

논문 2005-42SC-6-2

# 특이시스템의 비약성 $H_\infty$ 제어기 설계 알고리즘 개발

(Development of non-fragile  $H_\infty$  controller design algorithm for singular systems)

김 종 해\*

(Jong Hae Kim)

## 요 약

본 논문은 특이시스템과 곱셈형 섭동을 가지는 제어기에 대한 비약성  $H_\infty$  제어기 설계 알고리즘을 제안한다. 제어기가 존재할 조건과 비약성  $H_\infty$  제어기 설계 방법 및 제어기에서의 비약성 척도를 선형행렬부등식 접근방법으로 제안한다. 또한, 특이치 분해와 변수치환 및 슈어 여수정리를 이용하여 구한 충분조건은 구하고자 하는 모든 변수의 견지에서 볼록최적화(convex optimization)가 가능한 하나의 선형행렬부등식으로 변형된다. 따라서, 제안한 비약성  $H_\infty$  제어기는 점근적 안정성과 페루프 특이시스템의  $H_\infty$  노음 유계 및 제어기의 곱셈형 섭동에 대한 안정성을 보장한다. 또한, 제안한 알고리즘을 이용하면 변수 불확실성을 가지는 특이시스템에 대한 강인 비약성  $H_\infty$  제어기 설계 문제에도 쉽게 확장됨을 보인다. 마지막으로, 수치예제를 통하여 제안한 알고리즘의 타당성을 검증한다.

## Abstract

In this paper, we consider the synthesis of non-fragile  $H_\infty$  state feedback controllers for singular systems and static state feedback controller with multiplicative uncertainty. The sufficient condition of controller existence, the design method of non-fragile  $H_\infty$  controller, and the measure of non-fragility in controller are presented via LMI(linear matrix inequality) technique. Also, the sufficient condition can be rewritten as LMI form in terms of transformed variables through singular value decomposition, some changes of variables, and Schur complements. Therefore, the obtained non-fragile  $H_\infty$  controller guarantees the asymptotic stability and disturbance attenuation of the closed loop singular systems within a prescribed degree. Moreover, the controller design method can be extended to the problem of robust and non-fragile  $H_\infty$  controller design method for singular systems with parameter uncertainties. Finally, a numerical example is given to illustrate the design method.

**Keywords :** Singular systems, non-fragile  $H_\infty$  control, linear matrix inequality

## I. 서 론

플랜트의 변수에 대하여 강인성(robustness)을 가지도록 설계하거나 하나의 성능지수를 최적화하도록 설계된 폐환시스템(feedback systems)은 매우 정확한 제어기의 구현이 요구된다. 일반적인 제어기 설계방법은 제어기가 정확하게 구현되어진다는 가정하에 이루어진다.

그러나 제어기의 구현문제는 안전한 제어기 이득 여유도를 가지도록 구현하는 공학자에게 요구되는 조건과 더불어 A/D 또는 D/A 컨버터, 마무리오차(rounding-off error), 제한 워드 길이(finite word length) 등의 문제와 연관이 있다. 따라서 제작하는 제어기는 제어기의 이득변수에서 발생하는 불확실성에도 잘 견딜 수 있도록 설계해야 한다. 제어기의 약성(fragility)은 기본적으로 제어기를 구현할 때 시스템의 부정확성으로 인하여 폐환시스템의 성능저하를 유발하므로 최근 중요한 문제로 고려되고 있다. 또한, 정확한 제어기 구현이 가능하다 하더라도 현장에서는 제어기의 이득조정(gain tuning)이 필요하므로 제어기의 비약성

\* 정희원, 선문대학교 전자공학부  
(Division of Electronic Eng., Sun Moon University)  
※ “이 논문은 2004년도 한국학술진흥재단의 지원에 의하여 연구되었음 (KRF-2004-041-D00254)”  
접수일자: 2005년7월15일, 수정완료일: 2005년11월5일

(non-fragility)에 대한 연구가 필요하다.

