

# 주파수 전달함수 합성법에 의한 모델 축소 및 PID 제어기 설계

論 文

54P-1-6

## A Model Reduction and PID Controller Design Via Frequency Transfer Function Synthesis

金周植<sup>†</sup> · 郭明信<sup>\*</sup> · 金鍾根<sup>\*\*</sup> · 全炳錫<sup>\*\*</sup> · 鄭秀鉉<sup>\*\*\*</sup>

(Ju-Sik Kim · Myung-Shin Kwag · Jong-Gun Kim · Byeong-Seok Jeon · Su-Hyun Jeong)

**Abstract** - This paper presents a frequency transfer function synthesis for simplifying a high-order model with time delay to a low-order model. A model reduction is based on minimizing the error function weighted by the numerator polynomial of reduced systems. The proposed method provides better low frequency fit and a computer aided algorithm. And in this paper, we present a design method of PID controller for achieving the desired specifications via the reduced model. The proposed method identifies the parameter vector of PID controller from a linear system that develops from rearranging the two dimensional input matrices and output vectors obtained from the frequency bounds.

**Key Words** : model reduction, PID controller, frequency transfer function synthesis, total least square

### 1. 서 론

PID 제어기는 구조가 간단하며, 쉽게 구현될 수 있기 때문에 산업적으로 가장 널리 이용되고 있다. PID 제어기의 구현을 위해서는 플랜트의 특성에 따라 PID 파라미터를 최적으로 설정하기 위한 동조방법이 반드시 뒷받침되어야 한다. 이와 같은 필요성에 따라 1942년에 Ziegler-Nichols 한계감도법과 계단응답법을 시작으로 개량형 한계감도법과 또 다른 종류의 계단응답법, 유리전달함수에 기초하는 방법 및 주파수응답법 등이 발표되었고, 자동동조, 전문가 시스템 및 퍼지 알고리즘 등을 적용한 다양한 PID 동조방법들이 연구되고 있다. 그러나 이러한 수많은 연구에도 불구하고 대부분의 PID 제어기들은 실제적으로 빈약한 동조성능을 보이고 있다. 그 주요원인은 대부분의 동조방법들이 1차 및 2차의 모델과 같은 특별한 플랜트와 상황에 대해 유도되어 그 자신의 영역에서만 잘 적용되기 때문이다. 또한 일반적인 무차원 플랜트와 상황에 대해 유도된 경우도 복잡한 계산과 재동조의 문제점을 가지고 있다. 따라서 일반적인 선형공정에 대하여 전반적으로 우수한 제어성능을 보장하기 위해서는 제어대상인 플랜트의 동특성을 충분히 표현할 수 있도록 저차 축소모델을 구한 후, 그 수학적 모델로부터 PID 제어기가 설계되어야만 한다. 즉, PID 제어기를 포함한 시스템의 해석과 설계에 있어서 선행되어야 하는 과제 중 하나는 고려된 성능사양을 만족하는 제어

기를 보다 쉽게 구현하기 위해서 고차의 동적모델을 저차모델로 근사화하는 것이다. 이때 간소화된 저차의 축소모델은 본래 고차모델의 특성을 가능한 유지하여야 한다[1-7].

이와 같은 필요성 때문에 Wang 등은 주파수영역에서 고차모델과 축소모델의 Nyquist 선도가  $-\pi/2$  및  $-\pi$  점에서 일치되도록 시간지연을 포함하는 2차 축소모델을 구하는 방법을 제시하고, 이 축소모델을 이용하여 고차 및 저차 그리고 시간지연을 고려하는 공정의 효율적인 PID 제어기 설계방법을 제시하였다[5]. 그러나 이 방법은 일반적으로 대부분의 공정에서는 우수한 특성을 보이지만, 특정한 주파수만을 고려하기 때문에 원래의 고차모델의 차수가 클수록 고려되지 않은 Nyquist 선도에서 오차가 발생한다. 또한 해를 구하기 위해서 비선형방정식이 주어지며, Newton-Raphson 반복법을 이용함으로써 계산량이 증가하게 된다. 또한 동조과정에서 파라미터 값을 선정할 때, 축소모델이 지연항을 포함하지 않거나, 작은 경우에는 적용할 수 없다. 축소문제에 대한 개선을 위해서  $0, -\pi/2, -\pi, 3\pi/2$ 의 네 점을 고려하는 축소방법이 제안되었다[6,7]. 그러나 이 방법도 1형 이상의 시스템과 같이 각 점을 통과하지 않는 모델에 대해서는 적용이 어려우며, 해결방법으로 확장된 방식을 제시하였지만, 반복적인 연산과정을 포함하기 때문에 계산량이 증가하게 된다.

