

VSSI-CRL 합성관리도*

이재원** · 임태진**

A VSSI-CRL Synthetic Control Chart*

Jae-Won Lee** · Tae-Jin Lim**

■ Abstract ■

We propose a VSSI-CRL(Variable Sampling Size and Sampling Interval-Conforming Run Length) synthetic control chart in order to improve the statistical characteristics of both the VSSI chart and the CRL synthetic chart. The VSSI-CRL chart utilizes VSSI sampling scheme, but it produces a signal only when the CRL is less than a given limit. An algorithm for calculating the ARL(Average Run Length) and ATS(Average Time to Signal) of the VSSI-CRL chart is developed by employing Markov chain method. We present some lemmas for describing the statistical characteristics of the VSSI-CRL chart under in-control state. A procedure for designing the VSSI-CRL chart is proposed based on the lemmas. Extensive comparative studies show that the VSSI-CRL chart is superior to the CRL synthetic chart or the VSSI chart in general, and is comparable to the EWMA chart in ATS performance.

Keyword : VSSI Chart, CRL Chart, ARL, ATS, Statistical Design, Markov Chain

1. 서 론

Prabhu et al.[5]과 Costa[2] 등이 제안한 VSSI 관리도는 임계한계를 사용하여 표본크기와 샘플링

구간을 동시에 변화시킴으로서 FSSI(Fixed Sampling Size and Sampling Interval) 관리도에 비해 더 우수한 통계적 성능을 갖도록 고안된 것이다. 관리도의 통계적 성능은 이상원인 발생 후 이상신호

논문접수일 : 2004년 11월 26일 논문게재확정일 : 2005년 8월 29일

* 본 연구는 숭실대학교 교내연구비 지원에 의해 수행되었습니다.

** 숭실대학교 산업·정보시스템공학과

를 발생하기까지의 평균 런 길이(ARL)와 평균 소요시간(ATS) 등에 의해 평가된다.

FSSI 관리도나 VSSI 관리도는 하나의 관리 통계량이 관리한계를 벗어나면 이상신호를 발생한다. 이에 반해 CRL 합성관리도는 관리 통계량이 관리한계를 벗어나더라도 다음으로 관리한계를 벗어나는 통계량이 발생할 때까지 계속 샘플링하여 그 거리를 기준으로 이상신호 발생 여부를 결정한다. CRL 합성관리도의 착안점은 하나의 표본에 의한 즉각적인 결정을 유보함으로써 오류신호의 발생 가능성을 줄이고자 한 것이다.

본 연구에서는 VSSI 관리도에 CRL 관리도의 개념을 적용하여 VSSI-CRL 관리도를 제안하고 그 통계적 특성을 파악하여 통계적 설계 방안을 제시한다. 비교 연구를 통하여 제안된 관리도가 공정 평균의 작은 변화와 큰 변화 모두를 감지하는데 있어서 기존의 VSSI 관리도나 CRL 합성관리도보다 통계적 성능이 우수하다는 것을 보이고자 한다.

2장에서는 VSSI 관리도와 CRL 관리도를 설명하고, 3장에서는 VSSI-CRL 관리도를 제안한다. 4장에서는 VSSI-CRL 관리도의 통계적 특성을 규명하고, 이를 통한 통계적 설계 방안을 제시한다. 5장에서는 비교 연구를 통하여 제안된 관리도의 통계적 성능을 평가하고 6장에서는 본 연구를 종합한다.

2. 연구배경

2.1 VSSI 관리도

표준 FSSI 관리도는 고정된 간격 h_0 마다 n_0 개의 표본을 추출하여 표본평균을 관리도에 타점하는 반면, VSSI 관리도는 (n_1, h_2) 와 (n_2, h_1) 을 각각 하나의 쌍으로 사용한다. 여기서 (n_1, h_2) 는 작은 표본크기와 긴 샘플링 구간을 나타내고, (n_2, h_1) 은 큰 표본크기와 짧은 샘플링 구간을 나타내며, 각 쌍은 $n_1 < n_0 < n_2$ 및 $h_1 < h_0 < h_2$ 을 만족하도록 선택된다. 표준화된 표본평균이 임계한계선 $(-w, w)$

사이에 타점되면 다음의 표본을 추출할 때 작은 표본크기 n_1 과 긴 샘플링 구간 h_2 를 선택하고, 임계한계선과 관리한계선 사이에 타점되면 큰 표본크기 n_2 와 짧은 샘플링 구간 h_1 을 선택한다. 즉, i 번째 표본크기와 샘플링 구간을 각각 $n(i)$ 와 $h(i)$ 라고 하면 이들은 다음과 같이 결정된다[5].

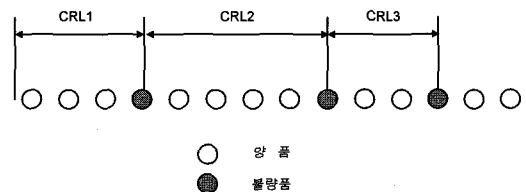
$$(n(i), h(i)) = \begin{cases} (n_2, h_1), & \text{if } Z_{i-1} \in I_1 = [-w, w], \\ (n_1, h_2), & \text{if } Z_{i-1} \in I_2 = [-k, -w) \cup (w, k]. \end{cases} \quad (1)$$

단, $Z_i = \frac{\bar{X}_i - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n(i)}}$ 는 표준화된 표본평균, k 는 관리한계, μ_0 는 공정평균, σ 는 공정표준편차 등을 나타낸다. Z_i 가 관리영역을 벗어나면 관리도는 이상신호를 발생한다.

VSSI 관리도의 착안점은 공정이 관리상태에 있을 때는 작은 표본을 긴 간격으로 샘플링하여 오류정보를 줄이는 한편, 이상상태에 있을 때는 큰 표본을 자주 샘플링하여 FSSI 관리도보다 좀 더 빨리 공정평균의 이동을 감지하고자 한 것이다.

2.2 CRL 관리도

CRL 관리도는 Bourke[1]에 의해 제안된 이후로 많은 연구가 있어왔다. 통계량 CRL 은 불량품을 발견한 후 다음 불량품이 발견될 때까지의 검사회수로, 공정의 불량률(p)이 증가하면 CRL 은 통계적으로 감소한다. [그림 1]에서의 CRL 은 각각 4, 5, 3 등이 된다.