Keel 등<sup>[1]</sup>은 제어기가 정확히 구현되지 않으면 최종 제어기가 나쁜 안정성 여유(stability margin)를 가짐을 보였다. 그래서, 최근 몇몇 연구자들은 비약성 제어기 설계 알고리즘을 개발해 왔다<sup>[2-7]</sup>. Haddad 등<sup>[2]</sup>은 자승적(quadratic) 리아푸노프 유계를 통한 비약성 제어기 설계방법을 제시하였다. 그리고, Famularo 등<sup>[3]</sup>은 플랜트와 제어기에 변수 불확실성이 존재하는 선형시스템을 위한 LQ 정적 상태배환 제어기 설계방법을 고려하였다. 그러나, Famularo 등<sup>[3]</sup>은 직접적으로 비약성 척도(the measure of non-fragility)를 구한 것이 아니라 제어기를 찾기 이전에 미리 비약성 척도를 선정해야 하였다. 또한 다루고 있는 시스템이 비특이(non-singular) 시스템에 국한되었다. 그리고, Dorato 등<sup>[4]</sup>은 표시 한정기호 제거(symbolic quantifier elimination)방법을 이용하여 비약성 제어기를 설계하는 문제를 다루었다. 하지만 비약성 제어를 다루었던 대부분의 기존 결과들이 비정규(non-regular) 특이시스템을 다루었다.

이러한 문제점을 해결하기 위하여 최근 특이시스템(singular systems)에 대한  $H_\infty$  제어연구가 활발해지면서 여러 가지 설계기법들이 개발되었다. 결국, 특이시스템을 다룰 경우 비특이시스템의 동특성(dynamics)까지도 포함하는 여러 가지 동특성을 다룰 수 있다는 장점이 있다. 일반적인 기존의 제어기 설계기법은 특이 현상을 피하기 위하여 제약조건을 주거나 시스템을 변화시켜 원래의 동특성을 무시한다. 따라서 불확실성이나 모델링 오차 등이 증가하여 실제 적용에서 예상하지 못한 임펄스(impulse)나 히스테리시스(hysteresis) 등의 물리적 현상이 일어나고, 이러한 현상은 기존의 상태공간 모델로는 적절히 다룰 수가 없다<sup>[7,8]</sup>. 특이시스템에 대한 해석과 설계방법은 특이시스템의 특별한 특징들로 인하여 대규모 시스템, 특이 섭동이론, 제약적 기계시스템 등에 광범위하게 적용되어지기 때문에 최근 특이시스템의 연구가 활발히 진행되고 있다. 하지만, 이러한 특이시스템에 대한 제어기의 비약성을 고려하는 제어기 설계 알고리즘은 없는 실정이다.

본 논문에서는 특이시스템에 대하여 제어기 설계시에 발생하는 불확실성을 미리 고려하여 점근적 안정성과  $H_\infty$  성능지수를 만족하는 비약성  $H_\infty$  제어기 설계 알고리즘 방법을 최적화가 가능한 선형행렬부등식 방법으로 제시한다. 또한, 비약성의 척도를 제시함으로써 제어기의 변동에 대한 성능을 예측가능하게 한다. 제어기가 존재할 조건과 제어기 설계방법을 특이치 분해(singular value

decomposition)방법, 슈어 여수(Schur complements)정리, 변수치환 등의 방법을 이용한다. 제안한 알고리즘은 모든 변수의 견지에서 선형행렬부등식으로 표현이 가능하므로 동시에 모든 해를 구할 수 있다.

## II. 문제 설정

외란입력을 가지는 특이시스템

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= Ax(t) + B_1u(t) + B_2w(t) \\ z(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (1)$$

을 다룬다. 여기서,  $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 는 상태,  $z(t) \in \mathbb{R}^l$ 는 제어될 출력,  $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 는 제어입력,  $w(t) \in \mathbb{R}^p$ 는 외란입력,  $E$ 는  $\text{rank}(E) = r \leq n$ 을 만족하는 특이행렬, 그리고 모든 행렬은 적절한 차원을 가진다. 비록 설계할 제어기의 형태는

$$u(t) = Kx(t) \quad (2)$$

와 같을지라도 구현하는 제어기의 형태를 곱셈형 섭동(multiplicative uncertainty)을 가지는

$$u(t) = [I + \alpha\Phi(t)]Kx(t) \quad (3)$$

의 형태라고 가정한다. 여기서,  $K$ 는 제어기 이득(controller gain),  $\alpha$ 는 양의 실수이고,  $\alpha\Phi(t)K$ 는 제어기 이득의 변동을 나타낸다. 그리고  $\Phi(t)$ 는 유계(bound)를 가지는

$$\Phi(t)^T\Phi(t) \leq I \quad (4)$$

와 같이 정의한다. 또한,  $\alpha$ 는 제어기 이득의 변동에 대한 비약성 척도를 나타낸다. 특이시스템 (1)과 실제 비약성을 포함하는 제어기 (3)으로 구성되는 페루프시스템은

$$\begin{aligned} E\dot{x}(t) &= [A + B_1(I + \alpha\Phi(t))K]x(t) + B_2w(t) \\ z(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (5)$$