본 논문에서는 위와 같은 문제점들을 해결하기 위해서 시간지연을 갖는 고차모델의 주파수응답으로부터 간소화된 저차모델의 주파수 전달함수를 합성하는 일반적인 방식을 제안한다. 그리고 일반화된 저차 축소모델의 표현식으로부터 PID 제어기에 대한 주파수 전달함수 합성법을 제안하고, 제안된 방식으로부터 최적의 PID 파라미터를 추정하였다. 제안된 모델축소법은 반복과정이 필요 없는 공식화된 관계식을 포함하기 때문에 간단한 연산에 의해 모델축소를 성취할 수 있다. 또한 제안된 PID 제어기 설계방법은 주어진 주파수 경계조건에 맞는 PID 제어기를 포함한 루프 주파수 전달함수의 합성

<sup>†</sup> 교신저자, 正會員 : 特許廳 電氣電子審査局 審査官·工博  
E-mail : kimjusik@kipo.go.kr

<sup>\*</sup> 正會員 : 中小企業廳

<sup>\*\*</sup> 正會員 : 忠北大 電氣工學科 工博

<sup>\*\*\*</sup> 正會員 : 大元科學大學 電氣科 副教授·工博

接受日字 : 2004年 8月 24日

最終完了 : 2005年 2月 17日

을 위해서 선형화된 식별을 수행할 수 있는 표현식을 유도하고, 이 관계식으로부터 PID 파라미터 벡터에 대한 최소 정규해를 추정하는 방식이다. 이 방법은 일반화된 표현식을 갖기 때문에 컴퓨터를 이용한 자동화 설계방식으로 활용될 수 있다. 제안된 축소방법에 대한 효율성과 우수성을 설명하기 위해서 본 논문에서는 세 개의 예제를 다루며, 이 예제에 대한 시뮬레이션 결과에서 기존의 방법들과 비교한다.

## 2. 주파수 전달함수합성에 의한 모델 축소

시간지연을 포함한 고차모델의 주파수응답으로부터 간소화된 저차모델의 계수값들과 지연시간을 결정하기 위해 다음과 같은 고차의 주파수 전달함수  $G_H(j\omega)$ 와 저차의 주파수 전달함수  $G_L(j\omega)$ 를 고려하자.

$$G_H(j\omega) = G_{H_0}(j\omega)e^{-j\omega T_H} = |G_{H_0}(j\omega)| [\cos\{\Phi_{H_0}(\omega) - \omega T_H\} + j\sin\{\Phi_{H_0}(\omega) - \omega T_H\}] \quad (1)$$

$$G_L(j\omega) = G_{L_0}(j\omega)e^{-j\omega T_L} = \frac{d_0}{\sum_{h=0}^{n_i} c_h(j\omega)^h} e^{-j\omega T_L} \approx \frac{-j\omega T_L d_0 + d_0}{\sum_{h=0}^{n_i} c_h(j\omega)^h} \quad (2)$$

여기서,  $|G_{H_0}(j\omega)|$ 와  $\Phi_{H_0}(\omega) - \omega T_H$ 는 고차모델의 이득과 위상응답이다.

식 (1)의 이득과 위상응답 그리고 계수들은 기지의 값이며, 제안된 주파수 전달함수 합성에 의한 간소화는 분모다항식에 대한 가중에 의해서 나타나는 편의[8]를 해결하기 위한 다음과 같은 오차관계와 두 시스템의 직류이득을 등가로 고려한 조건하에서 식 (2)의 분모다항식의 계수값들을 결정하는 방법이다.

$$\varepsilon = \frac{1}{G_H(j\omega)} - \frac{\sum_{h=0}^{n_i} c_h(j\omega)^h}{-j\omega T_L d_0 + d_0}$$

식 (1)의 주파수응답과 위의 조건식으로부터 고려된 주파수 범위에서  $i$ 번째 주파수  $\omega_i$ 에 대해 식 (2)는 다음과 같이 표현할 수 있고,

$$\sum_{h=0}^{n_i} c_h(j\omega_i)^h + j\omega_i T_L d_0 (M_i + jN_i) = (d_0 M_i - c_0) + j d_0 N_i \quad (3)$$

여기서,  $c_0$ 와  $d_0$ 는 각각 고차모델의 최저차항의 계수값과 같고,  $M_i$ 와  $N_i$ 는 각각 다음과 같이 주어진다.

$$M_i = \frac{\cos\{\Phi_{H_0}(\omega_i) - \omega_i T_H\}}{|G_{H_0}(j\omega_i)|} \quad (4)$$

$$N_i = -\frac{\sin\{\Phi_{H_0}(\omega_i) - \omega_i T_H\}}{|G_{H_0}(j\omega_i)|} \quad (5)$$

식 (3)에서  $n_i$ 이 짝수일 때는  $u = \frac{n_i}{2}$ ,  $v = \frac{n_i}{2} - 1$ , 홀수일 때에는  $u = v = \frac{n_i - 1}{2}$ 로 정의하면, 식 (3)의  $\sum_{h=0}^{n_i} c_h(j\omega_i)^h$ 를 다음과 같은 일반식으로 정리할 수 있다.

$$\sum_{h=0}^{n_i} c_h(j\omega_i)^h = \sum_{x=1}^u (-1)^x c_{2x} \omega_i^{2x} + j \sum_{\delta=0}^v (-1)^\delta c_{2\delta+1} \omega_i^{2\delta+1} \quad (6)$$

그리고 식 (6)을 식 (3)에 대입하고, 실수부와 허수부로 각각 구분하여 정리하면 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{x=1}^u (-1)^x c_{2x} \omega_i^{2x} - \omega_i T_L d_0 N_i = d_0 M_i - c_0 \quad (7)$$

$$\sum_{\delta=0}^v (-1)^\delta c_{2\delta+1} \omega_i^{2\delta+1} - \omega_i T_L d_0 M_i = d_0 N_i \quad (8)$$

