 구해진 스티럽의 양을 포함한 철근의 체적을 설계변수의 향으로 나타내면 식(14)와 같다.

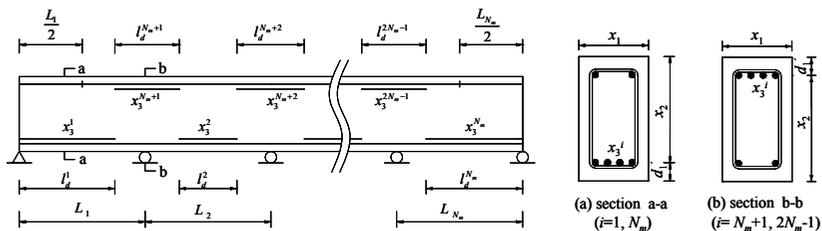


Fig. 2 Geometry and cross section of reinforced concrete continuous beam

$$V_c = \sum_{i=1}^{N_p} x_1(x_2 + d_1) L_i \quad (12)$$

$$A_f = \sum_{i=1}^{N_p} [x_1 + 2(x_2 + d_1)] L_i \quad (13)$$

$$V_s = \sum_{i=1}^{N_s} [A_{sd}^i L_i + A_{sd}^i I_d^i] + (x_2 - d_1)(x_3^1 + x_3^{N_m}) \\ + \sum_{i=N_m+1}^{2N_m-1} \left[A_{sd}^i \left(\frac{L_{i-N_m} + L_{i-N_m+1}}{2} \right) + A_{sd}^i I_d^i \right] \\ + \frac{1}{2} (A_{sd}^{N_m+1} L_1 + A_{sd}^{2N_m-1} L_{N_m}) + N_s A_v I_s \quad (14)$$

Fig. 2를 참고하여 d_1 '는 주철근 도심으로부터 콘크리트 인장축 연단까지의 거리, L_i 는 부재길이, A_{sd}^i 는 주철근량 x_3^i 의 1/3이상으로서 지점까지 연장 배근되는 철근 단면적, A_{sd}^i 는 주철근량에서 A_{sd}^i 를 뺀 값 ($= x_3^i - A_{sd}^i$)으로서 I_d^i 에 배근되는 철근단면적, I_d^i 는 정착길이를 고려한 철근의 배근길이, N_s 는 스테럽 개수, A_v 는 스테럽 단면적, I_s 는 스테럽의 길이이다. 식(14)에서 첫 번째와 두 번째 항은 각각 하단에 배근되는 주철근과 부재 양 단부에서 정착되는 갈고리의 체적이고, 세 번째와 네 번째 항은 상단에 배근되는 철근의 체적이며, 다섯 번째 항은 스테럽의 체적이다.

3.2.3 제약조건

본 연구에서는 참고문헌⁽¹⁾을 기준으로 휨강도, 전단강도, 처짐, 균열, 철근간격, 피복두께, 철근비, 단면형상에 대한 기하학적 제약조건을 고려하여 안전성 및 사용성을 만족하는 철근콘크리트 연속보의 이산 최적설계를 수행하였다.

3.2.3.1 휨강도 제약조건

철근콘크리트보의 설계휨강도는 경간 중앙부 및 지점부에서 발생하는 최대 계수휨모멘트보다 커야 하며, 식(15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$M_d \geq |M_u| \quad (15)$$

여기서, M_u 는 자중이 포함된 경간 중앙부 및 지점부에서의 최대 계수휨모멘트이고, M_d 는 단철근 직사각형 보의 설계휨강도로서 식(16)과 같다.

$$M_d = \phi_f A_{sf} f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) \\ = \phi_f A_{sf} f_y \left(d - \frac{A_{sf} f_y}{1.7 f_{ck} b} \right) \quad (16)$$

식(16)을 설계변수의 항으로 표현하여 제약조건식으로 나타내면 식(17)과 같다.

$$g_f \equiv \frac{|M_u|}{\phi_f x_3^i f_y \left(x_2 - \frac{x_3^i}{x_1} \frac{f_y}{1.7 f_{ck}} \right)} - 1 \leq 0 \quad (17)$$

3.2.3.2 전단강도 제약조건

사인장 파괴를 방지하기 위하여 전단강도에 대한 제약조건을 부과하였다. 철근콘크리트보의 설계전단강도는 계수전단강도보다 커야 하며, 식(18)과 같이 나타낼 수 있다.