[그림 1] CRL 예시

확률변수 CRL 은 기하분포를 따르므로 CRL 의 평균값과 누적분포함수는 다음과 같다.

$$\mu_{CRL} = 1/p, \quad (2)$$

$$F_p(CRL) = 1 - (1-p)^{CRL}, \quad CRL = 1, 2, \dots \quad (3)$$

CRL 관리도의 유의수준을 α_{CRL} , 관리상태 하의 불량률을 p_0 라 하면, 식 (3)으로부터 $\alpha_{CRL} = F_{p_0}(L) = 1 - (1-p_0)^L$ 이므로, 관리한계 L 은 다음과 같이 쉽게 유도된다.

$$L = \ln(1 - \alpha_{CRL}) / \ln(1 - p_0) \quad (4)$$

CRL 이 관리한계 L 이하이면 불량률이 증가한 것으로 판단하여 이상신호가 발생하게 된다. CRL 관리도에서 이상신호가 발생할 때까지의 취하게 되는 CRL 의 평균개수는 다음과 같다[6].

$$ARL_{CRL} = \frac{1}{F_p(L)} = \frac{1}{1 - (1-p)^L} \quad (5)$$

따라서 이상신호가 발생할 때까지 검사되는 단위의 평균개수는 다음과 같다.

$$ANS_{CRL} = \mu_{CRL} \times ARL_{CRL} \quad (6)$$

2.3 \bar{X} -CRL 합성관리도

Wu and Spedding[6]이 제시한 \bar{X} -CRL 관리도는 합리적 부분군을 하나의 검사단위로 하여 \bar{X} 관리도를 작성하고, 관리한계를 벗어나면 불량표본으로 간주하여 CRL 관리도의 판정규칙을 적용한다. 합성관리도의 하부 \bar{X} 관리도를 \bar{X}_S 관리도라 하고 표준화된 관리한계를 k 라 하면, 관리하한선과 관리상한선은 다음과 같다.

$$LCL_{\bar{X}_S} = \mu_0 - k\sigma_{\bar{X}_S} \quad (7)$$

$$UCL_{\bar{X}_S} = \mu_0 + k\sigma_{\bar{X}_S}$$

단, μ_0 는 관리상태일 때의 공정평균, $\sigma_{\bar{X}_S}$ 는 표본평균의 표준편차를 나타낸다.

각 검사시점에서 n 개의 관측치로 구성된 하나의 표본군을 추출하고 표본평균(\bar{X})을 계산한다. 만약 표본평균이 \bar{X}_S 관리도의 관리한계 안에 위치하면 샘플링을 계속하고, 만약 관리한계를 벗어나면 불량표본으로 간주하고 이전 불량표본과 현재 불량표본 사이의 샘플링 횟수를 계산하여 CRL 을 구한다. 이 값이 CRL_S 관리도의 관리한계 L 보다 크다면, 공정은 관리상태에 있다고 판단하여 샘플링을 계속하고, 관리한계 L 이하라면 공정은 이상상태로 판정되고 이상상태신호를 발생한다. 합성 관리도에서는 표본평균이 \bar{X}_S 관리도의 관리한계 선을 벗어나도 즉시 이상상태신호가 발생하지 않는다. 합성관리도에서 공정이 관리상태일 때의 ARL 은 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{aligned} ARL_S(0) &= \frac{1}{\alpha_S} = \frac{1}{\alpha} \times \frac{1}{\alpha_{CRL}} \\ &= \frac{1}{2\Phi(-k)} \times \frac{1}{1 - [1 - 2\Phi(-k)]^L} \quad (8) \end{aligned}$$

단, $\alpha_S = \alpha \times \alpha_{CRL}$ 로서 합성관리도의 유의수준을 나타낸다.

공정이 이상상태일 때, 즉 공정평균이 $\delta\sigma$ 만큼 이동했을 때 이상신호가 발생할 때까지의 ARL 은 다음과 같다[6].

$$ARL_S(\delta) = \frac{1}{P_S} = \frac{1}{P_\delta} \times \frac{1}{1 - (1 - P_\delta)^L} \quad (9)$$

단, $P_\delta = 1 - \Phi(k - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-k - \delta\sqrt{n})$ 로서 하나의 표본평균이 \bar{X}_S 관리도 관리한계를 벗어날 확률을 나타낸다. 또한 P_S 는 합성관리도의 검정력(power)으로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} P_S &= P(|Z| > k, CRL \leq L | \delta) \\ &= P_\delta \times [1 - (1 - P_\delta)^L] \quad (10) \end{aligned}$$

Davis and Woodall[3]은 식 (9)가 이상원인 발생 직전에 이미 불량표본인 것으로 전제하고 계산되어 정상상태(Steady State)의 ARL 보다 과소평가 한다

는 점을 지적하였다. 그들은 이를 HS(Head Start) ARL이라 명명하였다. HS 전체 하에서의 합성관리도는 작은 공정변화에도 민감하게 반응하지만 실제 공정에서는 초기표본이 불량이라는 것을 보장할 수 없기 때문에 실용성이 떨어진다. 그들은 마코프 체인을 이용하여 안정상태에서의 ARL 값을 계산한 결과, CUSUM이나 EWMA 관리도보다 좋은 성능을 갖지 못함을 보였다.

3. VSSI-CRL 관리도

본 연구에서는 VSSI 관리도와 CRL 관리도의 특성을 결합하여 VSSI-CRL 관리도를 제안한다. 임계한계 w 와 관리한계 k 를 사용하여 표준화된 관리통계량 Z_i 가 임계한계 내에 있을 경우에는 수월한 기준 (n_1, h_2) 를 적용하고, 관리통계량 Z_i 가 임계한계를 벗어나면 엄격한 기준 (n_2, h_1) 를 적용하며, 관리한계를 벗어나면 CRL을 계산하여 CRL이 정해진 관리한계 L 이하가 되면 이상신호를 발생한다. 제안하는 VSSI-CRL 관리도의 운영절차는 다음과 같다.

[단계 1] VSSI 관리도의 관리한계 k 와 임계한계 w , 또한 CRL 관리도의 관리한계 L 을 결정한다.

[단계 2] 각 샘플링 시점에서, $n(i)$ 개의 관측치로 구성된 하나의 표본군을 추출하고 표본평균 \bar{X}_i 와 표준화된 통계량 $Z_i = (\bar{X}_i - \mu_0) / [\sigma / \sqrt{n(i)}]$ 를 계산한다.

[단계 3] 관리 통계량이 관리도의 임계한계 안에 위치하면 ($Z_i \in I_1 = [-w, w]$), 수월한 샘플링 기준 (n_1, h_2) 를, 임계한계 밖에 위치하면 ($Z_i \in I_2 = [-k, -w) \cup (w, k]$) 엄격한 샘플링 기준 (n_2, h_1) 을 적용하여 단계 2로 간다. 관리 통계량이 관리한계 밖으로 벗어나면 ($Z_i \in I_3 = [-\infty, -k) \cup (k, \infty)$) 단계 4의 CRL 판정규칙을 적용

한다.