여기서, 식 (7)과 (8)의 각 항들을 다음과 같이 정의하면,

$$\mathbf{p}_{Ri}^{even} = [-\omega_i^2, \omega_i^4, -\omega_i^6, \dots, (-1)^u \omega_i^{2u}]$$

$$\mathbf{p}_{Li}^{odd} = [\omega_i, -\omega_i^3, \omega_i^5, \dots, (-1)^v \omega_i^{2v+1}]$$

$$\mathbf{c}^{even} = [c_2, c_4, c_6, \dots, c_{2u}]^T$$

$$\mathbf{c}^{odd} = [c_1, c_3, c_5, \dots, c_{2v+1}]^T$$

다음과 같은 일차연립방정식을 구성할 수 있고,

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{Ri}^{even} & \mathbf{0} & -d_0 \omega_i N_i \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{Li}^{odd} & d_0 \omega_i M_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{even} \\ \mathbf{c}^{odd} \\ T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 M_i - c_0 \\ d_0 N_i \end{bmatrix} \quad (9)$$

$N$ 개의 이득 및 위상응답을 고려하면 식 (9)로부터 다음과 같은 과잉결정된 일차연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p}_{R1}^{even} & \mathbf{0} & -d_0 \omega_1 N_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{p}_{Ri}^{even} & \mathbf{0} & -d_0 \omega_i N_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{p}_{RN}^{even} & \mathbf{0} & -d_0 \omega_N N_N \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{L1}^{odd} & d_0 \omega_1 M_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{Li}^{odd} & d_0 \omega_i M_i \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{p}_{LN}^{odd} & d_0 \omega_N M_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{c}^{even} \\ \mathbf{c}^{odd} \\ T_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 M_1 - c_0 \\ \vdots \\ d_0 M_i - c_0 \\ \vdots \\ d_0 M_N - c_0 \\ \vdots \\ d_0 N_1 \\ \vdots \\ d_0 N_i \\ \vdots \\ d_0 N_N \end{bmatrix} \quad (10)$$

그러면 저차 축소모델의 주파수 전달함수에 대한 미지의 계수벡터 즉, 식 (10)의 해를 최소자승(least square) 또는 완전 최소자승(total least square)법에 의해서 구할 수 있다[9,10].

## 3. 주파수 전달함수합성에 의한 PID 제어기 설계

기준모델에 대한 주파수응답 또는 설계사양에 강인제어이

론을 적용하여 얻은 주파수 경계조건으로부터 그림 1과 같은 구성을 갖는 시스템에서 PID 제어기의 주파수 전달함수를 합성하기 위해 다음과 같이 2장에서 제안된 방법에 의해 구해진 축소모델  $G_L(j\omega)$ 와 PID 제어기  $C(j\omega)$ 를 고려하자.

$$G_L(j\omega) = \frac{d_0}{\sum_{h=0}^{n_l} c_h(j\omega)^h} e^{-jT_L\omega} \approx \frac{\sum_{g=0}^m b_g(j\omega)^g}{\sum_{h=0}^n a_h(j\omega)^h} \quad (11)$$

$$C(j\omega) = K_P - j\frac{1}{\omega} K_I + j\omega K_D \quad (12)$$

여기서,  $n = m + n_l$ 이고,  $m$ 차 Pade 근사의 결과이다. 또한  $K_P, K_I, K_D$ 는 각각 비례이득, 적분이득, 미분이득이며, 식 (11)의 분모 및 분자다항식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\sum_{h=0}^n a_h(j\omega_i)^h = \sum_{v=0}^u (-1)^v a_{2v}\omega_i^{2v} + j \sum_{\delta=0}^q (-1)^\delta a_{2\delta+1}\omega_i^{2\delta+1} \quad (13)$$

$$\sum_{g=0}^m b_g(j\omega_i)^g = \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha}\omega_i^{2\alpha} + j \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1}\omega_i^{2\beta+1} \quad (14)$$

여기서, 지수  $p, q, u, v \geq 0$ 는  $m$ 과  $n$ 이 짝수일 때  $p = \frac{m}{2}, q = \frac{m}{2} - 1, u = \frac{n}{2}, v = \frac{n}{2} - 1$ 이고, 홀수일 때  $p = q = \frac{m-1}{2}, u = v = \frac{n-1}{2}$ 이다.

그리고 그림 1로부터 PID 제어기를 포함한 루프 주파수 전달함수  $L(j\omega) = C(j\omega)G_L(j\omega)$ 는 다음과 같다.

$$L(j\omega) = \left( K_P - j\frac{1}{\omega} K_I + j\omega K_D \right) \frac{\sum_{g=0}^m b_g(j\omega)^g}{\sum_{h=0}^n a_h(j\omega)^h} \quad (15)$$

$$= |L(j\omega)| \cos\phi(\omega) + j |L(j\omega)| \sin\phi(\omega)$$

여기서,  $|L(j\omega)|$ 와  $\phi(\omega)$ 는 설계사양으로 주어진 주파수 경계조건에 의득과 위상응답이다.