$$V_d \geq |V_u| \quad (18)$$

여기서, V_d 는 보 단면의 설계전단강도로서 식(19)와 같다.

$$V_d = \phi_v (V_c + V_s) = \phi_v \left(\frac{1}{6} + \frac{2}{3} \right) \sqrt{f_{ck}} b d \quad (19)$$

3.2.3.3 처짐 제약조건

사용하중하에서 처짐에 대한 사용성을 만족하기 위하여 처짐 제약조건이 부과된다. 콘크리트구조설계기준⁽¹⁾에서는 단면의 높이를 제한함으로써 처짐을 간접적으로 규제하고 있으며, 식(20)과 같이 나타낼 수 있다.

$$h \geq \alpha_1 L \quad (20)$$

여기서, L 은 부재길이, α_1 은 구조물 종류, 부재 양단의 지지형태, 콘크리트 단위중량 및 철근의 항복강도에 의해 결정되는 상수로서, 철근 항복강도 $f_y = 400$ MPa인 보통콘크리트로 만들어진 철근콘크리트보의 경우 단순지지에서는 1/16, 1단 연속에서는 1/18.5, 양단연속에서는 1/21, 캔틸레버에서는 1/8이다.

3.2.3.4 균열 제약조건

사용하중으로 인해 부재에서 발생하는 균열 폭이 허용균열 폭보다 작아야 하며, 식(21)과 같이 나타낼 수 있다.

$$w \leq w_a \quad (21)$$

여기서, w 는 부재에서 발생하는 균열 폭으로서 식(22)와 같이 계산하고, w_a 는 강재의 종류 및 강재의 부식에 대한 환경조건에 따라 결정되는 허용균열 폭이다.

$$w = 1.08 \beta_c f_s \sqrt{d_c A} \times 10^{-5} \quad (22)$$

여기서, β_c 는 단면의 인장축 연단으로부터 중립축까지의 거리에 대한 주철근 도심으로부터 중립축까지의 거리의 비, f_s 는 사용하중에 의해 계산된 철근의 인장응력, d_c 는 인장축 연단에 가장 가까운 인장철근의 도심으로부터 인장축 연단까지의 거리, A 는 콘크리트의 유효인장 단면적을 철근의 수로 나눈 값이다.

3.2.3.5 철근간격 제약조건

철근과 철근, 철근과 거푸집 사이로 공극없이 콘크리트를 쉽게 칠 수 있도록 하기 위하여, 그리고 철근이 한 위치에 집중됨으로써 전단 또는 수축균열이 발생하는 것을 방지하기 위하여 철근간격에 대한 제약조건을 고려하였다. 주철근의 수평 순간격이 최소 철근간격보다 커야 하며 식(23)과 같이 나타낼 수 있다.

$$e \geq e_{\min} \quad (23)$$

여기서, 주철근의 수평 순간격 e 는 식(24)와 같이 계산되며, 최소 철근간격 e_{\min} 는 25mm, 굵은골재 최대치수의 4/3배, 그리고 철근 공칭지름 중에서 가장 큰 값을 사용한다.

$$e = \frac{b - 2(d_2' + d_s) - Nd_b}{N - 1} \quad (24)$$

여기서, N 은 철근 개수, b 는 단면의 폭, d_2' 은 콘크리트 측벽 연단으로부터 전단철근 표면까지의 거리, d_s 는 스테럽의 공칭지름, d_b 는 주철근의 공칭지름이다.

3.2.3.6 콘크리트 피복두께 제약조건

기후나 기타 외부 요인으로부터 철근을 보호하기 위해 식(25)와 같이 콘크리트의 피복두께를 규정하고 있다.

$$c \geq c_{\min} \quad (25)$$

여기서, c 는 콘크리트의 피복두께로서 콘크리트 연단에서부터 철근 표면까지의 최단거리이며, c_{\min} 는 콘크리트의 최소 피복두께로서 콘크리트의 환경조건 및 부재종류, 철근의 공칭지름에 따라 결정된다.

