

슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소

A Multi-noded Cable Element Considering Sliding Effects

김 문 영¹⁾ · 이 준 석²⁾ · 한 만 업³⁾ · 김 성 보⁴⁾ · 김 낙 경⁵⁾

Kim, Moon Young · Lee, Jun Seok · Han, Man Yop · Kim, Sung Bo · Kim, Nak Kyung

요 약 : 다양한 케이블지지 시스템에 적용이 가능한 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블-트러스 요소를 개발한다. 먼저 일반적인 2절점 케이블-트러스 요소에 대한 유한요소 정식화 과정을 요약하고, 이를 토대로 여러 절점에 연결되어 장력은 동일하지만 절점에서 슬라이딩이 가능한 다절점 케이블-트러스 요소의 탄성강도행렬을 유도한다. 개발된 케이블-트러스 요소를 검증하기 위하여, 케이블 장력을 부정장력으로 선택하고 적합조건을 이용하여 장력을 산정하는 방법(유연도법)을 제시하고 두 방법에 의한 장력 값을 비교한다. 또한 상용 유한요소 해석프로그램의 2절점 트러스요소를 사용한 해석결과와도 비교, 분석한다.

ABSTRACT : A multi-noded cable element allowing sliding at its nodes without frictions was introduced in this paper, and its elastic stiffness matrix was derived. A two-node truss element was briefly summarized and extended to multi-node, cable-truss elements that keep their tension constant but are connected without frictions through several nodes. The element elastic stiffness matrix of the multi-node, cable-truss elements was consistently derived. The steel wales pre-stressed externally in the IPS system were chosen as numerical examples and analyzed under various loading conditions. The cable tensions calculated using the present element were compared with the results of the flexibility method and those using the two-node truss element, respectively.

핵심용어 : 슬라이딩, 다절점 케이블 트러스요소, IPS 시스템, 유연도법

KEYWORDS : sliding, multi-noded cable element, IPS system, flexibility method

1. 서론

토목구조물에 있어서 PSC교량은 프리스트레스를 PC강선에 의해 도입하여 거더의 강성을 증가시킨 구조물이다. 이와 같은 PSC공법의 경우 PC강선이 내부적으로 부착되는 경우와 부착되지 않는 경우에 대한 해석방법이 제공되고 있으며, 최근의 논문등(Ramos, 1996) 등은 이러한 부착되지 않은 PC강선을 포함하는 PSC거더의 거동이 부착된 교량의 거동과 거의 유사한 것을 밝히기도 하였다. 한편 콘크리트로 타설되기 전 거더의 내부에 장착하는 PC강선의 방법과는 반대로 Virloguex(Virloguex, 1990)과 Rao(Rao, 1996)등에 의해 거더의 외부에 PC강선을 장착하는 기법이 부식 등의 위험으로부터 장점이 크다는 것이 밝혀지는 등 연구가 활발히

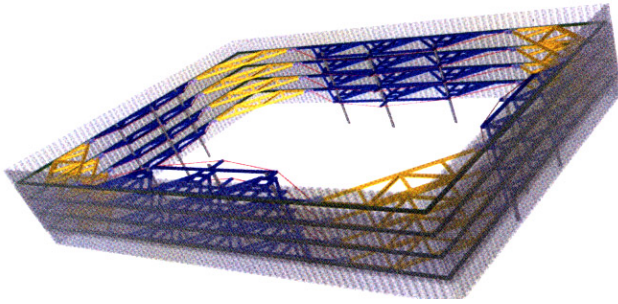
진행되었다.

한편 케이블부재로 긴장력을 도입하는 강구조 시스템의 대표적인 사례로 사장교, 현수교 등의 장대교량을 들 수 있다. 이러한 시스템은 교량의 장대화로 인하여 발생하는 상당한 양의 사하중을 케이블로 지지하여 구조물에 과도하게 발생하는 응력을 분산시키는 역할을 하고 있다. 이와 같이 케이블이 갖는 구조적인 장점을 적용하는 구조물은 일반적으로 장대화, 거대화를 수반하는 것이 보통이다. Troitsky (Troitsky, 1990)는 강연선을 이용하여 외부긴장공법을 적용하는 강거더의 설계 및 해석법을 제시하였으며, 양동석 등(양동석, 2002)이 부재의 외부에 부착된 tendon에 프리스트레스를 가하여 강거더의 휨강성을 증대시키는 공법연구를 진행하였다. 또한 외부 장착된 케이블의 구조적 장점을 활용한 대표적

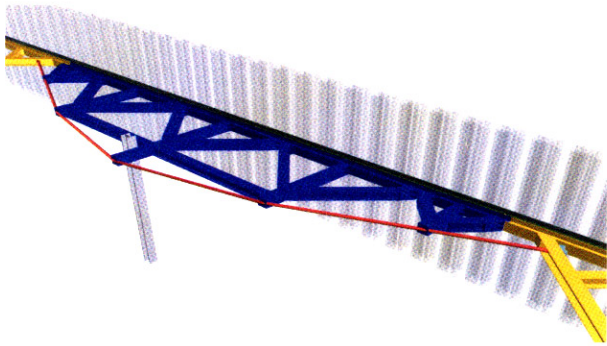
1) 정회원, 성균관대학교 건축 조경 및 토목환경공학부 교수, 공학박사
(Tel. 031-290-7514, Fax. 031-290-7548, E-mail : kmye@skku.ac.kr)
2) 성균관대학교, 건축 조경 및 토목환경공학부, 박사과정(junsok73@skku.edu)
3) 정회원, 아주대학교 토목설계공학과 교수, 공학박사(myhan@madang.ajou.ac.kr)
4) 정회원, 충북대학교 토목공학과 교수, 공학박사(sbkim@chungbuk.ac.kr)
5) 정회원, 성균관대학교 건축 조경 및 토목환경공학부 교수, 공학박사(nkkim@skku.edu)

본 논문에 대한 토의를 2006년 2월 28일까지 학회로 보내주시면 토의 회답을 게재하겠습니다.