2장에서와 마찬가지로 전달함수 합성에서 분모다항식에 대한 가중에 의해서 나타나는 편의를 해결하기 위해서 임의의 주파수  $\omega_i$ 에서 식 (15)의 경계조건  $L(j\omega_i)$ 와 합성된 전달함수의 오차관계를 다음과 같이 정의하면,

$$\varepsilon_i = \frac{1}{L(j\omega_i)} - \frac{\sum_{h=0}^n a_h(j\omega_i)^h}{\sum_{g=0}^m b_g(j\omega_i)^g \left( K_P - j\frac{1}{\omega_i} K_I + j\omega_i K_D \right)}$$

식 (15)는 다음과 같이 정리되고,

$$\sum_{h=0}^n a_h(j\omega_i)^h = \sum_{g=0}^m b_g(j\omega_i)^g \cdot \left( K_P - j\frac{1}{\omega_i} K_I + j\omega_i K_D \right) \cdot \left\{ \frac{\cos\phi(\omega_i)}{|L(j\omega_i)|} - j \frac{\sin\phi(\omega_i)}{|L(j\omega_i)|} \right\} \quad (16)$$

식 (13)과 (14)를 식 (16)에 대입하여 다음과 같이 각각 정의하면,

$$K_{Pi}^{real} = \frac{1}{|L(j\omega_i)|} \left\{ \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha}\omega_i^{2\alpha} \cos\phi(\omega_i) + \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1}\omega_i^{2\beta+1} \sin\phi(\omega_i) \right\}$$

$$K_{Pi}^{imag} = -\frac{1}{|L(j\omega_i)|} \left\{ \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha}\omega_i^{2\alpha} \sin\phi(\omega_i) - \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1}\omega_i^{2\beta+1} \cos\phi(\omega_i) \right\}$$

$$K_{Di}^{real} = -\frac{1}{\omega_i |L(j\omega_i)|} \left\{ \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha}\omega_i^{2\alpha} \sin\phi(\omega_i) - \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1}\omega_i^{2\beta+1} \cos\phi(\omega_i) \right\}$$

$$K_{Di}^{imag} = -\frac{1}{\omega_i |L(j\omega_i)|} \left\{ \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha}\omega_i^{2\alpha} \cos\phi(\omega_i) + \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1}\omega_i^{2\beta+1} \sin\phi(\omega_i) \right\}$$

$$K_{Di}^{real} = \frac{\omega_i}{|L(j\omega_i)|} \left\{ \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha}\omega_i^{2\alpha} \sin\phi(\omega_i) - \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1}\omega_i^{2\beta+1} \cos\phi(\omega_i) \right\}$$

$$K_{Di}^{imag} = \frac{\omega_i}{|L(j\omega_i)|} \left\{ \sum_{\alpha=0}^p (-1)^\alpha b_{2\alpha}\omega_i^{2\alpha} \cos\phi(\omega_i) + \sum_{\beta=0}^q (-1)^\beta b_{2\beta+1}\omega_i^{2\beta+1} \sin\phi(\omega_i) \right\}$$

다음과 같은 행렬형태의 선형 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{Pi}^{real} & K_{Di}^{real} & K_{Di}^{imag} \\ K_{Pi}^{imag} & K_{Di}^{imag} & K_{Di}^{real} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_P \\ K_I \\ K_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{v=0}^u (-1)^v a_{2v}\omega_i^{2v} \\ \sum_{\delta=0}^q (-1)^\delta a_{2\delta+1}\omega_i^{2\delta+1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

그리고  $N$ 개의 주파수 경계조건을 고려하면 식 (17)로부터 식 (10)과 같은 유형의 연립방정식을 얻을 수 있다.

$$\begin{bmatrix} K_{P1}^{real} & K_{D1}^{real} & K_{D1}^{imag} \\ K_{P1}^{imag} & K_{D1}^{imag} & K_{D1}^{real} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{Pi}^{real} & K_{Di}^{real} & K_{Di}^{imag} \\ K_{Pi}^{imag} & K_{Di}^{imag} & K_{Di}^{real} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ K_{PN}^{real} & K_{DN}^{real} & K_{DN}^{imag} \\ K_{PN}^{imag} & K_{DN}^{imag} & K_{DN}^{real} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} K_P \\ K_I \\ K_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{v=0}^u (-1)^v a_{2v}\omega_1^{2v} \\ \sum_{\delta=0}^q (-1)^\delta a_{2\delta+1}\omega_1^{2\delta+1} \\ \vdots \\ \sum_{v=0}^u (-1)^v a_{2v}\omega_i^{2v} \\ \sum_{\delta=0}^q (-1)^\delta a_{2\delta+1}\omega_i^{2\delta+1} \\ \vdots \\ \sum_{v=0}^u (-1)^v a_{2v}\omega_N^{2v} \\ \sum_{\delta=0}^q (-1)^\delta a_{2\delta+1}\omega_N^{2\delta+1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

식 (18)에 대한 해를 얻기 위해서 2장에서와 마찬가지로 최소자승법 또는 완전최소자승법을 이용할 수 있으며, 본 논문에서는 특이값 분해와 Householder 변환을 이용한 일반화된 완전최소자승법을 적용하여 식 (10)과 (18)의 최소 정규해를 구한다[9,10].

