

< 논문 >

2개의 구를 지나는 유동에 대한 수치 해석적 연구 (II)
- 일반적인 각도로 2개의 구를 지나는 유동 -

윤 동 혁* · 양 경 수†

(2005년 5월 17일 접수, 2005년 11월 15일 심사완료)

Numerical Simulation of Flows Past Two Spheres (II)
-Two Spheres Arbitrarily Positioned-

Dong-Hyeog Yoon and Kyung-Soo Yang

Key Words: Immersed Boundary Method(가상 경계법), Two Spheres(2개의 구), Finite Volume Method(유한 체적법), Wake(후류), Vortex Shedding(와홀림)

Abstract

In this investigation, we studied the wake interactions incurred by two nearby spheres at $Re=300$. We considered all possible arrangements of the two spheres in terms of the distance between the spheres and, the angle inclined with respect to the flow direction. It turns out that significant changes in shedding characteristics are noticed depending on how the two spheres are positioned. In this study, not only quantitative changes in the key physical parameters such as force coefficients and shedding frequencies, but also qualitative changes in shedding patterns are analyzed and reported.

기호설명

- U : 균일한 입구 속도
- d : 구의 지름
- l : 구와 구 표면 사이의 거리
- q : 질량 원천/흡입
- f_i : 운동량 부가
- f : 와홀림 진동수
- ν : 동점성계수
- u_i : 3차원 직교 좌표계 속도 성분
- Re : Reynolds 수($= Ud/\nu$)
- St : Strouhal 수($= fd/U$)
- θ : 2개의 구 중심을 지나는 직선이 유동방향과 이루는 각도

C_d : 항력계수(2개의 구의 경우),

$$C_d = Drag / (\frac{1}{8} \rho U^2 \pi d^2)$$

C_y, C_z, C_l : 양력계수($C_l = Lift / (\frac{1}{8} \rho U^2 \pi d^2)$),

$$C_l = \pm \sqrt{C_y^2 + C_z^2}$$

C_p : 압력계수($= (p - p_\infty) / \frac{1}{2} \rho U^2$)

1. 서론

장애물 뒤에서 유동 불안정성 때문에 발생하는 와홀림은 구조물의 진공이나 소음을 발생시키기 때문에 공학적으로나 학문적으로 중요한 연구대상인 유동 현상이다. 대부분의 공학적 문제에서는 한 개의 장애물을 지나는 유동보다 두 개 이상의 장애물을 지나는 유동에서 후류의 상호작용이 많은 연구자들의 관심을 모으고 있다. 또한 고체와 액체의 2상 유동(Two phase flow)에서도 고체 입자들에 의한 상호 유동 간섭의 정확한 이

† 책임저자, 회원, 인하대학교 기계공학과
E-mail : ksyang@inha.ac.kr
Tel : (032)860-7322 FAX : (032)868-1716

* 회원, 인하대학교 대학원 기계공학과

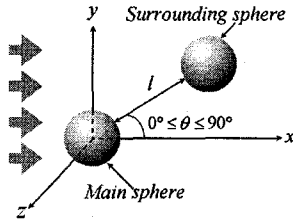


Fig. 1 Schematic figure of two spheres arbitrarily positioned

해가 고체-액체 2상 유동의 해석에 매우 중요한 것으로 인식되고 있다.

2개 이상의 장애물을 지나는 유동에 대한 상호작용에 관한 연구는 2차원 형상의 원형단면 실린더에 대하여 많은 연구가 진행되어 왔다.⁽¹⁻³⁾ 하지만 3차원 형상의 구에 대한 연구는 그 복잡한 형상 때문에 실험에 의존해 진행되었다.⁽⁴⁻⁸⁾ 실험의 경우는 장비의 한계 때문에 중요한 물리량과 유동 특징에 대한 정보를 충분히 제공해 주지 못하는 경우가 대부분이었다. 기존의 수치적 연구 역시 형상의 복잡함으로 인해 한쪽 방향으로 놓여진 두 개의 구를 지나는 유동에 대한 연구만이 존재한다.^(9,10)

구는 3차원 형상 중 가장 단순한 형상으로서 기하학적으로는 모든 방향에서 대칭을 이루고 있어 두 개의 물체를 지나는 유동에 대한 상호작용을 연구하는 데 매우 유리하다. 즉, 구의 대칭적인 형상으로 인해 두 개의 구를 지나는 모든 유동은 각각의 Reynolds Number(Re)에서 유동 방향과 구 중심들을 연결하는 직선이 이루는 각도(θ)와 구와 구사이의 간격(l/d)만으로 결정된다(Fig. 1). 특히 θ 는 유동의 대칭성에 의해 $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ 의 범위에 대해서만 고찰하는 것으로 충분하며 이 범위 밖의 θ 값에 대해서는 대칭성을 활용하여 기존의 범위에 속한 경우로 1대1 대응이 가능하다.