인 예로 한만엽 등(한만엽, 2003)과 한만엽 등(한만엽, 2005)의 연구를 언급할 수 있다. 이들은 지구구조물의 벽체 지지를 위하여 가시설 구조물로 IPS(Innovative Prestressed Support) 시스템(그림 1)을 개발하고 해석방법을 제시하였다.



(a) IPS 시스템



(b) IPS 띠장

그림 1. IPS 시스템과 IPS 띠장

그림 1의 IPS 띠장(wale)에서 보는 바와 같이 외부긴장 직선케이블은 방향이 꺾이는 절점에서 슬라이딩이 발생하며, 마찰을 무시한다면 외력에 대하여 케이블 장력이 전 구간에 걸쳐 일정하게 되는 특성을 보인다. 본 연구에서는 이와 같이 케이블 전 구간에 걸쳐 장력이 일정하고 일체거동을 일으키는 다절점 트러스-케이블을 포함하는 구조시스템의 해석을 원활히 수행하기 위해서 케이블 연결 지점의 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소를 개발한다. 이를 위하여 김문영 등(김문영, 1990)이 제시한 공간트러스 구조물의 유한요소 정식화 과정을 확장하고, 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블 요소의 탄성강도행렬을 유도하고 구조해석을 수행한다. 본 해석법의 타당성을 검증하기 위하여 유연도법(Troitsky, 1990)에 의한 해석결과, 범용유한요소해석 프로그램의 해석치, 그리고 본 연구의 결과를 비교, 분석한다.

다절점 케이블요소의 탄성강도행렬을 얻기 위한 기본가정은 다음과 같다.

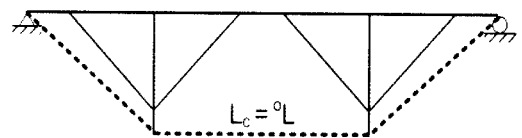
1. 전 구간에 걸쳐서 케이블 단면은 일정하고 선형탄성거동을 보인다.
2. 케이블의 휨강성은 충분히 작아서 무시한다.
3. 다절점으로 연결되는 케이블부재의 절점사이의 초기 및 변형된 형상은 직선이다.
4. 케이블부재의 방향이 꺾이는 절점구간에서 마찰은 무시한다.

2. 유연도법을 이용한 다절점 케이블부재의 장력산정

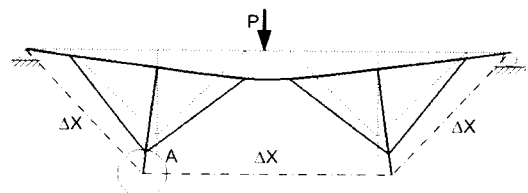
본 장에서는 Troitsky(Troitsky, 1990)의 연구결과를 참조하여 유연도법에 근거한 외부하중에 의해 발생하는 슬라이딩이 허용되는 케이블 지지구조물의 케이블 장력 산정방법을 제시한다. 그림 2(a)는 외부에서 긴장하는 강연선(점선)을 포함한 IPS 시스템의 띠장(wale)의 구조해석모델을 나타낸 것이다. 본 연구에서는 그림에서 보는 바와 같이 케이블이 받침대에서 두 번 휘어지지만 이 부분에서 마찰이 없이 자유롭게 슬라이딩이 일어난다고 가정한다. 이를 좀 더 자세히 살펴보면 다음과 같다. 그림 2(b)와 같이 초기상태에 외부하중 P 가 가해지면 케이블에는 장력 ΔX 가 발생하게 된다. 이때 그림 2(b)의 A 를 확장한 그림 2(c)에서 마찰계수 μ 에 의해 손실되는 케이블 장력을 dF 라고 하면 이는 식 (1)과 같이 표시할 수 있다.

$$dF = -\mu F d\theta \quad (1)$$

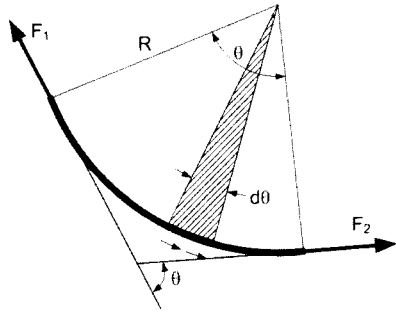
여기서 마찰계수 μ 를 영으로 가정한다면 하중에 의해 발생하는 케이블의 장력 ΔX 는 그림 1(c)에서 마찰에 의해 발생하는 케이블 장력의 손실을 무시할 수 있으므로 dF 는 영이 되고 따라서 케이블부재의 모든 구간에는 연결지점의 슬라이딩에 의해 동일한 장력이 발생한다고 볼 수 있다.



(a) 초기상태



(b) 외부하중 P 에 의한 케이블의 ΔX



(c) Detail of A(ΔX 의 마찰손실)

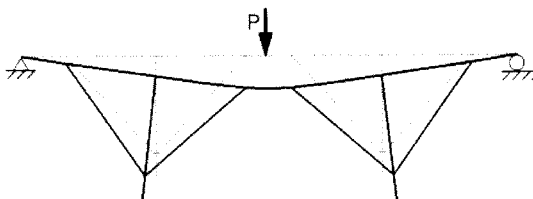
그림 2. 외부하중 P 에 의해 발생하는 ΔX

이제 유연도법을 이용하여 그림 2(b)와 같이 외력에 의해 케이블 강연선 전 구간에 걸쳐서 발생하는 균일한 장력 산정 방법을 제시한다. 즉, 케이블장력(ΔX)을 부정정력으로 선택하고 케이블의 연결을 없앤 상태에서 적합조건을 적용하여 부정정력을 결정하는 유연도법을 생각한다. 구체적인 계산법은 다음과 같다.