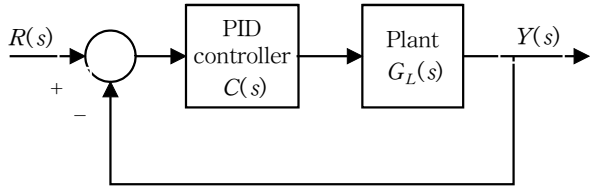


그림 1 PID 제어계  
Fig. 1 PID control system

4. 시뮬레이션 및 결과

본 장에서는 세 개의 예제를 고려한다[5]. 시간지연을 가지면서 진동이 없는 고차공정과 진동하는 공정, 그리고 시간지연이 없는 고차공정을 2차 모델로 축소한 예에 기존 방법들 [5,6]과 2장에서 제안된 방법을 적용한 결과를 비교한다. 그리고 이 축소모델에 Wang의 방법[5]과 3장의 PID 설계방법을 각각 적용하여 제안된 방식의 유용성과 우수성을 검증한다.

4.1 예제 1

먼저 다음과 같은 진동이 없는 고차공정을 고려하자.

$$G_H(s) = \frac{1}{(s+1)(s+5)^2} e^{-0.5s} \quad (19)$$

기존 방법들의 축소모델과 2장에서 제안된 방법을 이용한 2차 축소모델은 각각 다음과 같다.

$$G_L^{Wang} = \frac{1}{7.724s^2 + 32.317s + 25.220} e^{-0.606s} \quad (20)$$

$$G_L^{Hwang}(s) = \frac{1}{6.8622s^2 + 32.1506s + 25.0632} e^{-0.6072s} \quad (21)$$

$$G_L^{Kim}(s) = \frac{1}{10.313s^2 + 33.514s + 25.000} e^{-0.5566s} \quad (22)$$

각각의 방식에 대한 평가방법으로 임의의 주파수범위에서 고차모델과 저차화된 2차 모델의 주파수응답으로부터 일정 간격의 이득 및 위상변화에 대한 절대오차의 일차결합 합과 임의의 시간범위에서 단위계단응답에 대한 일정 간격의 절대오차의 합을 고려하며, 그 결과를 표 1에 나타내었다. 여기서,  $S_1$ 은  $10^{-5} \leq \omega \leq 10^1$  [rad/sec]의 범위에서 100개의 데이터에 대한 실수부 및 허수부의 오차에 대한 절대합의 평가결과이고,  $S_2$ 는  $0 \leq t \leq 40$  [sec]의 범위에서 0.05 [sec]의 간격으로 주어진 출력들의 오차에 대한 절대오차합이다. 그림 2의 (a)와 (b)는 식 (19)~(22)의 주파수응답과 시간응답이며, 이 그림들에서 실선은 원래의 고차모델이고, 점선은 식 (20), 일점쇄선은 식 (21)의 결과를 각각 나타낸다. 그리고 쇄선은 제안된 방법에 완전최소자승법을 적용한 식 (22)의 결과이다. 이 결과들로부터 제안된 합성법에 의한 모델축소방법이 기존의 방식들보다 우수한 특성을 나타내고 있음을 알 수 있다.

식 (20)을 이용한 Wang 등의 방법에 의해 설계된 PID 제어기는 다음과 같다.

$$C^{Wang}(s) = 26.995 + \frac{21.067}{s} + 6.452s \quad (23)$$

그리고 기존 방법과의 비교를 위해  $10^{-3} \leq \omega \leq 10^2$  [rad/sec]의 범위에서 Wang 등의 결과에 대한루프전달함수의 주파수응답을 경계조건으로 설정하여 식 (22)의 축소모델과 3장에서 제안된 방법을 이용하면 다음 PID 제어기를 얻을 수 있다.

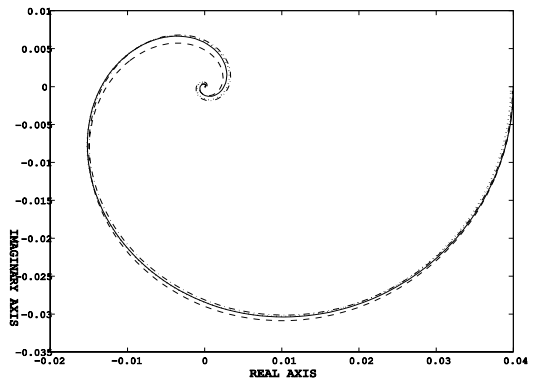
$$C^{Kim}(s) = 27.944 + \frac{20.900}{s} + 7.243s \quad (24)$$

그림 2의 (c)는 단위궤환시스템을 구성하여 식 (23)과 (24)의 PID 제어기를 원래의 고차공정인 식 (19)에 적용한 결과이다. 여기서, 일점쇄선은 식 (23)에 의한 결과이며, 실선은 본 논문에서 제안된 식 (24)에 의한 결과이다. 또한 수치적인 검증을 위해 백분율 오버슈트를 고려하였으며, 표 1에 나타내었다. 이 그림과 표로부터 제안된 방법에 의해 설계된 제어기가 Wang의 방식보다 우수한 결과를 나타냄을 알 수 있다.

