

논문 2005-42SP-6-20

# 계산 복잡성이 단순화된 비선형 추정기를 사용한 Busssgang 블라인드 등화

(Busssgang Blind Equalization Using Nonlinear Estimators with Reduced Computational Complexity)

오 길 남\*

(Kil Nam Oh)

요 약

이 논문에서는 계산 복잡성이 단순화된 비선형 추정기를 소개하고, 이를 적용한 Busssgang 블라인드 등화 알고리즘을 제안한다. 제안한 알고리즘은 베이즈 추정기가 눈 모형이 닫힌 등화 초기에는 시그모이드 추정기로 잘 근사화되며, 눈 모형이 열린 조건에서는 임계 추정기에 근사화되는 사실을 이용하였다. 제안 방법에서는 매 갱신 마다 채널 왜곡의 정도에 따라 시그모이드 추정기와 임계 추정기를 선택적으로 적용하고, 특히 시그모이드 추정기에 축소 신호점을 도입함으로써 고차 QAM 신호의 블라인드 등화에 적용 시 계산 복잡성을 극히 단순화하는 동시에 블라인드 수렴 특성과 정상상태 성능을 개선할 수 있음을 보인다.

## Abstract

This paper introduces nonlinear estimators with reduced complexity, and proposes the Busssgang blind equalization algorithm employing the nonlinear estimators. The proposed algorithm utilized the facts that the Bayesian estimator is well approximated to the sigmoid estimator in initial stage of equalization with closed eye and is well approximated to the threshold estimator under open eye condition. The proposed method adopts selectively one of the two nonlinear estimators, i.e., the sigmoid estimator and the threshold estimator, according to channel distortion level at each iteration. As a result, by using the sigmoid estimator with reduced constellation, the proposed scheme, as it is applied to blind equalization of high-order QAM signals, simplifies the computational complexity extremely, and enhances the blind convergence capability and steady-state performance.

**Keywords :** Deconvolution, Busssgang blind equalization, Bayesian estimator, Zero-memory nonlinear estimator.

## I. 서 론

전송 채널과 같은 물리적 시스템에서 입력은 컨볼루션에 의해 시스템과 결합되며, 관찰 즉, 시스템의 출력으로부터 시스템과 입력을 분리하는 것은 역 과정인 디컨볼루션(deconvolution)에 의해 수행된다<sup>[1]</sup>. 이 때 시스

템의 임펄스 응답을 추정하고 그 역을 구하는 것을 시스템 식별(system identification), 시스템에 의해 변형된 입력을 복원하는 것을 등화(equalization)라 한다. 등화는 수신된 신호로부터 전송 채널에 의해 왜곡된 신호 소스를 올바르게 복원하기 위해 흔히 사용되는 디지털 신호 처리 기법으로 통신 분야에서 광범위하게 응용되고 있다.

그림 1에 선형 전송 채널과 등화기가 연결된 디지털 통신 시스템의 기저대역 모델을 나타내었다. 그림에서 채널의 입출력 관계는 컨볼루션 합(convolutional sum)

\* 정희원, 광주대학교 정보통신학과  
(Dept. of Information and Communications,  
Gwangju University)  
접수일자: 2005년8월8일, 수정완료일: 2005년10월25일

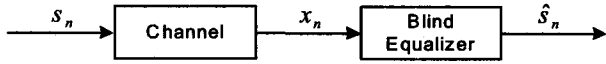


그림 1. 디지털 통신 시스템의 기저대역 모델  
Fig. 1. Baseband model of digital communications system.

으로 주어진다. 즉, 채널의 출력  $x_n$ 은

$$x_n = \sum_{i=-\infty}^{\infty} h_i s_{n-i}, \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1)$$

이다. 여기서  $s_n$ 은 신호 소스이며,  $h_i$ 는 채널의 임펄스 응답을 나타낸다.

채널의 임펄스 응답  $h_i$ 에 대한 이상적인 인버스 필터의 임펄스 응답을  $w_i$ 라 하면,

$$\sum_{i=-\infty}^{\infty} w_i h_{l-i} = \delta_l \quad (2)$$

가 될 것이다.  $\delta_l$ 은 이산 단위 임펄스이다. 이 때, 이상적인 인버스 필터  $w_i$ 는 길이가 무한이며, 송신된 신호 소스를 정확하게 복원한다. 그러나 실제 구현에서 필터의 임펄스 응답은 유한하므로 인버스 필터를 근사화할 수밖에 없다. 그러므로 그림 1에서 필터가 채널의 인버스의 근사에 수렴하였다면 필터의 출력은 다음과 같이 주어진다.

$$y_n = \sum_{i=-L}^L \hat{w}_{i,n} x_{n-i} \quad (3)$$

여기서  $y_n$ 은  $n$ 번째 샘플 순간의 등화된 신호 열이며, 근사화된 인버스 필터의 임펄스 응답  $\hat{w}_{i,n}$ 의 길이는  $2L+1$ 이다.

식 (3)으로부터, 필터의 임펄스 응답이 유한하므로  $y_n$ 은 신호 소스  $s_n$ 의 근사가 될 수밖에 없음이 분명하다. 그러므로 (3)을 다음으로 쓸 수 있다.

$$y_n = s_n + \nu_n \quad (4)$$

이 식에서  $s_n$ 은 원래의 신호 소스로서 균일 분포로 가정되며,  $\nu_n$ 은 인버스 필터의 근사를 사용한 결과로서 컨볼루션 잡음(convolutional noise)이라 한다. 컨볼루션 잡음의 존재는 채널 영향이 완전하게 제거되지 못하고 잔류한다는 의미가 된다. 그러므로 컨볼루션 잡음은 필터의 출력에 잔류하는 심벌간 간섭(intersymbol interference:

ISI)을 나타낸다.