본 연구에서는 복잡한 형상의 물체를 지나는 유동에 적합한 가상 경계법을 이용한 수치 모사를 수행하여 두 개의 구를 지나는 층류 유동(Re=300)에 대하여 연구를 수행하였다. 다양한 l/d 에서 0° 부터 90° 까지 θ 를 변화시켜 2개의 구를 지나는 모든 유동에 대하여 유동 구조를 파악하였다. 앞서 발표된 논문 (I)과 함께 고 해상도를 사용한 본 연구의 결과가 Re=300에서 두 개의 구를 지나는 모든 유동에 대한 기준 자료가 될 것으로 기대된다.

2. 수치해석 방법

가상 경계법이 적용된 3차원 비압축성 연속방정식, 운동량 방정식은 다음과 같다.⁽¹¹⁾

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} - q = 0 \quad j = 1, 2, 3 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + f_i \quad (2)$$

여기서 u_i 는 x_i 방향으로의 속도성분, p 는 압력, q 는 질량 원천/흡입, f_i 는 운동량 부가를 각각 나타낸다.

각 방정식은 유한 체적법(Finite Volume Method)으로 차분 되었고, 비균일 엇갈린 격자계(nonuniform staggered grid)를 사용하였다. 시간 차분은 운동량 방정식에서 대류항에 대하여 3차 정확도의 Runge-Kutta 방법으로 explicit하게 적분하였고 점성항은 Crank-Nicolson 방법으로 implicit하게 적분이 수행되었다. 연속방정식과 운동량 방정식을 분리하기 위하여 Fractional Step 기법이 사용되었다. 구 형상을 구현하기 위해 사용된 가상경계법에 관한 자세한 수치적 기법은 Kim 등⁽¹¹⁾의 논문을 참조하기 바란다.

경계 조건은 입구와 출구에서 각각 Dirichlet 조건과 대류경계조건이 사용되었으며 계산 영역 윗면과 아랫면, 앞면과 뒷면에서 slip 조건을 사용하였다. 물체 표면에서는 no-slip 조건을 사용하였다.

3. 결과

3.1 유동방향에 수직으로 놓여진 경우($\theta = 90^\circ$)

$l/d=0.3$, $\theta=90^\circ$ 인 경우 유동은 각각의 구 뒤에 2개의 지배적인 진동수를 가진 주기적인 와홀림(Unsteady Periodic Coupled wake with Multi-freq., UPCM)을 이룬다. Fig. 2(a)는 중심구와 주변구의 항력계수를 나타낸다. 측정된 평균 항력계수는 중심구에서 0.741, 주변구에서 0.765이며 한 개의 구를 지나는 경우($C_d=0.666$)보다 크게 증가했다. Fig. 2(b)는 양력계수를 나타내며 중심구와 주변구 모두 2개의 지배적인 진동수를 가진 것을 확인할 수 있다. 측정된 평균 양력계

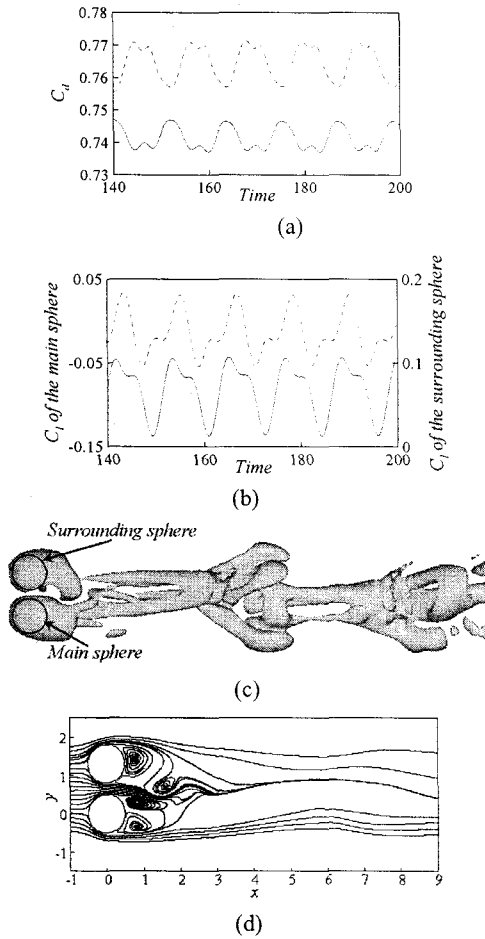


Fig. 2 Flow characteristics at $Re = 300$, $U/d=0.3$ and $\theta=90^\circ$: (a) drag coefficients of the two spheres; (b) lift coefficients of the two spheres; ———, main sphere; - - - - - , surrounding sphere; (c) vortical structure (contours of $Q=0.001^{(12)}$) in a perspective view; (d) streamlines on the center plane