와 같이 주어진다. 또한,  $H_\infty$  성능지수는

$$J = \int_0^\infty [z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t)] dt \quad (6)$$

이다. 따라서 제어기를 설계하는 목적은 구현 시 가지는 제어기 이득의 변동에도 불구하고 페루프시스템이  $\gamma$  유계와 비약성 척도  $\alpha$ 를 가지는 외란감쇠와 점근적 안정성

을 보장하는 것이다. 특이시스템의 성질은 정의 1에서 정의한다.

**정의 1**<sup>[7]</sup>.  $E\dot{x}(t) = Ax(t)$ 의 시스템에 대하여,

- (i)  $|sE - A| \neq 0$ 이면 특이시스템은 정규적(regular)이고,
- (ii)  $\text{rank}(E) = \text{deg}|sE - A|$ 이면, 특이시스템이 임펄스프리(impulse free)이기 위한 필요충분조건이고,
- (iii) 특이시스템이 가지는 모든 모드가 감소하면 시스템은 점근적으로 안정하다.

### III. 비약성 $H_\infty$ 제어기 설계

본 절에서는 비약성  $H_\infty$  제어기가 존재할 조건과 제어기 설계방법에 대한 설계 알고리즘을 제시한다.

**정리 1.** 페루프시스템 (5)에 대하여, 행렬부등식

$$E^T P = PE \geq 0 \tag{7}$$

$$\begin{matrix} \Pi & P^T B_2 \\ * & -\gamma^2 I \end{matrix} < 0 \tag{8}$$

을 만족하는 역행렬이 존재하는  $P$ 와 제어기 이득  $K$ 가 존재하면 식 (2)의 제어기는 제어기 이득의 변동에도 불구하고 특이시스템 (1)을 점근적으로 안정화하고  $H_\infty$  성능지수 (6)을 만족하는 비약성  $H_\infty$  제어기이다. 여기서,  $*$ 는 대칭행렬(symmetric matrix)의 주 대각선 아래에 놓이는 요소이고, 변수는

$$\begin{aligned} \Pi = & A^T P + P^T A + C^T C + P^T B_1 K + K^T B_1^T P \\ & + \alpha \epsilon P^T B_1 B_1^T P + \frac{\alpha}{\epsilon} K^T K \end{aligned}$$

이다.

**증명:** 식 (7)을 만족하는 적절한 리아푸노프(Lyapunov) 함수

$$V(x(t)) = x(t)^T E^T P x(t) \tag{9}$$

를 잡고, 페루프시스템 (5)의 해에 따른 시간에 대한 미분을 구하면

$$\dot{V}(x(t)) = \dot{x}(t)^T E^T P x(t) + x(t)^T P^T E \dot{x}(t) \tag{10}$$

과 같다. 식 (6)과 식 (10)의 관계로부터 식 (8)은

$$z(t)^T z(t) - \gamma^2 w(t)^T w(t) + \dot{V}(x(t)) < 0 \tag{11}$$

을 의미한다. 따라서, 보조정리

$$\begin{aligned} & 2\alpha x(t)^T P B_1 \Phi(t) K x(t) \\ & \leq \alpha \epsilon x(t)^T P B_1 B_1^T P x(t) + \frac{\alpha}{\epsilon} x(t)^T K^T K x(t) \end{aligned} \tag{12}$$

를 이용하여, 식 (11)을 정리하면

$$\begin{matrix} x(t) & \Pi & P^T B_2 & x(t) \\ w(t) & * & -\gamma^2 I & w(t) \end{matrix} < 0 \tag{13}$$

을 얻고, 식 (13)은 식 (8)을 의미한다.