등화가 충분히 진행되어 수렴에 도달하면 컨볼루션 잡음은 평균이 영이고 분산이  $\sigma^2$ 인 화이트 가우시안 분포로 근사화된다<sup>[2]</sup>. 즉, 컨볼루션 잡음의 확률 밀도 함수(probability density function: pdf)  $f_N(\nu_n)$ 은 다음과 같다.

$$f_N(\nu_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\nu_n^2/2\sigma^2} \quad (5)$$

또한 컨볼루션 잡음은 신호 소스  $s_n$ 과는 통계적으로 독립이다. 컨볼루션 잡음을 최소화하기 위해서는 최적의 인버스 필터에 도달해야 한다. 이를 위해 적응 블라인드 등화 기법이 사용된다.

블라인드 등화(blind equalization)는 전송 채널의 임펄스 응답을 알지 못하는 상황에서 소스의 통계적 특성과 채널의 출력만을 이용하여 채널에 의해 왜곡된 신호 소스를 복원하기 위해 적용된다. 블라인드 등화기는 조절 가능한 필터와 비선형 추정기 및 최적화 알고리즘으로 이루어진다. 그림 2에 블라인드 등화기의 구조를 보였다. 채널의 임펄스 응답  $h_i$ 가 미지이므로 블라인드 등화에서는 반복적인 조절 과정을 통해 인버스 필터의 근사에 도달한다. 즉, 인버스 필터의 출력  $y_n$ 을 무기억 비선형 추정기(zero-memory nonlinear estimator)에 인가하여 데이터 심벌에 대한 추정을 얻고, 이 추정을 원하는 응답으로 간주하여 발생시킨 오차 신호  $e_n$ 을 최소화하는 기준에 의해 필터를 최적화한다. 그러므로 오차 신호  $e_n$ 은

$$e_n = y_n - g(y_n) \quad (6)$$

가 된다. 여기서  $g(\cdot)$ 는 무기억 비선형 추정기다. 그림 2와 같이 필터와 비선형 추정기가 연결된 구조의 등화기

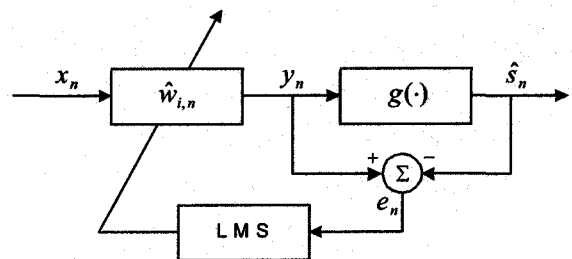


그림 2. 블라인드 등화기의 구조  
Fig. 2. Blind equalizer structure.

를 Bussgang 등화기라 한다. 이 때 무기억 비선형 추정기  $g(\cdot)$ 를 적절하게 선택하는 문제가 Bussgang 블라인드 등화기의 최적화에 관건이 된다.

이 논문에서는 기존의 Bussgang 부류의 블라인드 등화 기법에 적용되는 비선형 추정의 문제점을 개선하여 고차 신호점의 블라인드 등화에 효과적인 비선형 추정기를 제안하고자 한다. 특히 베이즈 추정기에 대한 Karaoguz의 근사<sup>[3]</sup>의 결과로부터 계산 복잡성이 극히 단순화된 새로운 비선형 추정기를 유도하고, 이를 적용한 블라인드 등화 알고리즘을 제안한다. 제안한 블라인드 등화 알고리즘을 고차 QAM에 적용 시 Chen이 제안한 알고리즘이 가지는 계산 복잡성의 증가와 성능 저하의 문제점<sup>[4]</sup>을 극복하여 고차 QAM 신호의 등화에 유용함을 확인한다.

II장에서 Bussgang 블라인드 등화에 사용되는 비선형 추정기와 그 근사를, III장에서 제안 기법을, IV장에서 실험 결과와 고찰을, 그리고 V장에서 결론을 요약한다.

## II. 비선형 추정기

Bussgang 블라인드 등화는 무기억 비선형 추정기를 통해 고차 통계량(higher-order statistics)을 간접적으로 사용하는 것을 특징으로 한다<sup>[2]</sup>. 기존의 Bussgang 기법 중에서 잘 알려진 것으로 Sato 알고리즘<sup>[5]</sup>을 비롯하여 Godard 알고리즘<sup>[6]</sup>, CMA(constant modulus algorithm)<sup>[7]</sup> 등이 있다.

Sato 알고리즘에서는 M-ary PAM(pulse amplitude modulation) 시스템에서 등화기 출력을 2진 신호로 간주한다. 즉, (7)로 주어지는 signum 함수 형태의 비선형 추정기를 사용한다.

$$g(y_n) = \gamma \text{sgn}(y_n), \quad \gamma = \frac{E[|s_n|^2]}{E[|s_n|]} \quad (7)$$

그러면 오차 신호 (6)은

$$e_n = y_n - g(y_n) = y_n - \gamma \text{sgn}(y_n) \quad (8)$$

가 된다. 여기서  $\text{sgn}(\cdot)$ 은 signum 함수이다. Benveniste와 Goursat<sup>[8]</sup>이 Sato 알고리즘을 QAM 시스템으로 확장하여 일반화하였으며, 이는 축소 신호점 알고리즘(reduced constellation algorithm: RCA)의 특별한

경우가 된다. RCA의 비선형 추정기와 오차 신호는 각각 (9)와 (10)으로 주어진다.

$$g(y_n) = R_1 \text{csgn}(y_n), \quad R_1 = \frac{E[|s_{n,R}|^2]}{E[|s_{n,R}|]} = \frac{E[|s_{n,I}|^2]}{E[|s_{n,I}|]} \quad (9)$$

$$e_n = y_n - g(y_n) = y_n - R_1 \text{csgn}(y_n) \quad (10)$$

위 식에서  $y_n = y_{n,R} + jy_{n,I}$ 은 복소수 등화기의 출력을,  $s_{n,R}$ 과  $s_{n,I}$ 는 각각 심벌 소스의 실수 및 허수 성분을 나타낸다.  $\text{csgn}(y_n) = \text{sgn}(y_{n,R}) + j\text{sgn}(y_{n,I})$ 는  $y_n$ 에 대한 복소 signum 함수이다.