수는 중심구에서 -0.083 , 주변구에서 0.136 이다. 양력계수의 부호에서와 같이 두개의 구는 서로 척력을 가진다. FFT를 통해 측정된 S_f 는 중심구와 주변구 모두 0.086 , 0.172 로 2개의 지배적인 진동수를 가진다. Fig. 2(c)는 와류구조를 나타내며 구와 구가 서로 강한 영향을 미쳐 새로운 와류 구조가 발생한 것을 확인할 수 있다. 유동은 x-y평면에 대하여 대칭이며 Fig. 2(d)는 x-y평면에서 유선을 나타낸다.

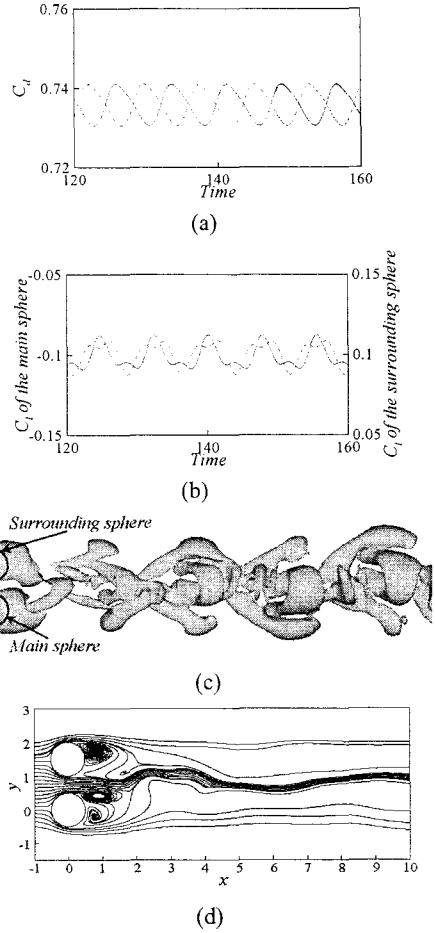


Fig. 3 Flow characteristics at $Re = 300$, $U/d=0.5$ and $\theta=90^\circ$: (a) drag coefficients of the two spheres; (b) lift coefficients of the two spheres; ———, main sphere; - - - - - , surrounding sphere; (c) vortical structure (contours of $Q=0.001^{(12)}$) in a perspective view; (d) streamlines on the center plane

$U/d=0.5$, $\theta=90^\circ$ 인 경우 유동은 $U/d=0.3$ 과 같이 각각의 구 뒤에서 2개의 지배적인 진동수를 가진 주기적인 와류(Unsteady Periodic Coupled wake with Multi-freq., UPCM)을 이룬다. Fig. 3(a)는 중심구와 주변구의 항력계수를 나타낸다. 측정된 평균 항력계수는 중심구와 주변구 모두 0.736 이며 $U/d=0.3$ 경우보다 감소했다. Fig. 3(b)는 양력계수를 나타내며 중심구와 주변 구 모두 2개의 지배적인 진동수를 가진 것을 확인할 수 있다. 측