정리 1은 구하고자 하는 변수의 견지에서 비선형성을 포함하는 요소가 존재하므로 볼록최적화(convex optimization)가 불가능하고 식 (7)에서는 등호를 포함하고 있어서 해를 구하기가 쉽지 않다. 따라서, 적절한 분해와 전개를 통하여 볼록최적화가 가능한 선형행렬부등식의 형태로 비약성  $H_\infty$  제어기가 존재할 충분조건과 제어기 설계방법을 아래 정리 2에서 제시한다.

**정리 2.** 아래의 선형행렬부등식

$$\begin{bmatrix} \Gamma_1 & \Gamma_2 & B_{21} & Q_1 C_1^T + Q_3^T C_2^T & Q_1 & Q_3^T & Y_1^T \\ * & \Gamma_3 & B_{22} & Q_4 C_2^T & 0 & Q_4 & Y_2^T \\ * & * & -\rho I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -I & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & * & * & -\beta_2 I \end{bmatrix} < 0 \tag{14}$$

를 만족하는 양의 정부호(positive-definite) 행렬  $Q_1$ , 역행렬이 존재하는 행렬  $Q_4$ , 행렬  $Q_3$ ,  $Y_1$ ,  $Y_2$  및 양의 실수  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\rho$ 가 존재하면, 아래의 형태

$$K = Y_1 P_1 + Y_2 P_3 \quad Y_2 P_4 \tag{15}$$

로 표현되는 제어이득은 이득의 변화에도 불구하고 페루프시스템의 정규성, 임펄스프리, 점근적 안정성 및  $H_\infty$  성능지수를 만족하는 비약성  $H_\infty$  제어기 이득이다. 여기서, 변수들은 다음과 같이 정의한다.

$$\Gamma_1 = A_1 Q_1 + Q_1 A_1^T + B_{11} Y_1 + Y_1^T B_{11}^T + \beta_1 B_{11} B_{11}^T$$

$$\Gamma_2 = Q_3^T A_4^T + B_{11} Y_2 + Y_1^T B_{12}^T + \beta_1 B_{11} B_{12}^T$$

$$\Gamma_3 = A_4 Q_4 + Q_4 A_4^T + B_{12} Y_2 + Y_2^T B_{12}^T + \beta_1 B_{12} B_{12}^T$$

$$P_1 = Q_1^{-1}, P_4 = Q_4^{-1}, P_3 = -P_4 Q_3 P_1$$

$$\beta_1 = \alpha \epsilon, \beta_2 = \frac{\epsilon}{\alpha}, \rho = \gamma^2$$

증명: 슈어 여수정리와 변수치환,  $Q = P^{-1}$ ,  $Y = KP^{-1} = KQ$ 을 이용하면 식 (8)은

$$\begin{bmatrix} \Psi & B_2 \\ * & -\rho I \end{bmatrix} < 0 \quad (16)$$

으로 변형된다. 여기서, 변수는

$$\begin{aligned} \Psi &= Q^T A^T + A Q + Q^T C^T C Q + Q^T Q + B_1 K Q \\ &+ Q^T K^T B_1^T + \alpha \epsilon B_1 B_1^T + \frac{\alpha}{\epsilon} Q^T K^T K Q \end{aligned}$$

와 같다. 식 (7)에서 등호를 없애고 구하려는 모든 변수의 견지에서 선형행렬부등식을 만들기 위하여 일반성을 상실함 없이(without loss of generality)

$$\begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} I_r & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_4 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} B_{11} \\ B_{12} \end{bmatrix}, \\ B_2 &= \begin{bmatrix} B_{21} \\ B_{22} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

과 같은 특이치분해(singular value decomposition)<sup>[7]</sup>를 사용한다. 또한 식 (7)의 조건을 만족하기 위하여

$$P = \begin{bmatrix} P_1 & 0 \\ P_3 & P_4 \end{bmatrix} \quad (18)$$

로 두고, 구하려는 다른 해를

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 \end{bmatrix}, Q = P^{-1} = \begin{bmatrix} Q_1 & 0 \\ Q_3 & Q_4 \end{bmatrix} \quad (19)$$

와 같이 정의한다. 식 (17)과 (18) 및 (19)를 식 (16)에 대입하면 모든 변수의 견지에서 블록최적화가 가능한 하나의 선형행렬부등식 (14)를 얻을 수 있다. ■

참조 1.  $E = I$ 인 경우, 비특이시스템에 대한 비약성 제어기 문제가 식 (16)의 선형행렬부등식으로부터 얻을 수 있다. 따라서 제안한 제어기 설계 알고리즘은 특이시스템에 대한 문제 뿐만 아니라 상대공간 문제를 다루는 비특이시스템의 비약성 문제까지도 해결하는 일반적인 알

고리즘이다.