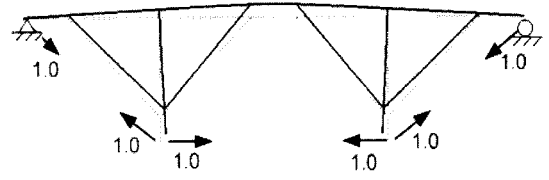
- 1) 케이블을 제거한 상태에서 일반 평면뾰대구조의 부정정 해석법을 적용하여 외부하중에 의해 발생하는 케이블 절점간의 상대변위 δ_{1p} 를 산정한다. (그림 3(a) 참조)
- 2) 그림 3(B)와 같이 케이블절점 간에 단위하중을 작용시켜서 단계 1)과 동일한 해석방법으로 케이블 절점간의 상대변위 δ_{11} 을 구한다.
- 3) 케이블을 제거한 상태에서 외력과 부정정력 ΔX 이 함께 작용하여 발생하는 케이블요소 구간의 상대적인 신장량은 케이블요소가 장력 ΔX 에 의한 신장량과 같다는 적합조건은 식 (2)로 나타낼 수 있다.

$$\delta_{1p} + \delta_{11}\Delta X = \frac{^oL}{E_c A_c} \Delta X \quad (2)$$

여기서, oL : 초기 정착된 케이블의 무응력 길이
 $E_c A_c$: 케이블의 축강성



(a) δ_{1p}



(b) δ_{11}

그림 3. 케이블 연결 지점간의 상대 변위

- 4) 결국, ΔX 에 대해서 정리하면 식 (3)과 같이 최종적으로 외력 P 에 의해 발생하는 케이블의 인장력을 구한다.

$$\Delta X = - \frac{\delta_{1p}}{\delta_{11} - \frac{^oL}{EA}} \quad (3)$$

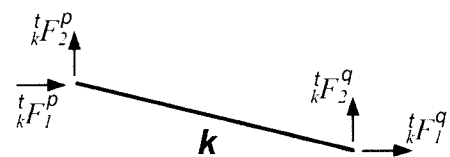
이와 같은 슬라이딩을 고려한 케이블의 해석을 위해 유연도법을 이용한 계산방법은 해석 방법이 명확하고 간단하다고 할 수 있으나, 실제 복잡한 구조물의 δ_{1p} 와 δ_{11} 을 쉽게 구하기 어려운 단점이 존재한다. 따라서 다음 3장에서는 δ_{1p} 와 δ_{11} 을 따로 구할 필요 없는 유한요소기법을 제시함으로써 이와 같은 단점을 극복하고자 하였다.

3. 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소

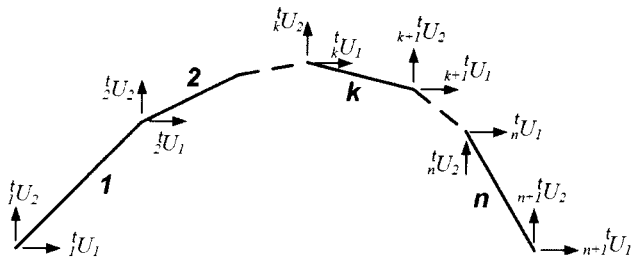
본 장에서는 장력이 전체 케이블 구간에 걸쳐 일정하게 작용하는 케이블요소의 탄성강도행렬의 유도과정을 제시한다. 유도과정을 용이하게 하기 위하여 3.1절에서는 다절점 케이블요소를 구성하는 2절점 직선 케이블부재의 절점력과 절점변위 관계식의 정식화 과정을 간략히 제시하고 3.2절에서는 이를 확장하여 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소의 힘-변위 관계식과 탄성강도행렬을 새로이 유도한다.



(a) 직선 케이블부재의 절점변위벡터



(b) 직선 케이블부재의 절점력벡터



(c) 다절점 케이블요소의 절점변위벡터

그림 4. 여러 개의 직선 케이블부재로 구성되는 다절점 케이블요소

그림 4는 n 개의 직선 케이블부재가 연결되어 $n+1$ 절점 케이블요소를 형성하는 것을 보여준다. 유도과정에서 사용되는 변수들의 왼쪽 위첨자는 초기 상태에서 o 이며 변형 후 t 를, 오른쪽 아래첨자는 공간좌표계에서 변수들의 벡터성분을 각각 나타낸다. 한편 왼쪽 아래첨자는 다절점 케이블요소에 대하여 절점번호를, 분리된 직선케이블부재에 대하여는 부재 번호를 표시하고, 오른쪽 위첨자는 직선 케이블부재에 대한 것으로 부재 양단의 절점을 표시한다. 예를 들어 k 번째 직선 케이블부재의 재단변위와 재단력벡터는 그림 4와 같이 각각 $({}^t_k U_1, {}^t_k U_2, {}^t_k U_1, {}^t_k U_2)$ 와 $({}^t_k F_1, {}^t_k F_2, {}^t_k F_1, {}^t_k F_2)$ 로 표시하며, 3절점 케이블요소의 재단변위벡터는 $({}^t_1 U_1, {}^t_1 U_2, {}^t_2 U_1, {}^t_2 U_2, {}^t_3 U_1, {}^t_3 U_2)$ 로 나타낸다.