3.2.3.7 연성 제약조건

철근콘크리트보의 급작스런 취성파괴를 피하고 연성 파괴를 유도하기 위해 식(26)과 같이 정·부모멘트에 대한 주철근의 철근비를 제한하였다.

$$\rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max} \quad (26)$$

3.2.3.8 기하학적 제약조건

일반적으로 실무에서 시공되고 있는 철근콘크리트보의 단면 형상을 고려하여 식(27)과 같이 단면의 폭에 대한 높이의 비를 제한하였다.

$$1 \leq \frac{h}{b} \leq 2 \quad (27)$$

3.2.4 휨철근의 정착

정철근의 1/3 이상을 받침부까지 연장하였고, 전단 철근을 고정시키기 위해 부철근의 1/3 이상을 경간 중앙부까지 연장하였다. 연장시키고 남은 휨철근을 경간 내에서 끝내고자 할 경우 정착길이를 고려하여 휨을 저항하는데 더 이상 필요하지 않은 점을 지나 유효 깊이가 d 이상 또는 철근 지름 d_b 의 12배 이상을 더 연장시켜야 한다. 하지만, 인장구역에서 철근이 절단되면 전단강도의 감소 및 연성의 손실이 발생하여 휨균열을 조기에 발생시키는 경향이 있으므로⁽¹⁾, 이러한 문제를 해결하기 위해 정착길이를 고려하여 산출된 배근 길이가 인장구역에서 절단될 경우에는 연장시키고 남은 휨철근을 인장구역이 끝나는 점까지 연장하여 배근하였다.

4. 신뢰성 검증

철근콘크리트보의 이산최적설계에 대한 GA의 신뢰성을 검증하기 위해 설계조건을 기존 참고문헌⁽⁶⁾에서 제시한 것과 동일하게 설정한 후, 설계변수를 이산형으로 고려하여 최적설계를 수행하였으며 그 결과를 비교·검토하였다. 설계조건으로서 Fig. 3과 같이 경간이 30 ft이고 보의 높이가 30 in인 단순지지된 보에 자중을 포함한 고정하중 1.0 kip/ft와 활하중 2.0 kip/ft가 재하되고 있다. 콘크리트 강도는 5ksi, 철근의 항복응력은 50ksi 그리고 보의 유효깊이는 24 in로 가정하였으며, 콘크리트와 철근의 비용은 각각 \$0.02/in²/ft, \$1.00/in²/ft이다.

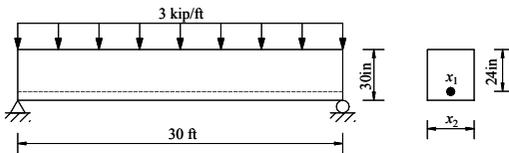


Fig. 3 Simply supported reinforced concrete beam

설계변수는 참고문헌과 동일하게 철근량(x_1)과 단

면의 폭(x_2)을 택하였으며, 철근량에 대한 이산집합은 Table 1과 같고, 단면의 폭은 식(28)과 같이 0.5in 간격으로 구성된 이산집합으로부터 선택되도록 하였다. 목적함수는 콘크리트와 철근의 경비를 포함한 구조물의 경비 최소화이며 식(29)와 같다.

$$b \in \{6.0, 6.5, \dots, 19.5, 20.0\} \quad (28)$$

$$\text{Minimize } F(\mathbf{x}) = 29.4x_1 + 18x_2 \quad (29)$$

제약조건으로는 휨강도 제약조건만을 고려하였으며, 식(30)과 같이 나타낼 수 있다.

$$M_d = 0.9A_s f_y d \left(1 - 0.59 \frac{A_s f_y}{bd f_c}\right) \geq 1.4M_D + 1.7M_L \quad (30)$$

여기서, M_D 와 M_L 은 각각 고정하중과 활하중에 의해 발생하는 모멘트이며, 이것을 계산하여 나타내면 $M_D = 1,350 \text{ kip} \cdot \text{in}$, $M_L = 2,700 \text{ kip} \cdot \text{in}$ 이 된다. 식(30)을 설계변수의 항으로 표현하여 제약조건식으로 나타내면 식(31)과 같다.

$$g \equiv x_1 - 0.2458 \frac{x_1^2}{x_2} - 6 \geq 0 \quad (31)$$

단순 지지된 철근콘크리트보에 대한 최적설계의 결과 비교는 Table 2와 같다. 결과로부터 알 수 있듯이, 철근량은 8.00in²(8#9 bars), 보의 폭은 8.0in, 총 경비는 \$379.20으로 얻어져서 기존 문헌에서 수행한 결과값과 GA를 이용하여 얻은 결과값이 일치함을 알 수 있다.