Godard 알고리즘은 실제 블라인드 등화기에 널리 쓰이고 있는 기법이다. Godard 알고리즘에서는 출력 신호의 진폭의  $p$ 제곱 값과 알고리즘의 정상상태를 고려하여 정해지는 일정 상수  $R_p$ 와의 차이의 제곱에 대한 기대값으로 주어지는 비용 함수로부터 오차 신호는 다음으로 표현된다.

$$e_n = y_n |y_n|^{p-2} (|y_n|^p - R_p), \quad R_p = \frac{E[|s_n|^{2p}]}{E[|s_n|^p]} \quad (11)$$

그러므로 비선형 추정  $g(y_n)$ 은

$$g(y_n) = y_n [1 - |y_n|^{p-2} (|y_n|^p - R_p)] \quad (12)$$

가 된다. 여기서  $p$ 는 dispersion 상수이다.  $p = 1$ 이면 Godard 알고리즘은 Sato 알고리즘으로 된다.

CMA는 신호 소스의 통계량을 이용하여 신호 소스의 특성을 복원하는 식으로 등화를 달성한다. CMA는 Godard 알고리즘에서  $p = 2$ 인 경우에 해당한다. 즉, CMA에서 오차 신호와 비선형 추정기는 각각

$$e_n = y_n (|y_n|^2 - R_2), \quad R_2 = \frac{E[|s_n|^4]}{E[|s_n|^2]} \quad (13)$$

$$g(y_n) = y_n - y_n (|y_n|^2 - R_2) \quad (14)$$

의 형태가 된다.

Bussgang 부류의 알고리즘은 구현이 비교적 간단하다는 장점이 있으나, 특별하게 정해지는 비선형 추정기를 사용하여 오차 신호를 추정한다<sup>[2]</sup>. 따라서 보다 일반

적이고 최적한 비선형 추정기가 요구되며, 이를 위해 베이즈 추정기(Bayesian estimator)가 사용되고 있다.

1. 베이즈 추정기

그림 2에서 등화기의 출력  $y_n$ 으로부터 데이터 열  $s_n$ 에 대한 추정은 조건 추정이다.  $y_n$ 과 추정  $\hat{s}_n$ 사이의 최소 평균 제곱 오차(minimum mean square error: MMSE)를 최적화 기준으로 삼으면, 이 최적화 기준은 조건 평균 추정기(conditional mean estimator) 또는 베이즈 추정기가 된다<sup>[2]</sup>.

베이즈 추정기에 대한 상세한 유도는 Haykin<sup>[2]</sup>과 Karaoguz<sup>[3]</sup>에 기술되어 있으며, 여기에서는 결과 식만 제시한다. 구간  $[-1, 1]$ 에서 이진 신호 소스의 균일 분포를 가정하면 베이즈 추정기  $g_{opt}(\cdot)$ 는,

$$g_{opt}(y_n) = E[s_n|y_n] = \frac{1}{c_0} y_n + \frac{\sigma}{c_0} \frac{Z(y_n + c_0) - Z(y_n - c_0)}{Q(y_n - c_0) - Q(y_n + c_0)} \quad (15)$$

$$Z(y_n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-y_n^2/2}, \quad Q(y_n) = \int_{y_n}^{\infty} Z(u) du$$

로 주어진다<sup>[3]</sup>. 여기서 상수  $\sigma$ 는 킨블루션 잡음의 표준편차,  $c_0$ 는  $c_0 = \sqrt{1 - \sigma^2}$ 로 정의된다. 즉,  $c_0$ 는 채널 왜곡에 의해 결정된다.

Bellini에 의해 제안된 Bussgang 기법<sup>[9]</sup>은 비선형 추정기로 베이즈 추정기를 사용하며, 이는 통계적 관점에서 최적 추정기이다<sup>[3]</sup>. 그러나 실제 응용에서 베이즈 추정기를 구현할 수 있는 방법이 없기 때문에 근사화가 필요하다.

Haykin에 따르면, 베이즈 추정 (15)는 채널 왜곡이 작을 때는  $y_n$ 에 대한 임계 판정(threshold decision)으로 된다<sup>[3]</sup>. 즉, 이진 신호 소스( $\pm 1$ )의 경우

$$g(y_n) = \text{sgn}(y_n) \quad (16)$$

이다. 한편, 채널 왜곡이 클 때는 (15)는 (17)로 주어지는 시그모이드 추정기(sigmoid estimator)에 아주 근사화된 다<sup>[2]</sup>.

$$g(y_n) = \alpha \frac{1 - e^{-\beta y_n}}{1 + e^{-\beta y_n}} \quad (17)$$

식 (17)은 (15)보다 훨씬 간단하다. 그러나 여전히 상수

$\alpha$ 와  $\beta$ 는 (15)의 특성과 일치하도록 curve fitting method에 의해 결정될 뿐만 아니라, 채널 왜곡의 정도에 따라 변한다. 이것은 실제 응용에서는 테이블 참조 방법에 의해서만 구현 가능하며, 특히 고차 QAM 형태의 신호에 대해서는 막대한 메모리를 필요로 한다<sup>[3]</sup>.

이러한 난점을 피하기 위해 Karaoguz는 시그모이드 추정기 (17)을 단순화함으로써 베이즈 추정기 (15)의 근사에 도달하였으며, 이는 구현이 가능하다.

2. 베이즈 추정기의 근사화

등화기가 채널의 역함수에 근사화되었다고 가정하면, (4)와 (5)로부터  $y_n$ 은 가우시안 분포로 모델링 된다. 두 심벌 소스 ( $a_1, a_2$ )의 경우 등화기의 출력은 두 가우시안 분포의 혼합체를 형성한다. 그러므로  $y_n$ 에 대한 pdf  $f_Y(y_n)$ 는

$$f_Y(y_n) = \frac{p_1}{\sqrt{2\pi\sigma_1}} e^{-(y_n - a_1)^2/2\sigma_1^2} + \frac{p_2}{\sqrt{2\pi\sigma_2}} e^{-(y_n - a_2)^2/2\sigma_2^2} \quad (18)$$