참조 2. 식 (14)는 구하려는 변수  $Q_1, Q_3, Q_4, Y_1, Y_2, \rho, \beta_1, \beta_2$ 의 견지에서 하나의 선형행렬부등식이므로 MATLAB의 LMI 도구상자<sup>[9]</sup>로부터 한번에 모든 해를 구할 수 있다. 또한, 비약성 척도는 변수치환의 관계로부터  $\alpha = \sqrt{\beta_1/\beta_2}$ 로 계산할 수 있고,  $H_\infty$  노음 유계는  $\gamma = \sqrt{\rho}$ 로 계산된다.

참조 3. 강인성과 비약성의 성능을 동시에 만족하기 위해서는 최소의  $\gamma$ 와 최대의  $\alpha$  값을 계산하여야 한다. 우선 최소의  $\gamma$ 의 값을 계산하기 위한 최적화 문제는

Minimize  $\rho$  subject to LMI (14)

와 같이 다시 정의할 수 있다. 또한, 최대의  $\alpha$ 의 비약성 척도를 계산하기 위한 최적화 문제는

Maximize  $\beta_1$  subject to LMI (14)

Maximize  $\beta_2$  subject to LMI (14)

와 같이 변경할 수 있다. 제안한 비약성  $H_\infty$  제어기 설계 알고리즘은 변수 불확실성을 가지는 특이시스템에 대한 강인 비약성  $H_\infty$  제어기 문제로 확장가능하다.

보조정리 2. 변수 불확실성을 가지는 특이시스템

$$\begin{aligned} \dot{E}x(t) &= [A + \Delta A(t)]x(t) + [B_1 + \Delta B_1(t)]u(t) \\ &+ [B_2 + \Delta B_2(t)]w(t) \\ z(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (20)$$

을 다룬다. 여기서, 변수 불확실성은

$$\begin{aligned} [\Delta A(t) \quad \Delta B_1(t) \quad \Delta B_2(t)] &= HF(t)[E_1 \quad E_2 \quad E_3] \\ F(t)^T F(t) &\leq I \end{aligned} \quad (21)$$

이다.  $H, E_1, E_2, E_3$ 는 알고 있는 행렬이며,  $F(t)$ 는 식 (21)의 조건을 만족하는 모르는 행렬이다. 비약성  $H_\infty$  제어기 (2)를 가지고 식 (20)의 변수 불확실성을 가지는 특이시스템이 안정가능화(stabilizable)하고  $H_\infty$  노음이  $\gamma$  이내로 유계될 필요충분조건은

$$E\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1u(t) + [B_2 \ \gamma\lambda H] \begin{bmatrix} w(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} z(t) \\ \hat{z}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C \\ \frac{1}{\lambda}E_1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\lambda}E_2 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\lambda}E_3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w(t) \\ \hat{w}(t) \end{bmatrix} \quad (22)$$

의 변형한 등가의 시스템에서 양의 실수  $\lambda$ 가 존재하고 동일한 제어기 (2)에 의하여 안정가능화하고  $H_\infty$  노음이  $\gamma$ 이내로 유계되는 것이다. 여기서,  $\hat{w}(t)$ 와  $\hat{z}(t)$ 는 추가적인 외란입력과 제어될 출력이다.

**증명:** 참고문헌 [10]과 [11] 등의 기존결과를 이용하면 쉽게 증명가능하므로 생략한다.

#### IV. 예 제

본 절에서는 제안한 제어기 설계 알고리즘의 타당성을 확인하기 위하여 수치예제를 보인다. 외란을 가지는 특이시스템

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0.1 \\ 0.1 \\ 0.1 \end{bmatrix} w(t)$$

$$z(t) = [1 \ 1 \ 1]x(t) \quad (23)$$

을 다룬다. 정리 2로부터 구하고자 하는 모든 해는 LMI 도구상자<sup>[9]</sup>로부터 직접

$$Q = \begin{bmatrix} 0.3068 & -0.1174 & 0 \\ -0.1174 & 0.0687 & 0 \\ 0.0425 & 0.2919 & 0.0778 \end{bmatrix}$$

$$Y = [-0.0450 \ -0.6029 \ -0.5098]$$

$$P = \begin{bmatrix} 9.4328 & 16.1289 & 0 \\ 16.1289 & 42.1378 & 0 \\ -65.6772 & -166.9290 & 12.8539 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\beta_1 = 70.3712, \beta_2 = 1.1905, \rho = 0.9266$$