5. 수치예 및 결과분석

GA의 적용성 및 효율성을 보이기 위하여 3경간과 5경간 철근콘크리트 연속보에 대해 각각 이산최적설계를 수행하였다.

Table 1 Design space for reinforcing bars

No.	Bar type	Area (in ²)	No.	Bar type	Area (in ²)
1	1#4	0.20	40	5#8	3.95
2	1#5	0.31	41	9#6	3.96
3	2#4	0.40	42	4#9	4.00
4	1#6	0.44	43	13#5	4.03
5	3#4, 1#7	0.60	44	7#7	4.20
6	2#5	0.62	45	14#5	4.34
7	1#8	0.79	46	10#6	4.40
8	4#4	0.80	47	15#5	4.65
9	2#6	0.88	48	6#8	4.74
10	3#5	0.93	49	8#7	4.80
11	5#4, 1#9	1.00	50	11#6	4.84
12	6#4, 2#7	1.20	51	5#9	5.00
13	4#5	1.24	52	12#6	5.28
14	3#6	1.32	53	9#7	5.40
15	7#4	1.40	54	7#8	5.53
16	5#5	1.55	55	13#6	5.72
17	2#8	1.58	56	10#7, 6#9	6.00
18	8#4	1.60	57	14#6	6.16
19	4#6	1.76	58	8#8	6.32
20	9#4, 3#7	1.80	59	15#6, 11#7	6.60
21	6#5	1.86	60	7#9	7.00
22	10#4, 2#9	2.00	61	9#8	7.11
23	7#5	2.17	62	12#7	7.20
24	11#4, 5#6	2.20	63	13#7	7.80
25	3#8	2.37	64	10#8	7.90
26	12#4, 4#7	2.40	65	8#9	8.00
27	8#5	2.48	66	14#7	8.40
28	13#4	2.60	67	11#8	8.69
29	6#6	2.64	68	15#7	9.00
30	9#5	2.79	69	12#8	9.48
31	14#4	2.80	70	13#8	10.27
32	15#4, 5#7, 3#9	3.00	71	11#9	11.00
33	7#6	3.08	72	14#8	11.06
34	10#5	3.10	73	15#8	11.85
35	4#8	3.16	74	12#9	12.00
36	11#5	3.41	75	13#9	13.00
37	8#6	3.52	76	14#9	14.00
38	6#7	3.60	77	15#9	15.00
39	12#5	3.72			

Table 2 Optimum results for simply supported R.C. beam

	Ref. Liebman	GA
Steel area x_1 (in ²)	8.00	8.00
Beam width x_2 (in)	8.0	8.0
Total cost (\$)	379.20	379.20

3장에서 정의된 정칙화에 근거하여 콘크리트, 거푸집, 철근의 경비를 포함한 경비 함수를 목적함수로 하였고, 휨강도와 전단강도, 처짐, 균열, 철근간격, 콘크리트 피복두께, 연성 및 단면형상의 기하학적 제약조건을 고려하였다. 설계하중은 하중계수가 고려된 $U = 1.4D + 1.7L$ 을 부과하였으며, 고정하중에 보의 자중을 고려하여 구조해석을 수행하였다. 강도감소계수는 휨과 전단에 대해서 각각 0.85와 0.80을 적용하였고, 전단철근으로는 D10 수직스터립을 사용하였다. 주철근 도심으로부터 콘크리트 인장측 연단까지의 거리 $d_1' = 70$ mm로 하였고, 콘크리트의 최소피복두께 $c_{min} = 40$ mm, 굵은골재 최대치수 $G_{max} = 20$ mm로 하였다. 수치예에 적용된 재료의 특성치 및 경비 데이터는 Table 3과 같다.

Table 3 Material properties and cost data

Material properties		Actual costs (won/m ³)	Relative costs
Concrete	Steel (MPa)		
$f_{ck} = 240$ MPa $E_c = 23,237.9$ MPa $w_c = 2500$ kg/m ³	$f_y = 400$ $E_s = 200,000$	$C_c = 43,610$ $C_f = 8,203$ $C_s = 2,128,244$	$C_{cc} = 1$ $C_{fc} = 0.19$ $C_{sc} = 48.80$

설계변수에 대한 이산집합을 구성하기 위해 실무에서 시공되고 있는 철근콘크리트보 단면의 치수를 감안하여 보의 폭과 유효깊이에 대해서는 식(32)~(33)과 같이 5mm 간격으로 이산집합을 구성하였으며, 주철근량에 대해서는 실제 시공에 사용되고 있는 철근제원표를 이용하여 Table 4와 같이 D13에서 D35의 철근 종류에 대해서 1~10개의 철근 수를 갖는 총 80개의 이산집합을 구성하였다.