3.1 2절점 케이블부재

다절점 케이블요소에서 가상으로 분리시킨 k 번째 케이블 부재를 생각한다. 초기상태에서는 케이블부재의 길이가 ${}^o_k L$ 이고 축력은 영으로 가정한다. 시간 t 에서 외력이 작용하여 p 단 및 q 단에 재단변위벡터가 발생하고 부재의 길이는 ${}^t_k L$ 로, 축력은 ${}^t_k P$ 로 변화한다. 초기상태에서 외력이 재하된 후 재단력벡터는 식 4(a, b)와 같이 표시할 수 있다.

$${}^t_k F_i^p = -{}^t_k V_i {}^t_k P \quad (4a)$$

$${}^t_k F_i^q = {}^t_k V_i {}^t_k P, \quad i = 1, 2 \quad (4b)$$

여기서,
$${}^t_k P = EA \frac{{}^t_k L - {}^o_k L}{{}^o_k L} \quad (5)$$

$${}^o_k L = \sqrt{\sum_{i=1}^2 ({}^o_k X_i^q - {}^o_k X_i^p)^2} \quad (6)$$

$${}^t_k L = \sqrt{\sum_{i=1}^2 ({}^o_k X_i^q - {}^o_k X_i^p + {}^t_k U_i^q - {}^t_k U_i^p)^2} \quad (7)$$

$${}^o_k V_i = \frac{({}^o_k X_i^q - {}^o_k X_i^p)}{{}^o_k L} \quad (8)$$

$${}^t_k V_i = \frac{({}^o_k X_i^q - {}^o_k X_i^p + {}^t_k U_i^q - {}^t_k U_i^p)}{{}^t_k L} \quad (9)$$

여기서, ${}^o_k X_i^q$ 와 ${}^o_k X_i^p$ 는 초기상태에서 i 번째 케이블요소의 좌표를 나타내며, ${}^o_k V_i$ 와 ${}^t_k V_i$ 는 초기평형상태 및 시간 t 에서 전체좌표계에 대한 트러스 부재의 방향코사인 벡터의 성분들을 나타낸다. 한편, ${}^t_k L_c$ 을 재단변위에 대해서 Taylor 전개를 행하면 다음 식 (10)을 얻는다.

$${}^t_k L = {}^o_k L + \sum_{j=1}^2 {}^o_k V_j ({}^t_k U_j^q - {}^t_k U_j^p) \quad (10)$$

따라서, 식 (5)는 다음과 같이 고쳐 쓸 수 있다.

$${}^t_k P = \frac{EA}{{}^o_k L_c} ({}^t_k L - {}^o_k L) = \frac{E_c A_c}{{}^o_k L} \sum_{j=1}^2 {}^o_k V_j ({}^t_k U_j^q - {}^t_k U_j^p) \quad (11)$$

한편, 식(10)을 식(9)에 대입하고 고차 항을 무시하면 다음 식 (12)를 얻는다.

$${}^t_k V_i = {}^o_k V_i + \frac{{}^t_k U_i^q - {}^t_k U_i^p}{{}^o_k L} - \frac{{}^o_k V_i}{{}^o_k L} \sum_{j=1}^2 {}^o_k V_j ({}^t_k U_j^q - {}^t_k U_j^p) \quad (12)$$

이제 식(11)과 식(12)를 식 4(a, b)에 각각 대입하고 절점변위의 1차 항만을 고려하면 식 (13a, b)와 같이 재단력 벡터에 관한 최종 식을 얻는다.

$${}^t_k F_i^p = -\frac{E_c A_c}{{}^o_k L} {}^o_k V_i \left\{ \sum_{j=1}^2 {}^o_k V_j ({}^t_k U_j^q - {}^t_k U_j^p) \right\} \quad (13a)$$

$${}^t_k F_i^q = \frac{EA}{{}^o_k L} {}^o_k V_i \left\{ \sum_{j=1}^2 {}^o_k V_j ({}^t_k U_j^q - {}^t_k U_j^p) \right\} \quad (13b)$$

식 (13)을 매트릭스 형태로 나타내면 다음과 같다.

$${}^t_k F = {}^t_k K_c \cdot {}^t_k U \quad (14)$$

여기서 ${}^t\mathbf{F} = \langle {}^tF_1^p, {}^tF_2^p, {}^tF_1^q, {}^tF_2^q \rangle$, ${}^t\mathbf{U} = \langle {}^tU_1^p, {}^tU_2^p, {}^tU_1^q, {}^tU_2^q \rangle$ 이고, \mathbf{K}_c 는 2절점 케이블부재 단의 탄성강도행렬을 나타낸다. 구체적인 계산결과는 식 (15)와 같다.

$${}^k\mathbf{K}_c = \frac{E_c A_c}{{}^oL} \begin{bmatrix} {}^oV_1^2 & {}^oV_1 \cdot {}^oV_2 & -{}^oV_1^2 & -{}^oV_1 \cdot {}^oV_2 \\ {}^oV_2^2 & -{}^oV_1 \cdot {}^oV_2 & -{}^oV_2^2 & {}^oV_1 \cdot {}^oV_2 \\ {}^oV_1^2 & {}^oV_1 \cdot {}^oV_2 & {}^oV_1^2 & {}^oV_1 \cdot {}^oV_2 \\ {}^oV_2^2 & {}^oV_1 \cdot {}^oV_2 & {}^oV_2^2 & {}^oV_1 \cdot {}^oV_2 \end{bmatrix} \quad (15)$$

3.2 다절점 케이블요소

본 절에서는 3.1절에서 유도된 직선 케이블부재를 확장하여 다절점 케이블 요소의 탄성강도행렬을 유도한다. 초기상태 및 변형후의 다절점 케이블요소의 전체 길이를 각각 oL 와 tL 라고하면 각각 식 (16) 및 (17)과 같이 나타낼 수 있다.