이다. 여기서  $p_i$ 는 두 심벌 소스의 발생 확률이며, 이 때 심벌 소스는 균일 분포로 가정된다. 즉,  $p_1 = p_2 = 1/2$ 이다.  $\sigma_i^2$ 는 두 가우시안 군집의 퍼짐을 나타내는 분산 값이다. 대칭 채널을 가정할 수 있으므로  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ 로 놓을 수 있다. 그러므로 두 심벌 소스를  $(-a, +a)$ 라 하면, (18)은 다음으로 된다.

$$f_Y(y_n) = \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma}} \left( e^{-(y_n + a)^2/2\sigma^2} + e^{-(y_n - a)^2/2\sigma^2} \right) \quad (19)$$

출력  $y_n$ 으로부터  $s_n$ 을 추정하는 최적화 기준으로  $y_n$ 에 대한 pdf를 사용하여 비용 함수(cost function)  $J(\hat{w})$ 를 (20)과 같이 설정하고,

$$J(\hat{w}) = -E[\log f_Y(y_n)] = -E \left[ \log \frac{1}{2\sqrt{2\pi\sigma}} \left( e^{-(y_n + a)^2/2\sigma^2} + e^{-(y_n - a)^2/2\sigma^2} \right) \right] \quad (20)$$

등화기의 탭 가중치  $\hat{w}_{i,n}$ 에 대해  $J(\hat{w})$ 를 최소화하는 알고리즘으로 LMS(least mean square) 알고리즘을 사용하면 등화기를 최적화하는 과정은 다음으로 된다.

$$\begin{aligned} \hat{w}_{i,n+1} &= \hat{w}_{i,n} - \mu \frac{\partial J(\hat{w})}{\partial \hat{w}_{i,n}} \\ &= \hat{w}_{i,n} - \mu e_n x_{n-i}, \quad i = 0, 1, \dots, L-1 \end{aligned} \quad (21)$$

위 식에서  $\hat{w}_{i,n}$ 는 등화기의 탭 가중치,  $x_{n-i}$ 는 수신 심벌,  $\mu$ 는 수렴 상수이다.

식 (21)로부터  $\frac{\partial J(\hat{w})}{\partial \hat{w}_{i,n}} = e_n x_{n-i}$ 를 이용하고, 수렴 상수  $\mu$ 를  $\sigma^2$ 로 정규화하면, 추정 오차  $e_n$ 은

$$e_n = \frac{1}{\sigma^2} \left[ \left( \frac{1}{1 + e^{2ay_n/\sigma^2}} \right) (y_n + a) + \left( \frac{e^{2ay_n/\sigma^2}}{1 + e^{2ay_n/\sigma^2}} \right) (y_n - a) \right] \quad (22)$$

가 된다. 이 식으로부터 비선형 추정기  $g(y_n)$ 은 (23)으로 주어지며, 이는 시그모이드 함수의 형태가 된다.

$$g(y_n) = a \frac{1 - e^{-2ay_n/\sigma^2}}{1 + e^{-2ay_n/\sigma^2}} \quad (23)$$

식 (23)은 (17)에 매우 근사하며( $\alpha = a, \beta = 2a/\sigma^2$ ), 여기서  $a$ 는 두 심벌 소스의 절대 값,  $\sigma^2$ 는 가우시안 군집의 분산 값으로, 모두 알고리즘 자체에서 완전히 정의되므로 구현이 간단하다<sup>[3]</sup>.

이 결과를 QPSK 시스템으로 확장하기 위해서 (23)을  $y_n$ 의 실수 및 허수 성분에 대해 개별적으로 적용하면,  $g(y_n)$ 을 다음으로 쓸 수 있다.

$$g(y_n) = g(y_{n,R}) + jg(y_{n,I}) \quad (24)$$

이 때  $g(y_{n,R})$ 과  $g(y_{n,I})$ 는 각각 다음과 같다.

$$\begin{aligned} g(y_{n,R}) &= a \frac{1 - e^{-2ay_{n,R}/\sigma^2}}{1 + e^{-2ay_{n,R}/\sigma^2}} \\ g(y_{n,I}) &= a \frac{1 - e^{-2ay_{n,I}/\sigma^2}}{1 + e^{-2ay_{n,I}/\sigma^2}} \end{aligned} \quad (25)$$

그러므로 QPSK 신호점에 대한 오차 신호와 등화기의 탭 계수 갱신 식은 각각 (26)과 (27)로 주어진다.

$$e_n = y_{n,R} - g(y_{n,R}) + j[y_{n,I} - g(y_{n,I})] \quad (26)$$

$$\hat{w}_{i,n+1} = \hat{w}_{i,n} - \mu e_n x_{n-i}^*, \quad i = 0, 1, \dots, L-1 \quad (27)$$

위 식에서  $x_{n-i}^*$ 는  $x_{n-i}$ 의 공액 복소수(complex conjugate)를 의미한다. 식 (26)–(27)이 Karaoguz에 의해 일반화된 판정의거(generalized decision directed: GDD) 알고리즘<sup>[3]</sup>으로 제안되었다.

다시 GDD가 Chen에 의해 고차 M-QAM 시스템으로 확장되었으며, 오차 신호는 (28)로 주어진다.

$$e_n = \frac{\sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^q (y_n - a_{kl}) e^{-|y_n - a_{kl}|^2 / 2\sigma^2}}{\sum_{k=1}^q \sum_{l=1}^q e^{-|y_n - a_{kl}|^2 / 2\sigma^2}} \quad (28)$$

위 식에서  $a_{kl}, 1 \leq k, l \leq q$ , 은 M 개의 이차원 신호 점(signal constellation)을 나타내며,  $q = \sqrt{M}$ 이다. 식 (28)이 Chen에 의해 가우시안 군집 알고리즘(Gaussian clustering algorithm: GCA)<sup>[4]</sup>으로 제안되었다. 식 (28)에 따르면 오차 신호의 추정이 M-QAM 신호점 상의 M 심벌에 의한 가능성의 합으로 표현된다. 즉 관찰된 등화기 출력이 M 개의 심벌로부터 비롯되었을 가능성이 모두 고려되었다. 그러므로 매 갱신마다 오차 신호를 계산하는 것이 대단히 많은 계산량을 요하는 것을 짐작할 수 있다. 더욱이 고차 신호점에 적용 시 보다 많은 신호점들과의 절충이 필요하여 수렴 속도가 저하되는 것으로 알려져 있다<sup>[4]</sup>.