와 같이 구할 수 있다. 또한, 비약성 척도와  $H_\infty$  노음 유계는 참조 2의 설명에서와 같이

$$\alpha = \sqrt{\beta_1/\beta_2} = 0.5584$$

$$\gamma = \sqrt{\rho} = 0.9626 \quad (25)$$

로 구해진다. 여기서, 비약성 척도인  $\alpha$ 의 의미는 제어

기 이득의 55.84%까지 변하여도 시스템의 점근적 안정성과  $H_\infty$  성능지수를 보장한다는 것이다. 따라서, 비약성  $H_\infty$  제어기는 식 (15)로부터

$$u(t) = [23.2315 \ 58.7034 \ -6.5528]x(t) \quad (26)$$

으로 구해진다. 컴퓨터 모의실험을 위하여 외란입력을 그림 1에서처럼 1초에서 3초까지 10으로 잡고 제어기 이득의 변화를 최소  $-\alpha K$ 에서 최대  $\alpha K$ 로 설정하면 제어될 출력신호와 제어입력 및 상태는 그림 1과 2에서 주어진다. 그림 2의 결과에서처럼 시간이 흘러감에 따라 상태가 영으로 수렴하기 때문에 구한 비약성  $H_\infty$  제어기는 외란과 곱셈형 섭동의 이득이 변화하더라도 점근적 안정성과 비약성을 보장함을 알 수 있다. 또한, 그림 1에서 외란입력  $w(t)$ 와 제어될 출력  $z(t)$ 까지  $H_\infty$  노음 유계인  $\gamma$ 의 값이 구한 값보다 작기 때문에  $H_\infty$  성

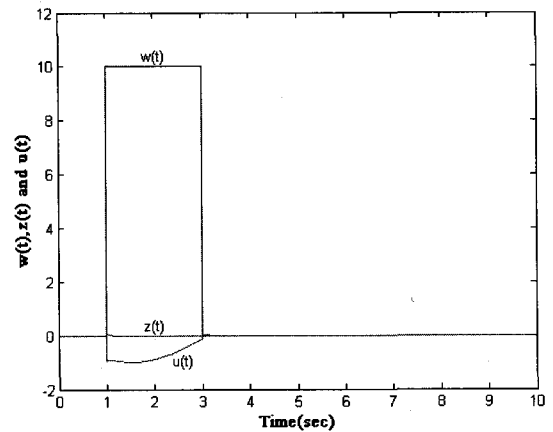


그림 1.  $w(t)$ ,  $z(t)$ 와  $u(t)$ 의 궤적  
Fig. 1. The trajectories of  $w(t)$ ,  $z(t)$  and  $u(t)$ .

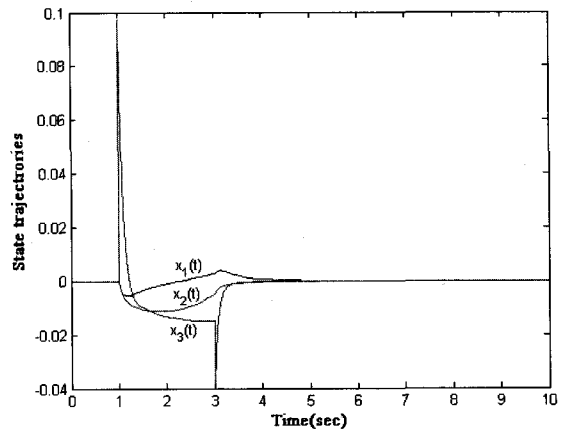


그림 2. 상태의 궤적  
Fig. 2. The trajectories of states.