Table 4 Design space for reinforcing bars

Bar No.	Nominal diameter (mm)	Area for number of bars (mm ²)									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
D13	12.7	126.7	253.4	380.1	506.8	633.5	760.2	886.9	1,013.6	1,140	1,267
D16	15.9	198.6	397.2	595.8	794.4	993.0	1,191	1,390	1,589	1,787	1,986
D19	19.1	286.5	573.0	859.5	1,146	1,433	1,719	2,006	2,292	2,579	2,865
D22	22.2	387.1	774.2	1,161	1,548	1,935	2,322	2,710	3,097	3,484	3,871
D25	25.4	506.7	1,013.4	1,520	2,027	2,534	3,040	3,547	4,054	4,560	5,067
D29	28.6	642.4	1,285	1,927	2,570	3,212	3,854	4,497	5,139	5,782	6,424
D32	31.8	794.2	1,588	2,383	3,177	3,971	4,765	5,559	6,354	7,148	7,942
D35	34.9	956.6	1,913	2,870	3,826	4,783	5,740	6,696	7,653	8,609	9,566

$$b \in \{200, 250, \dots, 550, 600\} \quad (\text{mm}) \quad (32)$$

$$d \in \{200, 250, \dots, 1,150, 1,200\} \quad (\text{mm}) \quad (33)$$

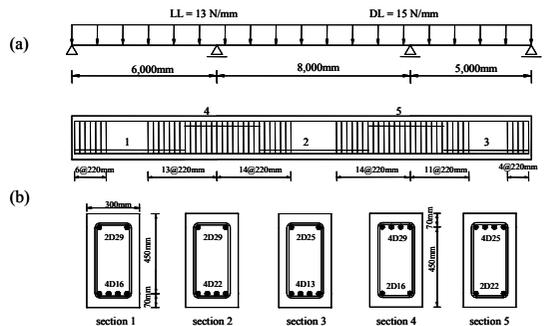
5.1 3경간 철근콘크리트 연속보

수치에 적용을 위해 Fig. 4(a)와 같이 3경간 철근콘크리트 연속보에 대해서 최적설계를 수행하였다. Fig. 4(b)는 최적결과에 대한 주철근 및 전단철근의 배근도, 그리고 경간 중앙부 및 지점부에서의 단면 형상을 나타낸 것이다. 구조설계기준의 설계규정을 만족하면서 단면 크기, 주철근 직경 및 배근 개수 그리고 스테럽 간격을 산출하였으며, 스테럽을 고정시키기 위해 콘크리트 압축부에는 최소 2개 이상의 주철근이 배근되도록 하였다.

Table 5는 3경간 연속보에 대한 최적설계 수행결과를 나타낸 것으로서, 보의 폭은 300mm, 유효깊이는 450mm으로 계산되었고, 콘크리트, 거푸집, 철근의 경비를 포함한 3경간 철근콘크리트 연속보의 최소 비용은 449,328원으로 산출되었다.

Table 5 Optimum Result of a three span R.C. beam

Width b (mm)	Effective depth d (mm)	Steel Area (mm ²)					Cost (Won)
		A_s^1	A_s^2	A_s^3	A_s^4	A_s^5	
300	450	4D16 (794.4)	4D22 (1,548)	4D13 (506.8)	4D29 (2,570)	4D25 (2,027)	449,328



(a) geometry and service loading,
(b) reinforcement details and cross sections for optimum design