$${}^oL = \sum_{k=1}^n {}^oL_k = \sum_{k=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^2 ({}^oX_i^q - {}^oX_i^p)^2} \quad (16)$$

$${}^tL = \sum_{k=1}^n {}^tL_k = \sum_{k=1}^n \sqrt{\sum_{i=1}^2 ({}^oX_i^q - {}^oX_i^p + {}^tU_i^q - {}^tU_i^p)^2} \quad (17)$$

앞서 식 (10)과 (11)을 식 (16)과 (17)에 대입하고 정리하면 최종적으로 다절점 케이블요소의 재단벡터성분에 관한 식 (18)을 얻는다.

$${}^tF_i^p = -\frac{EA}{{}^oL} {}^oV_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^2 {}^oV_j ({}^tU_j^q - {}^tU_j^p) \right\} \quad (18a)$$

$${}^tF_i^q = \frac{EA}{{}^oL} {}^oV_i \left\{ \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^2 {}^oV_j ({}^tU_j^q - {}^tU_j^p) \right\} \quad (18b)$$

식 (18)을 이용하여 다절점 케이블요소의 전체 탄성강성행렬을 구성하기 위해서 각 케이블 단위요소별 p단 및 q단의 절점벡터를 전체좌표계에 대한 단일 케이블의 벡터로 치환할 필요가 있다. 여기서 오른쪽 위첨자에 p단과 q단의 표시를 없앤 것은 다절점 케이블요소를 표시하고, 이때 왼쪽아래첨자

는 다절점 케이블 내의 절점번호를 표시한다. 이때 그림 5를 참조하면 다절점 케이블요소 내부 절점의 절점력 및 재단변위벡터는 각각 직선 케이블부재의 재단력, 재단변위벡터와 식 (19)의 관계식이 성립함을 알 수 있다.

$${}^tF_1 = {}^tF_1^p$$

$${}^tF_{k+1} = {}^tF_k^q + {}^tF_{k+1}^p, \text{ for } k=1, 2, \dots, n-1 \quad (19a)$$

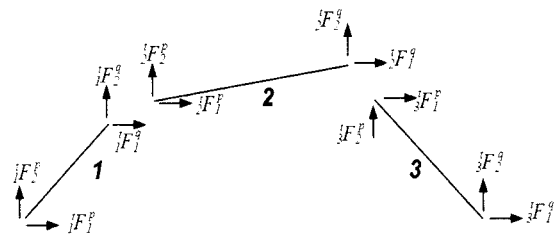
$${}^tF_{n+1} = {}^tF_n^q$$

$${}^tU_1 = {}^tU_1^p$$

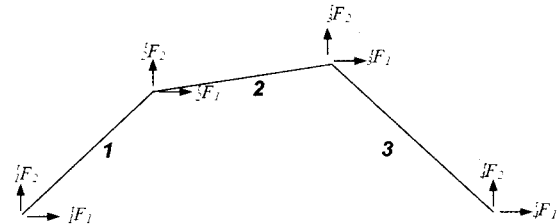
$${}^tU_k = {}^tU_{k-1}^q, \text{ for } k=2, \dots, n \quad (19b)$$

$${}^tU_{n+1} = {}^tU_n^q$$

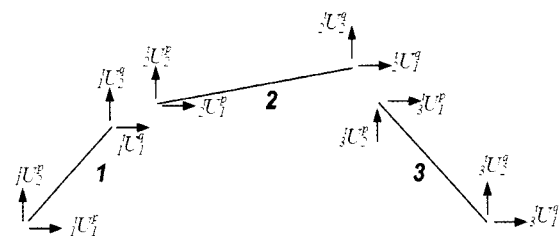
여기서, 다절점 케이블요소 내부절점의 절점력은 해당 절점과 만나는 직선 케이블부재의 절점력의 합으로 표시되는 것에 유의해야한다.



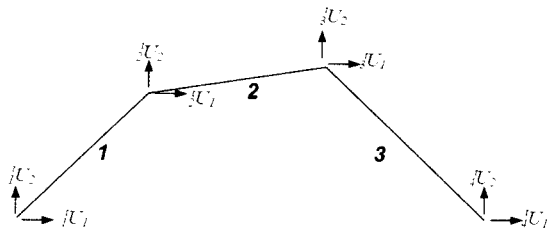
(a) 분리된 직선케이블의 절점력



(b) 4절점 케이블의 절점력

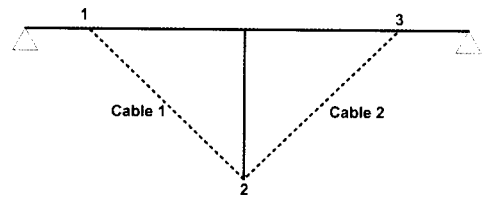


(c) 분리된 직선케이블의 절점변위

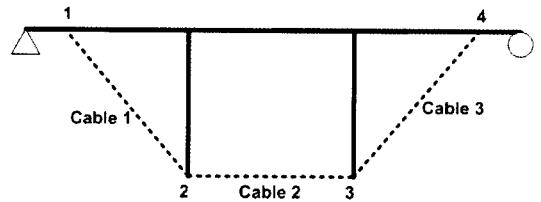


(d) 4절점 케이블의 절점변위

그림 5. 분리된 직선케이블과 4절점 케이블요소의 절점력과 절점변위의 관계



(b) 4절점 케이블 구조



(a) 3절점 케이블 구조

그림 6. 다절점 케이블요소

식 (18)과 (19)로부터 다절점 케이블의 전체 좌표계에 대한 강성도 행렬 K_C 를 유도할 수 있으며, 전체 구조물의 강성도 행렬은 식 (20)과 같이 표현할 수 있다.

$$\Delta F = [K_E + K_C] \cdot \Delta U \quad (20)$$

여기서, K_E 는 프레임요소에 대한 전체좌표계에 대한 강성도행렬을 의미한다. 프레임요소는 회전자유도를 포함하고 있으므로, 케이블요소의 강성행렬은 회전자유도에 대응하는 강성값은 영이 되도록 확장시켜 프레임요소의 강성행렬과 더하게 된다.