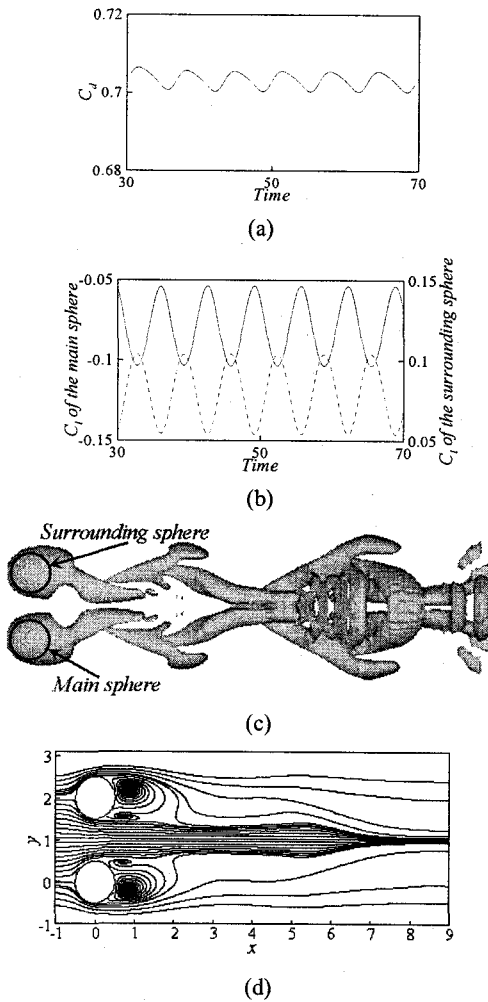


Fig. 4 Flow characteristics at $Re = 300$, $l/d = 1.0$ and $\theta = 90^\circ$: (a) drag coefficients of the two spheres; (b) lift coefficients of the two spheres; ———, main sphere; - - - - - , surrounding sphere; (c) vortical structure (contours of $Q = 0.001^{(12)}$) in a perspective view; (d) streamlines on the center plane

정된 평균 양력계수는 중심구에서 -0.101, 주변구에서 0.101이며, 두개의 구는 서로 척력을 가진다. 측정된 St 는 0.13, 0.26으로 중심구와 주변구 모두 2개의 지배적인 진동수를 가진다. Fig. 3(c)는 와류구조를 나타내며 각각의 구 뒤에서 발생하는 헤어핀 모양의 와류가 서로 결합해 새로운 형태의 와류 구조가 발생함을 관찰할 수 있다.

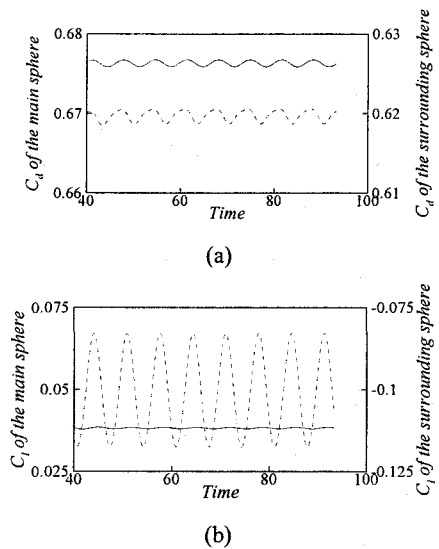
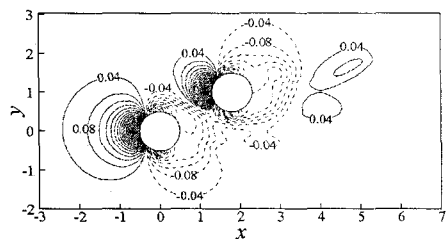


Fig. 5 Force coefficients at $Re = 300$, $l/d = 1.06$ and $\theta = 29.05^\circ$: (a) drag coefficients of the two spheres; (b) lift coefficients of the two spheres; ———, main sphere; - - - - - , surrounding sphere

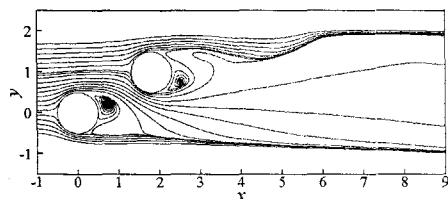
유동은 x-y평면에 대하여 대칭이며 Fig. 3(d)는 x-y평면에서 유선을 나타낸다.

$l/d = 1.0$, $\theta = 90^\circ$ 인 경우 유동은 각각의 구 뒤에서 1개의 지배적인 진동수를 가진 주기적인 와홀림(Unsteady Periodic Coupled wake with Single freq., UPCS)을 이룬다. Fig. 4(a)는 중심구와 주변구의 항력계수를 나타내며 두 결과가 서로 일치한다. 측정된 평균 항력계수는 0.703이며 $l/d = 0.3, 0.5$ 경우보다 감소했다. Fig. 4(b)는 양력계수를 나타내며 중심구와 주변구 모두 1개의 지배적인 진동수를 가진 것을 확인할 수 있다. 측정된 평균 양력계수는 중심구에서 -0.079, 주변구에서 0.079이며 각각의 구는 척력을 가진다. 측정된 St 는 중심구와 주변구 모두 0.152로 1개의 지배적인 진동수를 가진다. Fig. 4(c)는 와류구조를 나타낸다. 유동은 x-y, x-z평면에 대하여 대칭이며 Fig. 4(d)는 x-y평면에서 유선을 나타낸다.