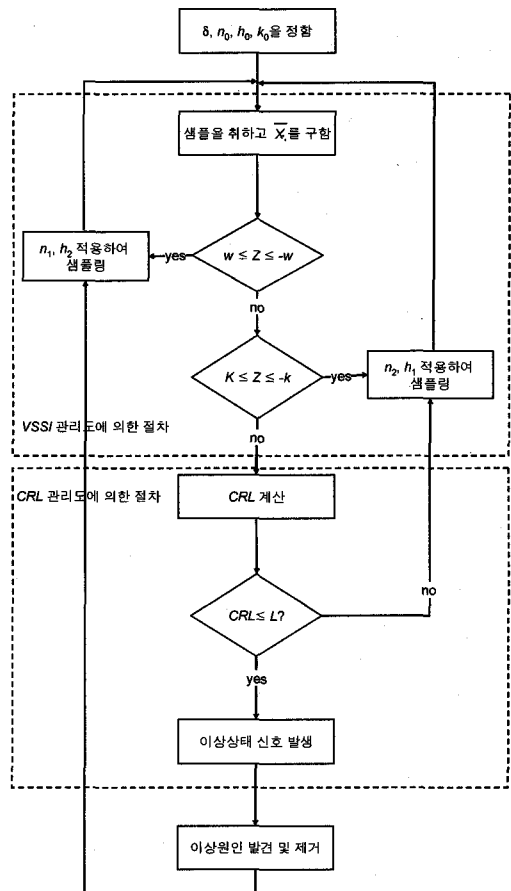
[단계 4] 이전 불량표본과 현재 불량표본 사이의 샘플링 횟수를 계산하여 CRL을 구한다.

[단계 5] 만약 CRL이 CRL_s 관리도의 관리한계 L 보다 크다면, 공정은 관리상태에 있다고 판단하여 단계 2로 돌아가고, 반면 L 이하라면 공정은 이상상태로 판정되고, 다음 단계로 넘어간다.

[단계 6] 이상상태 신호를 발생한다.

[단계 7] 공정의 이상원인을 발견하고 제거한 후 단계 2로 돌아간다.

이상의 운영절차를 흐름도로 나타내면 [그림 2]와 같다.



[그림 2] VSSI-CRL 관리도의 운영흐름도

4. VSSI-CRL 관리도의 통계적 특성

4.1 ARL 및 ATS 계산

Davis and Woodall[3]이 제시한 바와 같이 ATS (Average Time to Signal)는 마코프 체인을 이용하여 계산할 수 있으며, 관리도 상에서 이전 L 개 통계량의 위치를 고려하여 관리도의 상태(state)를 아래와 같이 $2L+2$ 개로 정의할 수 있다. 단, 기호 \circ , \odot , \diamond , \times 등은 관리 통계량이 각각 관리한계 내 ($I_1 \cup I_2$), 임계한계 내 (I_1), 임계한계 밖 관리한계 내 (I_2), 관리한계 밖 (I_3) 등에 위치함을 나타낸다. 가장 최근의 통계량 Z_{i-1} 외에는 \odot 와 \diamond 를 구분할 필요가 없으므로 상태의 수를 줄이기 위해 $\circ = \odot \cup \diamond$ 으로 통합하여 나타낸 것이다.

상태 1 : ($\circ \circ \circ \dots \circ \odot$), 즉
 $|Z_{i-L}| < k, |Z_{i-L+1}| < k, \dots, |Z_{i-2}| < k, Z_{i-1} \in I_1$

상태 2 : ($\circ \circ \circ \dots \circ \diamond$), 즉
 $|Z_{i-L}| < k, |Z_{i-L+1}| < k, \dots, |Z_{i-2}| < k, Z_{i-1} \in I_2$

상태 3 : ($\times \circ \circ \dots \circ \odot$), 즉
 $Z_{i-L} \in I_3, |Z_{i-L+1}| < k, \dots, |Z_{i-2}| < k, Z_{i-1} \in I_1$

상태 4 : ($\times \circ \circ \dots \circ \diamond$), 즉
 $Z_{i-L} \in I_3, |Z_{i-L+1}| < k, \dots, |Z_{i-2}| < k, Z_{i-1} \in I_2$

상태 5 : ($\circ \times \circ \dots \circ \odot$), 즉
 $|Z_{i-L}| < k, Z_{i-L+1} \in I_3, |Z_{i-L+2}| < k, \dots, |Z_{i-2}| < k, Z_{i-1} \in I_1$

상태 6 : ($\circ \times \circ \dots \circ \diamond$), 즉
 $|Z_{i-L}| < k, Z_{i-L+1} \in I_3, |Z_{i-L+2}| < k, \dots, |Z_{i-2}| < k, Z_{i-1} \in I_2$

⋮

상태 $2L+1$: ($\circ \circ \circ \dots \circ \times$), 즉
 $|Z_{i-L}| < k, |Z_{i-L+1}| < k, \dots, |Z_{i-2}| < k, Z_{i-1} \in I_3$

상태 $2L+2$ (흡수상태) : 그 밖의 모든 상태로서 이 상신호 발생, $CRL \leq L$.

상태정의에 따른 전이행렬을 마코프 체인에 적용하면

$$P_\delta = \begin{pmatrix} Q_\delta & (I - Q_\delta)\mathbf{1} \\ \mathbf{0}^T & 1 \end{pmatrix}. \quad (11)$$

단, $\mathbf{1}$ 은 크기 $(2L+1)$ 인 벡터 $(1, 1, \dots, 1)^T$ 를 나타낸다.

ARL_δ 및 ATS_δ 를 구하기 위해서는 먼저 흡수상태와 관련된 원소가 사라진 전이확률 행렬 Q_δ 와 초기확률 벡터 $\boldsymbol{\pi}$ 를 계산한다. 흡수상태를 제거한 전이확률의 행렬 Q_δ 는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$Q_\delta = \begin{pmatrix} p_1(n_1, \delta) & p_2(n_1, \delta) & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & p_3(n_1, \delta) \\ p_1(n_2, \delta) & p_2(n_2, \delta) & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & p_3(n_2, \delta) \\ p_1(n_1, \delta) & p_2(n_1, \delta) & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ p_1(n_2, \delta) & p_2(n_2, \delta) & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_1(n_1, \delta) & p_2(n_1, \delta) & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & p_1(n_2, \delta) & p_2(n_2, \delta) & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & p_1(n_2, \delta) & p_2(n_2, \delta) & 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

단, $p_1(n, \delta) \equiv \Pr[Z \in I_1 | n, \delta] = \Phi(w - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-w - \delta\sqrt{n})$,
 $p_2(n, \delta) \equiv \Pr[Z \in I_2 | n, \delta] = \Phi(k - \delta\sqrt{n}) - \Phi(w - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-w - \delta\sqrt{n}) - \Phi(-k - \delta\sqrt{n})$,
 $p_3(n, \delta) \equiv \Pr[Z \in I_3 | n, \delta] = 1 - \Phi(k - \delta\sqrt{n}) + \Phi(-k - \delta\sqrt{n})$. (13)