앞서 구한 다절점 케이블요소에 대한 이해를 돕기 위해서 그림 6(a) 및 6(b)와 같이 슬라이딩을 허용하는 케이블요소를 포함하는 IPS 띠장을 생각한다. 식 (16)-(20)을 고려하여 3절점 및 4절점 케이블요소의 강도행렬 K_C 의 구체적인 결과식은 각각 식 (21), (22)와 같다.

$$\frac{L}{E_c A_c} K_C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} V_1^2 & \frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_2 & \frac{1}{2} V_1 \cdot (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_2) & \frac{1}{2} V_1 \cdot (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & -\frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_1 & -\frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_2 \\ \frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_1 & \frac{1}{2} V_2^2 & \frac{1}{2} V_2 \cdot (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_2 \cdot (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & -\frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_1 & -\frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_2 \\ (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1)^2 & (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) \cdot (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & \frac{1}{2} V_1 \cdot (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_1 \cdot (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_1 & \frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_2 \\ (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2)^2 & \frac{1}{2} V_2 \cdot (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & \frac{1}{2} V_2 \cdot (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_2 \cdot (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & \frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_1 & \frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_2 \\ & & & & \frac{1}{2} V_1^2 & \frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_1 \\ & & & & & \frac{1}{2} V_2^2 \end{bmatrix} \quad (21)$$

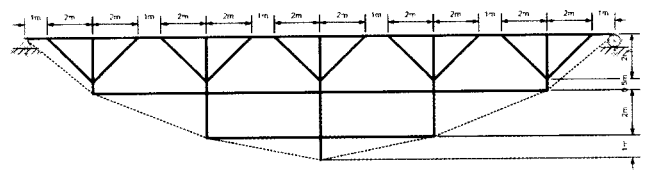
$$\frac{L}{E_c A_c} K_C = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} V_1^2 & \frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_2 & \frac{1}{2} V_1 (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_1 (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & -\frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_1 & -\frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_2 \\ \frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_1 & \frac{1}{2} V_2^2 & \frac{1}{2} V_2 (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_2 (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & -\frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_1 & -\frac{1}{2} V_2 \cdot \frac{1}{2} V_2 \\ (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1)^2 & (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & \frac{1}{2} V_1 (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_1 (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_2) \\ (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2)^2 & (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & \frac{1}{2} V_2 (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_2 (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) \\ & & (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1)^2 & (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) & \frac{1}{2} V_1 (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_1) & \frac{1}{2} V_1 (\frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{2} V_2) \\ & & & & (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2)^2 & \frac{1}{2} V_2 (\frac{1}{2} V_2 - \frac{1}{2} V_2) \\ & & & & & \frac{1}{2} V_1^2 & \frac{1}{2} V_1 \cdot \frac{1}{2} V_2 \\ & & & & & & \frac{1}{2} V_2^2 \end{bmatrix} \quad (22)$$

4. 해석예

본 장에서는 3장에서 제시한 유한요소 정식화 과정에 대한 이론적 타당성을 검증하기 위하여 유한요소 프로그램을 개발

하여 그 결과를 2장의 유연도법의 결과와 비교한다. 해석대상으로 그림 7과 같이 일반적인 1-POST~5-POST의 IPS 시스템을 선택하였다. 해석에 사용된 체원은 다음과 같으며, 각각의 지간장 L_i 는 그림 7에 표시되어 있다.

$E = 2.1 \times 10^7 t/m^2$,
 $A = 0.01198 m^2$,
 $I = 0.000204 m^4$, $E_c A_c = 164933 t$, $w = 20 t/m$



(e) 5-POST 시스템 ($L_b = 26m$)

그림 7. 일반적인 IPS 시스템

그림 8과 같이 전체 구간에 걸쳐 등분포하중이 작용하는 IPS 시스템에 대해서 1-POST~5POST까지의 결과를 유연도법에 의한 결과와 비교하여 결과를 표 1에 나타내었다.

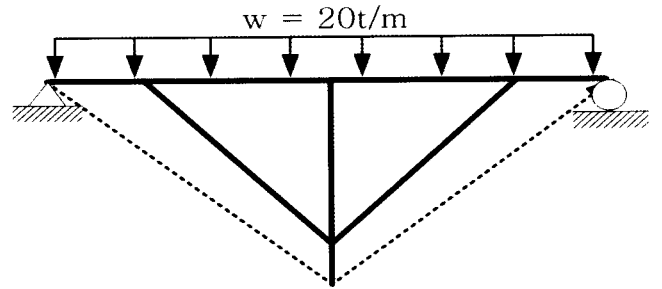
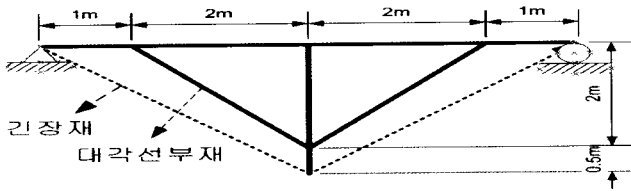
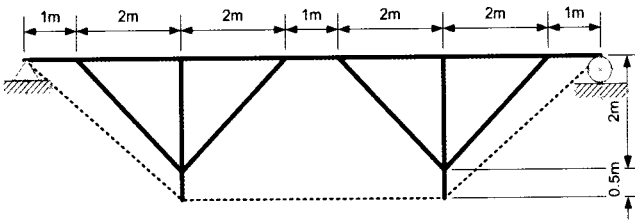