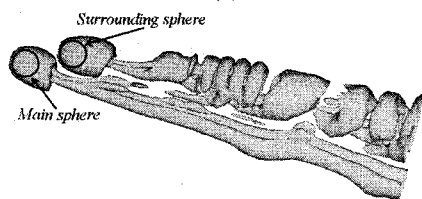
유동방향에 수직으로 놓여진 경우 l/d 에 따라 다양한 와류 구조를 보여주고 있다. l/d 가 감소함에 따라 유동은 점차 대칭성을 잃고 복잡하게 된다. l/d 가 1.0 이상인 경우는 유동장이 x-y평면뿐만 아니라 x-z평면에서도 완벽한 대칭을 이루고



(a)



(b)



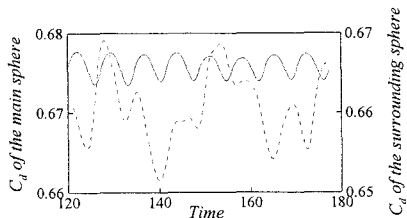
(c)

Fig. 6 Flow characteristics at $Re = 300$, $l/d=1.06$ and $\theta=29.05^\circ$: (a) pressure coefficient contours; (b) streamlines on the center plane; (c) vortical structure[contours of $Q=0.001$ ⁽¹²⁾]

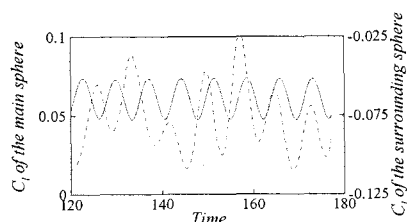
있으며 이는 항력계수와 양력계수에서도 확인된다. l/d 가 0.5이하로 감소했을 때 bifurcation에 의해 x-z평면에 대한 대칭성이 사라지며 중심구와 주변구 뒤의 와류 구조가 다른 특징을 지니게 된다. l/d 가 0.3이 되면 x-z평면에 대한 비대칭성이 더욱 심해지고, 주변구 뒤에서의 압력이 중심구 뒤에서의 압력보다 작아져 항력과 양력의 평균값이 중심구와 주변구에서 비교적 큰 차이를 보인다.

3.2 유동방향에 비스듬히 놓여진 경우

$l/d=1.06$, $\theta = 29.05^\circ$ 인 경우 유동은 각각의 구 뒤에서 1개의 지배적인 진동수를 가진 주기적인 와홀림(Unsteady Periodic Coupled wake with Single freq., UPCS)을 이룬다. Fig. 5(a)는 중심구와 주변구의 항력계수를 나타내며 측정된 평균 항력계수는 중심구에서 0.676, 주변구에서 0.620



(a)



(b)

Fig. 7 Force coefficients at $Re = 300$, $l/d=1.97$ and $\theta=45^\circ$: (a) drag coefficients of the two spheres; (b) lift coefficients of the two spheres; —, main sphere; - - -, surrounding sphere

이다. 주변구에서의 항력이 한 개의 구를 지나는 경우보다 현저하게 작아졌다. Fig. 5(b)는 양력계수를 나타내며 중심구와 주변구 모두 1개의 지배적인 진동수를 가진 것을 확인할 수 있다. 측정된 평균 양력계수는 중심구에서 0.038, 주변구에서 -0.100이다. 또한 중심구 뒤에서 발생하는 주기적인 와홀림이 주변구에 의해 억제되어 진폭이 작아진 것을 볼 수 있다. 측정된 St 는 중심구와 주변구 모두 0.148이다. Fig. 6(a)는 $C_p = (p - p_\infty) / \frac{1}{2} \rho U^2$ 로 정의 되는 압력계수의 등고선을 나타낸다. 중심구 주위에서의 압력은 아래쪽의 압력이 다소 큰 것을 볼 수 있으며 주변구 주위에서는 위쪽의 압력이 아래쪽의 압력보다 크다. Fig. 6(b)는 x-y평면에서 유선을 나타낸 그림이며 중심구 뒤의 와류는 중심구 위쪽에서 큰 와류가 형성되어 거의 변하지 않으며 주변구에서는 아래쪽에 큰 와류가 형성된다. 이 때문에 중심구에서는 위쪽으로 양력이 발생하며 주변구에서는 아래쪽으로 양력이 발생한다. Fig. 6(c)는 3차원 와류구조를 나타낸 그림이다. 주변구가 중심구 뒤에서 발생하는 후류에 장애물 역할을 해 중심구 뒤에서 발생하는 와홀림이 억제된다. 또한 x-y 평면에 대하여 대칭인 유동이다.