능지수를 보장함을 알 수 있다. 제안한 제어기는 식 (4)와 같은 제어기의 이득의 변동에도 불구하고 점근적 안정성과  $H_\infty$  노음 유계를 보장한다. 물론 비약성 척도와 성능지수인  $\gamma$  사이의 관계는 어느 정도 상호절충(trade-off) 관계에 있다.  $\gamma$ 는 작을수록 외란에 대한 강인성을 높일 수 있고,  $\alpha$ 는 값이 클수록 제어기의 이득 변화에 둔감한(Insensitive) 비약성 제어를 설계할 수 있다. 따라서, 실제시스템에서는 두 값을 잘 선택하여서 성능을 만족하도록 하여야 한다.

**V. 결 론**

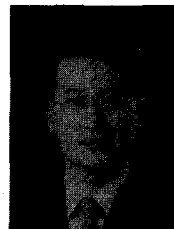
본 논문에서는 제어기에 곱셈형 섭동과 외란입력을 가지는 특이시스템 대한 비약성  $H_\infty$  제어가 설계 알고리즘을 제시한다. 비약성  $H_\infty$  제어가 존재할 조건과 제어기 설계방법을 블록최적화가 가능한 선형행렬부등식으로 표현하기 위하여 특이치분해, 슈어 여수정리, 변수치환 등을 사용한다. 또한, 비약성 척도를 계산하므로 제어기 이득의 변화에 대한 특이시스템의 성능보장 범위를 직접 계산할 수 있다. 제안한 알고리즘은 시스템 행렬에 변수 불확실성을 가지는 특이시스템에 대한 설계 알고리즘에 대해서도 쉽게 확장됨을 보였다.

**참 고 문 헌**

[1] L. H. Keel and S. P. Bhattacharyya, "Robust, fragile, or optimal," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 42, no. 8, pp. 1098-1105, 1997.  
 [2] W. M. Haddad and J. R. Corrado. "Resilient dynamic controller design via quadratic Lyapunov bounds," *Proc. of IEEE Conference on Decision and Control*, pp. 2678-2683, 1997.  
 [3] D. Famularo, C. T. Abdallah, A. Jadbabaie, P. Dorato, W. M. Haddad, "Robust non-fragile LQ controllers: The static state feedback case," *Proc. of American Control Conference*, pp. 1109-1113, 1998.  
 [4] P. Dorato, "Non-fragile controller design: An overview," *Proc. of American Control Conference*, pp. 2829-2831, 1998.  
 [5] A. Jadbabie, C. T. Abdallah, D. Famularo, and P. Dorato, "Robust non-fragile and optimal controller design via linear matrix inequalities," *Proc. of American Control Conference*, pp. 2842-2846, 1998.  
 [6] P. Dorato, C. T. Abdallah, and D. Famularo, "On the design of non-fragile compensators via

symbolic quantifier elimination," *World Automation Congress*, pp. 9-14, 1998.  
 [7] I. Masubuchi, Y. Kamitane, A. Ohara, and N. Suda, " $H_\infty$  control for descriptor systems: A matrix Inequalities approach," *Automatica*, vol. 33, pp. 669-673, 1997.  
 [8] K. Takaba, N. Morihara, and T. Katayama, "A generalized Lyapunov theorem for descriptor system," *Systems and Control Lett.*, vol. 24, pp. 49-51, 1995.no. 3, pp. 345-357, June 1998.  
 [9] P. Gahinet, A. Nemirovski, A. J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox*, The Math Works Inc., 1995.  
 [10] A. Rhem and F. Allgöwer, " $H_\infty$  control of descriptor systems with norm-bounded uncertainties in the system matrices," *Proc. of American Control Conference*, pp. 3244-3248, 2000.  
 [11] K. Gu, " $H_\infty$  control of systems under norm bounded in all system matrices," *IEEE Trans. Automat. Control*, vol. 39, pp. 1320-1322, 1994.

저 자 소 개



김 종 해(정회원)

1993년 경북대학교 전자공학과 졸업.  
 1995년 경북대학교 대학원 전자공학과 공학석사.  
 1998년 경북대학교 대학원 전자공학과 공학박사.

1998년~2002년 경북대학교 센서기술연구소 전임연구원.

2000년~2001년 일본 오사카대학 컴퓨터제어기계공학과 객원연구원.

2002년~현재 선문대학교 전자공학부 조교수  
 <주관심분야 : 강인제어, 시간지연 시스템 해석 및 제어기 설계, 특이시스템 해석 및 설계, 산업응용제어, 비약성(non-fragile) 및 신뢰(reliable) 제어 등.>