초기확률 벡터는 관리상태에서 이상신호가 발생하지 않았다는 전제 하에서의 수정된 $Q_{M,0}$ 행렬로부터 구한다. 수정된 전이행렬 $Q_{M,0}$ 은 흡수상태로 전이되는 것을 배제하기 위하여 모든 행의 합이 1이 되도록 구성한다. 1행과 2행은 합이 1이 되므로 수정하지 않고, 3행부터는 합이 $p_3(n, \delta)$ 이므로 이로 나누어 수정한다. 초기확률 벡터 $\pi^T = (\pi_1, \pi_2, \pi_3, \dots, \pi_{2L+1})$ 는 정상상태를 전제하여 아래의 식에 의해 계산한다.

$$\pi^T Q_{M,0} = \pi^T, \quad \pi^T \mathbf{1} = 1 \quad (14)$$

마코프 체인의 특성에 의해 아래와 같이 이상원인 발생 후 이상신호 발생까지 기대 샘플링회수 ARL_δ 와 기대 소요시간 ATS_δ 는 다음과 같이 계산된다[5].

$$ARL_\delta = \pi^T (I - Q_\delta)^{-1} \mathbf{1} \quad (15)$$

$$ATS_\delta = \pi^T (I - Q_\delta)^{-1} \mathbf{h} \quad (16)$$

단, $\mathbf{h}^T = (h_2, h_1, h_2, h_1, \dots, h_2, h_1, h_1)$ 로서 직전 통계량의 위치에 의해 결정된다.

4.2 VSSI-CRL 관리도의 통계적 특성

VSSI-CRL 관리도의 통계적 설계를 위하여 필요한 통계적 특성을 살펴본다. 먼저 관리상태 하에서의 ARL 은 다음과 같이 계산된다.

[정리 1] 관리상태 하에서 각 초기상태에서 시작하여 이상신호(오류신호)를 발생하기까지의 ARL 벡터를

$\overrightarrow{ARL}_0 = (I - Q_0)^{-1} \mathbf{1} = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_{2L+1})^T$
라 하면, 각각의 ARL 은

$$\begin{cases} a_{2i+1} = \frac{1 - (p_1 + p_2)^L + (p_1 + p_2)^i}{D_1}, \\ \quad i = 0, 1, 2, \dots, L, \\ a_{2i+2} = \frac{1 - (p_1 + p_2)^i + (p_1 + p_2)^L}{D_1}, \\ \quad i = 0, 1, 2, \dots, L-1. \end{cases} \quad (17)$$

단, $|M|$ 를 행렬 M 의 행렬식(determinant)이라 하면, ARL 벡터의 분모는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} D_1 &= |(I - Q_0)| = (1 - p_1 - p_2)(1 - (p_1 + p_2)^L) \\ &= p_3 [1 - (1 - p_3)^L] \end{aligned}$$

또한 $p_j = p_j(n, 0)$ 으로서 $p_1 = 2\Phi(w) - 1$, $p_2 = 2[\Phi(k) - \Phi(w)]$, $p_3 = 2[1 - \Phi(k)]$, 등과 같이 계산되며, n 의 영향을 받지 않는다.

<증명> 먼저 $I - Q_0$ 행렬의 행렬식을 구하면,

$$\begin{aligned} |(I - Q_0)| &= (1 - p_1 - p_2)^2 [1 + p_1 + p_2 + (p_1 + p_2)^2 \\ &\quad + \dots + (p_1 + p_2)^{L-1}] \\ &= (1 - p_1 - p_2)(1 - (p_1 + p_2)^L) \\ &= p_3 [1 - (1 - p_3)^L]. \end{aligned}$$

다음으로 $I - Q_0$ 행렬의 구조를 고려하여 여인수(cofactor)를 구하여 행별로 더하면 식 (17)의 결과를 얻는다. ■

예로써 마지막 과도상태 ($2L+1$)에서 시작된 ARL a_{2L+1} 은 $1/D_1$ 로 계산되며 Head Start 가정하의 ARL 값이 된다. 다음으로 초기확률 벡터는 아래의 정리와 같이 계산된다.

[정리 2] 초기확률 벡터는 식 (14)의 해로서, 다음과 같이 계산된다.

$$\begin{cases} \pi_1 = p_1 / D_2, \quad \pi_2 = p_2 / D_2, \\ \pi_{2i+1} = p_1(1 - p_1 - p_2) / D_2, \quad i = 1, 2, \dots, L-1 \\ \pi_{2i+2} = p_2(1 - p_1 - p_2) / D_2, \quad i = 1, 2, \dots, L-1 \\ \pi_{2L+1} = (p_1 + p_2)(1 - p_1 - p_2) / D_2. \end{cases} \quad (18)$$

단, $D_2 = (p_1 + p_2)[1 + L(1 - p_1 - p_2)]$
 $= (1 - p_3)(1 + Lp_3)$.

<증명> 이상신호가 발생하지 않았다는 전제 하에서의 수정된 전이행렬을 구하면,

$$Q_{M,0} = \begin{pmatrix} p_1 & p_2 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 - p_1 - p_2 \\ p_1 & p_2 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & 1 - p_1 - p_2 \\ \frac{p_1}{p_1 + p_2} & \frac{p_2}{p_1 + p_2} & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \frac{p_1}{p_1 + p_2} & \frac{p_2}{p_1 + p_2} & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{p_1}{p_1 + p_2} & \frac{p_2}{p_1 + p_2} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \frac{p_1}{p_1 + p_2} & \frac{p_2}{p_1 + p_2} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & 0 & 0 & \ddots & \ddots & \dots & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \dots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \frac{p_1}{p_1 + p_2} & \frac{p_2}{p_1 + p_2} & 0 \end{pmatrix}$$

식 (14)로부터 $(Q_{M,0}^T - I)\pi = 0, \pi^T \mathbf{1} = 1$ 의 해를 구하면 되므로 $Q_{M,0} - I$ 행렬의 첫 행을 모두 1로 치환한 행렬을 $Q_{M2,0}$ 라 하면 $\pi = Q_{M2,0}^{-1}(1, 0, \dots, 0)^T$ 와 같이 계산하여 식 (18)을 얻는다. 단, $D_2 = (p_1 + p_2)[1 + L(1 - p_1 - p_2)] = (1 - p_3)(1 + Lp_3)$ 로서 $Q_{M2,0}$ 의 행렬식에 해당한다. ■

[정리 1]과 [정리 2]로부터 정상상태에서의 ARL_0 을 다음과 같이 구할 수 있다.