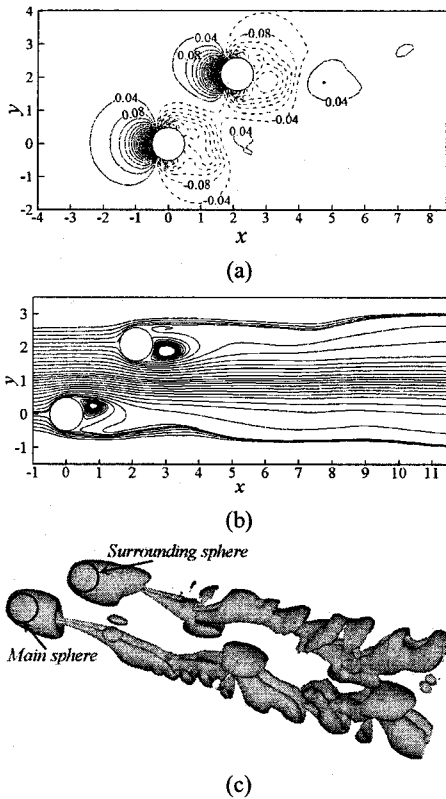


Fig. 8 Flow characteristics at $Re = 300$, $l/d = 1.97$ and $\theta = 45^\circ$: (a) pressure coefficient contours; (b) streamlines on the center plane; (c) vortical structure [contours of $Q = 0.001^{(12)}$]

$l/d = 1.97$, $\theta = 45^\circ$ 인 경우 유동은 중심구 뒤에서는 1개의 지배적인 진동수를 가진 주기적인 와홀림(Unsteady Periodic Coupled wake with Single freq., UPCS)을 이루지만 주변구 뒤에서는 2개 이상의 진동수를 가진 비주기적인 와홀림(Unsteady Non-periodic Coupled wake, UNC)을 이룬다. Fig. 7(a)는 중심구와 주변구의 항력계수를 나타내며 측정된 평균 항력계수는 중심구에서 0.676, 주변구에서 0.660이다. 비주기적인 와홀림의 경우 평균 항력계수와 양력계수는 유동장에서 가장 낮은 진동수의 2-3주기에 대한 시간평균으로 구하였다.

Fig. 7(b)는 양력계수를 나타내며 중심구에서는 1개의 지배적인 진동수를 가지지만 주변구에서는 2개 이상의 지배적인 진동수를 가진 것을 볼 수 있다. 측정된 평균 양력계수는 중심구에서 0.060, 주변구에서 -0.077이다. 중심구에서 St_d

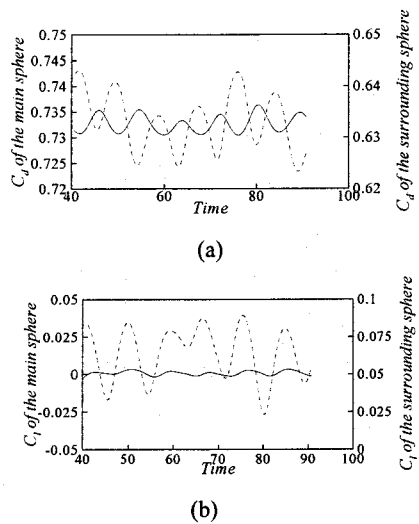


Fig. 9 Force coefficients at $Re = 300$, $l/d = 0.53$ and $\theta = 58.39^\circ$: (a) drag coefficients of the two spheres; (b) lift coefficients of the two spheres; —, main sphere; - - - -, surrounding sphere

0.138로 1개의 지배적인 진동수를 가지며 주변구에서는 0.042, 0.125로 2개의 지배적인 진동수를 가진다. l/d 가 커짐에 따라 중심구 후류는 주변구에 의한 영향이 작아지게 된다. Fig. 8(a)는 압력계수의 등고선을 나타낸다. Fig. 8(b)는 x-y평면에서 유선을 나타낸 그림이며 중심구에서는 위쪽에, 주변구에서는 아래쪽에 큰 와류가 형성되어 와홀림을 이룬다. 이 때문에 중심구에서는 위쪽으로 양력이 작용하며 주변구에서는 아래쪽으로 양력이 작용한다. Fig. 8(c)는 3차원 와류구조를 나타낸 그림이다.

$l/d = 0.53$, $\theta = 58.39^\circ$ 인 경우 유동은 중심구와 주변구 모두 2개 이상의 지배적인 진동수를 가진 비주기적인 와홀림(Unsteady Non-periodic Coupled wake, UNC)을 이루는 유동이 된다. Fig. 9(a)는 중심구와 주변구의 항력계수를 나타내며 측정된 평균 항력계수는 중심구에서 0.733, 주변구에서 0.633이다. Fig. 9(b)는 양력계수를 나타내며 중심구와 주변구 모두 2개 이상의 지배적인 진동수를 가진 것을 볼 수 있다. 측정된 평균 양력계수는 중심구에서 0.001, 주변구에서 0.065이다. Fig. 10(a)는 압력계수의 등고선을 나타낸다. Fig. 10(b)는 x-y평면에서 유선을 나타내며 Fig. 10(c)는 와류 구조를 보여준다. 유동은 x-y평면에 대하여 대