그림 8. 등분포하중 $20t/m$ 를 받는 1-POST IPS시스템

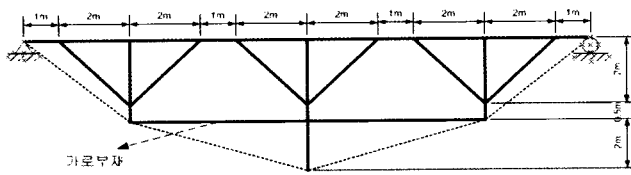
해석결과 케이블에 발생한 ΔX 의 크기가 유한요소해석결과와 유연도법에 의한 해석결과가 $-2.02 \sim 4.5\%$ 에 불과한 것으로 나타났으며, 이는 본 유한요소해석결과가 상당히 정확한 해석임을 보여주는 것으로 사료된다.



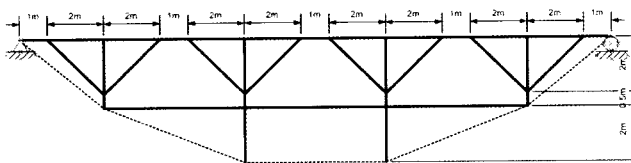
(a) 1-POST 시스템 ($L_b = 6m$)



(b) 2-POST 시스템 ($L_b = 11m$)



(c) 3-POST 시스템 ($L_b = 16m$)



(d) 4-POST 시스템 ($L_b = 21m$)

표 1. 등분포하중을 받는 IPS시스템의 유연도법과 FEM 해석의 비교

종류	$^oL(m)$	$\delta_{11}(m)$	$\delta_{1p}(m)$	ΔX (ton)		차이(%)
				유연도법	This Study (FEM)	
1-POST	7.810	-0.00018	0.013109	57.659	58.825	-2.02
2-POST	12.810	-0.00266	0.31864	116.391	111.158	4.5
3-POST	18.581	-0.00034	0.07062	156.013	155.992	0.01
4-POST	23.581	-0.00042	0.12493	221.912	218.153	1.69
5-POST	28.779	-0.00050	0.20047	298.599	292.222	2.14

또한, 그림 9과 같이 전체 지간의 1/2에 대해서 편심분포 하중 $20t/m$ 를 받는 시스템의 경우에 대해서도 조사하였다.

그 결과를 표 2에 수록하였으며 이에 대해 본 유한요소해석 결과와 유연도법에 의한 결과의 차이가 $-2.09 \sim 2.46\%$ 사이

에 있음을 알 수 있다.

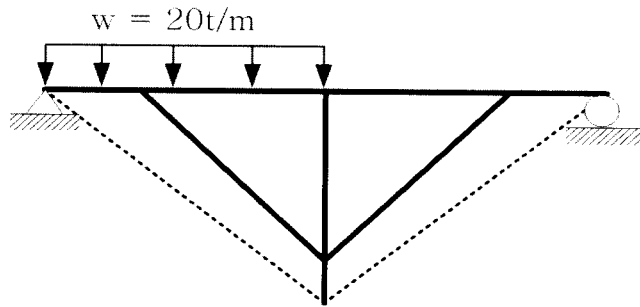


그림 9. 편심분포하중 20t/m를 받는 1-POST IPS시스템

표 2. 편심분포하중 20t/m를 받는 IPS 시스템의 유연도법과 FEM 해석의 비교

종류	oL (m)	δ_{11} (m)	δ_{1p} (m)	ΔX (ton)		차이 (%)
				유연도법	This Study (FEM)	
1-POST	7.8100	-0.00018	0.0066	28.81	29.41	-2.09
2-POST	12.810	-0.00266	0.1676	61.20	59.69	2.46
3-POST	18.581	-0.00034	0.0352	77.72	78.00	-0.36
4-POST	23.581	-0.00042	0.0620	110.20	109.76	0.40
5-POST	28.779	-0.00050	0.0992	147.71	146.11	1.09

한편, 범용유한요소 해석프로그램의 경우 본 논문에서 설명하는 슬라이딩을 고려하는 케이블요소가 없으므로 검증을 위해 일반적인 트러스-케이블요소로 대체하여 해석하였다. 이와 같은 트러스-케이블 요소의 경우 케이블이 설치된 구간마다 각각의 트러스의 장력이 다르므로 본 연구의 결과와 비교하기 위해서 트러스-케이블요소에 발생하는 장력의 평균을 취하여 비교 하였다. 표 3은 범용유한요소해석 프로그램인 MIDAS와 본 연구의 해석결과를 비교 분석한 것이다.

표 3에서 보는바와 같이 등분포 및 편심분포 하중을 받는 1-POST ~ 5POST의 IPS 시스템의 ΔX 의 차가 등분포하중을 받는 IPS 시스템의 경우 -10.42 ~ 9.69%가 발생하였고, 편심분포하중을 받는 경우 0.44 ~ 6.00%가 발생하였다. 이는 앞서 언급한 바와 같이 범용프로그램의 경우 케이블의 슬라이딩을 허용하지 않고 본 연구에서는 마찰을 무시하여 슬라이딩을 허용하기 때문에 차이가 비교적 크게 발생한 것으로 사료된다.