[따름정리 1] 정상상태에서의 ARL_0 은 식 (17), 식 (18)로부터 아래와 같이 계산된다.

$$ARL_0 = \pi'(I - Q_0)^{-1}\mathbf{1} = D_3 / (D_1 D_2) \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } D_3 &= (p_1 + p_2)[1 + (1 - p_1 + p_2)^L] \\ &\quad [2 + (L - 1)(1 - p_1 - p_2)] \\ &= (1 - p_3)(1 + p_3^L)[2 + (L - 1)p_3]. \end{aligned}$$

<증명> 초기확률벡터 π 의 분자와 $\overline{ARL_0}$ 의 분자를 차례대로 곱하여 더하면 분자항 D_3 을 얻을 수 있다. ■

[정리 1]과 유사한 과정을 통하여 관리상태 하에서의 ATS 는 다음과 같이 계산된다.

[정리 3] 관리상태 하에서 각 초기상태에서 시작하여 이상신호(오류신호)를 발생하기까지의 ATS 백

터를 $\overrightarrow{ATS_0} = (I - Q_0)^{-1}h \equiv (t_1, t_2, t_3, \dots, t_{2L+1})^T$ 라 하면, 각각의 ATS 는

$$\begin{cases} t_{2i+1} = \frac{[h_1 p_2 + h_2(1 - p_2)][1 - (p_1 + p_2)^i] + [h_1(1 - p_1) + h_2 p_1](p_1 + p_2)^i}{D_1} \\ i = 0, 1, \dots, L, \\ t_{2i+2} = \frac{[h_1(1 - p_1) + h_2 p_1][1 - (p_1 + p_2)^i + (p_1 + p_2)^i]}{D_1} \\ i = 0, 1, \dots, L-1 \end{cases} \quad (20)$$

<증명> [정리 1]에서와 같이 $I - Q_0$ 행렬의 행렬값은 D_1 이 되며, $I - Q_0$ 행렬의 여인수(cofactor)를 구하여 행별로 h 벡터를 곱하면 식 (20)의 결과를 얻는다. ■

[따름정리 2] 정상상태에서의 ATS_0 은 다음과 같이 계산된다.

$$ATS_0 = (h_1 D_4 + h_2 D_5) / (D_1 D_2) \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \text{단, } D_4 &= (1 - p_1)(p_1 + p_2)[2 - (p_1 + p_2)^L] \\ &\quad + p_2[1 - (p_1 + p_2)^L][1 + (L - 1)(1 - p_1 - p_2)] \\ D_5 &= p_1(p_1 + p_2)[2 - (p_1 + p_2)^L] \\ &\quad + p_1[1 - (p_1 + p_2)^L][1 + (L - 1)(1 - p_1 - p_2)]. \end{aligned}$$

<증명> 초기확률벡터 π 의 분자와 $\overrightarrow{ATS_0}$ 의 분자의 h_1 의 계수를 차례대로 곱하여 더하면 분자항 D_4 를 얻고, h_2 의 계수를 차례대로 곱하여 더하면 D_5 를 얻는다. ■

4.3 VSSI-CRL 관리도의 통계적 설계

이상의 통계적 특성을 이용하여 VSSI-CRL 관리도의 통계적 설계 과정을 개발한다. 먼저 CRL 관리한계 L 이 정해지면 \bar{X}_S 관리한계 k 를 식 (22)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$ARL_0 = \frac{D_3}{D_1 \cdot D_2} = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{2\Phi(k_0) - 1} \quad (22)$$

단, k_0 값은 FSSI \bar{X} 관리도에서의 표준관리한계 값으로서, D_1, D_2, D_3 모두 p_3 의 함수이므로 식 (22)로부터 p_3 을 구할 수 있다. 일례로 $k_0 = 3$ 으로 주어졌을 때 정상상태(SS)와 Head Start(HS) 상태에서의 L 값에 따른 k 값을 구해보면 <표 1>과 같다. HS 가정 하의 관리한계는 정상상태의 관리한계보다 다소 커지는데, HS 가정에서는 불량표본의 발생을 전제로 하므로 동일한 ARL_0 를 유지하기 위해서는 정상상태보다 큰 관리한계를 사용하기 때문이다.

<표 1> L 값의 변화에 따른 관리한계 k 값

L	k with SS	k with HS
1	1.9328311	1.943469
2	2.0705805	2.084812
3	2.1471781	2.164036
4	2.1997706	2.218769
5	2.2395643	2.260398
6	2.2714279	2.293884
7	2.2979101	2.321829
8	2.320509	2.345765
9	2.3401783	2.36667
10	2.3575619	2.385205

VSSI-CRL 관리도의 성능을 평가하기 위하여 공정이 관리상태에 있을 때 기대 표본크기와 샘플링 구간이 FSSI 관리도의 표본크기 n_0 및 샘플링 구간 h_0 와 같아지도록 다음과 같은 제약을 부과한다.

$$E[n(i) | Z_i \in [-k, k]; \delta = 0] = \pi^T \mathbf{n} = n_0, \quad (23)$$

$$E[h(i) | Z_i \in [-k, k]; \delta = 0] = \pi^T \mathbf{h} = h_0. \quad (24)$$

$$\text{단, } \mathbf{n}^T = (n_1, n_2, n_1, n_2, \dots, n_1, n_2, n_2),$$

$$\mathbf{h}^T = (h_2, h_1, h_2, h_1, \dots, h_2, h_1, h_1).$$

\bar{X}_S 관리한계 k 값이 정해지면, 식 (18)과 식 (23)으로부터 임계한계 w 값을 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} \pi^T \mathbf{n} &= \frac{1}{D_2} [n_1 p_1 \{1 + (L-1)p_3\} \\ &\quad + n_2 p_2 \{1 + (L-1)p_3\} + n_2 (1-p_3)p_3] = n_0. \end{aligned}$$

여기서 $p_2 = 1 - p_1 - p_3$ 로 치환하면,

$$\frac{(n_1 - n_2)p_1 \{1 + (L-1)p_3\}}{(1-p_3)(1+Lp_3)} + n_2 = n_0.$$

$$\text{따라서 } p_1 = 2\Phi(w) - 1 = \left(\frac{n_2 - n_0}{n_2 - n_1} \right) \frac{(1-p_3)(1+Lp_3)}{1 + (L-1)p_3}$$

$$\text{이므로, } w = \Phi^{-1} \left(\frac{n_2 - n_0}{2(n_2 - n_1)} \frac{(1-p_3)(1+Lp_3)}{1 + (L-1)p_3} + \frac{1}{2} \right). \quad (25)$$

또한 L, n_1, n_2 와 더불어 h_0, h_1 이 주어지면 h_2 값은 식 (21)의 ATS_0 를 $|k_0/2\Phi(k_0)|^{-1}$ 로 놓고 다음과 같이 구할 수 있다.

$$h_2 = \left(\frac{h_0}{2[1 - \Phi(k_0)]} D_1 \cdot D_3 - h_1 D_4 \right) / D_5 \quad (26)$$

예비실험을 수행하여 발견한 규칙을 통하여 VSSI-CRL 관리도의 통계적 설계절차를 다음과 같이 제안한다. 기존의 Prabhu et al.[5]의 연구에서도 단조성(monotone property)과 같은 특성이 증명 없이 사용된 바 있다.