### III. 제안 알고리즘

Chen의 GCA (28)이 갖는 단점을 극복하여 고차 신호점에 적용 시, 계산 복잡성을 단순화하고 블라인드 수렴 특성을 개선하는 새로운 알고리즘을 제안한다. 먼저, 제안 알고리즘은 눈 모형이 닫힌 등화 초기에는 베이스 추정기가 시그모이드 추정기로 잘 근사화된다는 사실을 이용한다. 그러나 이때 원래의 고차 신호점을 적용하면 계산 복잡성의 증가와 수렴 속도의 저하가 불가피하다. 이를 피하기 위해 제안 알고리즘에서는 원래의 M-QAM 신호점 대신 오직 네 점의 심벌로 이루어지는 축소 신호점을 적용한다. 그러면 초기 수렴에 도달 시 각 사분면마다 하나의 축소 신호점을 중심으로 하는 군집이 형성된다.

이차원 M-QAM 신호점에 대해 축소 신호점을 적용하면, 시그모이드 추정기 (25)는 등화기 출력 신호의 실수 성분과 허수 성분에 대해 각각 다음 식과 같이 변형

된다.

$$g(y_{n,R}) = R_1 \frac{1 - e^{-2R_1 y_{n,R}/\sigma^2}}{1 + e^{-2R_1 y_{n,R}/\sigma^2}} \quad (29)$$

$$g(y_{n,I}) = R_1 \frac{1 - e^{-2R_1 y_{n,I}/\sigma^2}}{1 + e^{-2R_1 y_{n,I}/\sigma^2}}$$

여기서  $R_1$ 은 (9)로 정의되는 축소 신호점으로서 네 가우시안 군집의 평균점의 크기에 해당하며,  $\sigma^2$ 는 군집의 퍼짐의 정도를 나타낸다.

새로운 비선형 추정기 (29)를 적용하면, 오차 신호는 (30)으로 된다.

$$e_n = y_{n,R} - g(y_{n,R}) + j[y_{n,I} - g(y_{n,I})]$$

$$= y_{n,R} - R_1 \frac{1 - e^{-2R_1 y_{n,R}/\sigma^2}}{1 + e^{-2R_1 y_{n,R}/\sigma^2}} + j \left( y_{n,I} - R_1 \frac{1 - e^{-2R_1 y_{n,I}/\sigma^2}}{1 + e^{-2R_1 y_{n,I}/\sigma^2}} \right) \quad (30)$$

이를 GCA의 (28)과 비교해 보면, M 개의 심벌에 의한 영향을 나타내는 지수 항 대신 실수 및 허수 성분 각각 하나의 지수 항만을 포함하고 있어 계산 복잡성이 극히 단순화되었음을 알 수 있다. 식 (30)에서는 관찰된 등화기 출력이 멀리 떨어진 군집들로부터 비롯되었을 확률이 무시되었다. 즉 등화기 출력으로부터 멀리 떨어진 군집들은 가까이 있는 것에 비해 상대적으로 등화기 가중치 갱신에 덜 영향을 준다는 점을 이용하였다. 제안 알고리즘에서는 신호점을 실수 성분과 허수 성분 각각에 대해 두 개로 축소함으로써 오차 신호 발생에 있어서 상층 요인이 감소, 결과적으로 계산량을 줄임과 동시에 초기 블라인드 수렴 특성을 저해하지 않는 것이 가능하다.

다음, 축소 신호점을 적용한 시그모이드 추정기 (29)에 의한 등화가 진행됨에 따라 신호의 왜곡은 점점 작아지고 눈 모형이 열리기 시작할 것이다<sup>[3]</sup>. 그러나 이 조건에서도 (29)를 계속 적용하면 축소 신호점을 적용한 결과로 알고리즘의 정상상태 특성이 저하된다. 즉, 수렴 후의 MSE(mean square error)가 커진다. 정상상태에서 최소 MSE에 도달하기 위해서는 임계 추정기(threshold estimator)를 사용해야 한다<sup>[10]</sup>. 그러므로 눈 모형이 열린 조건에서는 베이스 추정기가 임계 추정기에 근사화되는 사실을 이용하여 임계 판정을 수행토록 한다. 따라서 눈 모형이 열린 조건에서는 (29)와 (30)이 각각 (31)과 (32)로 대체된다.

$$g(y_{n,R}) = \text{dec}(y_{n,R}) = \underset{a_i \in A}{\text{argmin}} |y_{n,R} - a_{i,R}|^2, 1 \leq i \leq q$$

$$g(y_{n,I}) = \text{dec}(y_{n,I}) = \underset{a_i \in A}{\text{argmin}} |y_{n,I} - a_{i,I}|^2, 1 \leq i \leq q \quad (31)$$

$$e_n = y_{n,R} - g(y_{n,R}) + j[y_{n,I} - g(y_{n,I})]$$

$$= y_{n,R} - \text{dec}(y_{n,R}) + j[y_{n,I} - \text{dec}(y_{n,I})] \quad (32)$$

위 식에서  $\text{dec}(\cdot)$ 는 최인점 심벌 판정(nearest symbol decision) 기준에 의한 추정을 의미하며,  $A$ 는 심벌 소스 알파벳을 나타낸다. 식 (29)-(32)가 제안 알고리즘이 된다.

제안 알고리즘에서는 등화 과정 중에 채널 왜곡이 클 때의 시그모이드 추정기에서 채널 왜곡이 작을 때의 임계 추정기로 완만한 전환 기능을 가진다. 즉, 등화 초기와 눈 모형이 열린 상태에서 각각 다른 비선형성을 적용하며, 두 비선형 추정기를 적응적으로 사용하는 기준은 다음과 같다.

제한한 등화기가 수렴하면 등화기 출력의 잔류 ISI가 충분히 작아져서 가우시안 분포에 근사화되고 등화기 출력은 신호점 주위에 군집을 형성한다. 이러한 조건에서는 신호점 평면상에서 등화기 출력의 위치에 따른 선형적인 신뢰 구간을 적용하여 두 비선형 추정기 간을 전환하는 것도 충분히 효과적이다.