특히 등분포하중을 받는 경우의 1-POST 시스템의 경우 MIDAS의 해석결과와 본 연구의 해석결과가 일치하는 것을 볼 수 있다. 이는 2절점 케이블-트러스 요소와 범용 유한요소해석에서 사용되는 2절점 트러스가 같은 원리에서 기인됨

으로 인한다.

표 3. IPS시스템에 대한 본 연구의 결과 및 범용유한요소해석 프로그램의 결과 비교
(범용유한요소해석 프로그램의 해석결과는 평균값)

종류	등분포하중			편심분포하중		
	This Study (FEM)	MIDAS	차이 (%)	This Study (FEM)	MIDAS	차이(%)
1-POST	58.825	58.825	0.00	31.292	29.413	6.00
2-POST	111.158	122.745	-10.42	63.788	61.160	4.12
3-POST	155.992	150.877	3.28	79.081	75.438	4.61
4-POST	218.153	218.148	0.00	114.132	109.074	4.43
5-POST	292.222	263.897	9.69	132.532	131.948	0.44

5. 결론

본 논문에서는 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소를 새로이 제시하였다. 이를 위해서 먼저 2절점 케이블-트러스 요소에 대해 요약하고 이후 슬라이딩을 허용하는 다절점 케이블요소에 대한 유한요소 정식화 과정을 제시하였다. 제시된 유한요소 정식화 과정을 포함하고 3차원 Hermitian 다항식을 형상함수로 채택하여 유도된 보-기둥 부재와 결합하여 유한요소해석 프로그램을 개발하고 이에 대한 유한요소 해석결과와 유연도법에 의한 해석결과를 비교하여 본 논문의 신뢰성을 입증하고자 하였다. 또한 기존의 범용유한요소해석프로그램에서 제시되는 일반적인 트러스요소의 해석결과와도 비교하였다. 이로부터 본 연구에서 제시한 슬라이딩을 포함하는 다절점 케이블-트러스 요소에 대한 결론을 다음과 같이 제시한다.

- (1) 20t/m의 등분포가 시간전체에 작용하는 경우와 시간의 절반에 동일한 하중이 분포하는 1-POST~5POST의 IPS 시스템에 대해 유연도법과 본 연구의 유한요소법에 의한 해석결과를 비교할 때 케이블의 장력 증가량 ΔX 가 등분포하중을 받는 경우 -2.02 ~ 4.5%의 차이가 발생했으며, 편심분포하중을 받는 경우 -2.09~2.46%로 확인되어 비교적 잘 일치 하는 것을 확인하였다.
- (2) 등분포 및 편심분포 하중을 받는 1-POST~5POST의 IPS 시스템의 ΔX 에 대해서 본 연구의 유한요소 해석결과와 MIDAS의 해석결과를 비교하였다. 그 결과 등분포 하중에 대해서 -10.42~9.69%가 발생하

였고, 편심분포하중을 받는 경우 0.44~ 6.0%가 발생하였다. 이는 MIDAS의 경우 케이블의 슬라이딩을 허용하지 않고 따라서 각 케이블의 장력에 대한 평균 값을 선택해서 본 연구에서 제시한 슬라이딩을 허용한 경우와 해석결과의 차이가 크게 발생하는 것으로 사료된다.

- (3) 본 연구에서는 선형 탄성범위 내에서 슬라이딩을 허용한 케이블-트러스요소에 대해서 고려하였으며 케이블의 곡절이 발생하는 앵커부분에 대한 마찰을 무시하였다. 실제로는 앵커부분의 마찰이 존재하므로 이를 고려할 경우 실제 구조물에 좀 더 가까운 해석이 가능할 것으로 사료되는바 이에 대한 연구가 필요할 것으로 사료된다.

감사의 글

본 연구는 한국과학재단 목적기초사업비(과제번호 : R01-2003-000-11630-0)지원 및 한국과학재단의 특정기초연구(R01-2002-000-00265-0)사업에 의하여 수행되었으며 이에 깊은 감사를 드립니다.

참 고 문 헌

김문영, 장승필, 공간 트러스 구조물의 기하적 비선형 유한요소해석, 한국 강구조학회 논문집, 제 2권, 2호, 1990, pp. 164-174.

- 양동석, 임상훈, 박선규, 외부 긴장된 H형 보의 휨거동 특성”, 한국강구조학회 논문집, 제 14권 1호, 2002, pp. 79-85
- 한만엽, 김문영, 김성보, 민병철, 이영생, 혁신적 프리스트레스트 가시설 공법 연구 보고서, 아주대학교 토목기술연구소, 2003, pp. 1~307.
- 한만엽, 김성보, 김문영, 김낙경, 지태석, 혁신적 프리스트레스트 가시설(IPS)공법에 적용되는 띠장의 설계 및 해석” 전산구조공학회, 2005 (인쇄중)
- Virlogeux, M. P., Nonlinear Analysis of Externally Prestressed Structures, *Proceedings of the FIP Symposium, Jerusalem, Setp. 4-9, 1990* pp. 318-340
- M. S. Troitsky, D. Sc, Prestressed Steel Bridges Theory and Design, VAN NOSTRAND REINHOLD, N. Y., 1990
- Ramos, G. and Aparicio, A. C., Ultimate Analysis of Monolithic and Segmental Externally Prestressed Concrete Bridges, ASCE, *The Journal of Bridge Engineering*, Vol. 1, No. 1, 1996, pp. 10-17
- Rao, P. S. and Mathew, G., Behavior of Externally Prestressed Concrete Beams with Multiple Deviators, ACI, *Structural Journal*, Vol. 93, No. 4, 1996, pp. 387-396
- (접수일자 : 2005. 3. 14 / 심사일 2005. 3. 24 / 심사완료일 2005. 8. 10)