- ① FSSI 관리도의 설계모수 k_0, n_0, h_0 와 ARL_0 값을 결정한다.
- ② L 을 1로 초기화 한다.
- ③ 관리한계 k 값을 식 (22)에 의해 계산한다.

- ④ n_1 값을 1로 초기화 한다.
- ⑤ n_0 값에 1씩 증가시켜 n_2 값으로 대입하여 식 (25)에 의해 w 값을 구한다.
- ⑥ h_1 을 최소값 h_{\min} 으로 설정한 후, 식 (26)을 통해 h_2 값을 구하고, 이 때의 ATS_δ 가 h_0ARL_δ 보다 작아지면 이를 해로 정하고, 그렇지 않으면 $h_1 = h_2 = h_0$ 로 하여 ATS_δ 를 구한다.
- ⑦ n_2 값을 1씩 증가시켜 가면서 ATS_δ 값이 감소하다 증가할 때까지 단계 ⑥을 수행하고, 증가하기 직전의 최소해를 저장한다.
- ⑧ n_1 값을 1씩 증가시켜 가면서 $n_1 \leq n_0 - 1$ 될 때까지 단계 ⑤, ⑥, ⑦을 수행하고 최소해를 저장한다.
- ⑨ L 을 1씩 증가시켜 가면서 ATS_δ 값이 감소하다 증가할 때까지 단계 ③~⑧을 수행하고, 증가하기 직전의 최소해와 그 때의 L, n_1, n_2, k, h_1, h_2 값을 저장한다.

5. 성능비교

5.1 \bar{X} -CRL 합성관리도와의 비교

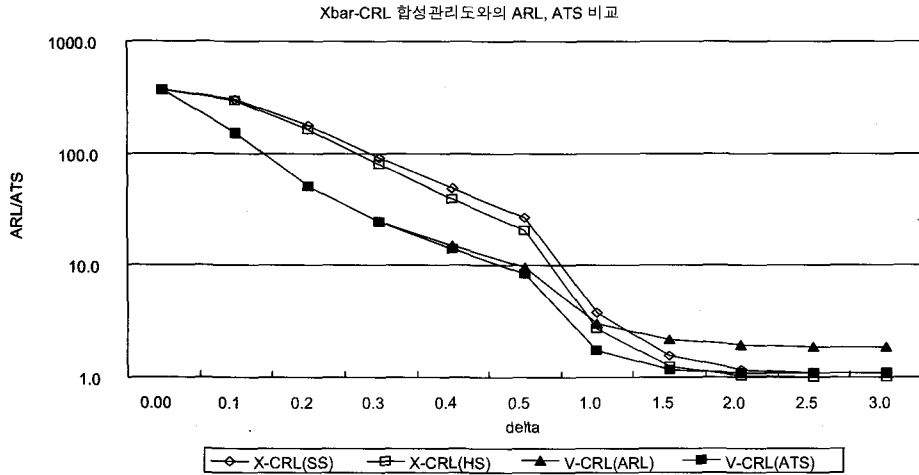
$n_0 = 4, h_0 = 1$ 로 고정시킨 후 VSSI-CRL 관리도의 정상상태(SS) ARL 및 ATS 를 계산하여 \bar{X} -CRL 합성관리도와 비교한 결과는 <표 2>와 같다. CRL 관리한계 L 을 1부터 10까지 증가시키면서 공정평균의 변화폭 δ 에 따른 최적화된 설계모수와 ARL_δ, ATS_δ 값을 나타내었으며, \bar{X} -CRL 합성관리도의 정상상태(SS)와 Head Start(HS) 가정 하의 ARL_δ 값과 비교하였다. 단, VSSI-CRL 관리도에서의 ARL_δ 는 $h_2 = h_0 = 1$ 일 경우 ATS_δ 값과 같다. 또한 h_2 값이 1보다 크면 $h_1 = h_{\min}$ 으로 설정된 것이다.

공정평균의 변화가 작은 경우에는($\delta \leq 0.5$) VSSI-CRL 관리도의 ARL_δ 와 ATS_δ 모두 \bar{X} -CRL 합성관리도의 ARL_δ 에 비해 크게 향상됨을 알 수 있

다. 특히 $\delta = 0.3$ 일 경우에는 ARL_δ 가 73%나 감소하였다. Davis and Woodall[3]이 지적한 바와 같이 HS 가정은 과도하게 낙관적이고 현실성이 없는데도 불구하고, 제안된 관리도의 성능이 HS 가정하의 성능보다도 향상된 것은 고무적인 일이라 할 수 있다. 공정평균의 변화가 증가하여 δ 가 2 이상이 되면 제안된 관리도의 ARL_δ 는 \bar{X} -CRL 합성관리도보다 커지지만, 샘플링 간격을 조정한 ATS_δ 로 이를 만회할 수 있다. ATS_δ 는 거의 모든 구간에서 정상상태(SS) 하의 \bar{X} -CRL 합성관리도보다 좋은 성능을 보인다. 이러한 결과는 [그림 3]을 통해서도 확인할 수 있다. 그림에서 X-CRL(SS)와 X-CRL(HS)는 각각 정상상태와 HS가정 하에서의 \bar{X} -CRL 합성관리도의 ATS_δ 를 나타내며, V-CRL(ARL)과 V-CRL(ATC)는 각각 VSSI-CRL 관리도의 ARL_δ 와 ATS_δ 를 나타낸다.

VSSI-CRL 관리도 자체만의 특성을 살펴보면, 공정평균의 변화가 작은 경우에는($\delta \leq 0.5$) ARL_δ 가 ATS_δ 와 거의 같은 값을 보이지만 공정평균의 변화가 커질수록 ATS_δ 가 ARL_δ 보다 작은 값을 갖게 된다. 이는 작은 공정변화에 대해선 주로 표본 크기의 변화가 검정력을 향상시키지만, 공정변화가 큰 경우엔 샘플링 간격이 중요한 역할을 한다는 것을 의미한다. 이러한 현상은 n_1 과 n_2 의 비율을 살펴 보더라도 알 수 있다. 공정평균의 변화가 작은 경우에는 n_1 을 최소화 하고 n_2 를 최대화함으로써 ARL_δ 를 향상시키는 반면, 공정평균의 변화가 커질수록 n_1 과 n_2 의 차이는 감소한다.