그러나 등화 초기에는 심벌 소스와 컨볼루션 잡음이 강하게 상관되고 컨볼루션 잡음이 가우시안 보다는 균일 분포하는 결과로 등화기 출력이 신호점 주위에 군집을 형성하지 못하고 고무 퍼지는 양상으로 나타난다. 그러므로 이러한 조건에서 신뢰 구간을 적용하여 비선형 추정기 간의 전환 여부를 결정하는 것은 비효과적이다. 따라서 제안 알고리즘에서는 신뢰 구간 대신 등화기의 출력에 잔류하는 ISI를 이용한다. 즉 잔류 ISI를 일정한 기준 값과 비교하여 두 비선형성을 선택적으로 적용한다. 잔류 ISI는 (33)으로 주어진다<sup>[11]</sup>.

$$isi_n = \frac{\sum |h_{i,n} * \hat{w}_{j,n}|^2 - |h_{i,n} * \hat{w}_{j,n}|_{\max}^2}{|h_{i,n} * \hat{w}_{j,n}|_{\max}^2} \quad (33)$$

여기서  $\{h_{i,n} * \hat{w}_{j,n}\}$ 는 채널과 등화기를 포함하는 전체 시스템 임펄스 응답을 나타내며, \*는 컨볼루션을 뜻한다.

위 식에 의하면, 완전한 등화 시  $isi_n$ 은 영이 된다.

제안한 방법에서는 전환의 기준이 되는 ISI의 문턱 값(threshold level)  $isi_{th}$ 를 경험적으로 설정하였다.  $isi_{th}$ 는 적용한 다중경로 전파 왜곡, 신호점 레벨, 신호 대 잡음비 등 여러 요인에 의해 영향을 받기 때문에 설정의 어려움이 있다. 그러나  $isi_{th}$ 는 시그모이드 비선형성의 초기 블라인드 수렴 특성을 최대로 이용하기 위해 가능한 낮은 레벨로 설정될 필요가 있다. 또한 시그모이드 비선형이 수렴하는 정상상태 ISI 레벨이 하한(lower limit)이 된다.

이 논문의 실험에 의하면 알고리즘의 성능은  $isi_{th}$ 에 민감하게 좌우되지는 않으나, 문턱 값을 너무 높게 설정하면 너무 일찍 전환하게 되어, 즉 눈 모형이 충분히 열리지 않은 상태에서 임계 판정 알고리즘으로 전환하게 되어 등화기가 수렴하지 못하거나 MMSE에 도달하지 못할 수 있다. 또한 문턱 값을 너무 낮게 설정하면 너무 늦게 전환하게 되거나 혹은 전환하기 위한 ISI 레벨에 도달하지 못하여 전환에 실패할 수 있다. 그러므로 이 상한과 하한 이내에서 결정되면 수렴 속도와 정상상태 성능에서 큰 차이는 없다. 이 논문의 실험 조건에서는 초기 ISI 레벨에 대해 -10dB에서 -14dB 정도의 범위에서 결정되면 적절한 것으로 관찰되었다.

#### IV. 실험 결과 및 고찰

제안한 알고리즘의 성능을 모의실험을 통해 확인하였으며, 성능 평가를 위해 가장 널리 사용되고 있는 CMA와 비교하였다. 모의실험에 사용된 다중경로 전파 채널로 채널 1은 22-tap delay line 모델<sup>[12]</sup>을 그리고 채널 2는 6-tap delay line 모델<sup>[13]</sup>을 적용하였다. 두 다중경로 채널에 대해 16-QAM, 64-QAM 및 256-QAM의 고차 신호점을 사용하였고, 등화기의 길이는 채널 1에서 23, 채널 2에서 12로 설정하였다. 신호대 잡음비(signal-to-noise ratio: SNR)는 16-QAM에 대해  $E_b/N_0 = 15\text{ dB}$ , 64-QAM 및 256-QAM에 대해  $E_b/N_0 = 25\text{ dB}$ 로 설정하였다.

등화기 출력에서의 잔류 ISI와 신호점 눈 모형의 두 성능 파라미터를 비교하였다. 먼저 그림 3, 4 및 5는 각각의 모의실험 조건에 따른 잔류 ISI 성능을 보인다. 총 50,000 수신 심벌에 대해 100회의 독립적인 수행을 통

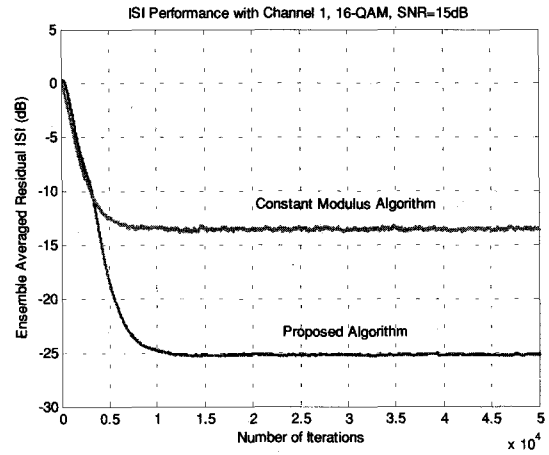


그림 3. 16-QAM에 대한 잔류 심벌간 간섭 비교  
Fig. 3. Comparison of residual ISIs for 16-QAM.

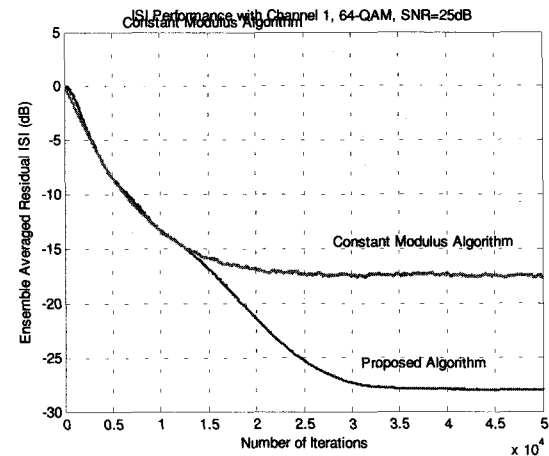


그림 4. 64-QAM에 대한 잔류 심벌간 간섭 비교  
Fig. 4. Comparison of residual ISIs for 64-QAM.