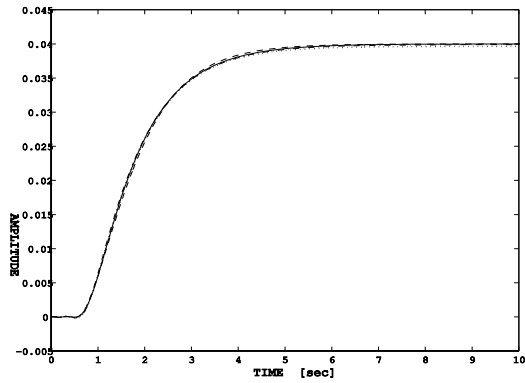
표 1 시뮬레이션 결과

Table 1 Simulation Results

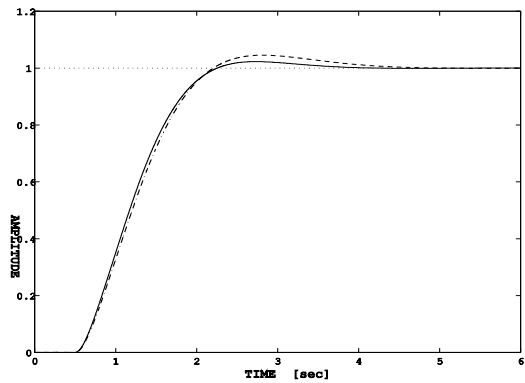
Ex.	Method	$S_1$	$S_2$	Percent Overshoot
1	Wang's method	$3.4052 \times 10^{-2}$	$2.5676 \times 10^{-1}$	4.5556
	Hwang's method	$2.7005 \times 10^{-2}$	$8.6177 \times 10^{-2}$	-
	proposed method	$2.4978 \times 10^{-2}$	$2.9393 \times 10^{-2}$	2.2977
2	Wang's method	$2.6451 \times 10^0$	$2.0236 \times 10^1$	0.6804
	Hwang's method	$1.4674 \times 10^0$	$4.0875 \times 10^0$	-
	proposed method	$5.9932 \times 10^{-1}$	$1.4497 \times 10^0$	0.0517
3	Wang's method	$3.9977 \times 10^0$	$2.3925 \times 10^1$	4.8027
	Hwang's method	$2.2869 \times 10^0$	$1.1948 \times 10^1$	-
	proposed method	$1.4281 \times 10^0$	$6.2817 \times 10^0$	3.3894



(a) frequency responses of the reduced model



(b) time responses of the reduced model



(c) time responses of the overall system

그림 2 예제 1의 결과  
Fig. 2 Results of example 1

4.2 예제 2

두 번째 예로 다음과 같이 진동하는 고차공정을 고려하자.

$$G_H(s) = \frac{1}{(s^2 + s + 1)(s + 2)^2} e^{-0.1s} \quad (25)$$

기존 방법들의 축소모델과 본 논문의 축소모델은 각각 다음과 같고,

$$G_L^{Wang} = \frac{1}{5.648s^2 + 4.950s + 4.497} e^{-0.837s} \quad (26)$$

$$G_L^{Hwang}(s) = \frac{1}{6.7159s^2 + 5.9648s + 4.01} e^{-0.9836s} \quad (27)$$

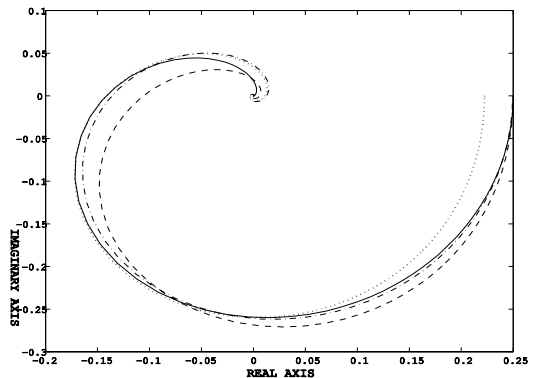
$$G_L^{Kim}(s) = \frac{1}{6.5904s^2 + 5.5172s + 4.0} e^{-0.6554s} \quad (28)$$

Wang 등의 방법과 제안된 방법에 의해 설계된 PID 제어기는 각각 다음과 같다.

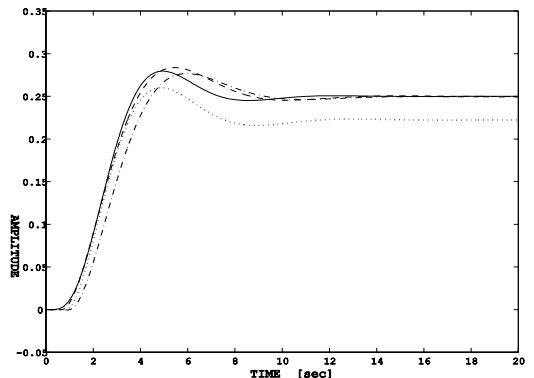
$$C^{Wang}(s) = 1.503 + \frac{1.366}{s} + 1.715s \quad (29)$$

$$C^{Kim}(s) = 1.4740 + \frac{1.2150}{s} + 1.7635s \quad (30)$$

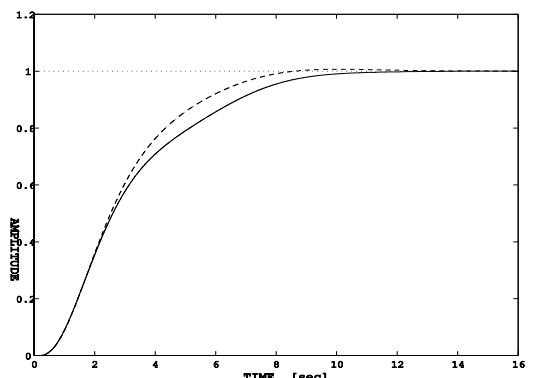
그림 3과 표 1에 그 결과를 나타내었으며, 제안된 방식이 기존 방식들 보다 우수한 특성이 나타남을 확인할 수 있다.