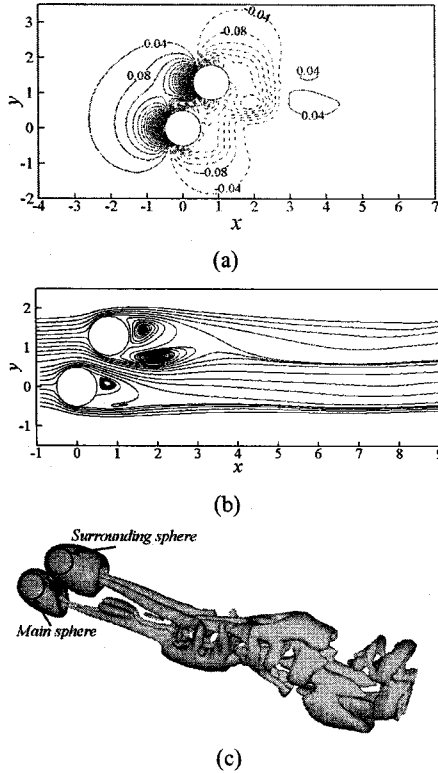


Fig. 10 Flow characteristics at $Re = 300$, $l/d=0.53$ and $\theta=58.39^\circ$: (a) pressure coefficient contours; (b) streamlines on the center plane; (c) vortical structure[contours of $Q=0.001$]⁽¹²⁾

칭인 구조를 지닌다.

3.3 2개의 구를 지나는 모든 유동의 요약

Fig. 11은 θ 와 l/d 의 변화에 따른 유동특징을 종합하여 나타낸 유동 패턴도이다. Fig. 11(a)는 중심구에서의 유동패턴을 나타내며 Fig. 11(b)는 주변구에서의 유동패턴을 나타낸다. θ 가 작고 l/d 도 작은 경우 정상상태 유동이 나타나며 l/d 가 커짐에 따라 점차 복잡한 유동이 된다. 주변구에서 발생하는 후류가 중심구에서 발생하는 후류보다 복잡한 유동특징을 가지고 있다. 이는 중심구 뒤에서 발생하는 후류가 주변구 앞으로 부딪쳐 복잡한 유동이 된다. 구와 구사이의 거리가 커짐에 따라서 유동은 점차 한 개의 구를 지나는 유동과 유사하게 된다. Fig. 12는 중심구가 중앙에 위치해 있고 주변구가 여러 위치에 있는 경우 중심구

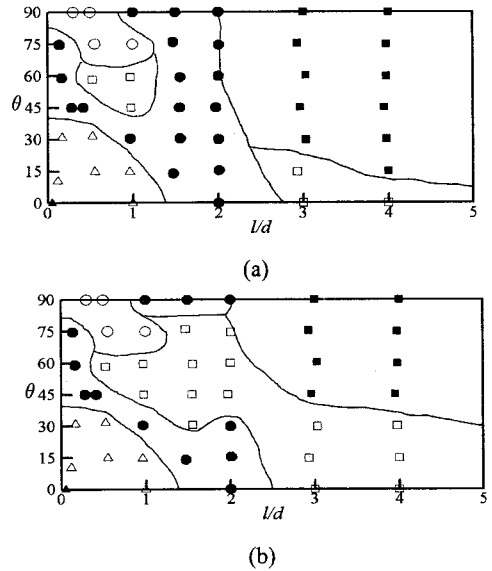


Fig. 11 Flow patterns of the two spheres: (a) flow patterns of the main sphere; (b) flow patterns of the surrounding sphere; \blacktriangle , steady axisymmetric; \triangle , steady planar symmetric; \bullet , unsteady periodic coupled wake with single freq.; \circ , unsteady periodic coupled wake with multi-freq.; \square , unsteady non-periodic coupled wake; \blacksquare , unsteady periodic uncorrelated wake with single freq.

에 대한 유동패턴을 나타낸 그림이다. 두 개의 구를 지나는 모든 유동은 θ 와 l/d 로 나타낼 수 있고 θ 는 0° 과 90° 사이의 값이기에 Fig. 11(a)와 Fig. 11(b)의 그림은 Fig. 12로 단순화 되어질 수 있다. Fig. 12는 중심구를 중심으로 나타낸 그림이지만 주변구의 유동 패턴도 파악할 수 있다. 주변구가 중심구 좌측에 오는 경우 주변구를 중심구로 기준을 삼아 유동 패턴을 파악할 수 있다.