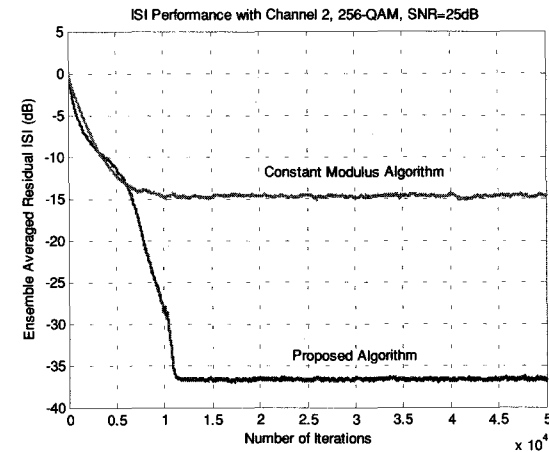
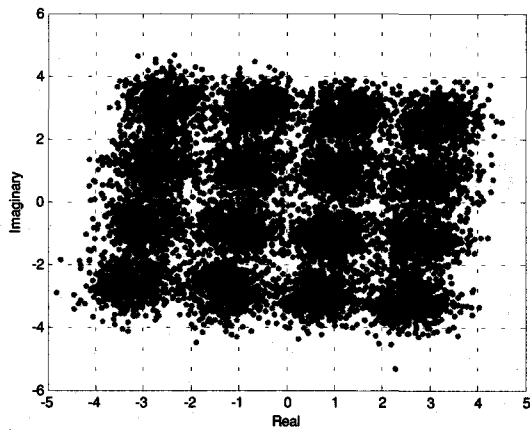
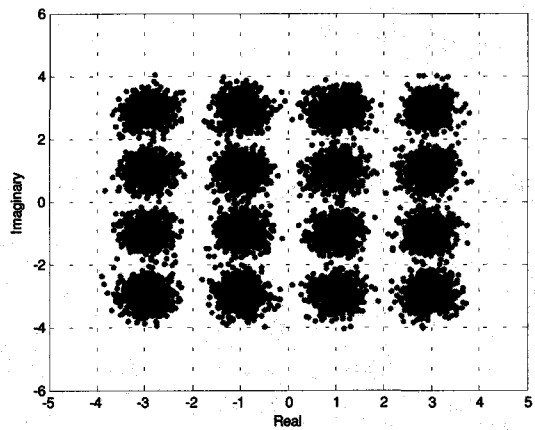


그림 5. 256-QAM에 대한 잔류 심벌간 간섭 비교  
Fig. 5. Comparison of residual ISIs for 256-QAM.



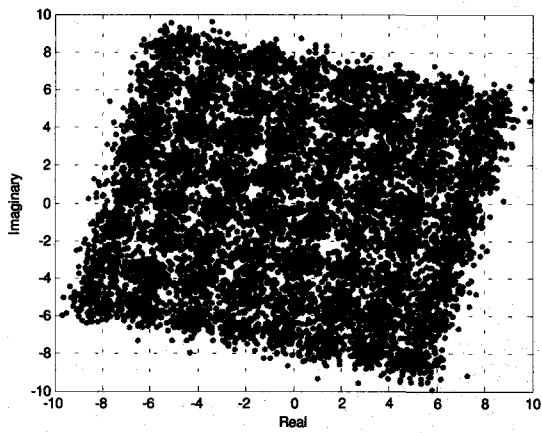
(a) CMA



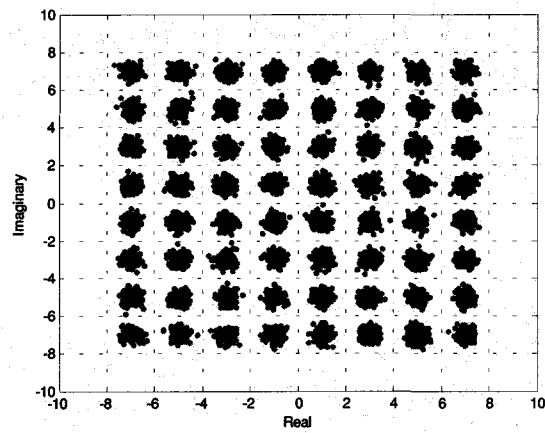
(b) 제안 알고리즘

그림 6. 16-QAM에 대한 등화된 신호점 비교

Fig. 6. Comparison of equalized signal constellations of 16-QAM.



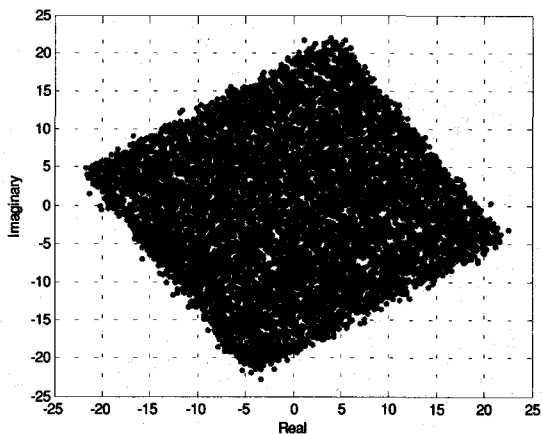
(a) CMA



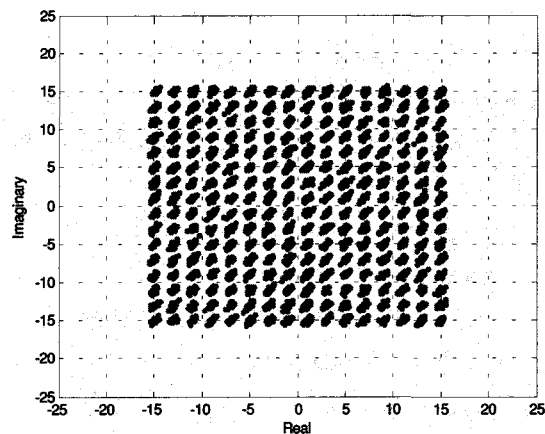
(b) 제안 알고리즘

그림 7. 64-QAM에 대한 등화된 신호점 비교

Fig. 7. Comparison of equalized signal constellations of 64-QAM.