(a) frequency responses of the reduced model



(b) time responses of the reduced model



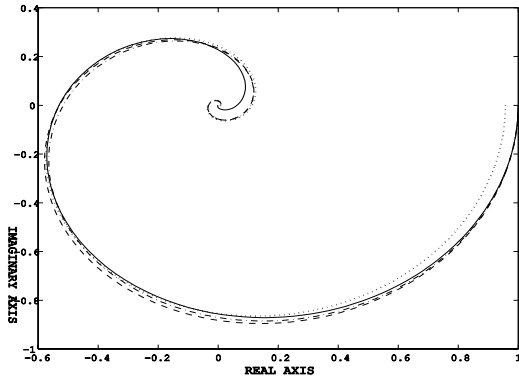
(c) time responses of the overall system

그림 3 예제 2의 결과  
Fig. 3 Results of example 2

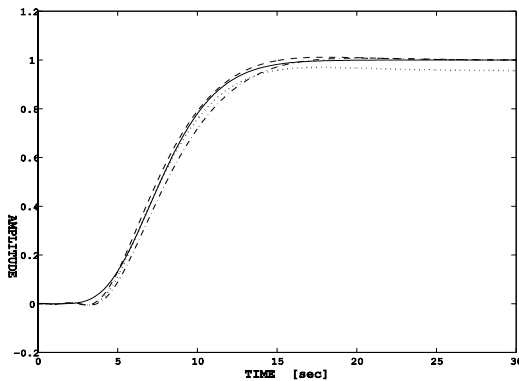
4.3 예제 3

마지막으로 시간지연이 없는 고차공정을 고려하자.

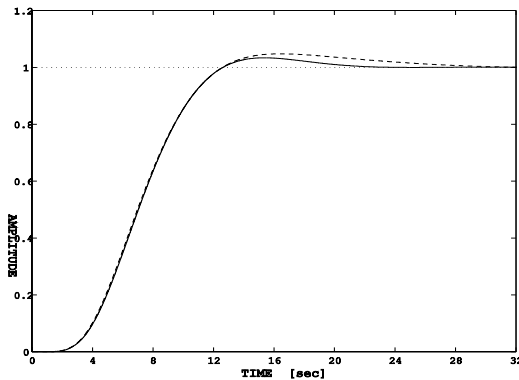
$$G_H(s) = \frac{1}{(s + 1)^8} \quad (31)$$



(a) frequency responses of the reduced model



(b) time responses of the reduced model



(c) time responses of the overall system

그림 4 예제 3의 결과

Fig. 4 Results of example 3

기존 방법들의 축소모델과 본 논문의 축소모델은 각각 다음과 같고,

$$G_L^{Wang}(s) = \frac{1}{7.4413s^2 + 4.5129s + 1.0447} e^{-3.4904s} \quad (32)$$

$$G_L^{Hwang}(s) = \frac{1}{8.4030s^2 + 4.8632s + 1.0003} e^{-3.6006s} \quad (33)$$

$$G_L^{Kim}(s) = \frac{1}{7.3489s^2 + 4.4273s + 1.0000} e^{-3.3490s} \quad (34)$$

Wang 등의 방법과 제안된 방법에 의해 설계된 PID 제어기는 각각 다음과 같다.

$$C^{Wang}(s) = 0.6465 + \frac{0.1497}{s} + 1.0660s \quad (35)$$

$$C^{Kim}(s) = 0.6676 + \frac{0.1435}{s} + 0.9746s \quad (36)$$

이 예제에서도 제안된 방식이 기존 방식들 보다 개선된 특성을 나타남을 그림 4와 표 1로부터 알 수 있다. 특히 본 논문에서 제안된 방법은 위 예제들에서 기존 방식과 비교하기 위해서 같은 경계조건을 고려하였지만, 충분한 주파수 경계조건들을 형성할 수 있는 강인제어이론을 적용하면 대역폭과 이득 및 위상여유를 보장하면서 개선된 제어성을 보일 수 있을 것이다. 또한 기존의 방법들에서 나타나는 재동조 과정을 포함하지 않는 공식화된 방식이기 때문에 컴퓨터를 이용한 동조 알고리즘을 제공할 수 있을 것이다.