4. 결론

본 연구에서는 가상경계법을 이용하여 $Re=300$ 에서 한 개의 고정된 구를 중심으로 주변에 다른 구가 놓여진 모든 경우의 유동에 대한 수치 해석적 연구를 수행하였다. 유동방향으로 나란히 놓여진 두개의 구를 지나는 유동($\theta=0^\circ$)에 대한 결과는 앞서 발표된 논문 (I)에서 자세히 다루었다.

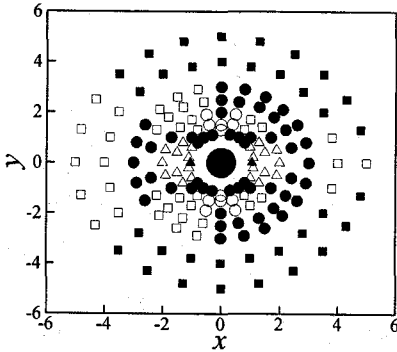


Fig. 12 All the possible flow patterns of the flow past the main sphere in the presence of the surrounding sphere in the physical space. For symbols, see the caption of Fig. 11

유동방향과 2개의 구 중심을 지나는 직선이 이루는 각도(θ)와 l/d 의 변화에 따라 정상 축대칭 유동(Steady Axisymmetric, SA), 정상 면대칭 유동(Steady Planar Symmetric, SPS), 1개의 주기적인 진동수를 가지고 각각의 구가 영향을 미치는 유동(Unsteady Periodic Coupled wake with Single freq., UPSCS), 2개 이상의 주기적인 진동수를 가지며 각각의 구가 서로 영향을 미치는 유동(Unsteady Periodic Coupled wake with Multi-freq., UPCM), 2개 이상의 비주기적인 진동수를 가지며 구와 구가 서로 영향을 미치는 유동(Unsteady Non-periodic Coupled wake, UNC), 1개의 구를 지나는 유동과 유사한 구조를 가지는 유동(Unsteady Periodic Uncorrelated wake with single freq., UPU)로 구분될 수 있다.

본 연구에서는 수치해석 결과를 통해 $Re=300$ 에서 두 개의 구를 지나는 모든 유동에 대한 유동 패턴도를 완성하였다.

후 기

본 연구는 수중운동체 특화연구센터의 지원에 의하여 수행되었음.

참고문헌

(1) Xu, S. J. Zhou, Y. and So, R. M. C., 2003, "Reynolds Number Effects on the Flow Structure

Behind Two Side-by-Side Cylinders," *Phys. Fluids*, Vol. 15, No. 5, pp. 1214~1219.

(2) Kang, S., 2003, "Characteristics of Flow over Two Circular Cylinders in a Side-by-Side Arrangement at Low Reynolds Numbers," *Phys. Fluids*, Vol. 15, pp. 2486~2498.

(3) Kang, S., 2004, "Numerical Study on Laminar Flow over Three Side-by-Side Cylinders," *KSME International Journal*, Vol. 18, No. 10, pp. 1869~1879.

(4) Lee, K. C., 1979, "Aerodynamic Interaction Between Two Spheres at Reynolds Numbers Around 10^4 ," *Aero. Q.*, Vol. 30, pp. 371~385.

(5) Tsuji, Y., Morikawa, Y. and Terashima, K., 1982, "Fluid-Dynamic Interaction Between Two Spheres," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 8, pp. 71~82.

(6) Zhu, C., Liang, S.-C. and Fan, L.-S., 1994, "Particle Wake Effects on the Drag Force of an Interactive Particle," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 20, pp. 117~129.

(7) Chen, R. C. and Lu, Y.N., 1999, "The Flow Characteristics of an Interactive Particle at Low Reynolds Numbers," *Int. J. Multiphase Flow*, Vol. 25, pp. 1645~1655.

(8) Chen, R. C. and Wu, J. L., 2000, "The Flow Characteristics Between Two Interactive Spheres," *Chemical Engineering Science*, Vol. 55, pp. 1143~1158.

(9) Kim, I., Elghobashi S. and Sirignano, W. A., 1993, "Three-Dimensional Flow over Two Spheres Placed Side by Side," *J. Fluid Mech.*, Vol. 46, pp. 465~488.

(10) Schouveiler, L., Brydon, A., Leweke, T. and Thompson, M.C., 2004, "Interactions of the Wakes of Two Spheres Placed Side by Side," *Eur. J. Mech. B Fluids*, Vol. 23, pp. 137~145.

(11) Kim, J., Kim, D. and Choi, H., 2001, "An Immersed-Boundary Finite-Volume Method for Simulations of flow in Complex Geometries," *J. Comp. Phys.*, Vol. 171, pp. 132~150.

(12) Jeong, J. and Hussain, F., 1995, "On the Identification of a Vortex," *J. Fluid Mech.*, Vol. 285, pp. 69~94.