VSSI 관리도와 마찬가지로 VSSI-CRL 관리도 또한 총 검사량을 증가시키지 않으면서 공정의 이상상태를 신속하게 감지하는 특성을 보인다. 일례로써 $L = 5$ 인 경우, $\delta = 0.1$ 로서 매우 작으면 $(n_1, n_2) = (1, 135)$ 로 샘플링 규모가 증가한 것처럼 보이지만, 관리상태 하에서 표본크기의 기댓값은 제약식 (23)에 의해 $n_0 = 4$ 와 갖게 유지된다. 또한 동일한 ARL_δ



[그림 3] \bar{X} -CRL 합성관리도와 VSSI-CRL 관리도의 ARL, ATS 비교 ($n_0 = 4, h_{\min} = 0.1$)

를 유지하면서 ARL_δ 를 감소시킨다는 것은 ARL_δ 가 동일하다면 더 큰 ARL_0 를 갖는 것을 의미하므로, 동일한 검정력(power)를 가질 때 제1종 오류 확률(오류에 의한 잘못된 정보 가능성)을 감소시킴을 의미한다.

5.2 EWMA 관리도와의 비교

VSSI-CRL 관리도의 ARL_δ, ATS_δ 값을 Lucas and Saccucci[4]가 작성한 EWMA 관리도의 ARL_δ

값과 비교해 보았다. EWMA 관리도의 가중치 λ 의 범위는 0.03에서 1.0까지 다양한 값을 갖는다. Lucas and Saccucci[4]가 작성한 EWMA 관리도는 $n_0 = 1$ 로 고정되어 있기 때문에 공정한 비교를 위해 δ 값을 $\sqrt{n_0}$ 로 나누어 $\delta\sigma$ 의 변화를 $\delta\sigma/\sqrt{n_0}$ 로 나타내어 비교하였다. ARL_0, ATS_0 의 값을 500으로 고정하고 n_0 의 값을 2, 5, 10 등으로 변화시켜 가며 값을 비교한 결과가 <표 3>~<표 5>와 같다. 표에서 EWMA 관리도의 ARL_δ 의 값은 λ 의 범위

<표 3> EWMA 관리도와 VSSI-CRL 관리도의 ATS_δ 비교 ($n_0 = 1, h_{\min} = 0$)

del	L	n_1	n_2	h_1	h_2	ATS	EWMA	ATS-R
0.00						500	480	-4.1667%
0.18	1	1	23	0.1	1.0429395	166.0963	74.1	-124.1516%
0.35	1	1	23	0.1	1.0429395	45.5043	28	-62.5154%
0.53	1	1	23	0.1	1.0450826	18.252421	15.5	-17.7576%
0.71	1	1	15	0.1	1.081904	9.2034028	10.1	8.8772%
1.06	1	1	6	0.1	1.2250983	3.2783539	5.37	38.9506%
1.41	2	1	3	0.1	1.9001621	1.7954819	3.47	48.2570%
1.77	2	1	3	0.1	1.9001621	1.3461697	2.47	45.4992%
2.12	1	1	3	0.1	1.9001573	1.2070045	1.87	35.4543%
2.47	1	1	3	0.1	1.9001573	1.1481076	1.46	21.3625%
2.83	10	1	3	0.1	1.9002398	1.1192312	1.22	8.2597%
3.54	10	1	3	0.1	1.9002398	1.0952259	1.03	-6.3326%

〈표 4〉 EWMA 관리도와 VSSI-CRL 관리도의 ATS_δ 비교 ($n_0=5, h_{\min}=0$)

del	L	n_1	n_2	h_1	h_2	ATS	EWMA	ATS-R
0.00						500	480	-4.1667%
0.11	1	1	92	0.1	1.0414616	123.60736	74.1	-66.8116%
0.22	1	1	92	0.1	1.0414616	35.64965	28	-27.3202%
0.34	1	1	54	0.1	1.0735545	16.972257	15.5	-9.4984%
0.45	1	1	30	0.1	1.1440912	8.8386561	10.1	12.4886%
0.67	2	2	14	0.1	1.3001081	3.2581416	5.37	39.3270%
0.89	2	3	9	0.1	1.4501216	1.7939391	3.47	48.3015%
1.12	2	3	6	0.1	2.8002431	1.3213625	2.47	46.5035%
1.34	2	4	6	0.1	1.9001621	1.1689112	1.87	37.4914%
1.57	2	4	6	0.1	1.9001621	1.1180396	1.46	23.4219%
1.79	10	4	6	0.1	1.9002398	1.0984478	1.22	9.9633%
2.24	10	4	6	0.1	1.9002398	1.0878614	1.03	-5.6176%

〈표 5〉 EWMA 관리도와 VSSI-CRL 관리도의 ATS_δ 비교 ($n_0=10, h_{\min}=0.1$)

del	L	n_1	n_2	h_1	h_2	ATS	EWMA	ATS-R
0.00						500	480	-4.1667%
0.08	1	1	206	0.1	1.0414088	114.73922	74.1	-54.8438%
0.16	1	1	206	0.1	1.0414088	34.568905	28	-23.4604%
0.24	1	1	105	0.1	1.0853493	16.908473	15.5	-9.0869%
0.32	1	3	62	0.1	1.1212431	8.8244939	10.1	12.6288%
0.47	2	4	28	0.1	1.3001081	3.2580416	5.37	39.3288%
0.63	2	5	17	0.1	1.6429961	1.7867876	3.47	48.5076%
0.79	2	6	13	0.1	2.2001891	1.3212226	2.47	46.5092%
0.95	2	7	11	0.1	3.7003242	1.1662624	1.87	37.6330%
1.11	2	8	11	0.1	2.8002431	1.1166823	1.46	23.5149%
1.26	10	9	11	0.1	1.9002398	1.0978305	1.22	10.0139%
1.58	10	9	11	0.1	1.9002398	1.0874882	1.03	-5.5814%

0.03~1.00내에서 가장 작은 값을 적었으며 VSSI-CRL 관리도의 ATS_δ 값과 EWMA 관리도의 최소 ARL_δ 값을 비교한 수치를 ATS-R로 나타내었다. ATS-R 값이 양수로 나타나는 구간이 제안된 관리도가 EWMA 관리도보다 우수한 성능을 보이는 구간이라고 할 수 있다. $n_0=2$ 인 경우에 VSSI-CRL 관리도의 ATS 값은 $0.71 \leq \delta \leq 2.83$ 구간에서 EWMA 관리도보다 우수한 성능을 보여주고 있다. $n_0=5$ 의

경우에는 $0.45 \leq \delta \leq 1.79$ 구간, $n_0=10$ 인 경우에는 $0.32 \leq \delta \leq 1.26$ 구간에서 EWMA 관리도보다 λ 의 가중치 변화에 상관없이 우수한 성능을 보인다. 일반적으로 EWMA 관리도는 공정평균의 작은 이동을 발견하는데 탁월한 특성을 갖는다. 그러나 VSSI-CRL 관리도에서 n_0 를 증가시키면 작은 공정평균의 이동에 대해서도 EWMA 관리도와 비견할 만한 성능을 나타낼 수 있을 것이다. 최대의 δ

에 대해 EWMA 관리도를 능가하지 못하는 이유는 이 때의 λ 는 1.0으로써 \bar{X} 관리도와 동일하기 때문이다. 공정평균의 이동 폭이 큰 경우 \bar{X} 관리도가 최적임은 이미 알려진 사실이다.