### 5. 결 론

본 논문에서는 시간지연을 갖는 고차모델의 저차 축소모델을 얻기 위한 주파수 전달함수 합성법과 저차 축소모델로부터 주파수응답으로 주어진 경계조건을 만족하는 PID 제어기의 설계방법을 제안하여 다음과 같은 결과를 얻었다. 제안된 저차화 방법은 주어진 고차모델의 주파수응답에 맞는 저차의 주파수 전달함수를 합성하기 위해서 두 시스템의 정상상태응답을 고려하고, 분모다항식에 대한 가중에 의해 나타나는 편의문제를 해결한 오차조건으로부터 선형화된 식별을 수행할 수 있는 공식화된 표현식을 유도한 후, 전개된 일차연립방정식으로부터 축소모델을 구하는 방식이다. 기존의 방식들 보다 개선된 응답특성이 나타남을 예제에 대한 시뮬레이션 결과로부터 확인하였으며, 제안된 축소과정에서는 주파수응답을 직접 이용하여 저차모델을 구성하기 때문에 실제 시스템의 수학적 모형화에도 이용될 것으로 기대된다. 또한 제안된 PID 제어기 설계방법은 주어진 주파수응답 조건에 맞는 PID 제어기를 포함한 루프 주파수 전달함수의 합성으로부터 PID 파라미터를 직접 추정하는 방식이다. 예제에 대한 시뮬레이션 결과에서 기존의 방식들 보다 개선된 응답특성을 얻었으며, 강인 안정여유를 포함한 기존 주파수응답이 경계조건으로 주어져 있는 실제 시스템에 적용할 경우, 설비의 신뢰성 및 안정성을 보장하는 PID 제어기의 설계방식으로 유용하게 활용될 것이다.

### 참 고 문 헌

- [1] K. J. Åström and T. Hägglund, "Automatic Tuning of Simple Regulators with Specifications on Phase and Amplitude Margins", *Automatica*, vol. 20, no. 5, pp. 645-651, 1984.
- [2] K. J. Åström and T. Hägglund, *PID Controllers : Theory, Design, and Tuning*, Instrument Society of America, 1995.
- [3] W. K. Ho, C. C. Hang, and L. S. Cao, "Tuning of

PID Controllers based on Gain and Phase Margin Specifications”, Automatica, vol. 31, no. 3, pp. 497-502, 1995.

- [4] W. K. Ho, O. P. Gan, E. B. Tay, and E. L. Ang, “Performance and Gain and Phase Margins of Well-known PID Tuning Formulas”, IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol., vol. 4, no. 4, pp. 473-477, 1996.
- [5] Q. G. Wang, T. H. Lee, H. W. Fung, Q. Bi and Y. Zhang, “PID Tuning for Improved Performance”, IEEE Trans. on Contr. Syst. Technol., vol. 7, no. 4, pp. 457-465, 1999.
- [6] 조준호, 김정철, 김진권, 최정내, 황형수, “주파수 영역에서 Nyquist 선도를 이용한 모델 축소”, 제어-자동화-시스템공학 논문지, 제 8권, 제 6호, pp. 439-444, 2002.
- [7] 최정내, 조준호, 이원혁, 황형수, “축소모델을 이용한 최적화된 Smith Predictor 제어기 설계”, 전기학회논문지, 제 52권, 제 11호, pp. 619-625, 2003.
- [8] A. H. Whitfield, “Transfer Function Synthesis using Frequency Response Data”, Int. J. Cont., vol. 43, pp. 1413-1426, 1986.
- [9] S. Van Huffel and J. Vandewalle, The Total Least Squares Problem Computational Aspects and Analysis, SIAM, 1991.
- [10] T. K. Moon and W. C. Stirling, Mathematical Methods and Algorithms for Signal Processing, Prentice Hall, 2000.

저 자 소 개



김 주 식 (金周植)

1992년 충북대학교 전기공학과 졸업, 1994년 동대학원 전기공학과 졸업(석사), 1998년 동대학원 전기공학과 졸업(박사), 1999년~2001년 (주)지앤티씨 기술개발실, 2001년~2004년 충북대 전기전자컴퓨터공학부, 2004년~현재 특허청 전기전자심사

국 반도체심사담당관실.

Tel : 042) 481-8265

Fax : 042) 472-0672

E-mail : kimjusik@kipo.go.kr



곽 명 신 (郭明信)

1993년 충북대학교 기계공학과 졸업, 1995년 동대학원 기계공학과 졸업(석사), 1995년~현재 중소기업청, 2001년~현재 동대학원 기계공학과 박사과정.

Tel : 042) 481-4412

Fax : 042) 472-3282

E-mail : wckms@smba.go.kr



김 종 근 (金鍾根)

1990년 한밭대학교 전기공학과 졸업, 1992년 충북대학교 대학원 전기공학과 졸업(석사), 1992년~1997년 (주)세방전지 중앙전지기술연구소, 2005년 동대학원 전기공학과 졸업(박사).

Tel : 043) 261-2419

Fax : 043) 261-3280

E-mail : tofuture2000@yahoo.co.kr



전 병 석 (全炳錫)

1995년 충북대학교 전기공학과 졸업. 1998년 동대학원 전기공학과 졸업(석사). 2005년 동대학원 전기공학과 졸업(박사). 2000년~현재 (주) 세화폴리텍.

Tel : 043) 261-2419

Fax : 043) 263-2419

E-mail : koamma88@chungbuk.ac.kr



정 수 현 (鄭秀鉉)

1985년 충북대학교 전기공학과 졸업, 1987년 동대학원 전기공학과 졸업(석사), 2000년 동대학원 전기공학과 졸업(박사), 1995년~현재 대원과학대학 전기과 부교수.

Tel : 043) 649-3211

Fax : 043) 645-9170

E-mail : shjeong@dawwon.ac.kr