(a) CMA



(b) 제안 알고리즘

그림 8. 256-QAM에 대한 등화된 신호점 비교

Fig. 8. Comparison of equalized signal constellations of 256-QAM.



하여 얻어진 잔류 ISI 결과를 양상블 평균하여 나타내었다. 모든 조건의 모의실험에서 CMA와 제안 알고리즘은 동일한 수준의 초기 수렴 속도를 가지나, 정상상태 성능에서 큰 차이를 보이고 있다. CMA는 하나의 modulus를 사용하여 정의되는 비선형 추정기에 의해 등화기를 수렴시키는 점으로 인하여 필연적으로 정상상태에서 오차 레벨이 커지며, 이는 신호점이 고차로 될수록 더욱 심해진다. 반면 제안 알고리즘에서는 눈 모형의 열린 정도에 따라 두 비선형 추정기를 선택적으로 적용함으로써 초기 블라인드 수렴 속도의 저하를 초래하지 않으면서 정상상태에서 오차 레벨을 크게 개선하였다.

다음으로 출력 신호점의 눈 모형을 비교하였다. 그림 6, 7 및 8에 각각 16-QAM, 64-QAM 및 256-QAM 신호점에 대해 CMA와 제안 알고리즘에 의해 등화된 신호점을 나타내었다. 등화기가 충분히 수렴한 후인 40,000 수신 심벌 이후의 10,000 심벌을 조사하였다. 주어진 채널 및 SNR 조건하에서 16-QAM과 64-QAM 신호점의 경우, CMA에 의해 등화된 신호점은 눈 모형이 어느 정도 열렸으나 채널 특성에 의해 위상회전된 신호점에 수렴하였다. 그러나 256-QAM의 경우에는 눈 모형이 완전히 닫혔을 뿐만 아니라 위상회전된 신호점을 보인다. 한편 제안한 알고리즘은 모든 조건에서 눈 모형을 충분히 열리게 하였으며 채널에 의한 위상회전을 복원하였다. 이상의 모의실험의 결과로부터 제안 알고리즘은 위상 회전을 복원함과 동시에 보다 분명한 신호점을 형성하므로 수신 단에서 심벌 판정 시의 심벌 오류(symbol error rate: SER)을 낮출 것으로 기대된다.

## V. 결 론

이 논문에서는 Bussgang 블라인드 등화 알고리즘에 적용가능하고 계산 복잡성이 단순화된 비선형 추정기를 소개하고, 이를 적용한 등화 알고리즘을 제안하였다. 제안 알고리즘은 베이스 추정기가 눈 모형이 닫힌 등화 초기에는 시그모이드 추정기로 잘 근사화되며, 눈 모형이 열린 조건에서는 임계 추정기에 근사화되는 사실을 이용하였다. 제안 방법에서는 눈 모형의 상태에 따라 두 비선형 추정기를 적응적으로 사용하고 아울러 시그모이드 추정기에 축소 신호점을 도입함으로써 고차 QAM 신호의 블라인드 등화에 적용 시 계산 복잡성이 증가하고 수렴 속도가 저하되는 점을 극복하여 계산 복

잡성을 극히 단순화함과 동시에 블라인드 수렴 특성과 정상상태 성능을 개선하였다.

## 참 고 문 헌

- [1] Simone Fiori, Blind deconvolution by simple adaptive activation function neuron, *Neurocomputing*, vol. 48, pp. 763-778, 2002.
- [2] S. Haykin, *Adaptive Filter Theory*, 4th ed., Prentice-Hall, 2002.
- [3] J. Karaoguz, "A generalized decision-directed blind equalization algorithm applied to equalization of multipath Rayleigh fading mobile communication channels," Ph.D. Dissertation, North Carolina State Univ., 1992.
- [4] S. Chen, S. McLaughlin, P. M. Grant and B. Mulgrew, "Multi-stage blind clustering equalizer," *IEEE Trans. Commun.*, vol. 43, no. 3, pp.701-705, 1995.
- [5] Y. Sato, "A method of self-recovering equalization for multilevel amplitude modulation systems," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-23, no., pp. 679-682, 6, June 1975.
- [6] D. Godard, "Self-recovering equalization and carrier tracking in two-dimensional data communication systems," *IEEE Trans. Communications*, vol. COM-28, no. 11, pp. 1867-1875, 1980.
- [7] J. R. Treichler and B. G. Agee, "A new approach to multipath correction of constant modulus signals," *IEEE Trans. Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. ASSP-31, no. 2, pp. 459-472, 1983.
- [8] A. Benveniste and M. Goursat, "Blind equalizers," *IEEE Trans. Commun.*, vol. COM-32, no. 8, pp. 871-883, Aug. 1984.
- [9] S. Bellini, "Bussgang techniques for blind equalization," *IEEE Proc. Globecom*, pp. 1634-1640, 1986.
- [10] O. Macchi and E. Eweda, "Convergence analysis of self-adaptive equalizers," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-30, no. 2, pp. 161-176, Mar 1984.
- [11] O. Shalvi and E. Weinstein, "New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)," *IEEE Trans. Inform. Theory*, vol. IT-36, no. 2, pp. 312-321, Mar. 1990.
- [12] S. C. Bateman and S. Y. Ameen, "Comparison

of algorithms for use in adaptive adjustment of digital data receivers, IEE Proc., Pt. I, vol. 137, no. 2, pp. 85-96, 1990.

- [13] G. Picchi and G. Prati, "Blind equalization and carrier recovery using a "Stop-and-Go" decision-directed algorithm," IEEE Trans. Commun., vol. COM-35, no. 9, pp. 877-887, Sep. 1987.

---

저 자 소 개

오 길 남(정회원)  
제41권 SP편 제5호 참조