5.3 VSSI 관리도와의 비교

VSSI 관리도와 CRL 관리도를 통합함으로써 VSSI 관리도에 비해 통계적 성능이 향상되었는지 알아보

기 위해 Prabhu et al.[5]의 논문에서 나온 ATS_δ 값과 비교하였다. $n_0=3, 5$ 일 때 각각 $h_1=0.01, 0.1$ 로 계산한 ATS_δ 값을 $0.5 \leq \delta \leq 1.50$ 범위에서 0.25씩 변화시키면서 비교한 결과가 <표 6> 및 <표 7>과 같다. 공정한 비교를 하기 위해 Prabhu et al.[5]의 논문에서의 ATS_δ 를 최소화시키는 최적 n_1, n_2 값을 구하여 비교하였다. 공정평균의 이동이 작을 수록 VSSI-CRL 관리도가 VSSI 관리도보다 더 우수한 성능을 보였다.

<표 6> VSSI 관리도와 VSSI-CRL 관리도의 ATS_δ 비교 ($n_0=3$)

	del	VSSI ATS				VSSI-CRL ATS				비 교
		n_1	n_2	w	ATS	n_1	n_2	w	ATS	
$n_0=3$ $h_0=0.01$	0.5	1	30	1.8024	13.4150	1	23	1.6773	11.8023	12.0222%
	0.75	1	12	1.3285	4.5029	1	10	1.283	4.3098	4.2888%
	1	1	6	0.8387	2.1940	1	6	0.8386	2.1234	3.2197%
	1.25	2	4	0.6724	1.3992	2	4	0.6723	1.3769	1.5988%
	1.5	2	4	0.6724	1.1267	2	4	0.6723	1.1348	-0.7165%
$n_0=3$ $h_0=0.1$	0.5	1	30	1.8024	13.5404	1	24	1.6978	11.9075	12.0593%
	0.75	1	12	1.3285	4.6795	1	11	1.2751	4.4949	3.9454%
	1	1	7	0.9638	2.3918	1	6	0.8386	2.3360	2.3339%
	1.25	2	5	0.9638	1.5657	2	5	0.9636	1.5620	0.2344%
	1.5	2	4	0.6724	1.2375	2	4	0.6723	1.2684	-2.4912%

<표 7> VSSI 관리도와 VSSI-CRL 관리도의 ATS_δ 비교 ($n_0=5$)

	del	VSSI ATS				VSSI-CRL ATS				비 교
		n_1	n_2	w	ATS	n_1	n_2	w	ATS	
$n_0=5$ $h_0=0.01$	0.5	1	26	1.3975	6.7518	1	22	1.3024	6.3607	5.7916%
	0.75	2	11	0.9638	2.3461	2	10	0.8839	2.2735	3.0949%
	1	3	7	0.6724	1.3196	3	6	0.6723	1.3016	1.3606%
	1.25	3	6	0.4295	1.0706	3	6	0.6723	1.0785	-0.7321%
	1.5	4	6	0.6724	1.0175	4	6	0.6723	1.0254	-0.7732%
$n_0=5$ $h_0=0.1$	0.5	1	26	1.3975	7.4464	2	24	1.4802	6.5097	12.5797%
	0.75	2	11	0.9638	2.8707	2	11	0.9636	2.4794	13.6305%
	1	3	7	0.6724	1.7190	3	7	0.6723	1.4829	13.7387%
	1.25	3	6	0.4295	1.3407	3	6	0.6723	1.2049	10.1287%
	1.5	4	6	0.6724	1.1900	4	6	0.6723	1.1242	5.5282%

6. 결 론

기존의 \bar{X} -CRL 합성관리도에 VSSI 관리도를 결합한 VSSI-CRL 관리도는 기존 합성관리도에 비해 ATS 성능이 현저히 나아진 모습을 보여준다. VSSI 관리도의 특징인 임계한계에 따른 가변적인 샘플링 개수와 구간을 적용하고 불량표본 발생시 CRL 관리도의 규칙을 적용함으로써 ATS 성능을 개선하였다. 공정평균의 작은 이동에 민감한 것으로 알려진 EWMA 관리도와 비교한 결과, 특정구간에서는 최적의 가중치를 사용한 EWMA 관리도보다 우수한 성능을 보였다. 또한 평균 표본크기 n_0 를 증가시키면 공정평균의 작은 이동에 대해서도 EWMA 관리도와 견줄만한 성능을 나타내었다. VSSI 관리도와 비교한 결과, 크지 않은($\delta \leq 1$) 공정변화에 대해서 더 우수한 ATS 성능을 보였다. VSSI-CRL 관리도는 EWMA 관리도와 달리 가중치에 의존하지 않고 설계가 가능하며, VSSI 관리도와 비교하더라도 운영상 큰 어려움이 없으므로 많은 활용이 기대된다.

참 고 문 헌

- [1] Bourke, P.D., "Detecting a Shift in Fraction Nonconforming Using Run-Length Control Charts with 100% Inspection," *Journal of Quality Technology*, Vol.23(1991), pp.225-238.
- [2] Costa, A.F.B., " \bar{X} Chart with Variable Sample Size and Sampling Intervals," *Journal of Quality Technology*, Vol.29(1997), pp.197-204.
- [3] Davis, R.B. and W.H. Woodall, "Evaluating and Improving the Synthetic Control Chart," *Journal of Quality Technology*, Vol.34(2002), pp.200-208.
- [4] Lucas, J.M. and M.S. Saccucci, "Exponentially Weight of Moving Average Control Schemes : Properties and Enhancements," *Technometrics*, Vol.32(1990), pp.1-12.
- [5] Prabhu, S.S., D.C. Montgomery and G.C. Runger, "A Combined Adaptive Sample Size and Sampling Interval \bar{X} Control Scheme," *Journal of Quality Technology*, Vol.26, No.3 (1994), pp.164-176.
- [6] Wu, Z. and T.A. Spedding, "A Synthetic Control Chart for Detecting Small Shifts in the Process Mean," *Journal of Quality Technology*, Vol.32(2000), pp.32-38.