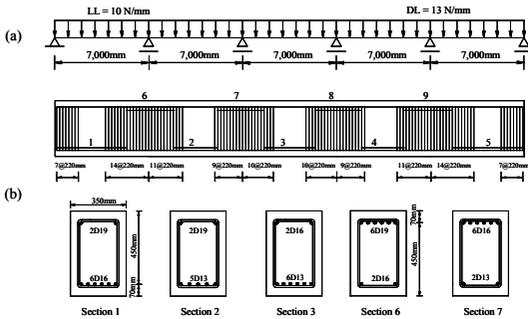
Fig. 4 Three span R.C. beam

5.2 5경간 철근콘크리트 연속보

5경간 철근콘크리트 연속보의 기하학적 형상 및 작용하중은 Fig. 5(a)와 같으며, 주철근 및 전단철근의 배근도, 그리고 경간 중앙부 및 지점부에서의 단면 형상은 Fig. 5(b)와 같다. Table 6은 5경간 연속보에 대한 최적설계 수행결과를 나타낸 것으로서, 보의 폭

Table 6 Optimum Result of a five span R.C. beam

Width b (mm)	Effective depth d (mm)	Steel Area (mm ²)									Cost (Won)
		A_s^1	A_s^2	A_s^3	A_s^4	A_s^5	A_s^6	A_s^7	A_s^8	A_s^9	
350	450	6D16 (1,191)	5D13 (633.5)	6D13 (760.2)	5D13 (633.5)	6D16 (1,191)	6D19 (1,719)	6D16 (1,191)	6D16 (1,191)	6D19 (1,719)	817,497



(a) geometry and service loading,
(b) reinforcement details and cross sections for optimum design

Fig. 5 Five span R.C. beam;

은 350mm, 유효깊이는 450mm로 계산되었으며, 재하하중 및 구조물 기하형상이 중앙을 기준으로 대칭이기 때문에 산출된 주철근량 역시 좌우 대칭임을 알 수 있다. 콘크리트, 거푸집, 철근의 경비를 포함한 5경간 철근콘크리트 연속보의 최소 비용은 817,497원으로 산출되었다.

6. 결론

본 연구에서는 현실적인 측면을 고려하여 철근콘크리트 연속보의 이산최적설계를 수행하였으며, 이를 위해 확률론적 최적화 기법인 유전알고리즘(GA)을 적용하였다. GA를 이용하여 철근콘크리트 연속보의 이산 최적설계를 수행한 결과, 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

- 1) 철근콘크리트보에 대해 이산최적설계를 수행한 후 기존 문헌과 비교한 결과, 철근콘크리트보의 이산 최적설계에 대한 GA의 신뢰성을 입증하였다.
- 2) 철근콘크리트보의 휨과 전단에 대한 안전성, 처짐

과 균열에 대한 사용성, 철근간격과 피복두께, 철근의 정착 및 연장에 대한 시공성을 고려함으로써 구조설계기준의 요구사항을 최대한 만족하는 실질적인 최적설계를 수행하였다.

- 3) 실무에서 이용되고 있는 콘크리트 단면치수와 철근량을 데이터베이스화한 이산집합으로부터 설계변수가 선택되도록 함으로써 기존 최적화 기법들이 안고 있는 최적결과의 적용성에 대한 어려움을 해결하였다.

감사의 글

이 연구는 2004도 충북대학교 학술연구지원사업의 연구비 지원에 의하여 연구되었음 (This work was supported by Chungbuk National University Grant in 2004).

참고문헌

1. 한국콘크리트학회 (2003) 콘크리트구조설계기준·해설. 기문당.
2. Chakrabarty, B.K. (1992) Models for Optimal Design of Reinforced Concrete Beams. Computers & Structures, Vol. 42, No. 3, pp. 447-451.
3. Coello, C.A.C., Christiansen, A.D. and Hernandez, F.S. (1997) A Simple Genetic Algorithm for the Design of Reinforced Concrete Beams. Engineering with Computers, Vol. 13, pp. 185-196.
4. Dejong, K. (1975) An Analysis of the Behavior of a Class of Genetic Adaptive Systems, PhD dissertation, University of Michigan, Michigan, USA.
5. Goldberg, D.E. (1989) Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.

-
6. Liebman, J.S., Khachaturian, N. and Chanaratna, V. (1981) Discrete Structural Optimization. Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST11, pp. 2177-2197.
 7. Lin, C.Y. and Hajela, P. (1992) Genetic Algorithms in Optimization Problems with Discrete and Integer Design Variables. Engineering Optimization, Vol. 19, pp. 309-327.
 8. Prakash, A., Agarwala, S.K. and Singh, K.K. (1988) Optimum Design of Reinforced Concrete Sections. Computers & Structures, Vol. 30, No. 4, pp. 1009-1011.

(접수일자 : 2004년 11월 17일) (금행)